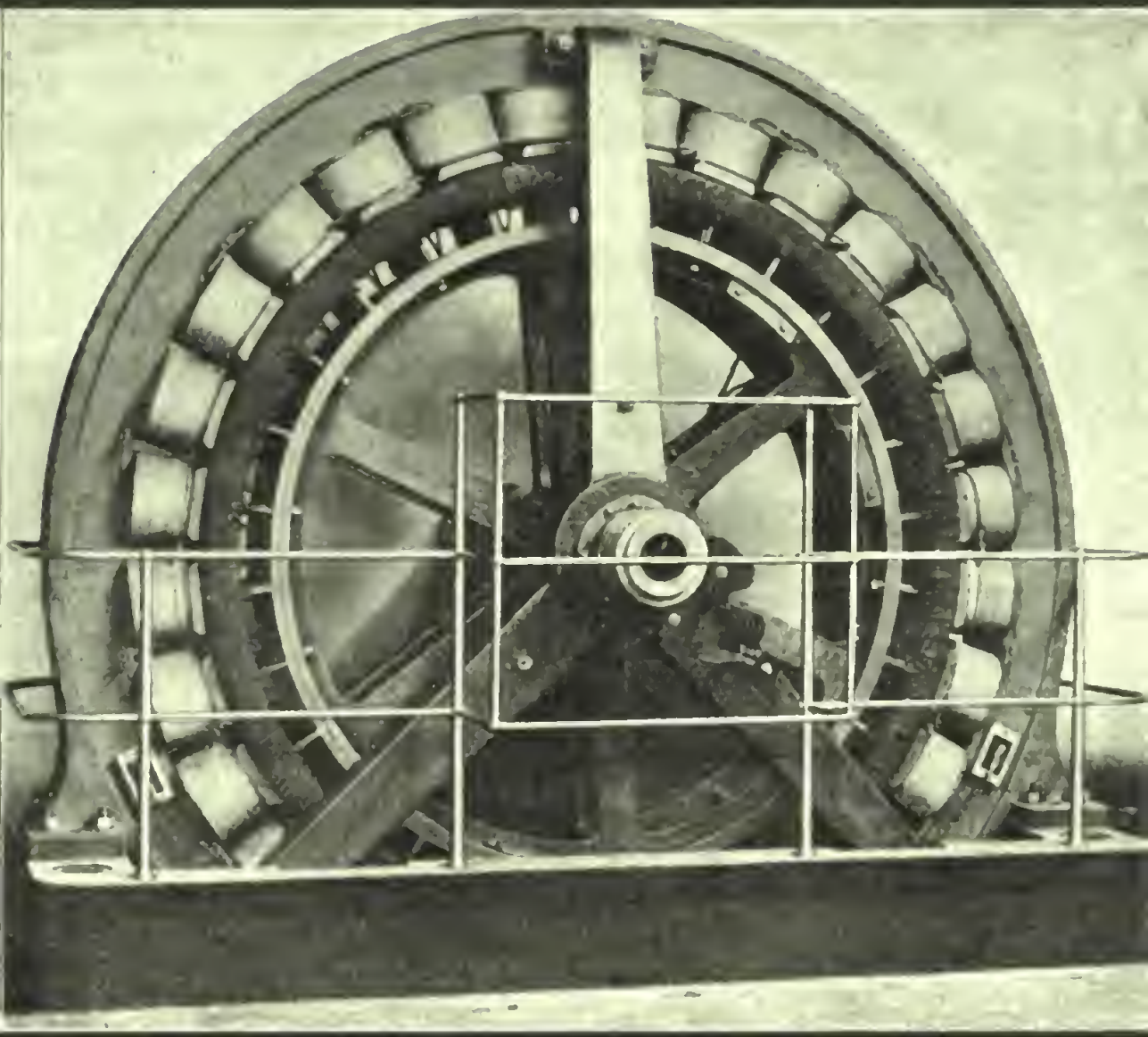


Elektromagnetische Schwingungen und drahtlose ...

Jonathan Adolf Wilhelm Zenneck

Library
of the
University of Wisconsin

Digitized by Google

Library
of the
University of Wisconsin

Google

30.—

Elektromagnetische Schwingungen

und

Drahtlose Telegraphie.

Elektromagnetische Schwingungen

und

Drahtlose Telegraphie.

VON

Dr. J. Zenneck,

PRIVATDOZENT DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT STRASSBURG.

MIT 802 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN FIGUREN.

STUTTGART.
VERLAG VON FERDINAND ENKE.
1905.

Druck der Union Deutsche Verlagsgesellschaft in Stuttgart.

107639
JUL 8 1907

Vorwort.

Vor allem drängt es mich auszusprechen, daß ich bei der Abfassung des vorliegenden Buches der Unterstützung anderer in reichem Maße mich zu erfreuen hatte. Herr Professor Dr. F. Braun (Straßburg) hat mir nicht nur die Zeit und die Mittel zur Ausführung der vielen Versuche und zur Ausarbeitung des ganzen Buches in freundlichster Weise zur Verfügung gestellt und mich stets über die Fortschritte der drahtlosen Telegraphie orientiert, sondern auch die Korrektur verschiedener Kapitel durchgesehen. Herr Professor Dr. E. Cohn (Straßburg) hat eine ganze Korrektur gelesen und mich an vielen Stellen auf Mängel in der Behandlung aufmerksam gemacht; sein Buch „Das elektromagnetische Feld“ und seine Vorlesungen sind auf meine Darstellung von größtem Einfluß gewesen. Herr Dr. Brion (Technische Hochschule Dresden) hat einen großen Teil der Korrektur durchgesehen und mich in technischen Fragen aufs freundlichste beraten. Herr Privatdozent Dr. R. H. Weber (Heidelberg) hat die ganze zweite Korrektur gelesen. Herr Dr. Mandelstam (Straßburg) hat die Kapitel über drahtlose Telegraphie einer Durchsicht unterzogen. Ferner haben mich unterstützt durch Hilfe bei Versuchen und zum Teil selbständige Ausführung derselben Herr Dr. Rempp (Straßburg), durch Berechnung und Zeichnung von Kraftlinienbildern Herr Professor Dr. Hack (Göppingen), durch Berechnung von Tabellen die Herren stud. Friz und Wacker (Tübingen), durch Anfertigung von Zeichnungen mein Bruder, Ingenieur G. Zenneck (Berlin), durch Ueberlassung von Zeichnungen und durch Mitteilungen die „Gesellschaft für drahtlose Telegraphie“ und Marconi's Wireless Telegraph Company. Allen den Genannten gestatte ich mir für

ihre gütigen Ratschläge und Bemühungen meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

Dem Verleger, Herrn Ferdinand Enke (Stuttgart), schulde ich besonderen Dank dafür, daß er stets meinen Wünschen in freundlichster Weise entgegengekommen ist und alles getan hat, um das Buch in bester Weise auszustatten.

Das Buch ist hervorgegangen aus Vorlesungen, die ich in den Jahren 1901—1903 an der Universität Straßburg gehalten habe, nachdem ich vorher über ein Jahr die Versuche mit drahtloser Telegraphie nach dem System von Herrn Professor Dr. F. Braun in der Nähe von Cuxhaven geleitet und damit Gelegenheit gehabt hatte, die Praxis der drahtlosen Telegraphie kennen zu lernen.

Die Zuhörer bestanden zum größten Teil aus Studenten der Mathematik und Naturwissenschaften, zum kleineren Teil aus Oberlehrern, Technikern und Chemikern. Für denselben Kreis ist auch das Buch bestimmt.

An mathematischen Kenntnissen konnte ich eine genügende Erfahrung in der Anwendung der Differential- und Integralrechnung nicht voraussetzen. Ich habe dieselbe deshalb überhaupt nicht verwendet; die mathematischen Voraussetzungen sind also nicht höher als in anderen elementaren Lehrbüchern der Experimentalphysik. Auf die Verwendung der Differential- und Integralrechnung konnte umso leichter verzichtet werden, als im Gebiet der Schwingungen die Kenntnis dieser Rechnungsarten durch die Kenntnis einiger weniger Beziehungen ersetzt werden kann. Nur die Ableitung dieser Beziehungen durch physikalische oder geometrische Betrachtungen hätte ich mir erspart, wenn ich von der Differential- und Integralrechnung Gebrauch gemacht hätte. Den Bedürfnissen der mathematisch vorgebildeten Leser habe ich durch die theoretischen Anmerkungen*) am Schluß des Buches Rechnung getragen.

An physikalischen Kenntnissen wurde so viel vorausgesetzt, als aus einer elementaren Vorlesung oder einem elementaren Lehrbuch über Experimentalphysik zu entnehmen ist. Es wurde deshalb das ein-

*) Auf diese Anmerkungen beziehen sich die kleinen Zahlen [z. B. ^{30})].

leitende (I.) Kapitel nicht weiter ausgedehnt, als für das folgende unbedingt notwendig war. Wer beim Lesen dieses Kapitels Schwierigkeiten findet, dem ist zu empfehlen, sich zunächst nicht dabei aufzuhalten: die zahlreichen Beispiele, welche sich in späteren Kapiteln für die in der Einleitung angegebenen allgemeinen Beziehungen finden, werden dieselben zweifellos verständlich machen.

Da die Kenntnis der theoretischen Physik nicht vorausgesetzt werden konnte, so war es in vielen Fällen nicht möglich, die angegebenen Beziehungen streng abzuleiten. In solchen Fällen wurde versucht, diese Beziehungen durch qualitativ richtige, aber vielleicht nicht immer ganz strenge physikalische Betrachtungen zu entwickeln oder wenigstens plausibel zu machen*). In der Darstellung habe ich mich überhaupt bemüht, stets den physikalischen Grund der Erscheinung klar hervortreten zu lassen.

In ganz besonderem Maße wurde außerdem Anschaulichkeit angestrebt. Mechanische Analogieen habe ich aber trotz ihrer Anschaulichkeit nur ganz ausnahmsweise beigezogen. In einer ausgedehnten Verwendung derselben liegt, wie mir scheint, die Gefahr, daß der Leser die Meinung gewinnt, er habe den elektromagnetischen Vorgang vollkommen verstanden, wenn er eine mehr oder weniger zutreffende mechanische Analogie desselben besitzt, und daß er sich deshalb von einem Durchdenken der in Betracht kommenden elektromagnetischen Vorgänge dispensiert. Es erscheint mir wichtiger, daß man den Leser zwingt, sich über die elektromagnetischen Tatsachen selbst und ihre Gesetze klar zu werden und sich dadurch allmählich eine, wenn ich so sagen darf, elektromagnetische Anschauung zu bilden.

Zur Erleichterung des Verständnisses ist an jeder Stelle durch eine eckige Klammer auf diejenige Nummer verwiesen, aus welcher das Gesagte folgt. Von diesen Hinweisen ist vielleicht ein etwas reichlicher Gebrauch gemacht worden; sie sind natürlich nur für denjenigen berechnet, der an der betreffenden Stelle eine Schwierigkeit findet.

---

*) In den theoretischen Anmerkungen am Schluß des Buches ist dann die Ableitung ausgeführt oder angedeutet oder es ist gesagt, wo die Ableitung zu finden ist.

In den Vorlesungen wurde der Vortrag durch möglichst zahlreiche und übersichtliche Versuche unterstützt, die in dem Buch durch Abbildungen und Beschreibungen ersetzt werden mußten. Bei den Versuchen wurde besonderer Wert darauf gelegt, daß sie mit möglichst einfachen Hilfsmitteln auszuführen seien. Im Gebiet der schnellen Schwingungen, wie sie etwa in der drahtlosen Telegraphie gebraucht werden, ist das besonders leicht möglich: es ist vielleicht nicht genügend bekannt, mit welch einfachen Apparaten und, bei einiger Uebung, mit welcher Leichtigkeit und Sicherheit hier die meisten, zum Teil sehr effektvollen Versuche ausgeführt werden können. Im Gebiet der technischen Wechselströme werden die von mir angegebenen Anordnungen dem Techniker, der die Versuche mit technischen Apparaten auszuführen gewohnt ist, zum Teil etwas primitiv erscheinen. Auf der anderen Seite zeigen sie demjenigen, der die meist teueren technischen Apparate nicht besitzt, daß man auch ohne diese Apparate die hauptsächlichsten Gesetze der Wechselströme in befriedigender Weise experimentell illustrieren kann.

Bezüglich der Anordnung des Stoffs war es meine Absicht, von den Beziehungen für die langsamen elektromagnetischen Schwingungen (technische Wechselströme) auszugehen und darauf allmählich die Sätze für die schnelleren Schwingungen aufzubauen unter steter Betonung der Aenderungen, welche jene Beziehungen durch die Erhöhung der Wechselzahl erfahren.

Damit das möglich war, mußten vor allem die langsamen Schwingungen so dargestellt werden, daß sie als Grundlage für die schnellen Schwingungen dienen können. Bei den für technische Zwecke bestimmten Lehrbüchern trifft das nicht zu: es ist in denselben alles dasjenige unterdrückt, was nicht im Gebiet der technischen Wechselströme selbst von praktischer Bedeutung ist, ohne Rücksicht darauf, daß es vielleicht im Gebiet viel schnellerer Schwingungen von ausschlaggebender Bedeutung wird. Wenn ich auf die technischen Wechselströme näher eingegangen bin, als es der angegebene Zweck unbedingt erforderte, so war der Grund dafür der, daß dieser Teil der Elektrizitätslehre trotz seiner großen praktischen Bedeutung in den Lehrbüchern und, wie es scheint, auch in den Vorlesungen über Experimentalphysik nicht ausführlich genug behandelt werden kann.

Digitized by Google

Die Folge davon ist, daß die Studenten der Mathematik und Naturwissenschaften meist nur äußerst dürftige Kenntnisse auf diesem Gebiet besitzen. Dem angehenden Techniker kann meine Darstellung vielleicht als Vorbereitung auf die technischen Lehrbücher über Wechsel- und Drehströme dienen; ersetzen soll sie dieselben durchaus nicht.

Im Gebiet der schnellen Schwingungen sind diejenigen Erscheinungen besonders eingehend besprochen, welche für die drahtlose Telegraphie von Bedeutung sind. Die physikalischen Grundlagen dieses Zweigs der Technik klarzustellen, ist der Hauptzweck des Buches. In den Kapiteln, welche sich mit drahtloser Telegraphie speziell befassen, wurden hauptsächlich die prinzipiellen Fragen und Anordnungen diskutiert. Auf die Einzelheiten der Apparate bin ich nicht sehr ausführlich eingegangen: die Konstruktion der Apparate wechselt noch jetzt so rasch, daß schon nach kürzester Zeit meine Angaben sich auf veraltete Apparate beziehen würden. Außerdem ist zu hoffen, daß derjenige, welcher das Buch studiert hat, sich auch mit den einzelnen Apparaten rasch zurechtfinden wird.

Die neuere Literatur über das Gebiet habe ich, soweit sie mir zugänglich war, wohl zum weitaus größten Teil gelesen; aber nur einen sehr kleinen Teil davon konnte ich zitieren. Dabei habe ich hauptsächlich auf diejenigen Arbeiten verwiesen, aus denen man sich am raschesten über den Gegenstand und seine Literatur orientieren kann. Darin liegt eine gewisse historische Ungerechtigkeit: bei irgend einer Methode z. B. ist unter Umständen derjenige Autor zitiert, von dem die Methode zuletzt, nicht derjenige, von welchem sie zuerst verwendet wurde. Ich habe in solchen Fällen nach Möglichkeit versucht, durch eine kurze Bemerkung diese Ungerechtigkeit zu mildern. Ganz besondere Schwierigkeit machte die Literatur über drahtlose Telegraphie, die, soweit sie überhaupt ernst zu nehmen ist, sich zum großen Teil aus Patentschriften und tendenziösen Darstellungen zusammensetzt. Hier war eine äußerst kritische Behandlung am Platze. Ich habe mir alle Mühe gegeben, auch dieser Literatur gerecht zu werden, dabei aber jede Polemik vermieden.

Das Maßsystem mußte zwei Bedingungen genügen. Es durfte nicht die Symmetrie zerstören, die zwischen den elektrischen und

magnetischen Größen besteht und die gerade bei den elektromagnetischen Schwingungen ganz besonders hervortritt und hervorgehoben werden muß. Es mußte ferner jede Formel in möglichst einfacher Weise in das elektromagnetische C.G.S.-System und damit auch das praktische Maßsystem übergeführt werden können. Die erste Bedingung schloß die allgemeine Verwendung des C.G.S.-Systems, die zweite Bedingung die Verwendung desjenigen Maßsystems aus, welches z. B. H. A. Lorentz in der Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften benützt hat. Ich habe deshalb die Methode von E. Cohn befolgt: in die allgemeinen Formeln überhaupt kein bestimmtes Maßsystem einzuführen, dieselben aber so einzurichten, daß ein unmittelbarer Uebergang zu jedem beliebigen Maßsystem möglich ist. Der Umstand, daß dabei die allgemeinen Formeln von unnötigen Zahlfaktoren befreit werden und dadurch sehr einfache und übersichtliche Gestalt annehmen, scheint mir die Methode auch für technische Bedürfnisse besonders brauchbar zu machen. Wo Zahlenrechnungen durchgeführt werden mußten, ist, wie in technischen Lehrbüchern, stets das elektromagnetische C.G.S.-System bezw. das praktische Maßsystem verwendet.

In den Bezeichnungen habe ich mich in fast allen Punkten dem Buch von E. Cohn angeschlossen: diese Bezeichnungen sind sehr geeignet, die Analogie zwischen elektrischen und magnetischen Größen zum Ausdruck zu bringen.

Straßburg i. E., Physikalisches Institut.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Kapitel I. **Die Beziehungen des elektromagnetischen Feldes.**

§ 1. Die Größen des elektrischen und magnetischen Feldes.

1. Feldintensität 1
2. Vorzeichen eines Feldes 2
3. Spannung und elektromotorische bezw. magnetomotorische Kraft 2
4. Beispiele 3

§ 2. Experimentelle Ermittelung der Feldintensität.

5. Magnetische Feldintensität 4
6. Elektrische Feldintensität 6

§ 3. Graphische Darstellung der Feldintensität.

7. Intensitätslinien 8
8. Beispiele 8
9. Folgerung 9
10. Niveauflächen 9
11. Zusammensetzung und Zerlegung von Feldern 9

§ 4. Statisches Feld in homogenem Medium.

12. Erzeugung eines statischen Feldes 10
13. Verlauf der Intensitätslinien 10
14. Beispiele 12
15. Dichte der Intensitätslinien. Dielektrizitätskonstante. Permeabilität 12
16. Magnetische und elektrische Induktion 14
17. Kapazität eines Kondensators 15
18. Kapazität eines Leiters 17

§ 5. Statisches Feld in inhomogenem Medium.

19. Verlauf der Induktionslinien 19
20. Beispiele für den Verlauf der Induktionslinien 20
21. Zahl der Induktionslinien und elektrische bezw. magnetische Menge 23

§ 6. Die elektrische Strömung.

22. Elektrische Strömung und Feldintensität 23
23. Elektrische Strömung und Ladung 25
24. Stationäre Strömung 26

Digitized by Google

Seite

25. Der lineare stationäre Stromkreis 26
26. Beispiel: Lineare Stromverzweigung 28
27. Das magnetische Analogon des stationären Stromkreises: Der magnetische Kreis 29

§ 7. Magnetisches Feld und elektrische Strömung.

28. Verlauf der magnetischen Intensitätslinien 32
29. I. Beispiel: Geradlinige Strombahn 32
30. II. Beispiel: Kreisförmige Strombahn 35
31. Dichte der magnetischen Intensitätslinien 39
32. Beispiele 40
33. Koeffizient der wechselseitigen Induktion 45
34. Selbstinduktionskoeffizient 46

§ 8. Beziehung zwischen elektrischem und magnetischem Feld.

35. Erregung eines magnetischen Feldes durch ein elektrisches . . 49
36. Beispiele für magnetische Felder, die durch elektrische induziert sind 50
37. Erregung eines elektrischen Feldes durch ein magnetisches . . 52
38. Beispiele für elektrische Felder, die durch magnetische induziert sind 53

§ 9. Energie des elektromagnetischen Feldes.

39. Allgemeines 54
40. I. Beispiel: Energie eines geladenen Kondensators 55
41. II. Beispiel: Energie eines magnetischen Kreises und linearen Stromkreises 56
42. Leistung in einem linearen Stromkreis 57
43. Wärmeentwickelung durch den elektrischen Strom und deren praktische Verwendung für Meßzwecke 58

§ 10. Leistung mechanischer Arbeit bei der Bewegung eines Stromkreises im magnetischen Feld.

44. Allgemeine Beziehungen 63
45. Experimentelle Bestätigung 65
46. Drehmoment auf einen Stromkreis im homogenen magnetischen Feld 67
47. Spezieller Fall 68

§ 11. Das C.G.S.-System.

48. Uebergang zum C.G.S.-System 69
49. Beziehung zwischen praktischem Maßsystem und C.G.S.-System . 69

Kapitel II. **Allgemeines über elektromagnetische Schwingungen.**

§ 1. Schematische Erregung einer elektromagnetischen Schwingung.

50. Der magnetische Induktionsfluß durch einen rotierenden Leiterkreis 70
51. Die indnzierte elektromotorische Kraft 72
52. Wechselstrom, Wechselfeld, elektromagnetische Schwingung . . 76

§ 2. Die Bestimmungsstücke einer elektromagnetischen Schwingung.

53. Amplitude 77
54. Schwingungskurve 77

Digitized by Google

Seite

55. Wechselzahl 78
56. Phase 79

§ 3. Experimentelle Prüfung einer elektromagnetischen Schwingung.

57. Ermittelung der Wechselzahl 81
58. Ermittelung der Amplitude 82
59. Ermittelung der Schwingungskurve 84
60. Ermittelung der Phasendifferenz 86

§ 4. Graphische Darstellung durch Vektordiagramme.

61. Die Methode des Vektordiagramms 90
62. Resultante von oszillatorischen Größen 92
63. Differenz von zwei oszillatorischen Größen 96
64. Zerlegung einer oszillatorischen Größe 96

§ 5. Allgemeiner Satz über oszillatorische Größen.

65. Phase 97
66. Amplitude 98
67. I. Beispiel: Ermittelung der Induktion eines magnetischen Wechselfeldes 100
68. II. Beispiel: Magnetische Wirkung eines elektrischen Wechselfeldes 101

§ 6. Produkt von zwei oszillatorischen Größen.

69. Kurvendarstellung 103
70. Zeitlicher Mittelwert 106
71. Beispiel: Effektiver Wert einer oszillatorischen Größe 109

Kapitel III. **Erzeugung langsamer elektromagnetischer Schwingungen (Wechsel- und Drehstrommaschinen).**

§ 1. Allgemeines über Wechsel- und Drehstrommaschinen.

72. Feldmagnete und Anker 110
73. Erregung der Feldmagnete 112
74. Mehrpolige Maschinen 113
75. Mehrphasenmaschinen 115

§ 2. Maschinen mit beweglichen Anker- oder Erregerwicklungen.

76. Schematische Darstellung 118
77. Technische Ausführung 120
78. Feldmagnete mit einer einzigen Erregerspule 123

§ 3. Maschinen mit festen Anker- und Erregerwicklungen.

79. Hochfrequenzmaschine von Tesla 127
80. Induktormaschinen 128
81. Hochfrequenzmaschine von Siemens & Halske 132

Kapitel IV. **Der quasistationäre Wechselstromkreis geringer Wechselzahl.**

§ 1. Strom und magnetisches Feld des Wechselstromkreises.

82. Bedingung für quasistationäre Strömung 134
83. Das magnetische Feld 138

Seite

§ 2. Beziehung zwischen elektrischem Strom und EMK oder Spannung.

84. Scheinbarer Widerspruch mit dem Ohm'schen Gesetz 139
85. Die induzierte EMK 141
86. Beziehung zwischen Strom und äußerer EMK 142
87. Beziehung zwischen Strom und Spannung 144
88. Grenzfälle 146
89. Bestimmung der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung 148
90. Bestimmung der Impedanz 149
91. Hintereinander geschaltete induktive Widerstände 150
92. Nebeneinander geschaltete induktive Widerstände 153
93. Der Strom beim Schließen eines Wechselstromkreises 154
94. Einfluß induktiver Widerstände auf die Schwingungskurve . . 157

§ 3. Energieverhältnisse.

95. Die entwickelte Wärmemenge 160
96. Die elektrische Leistung 160
97. Die magnetische Energie 162
98. Grenzfälle 164
99. Beispiel 165

§ 4. Induktive Widerstände mit Eisenkernen und deren praktische Verwendung.

100. Vorteile gegen induktionslose Widerstände 167
101. Tatsächlicher Energieverbrauch 168
102. Wirbelströme 169
103. Die Erscheinung der Hysteresis 171
104. Energieverlust durch Hysteresis 172
105. Einfluß der Hysteresis auf die Induktanz 173
106. Einfluß der Hysteresis auf die Phasenverschiebung 174
107. Einfluß der Hysteresis auf die Schwingungskurve 176
108. Technische Konstruktion der Drosselspulen 177

Kapitel V. **Der magnetische Kreis geringer Wechselzahl.**

§ 1. Beziehung zwischen magnetischem Induktionsfluß und äußerer MMK.

109. Scheinbarer Widerspruch mit dem „Ohm'schen Gesetz" für magnetische Kreise 180
110. Die induzierte MMK 181
111. Magnetischer Induktionsfluß und äußere MMK. Einfachster Fall 183
112. Magnetischer Induktionsfluß und äußere MMK. Allgemeiner Fall 185
113. Allgemeines Ergebnis 187
114. Energieverhältnisse 188

§ 2. Verallgemeinerung.

115. Kurzgeschlossene Spule im magnetischen Wechselfeld 190
116. Metallröhren im magnetischen Wechselfeld 191
117. Metallscheiben im magnetischen Wechselfeld 192
118. Beliebiger Leiter im magnetischen Wechselfeld 193

Seite
119. Experimentelle Bestätigung 193
120. Scheinbare Reflexion von magnetischen Induktionslinien . . . 197

§ 3. Metallzylinder im magnetischen Wechselfeld.

121. Versuch 198
122. Notwendigkeit einer ungleichförmigen Verteilung der magnetischen Induktion 199
123. Einfluß von Leitvermögen, Permeabilität und Wechselzahl . . 201
124. Verteilung der magnetischen Induktion. Allgemeines 202
125. Verteilung der magnetischen Induktion. I. Grenzfall 203
126. Verteilung der magnetischen Induktion. II. Grenzfall 206
127. Magnetischer Widerstand und magnetische Induktanz von Metallzylindern in magnetischen Wechselfeldern 207
128. Beispiel: Eisenstäbe und -drähte 210
129. Erhöhung des magnetischen Induktionsflusses in Spulen durch Metallkerne 210
130. Metallscheiben 213
131. Energieverbrauch durch Wirbelströme in Metallzylindern oder -ringen 215
132. Eisenbleche 218

Kapitel VI. **Der technische Transformator.**

133. Bestandteile des Transformators 220

§ 1. Der unbelastete Transformator.

134. Verhältnis der sekundären zur primären Spannung 220
135. Experimentelle Bestätigung 221
136. Phasenverhältnisse 224

§ 2. Der belastete Transformator.

137. Induktionsfluß im Transformatorkern 225
138. Die sekundäre EMK 226
139. Der Primärkreis 226
140. Die tatsächlichen Betriebsverhältnisse der technischen Transformatoren 229
141. Einfluß der Hysteresis 231
142. Energieverhältnisse. Automatische Regulierung der Energiezufuhr 233

§ 3. Streuung des Transformators.

143. Streuung beim unbelasteten Transformator 236
144. Streuung beim belasteten Transformator. Eine einzige Primär- und Sekundärspule 237
145. Streuung beim belasteten Transformator. Mehrere Primär- und Sekundärspulen 239
146. Energieverlust durch Streuung 241

§ 4. Technische Konstruktion der Transformatoren.

147. Geschlossener oder offener Transformatorkern 242
148. Ausgeführte Transformatoren mit geschlossenem Kern 244

Digitized by Google

Seite
149. Ausgeführter Transformator mit offenem Kern 247
150. Vorteile der Transformation 248

§ 5. Einspulige Transformatoren.

151. Anordnung 250
152. Verhältnis zum zweispuligen Transformator. Magnetische und galvanische Koppelung 251
153. Umsetzungsverhältnis des unbelasteten Transformators 254
154. Praktische Verwendung 256

Kapitel VII. Leistung mechanischer Arbeit durch Wechsel- und Drehströme.

§ 1. Wechselstromkreis im konstanten Magnetfeld. Synchronmotoren.

155. Ruhender Wechselstromkreis 257
156. Rotierender Wechselstromkreis 258
157. Synchronmotoren 260

§ 2. Wechselstromkreis im magnetischen Wechselfeld derselben Wechselzahl.

158. Bestimmung der Vorzeichen 260
159. Einfluß der Phase 261
160. Experimentelle Bestätigung 262
161. Praktische Verwendung: Leistungsmesser (Wattmeter) 263
162. Geschlossener Leiterkreis im magnetischen Wechselfeld . . . 265
163. Experimentelle Bestätigung. Versuche von Elihu Thomson 265
164. Praktische Verwendung I. Wechselstrommesser von Fleming 267
165. Praktische Verwendung II. Repulsionsmotor 268

§ 3. Das magnetische Drehfeld.

166. Das einfache Drehfeld. Herstellung durch zweiphasigen Wechselstrom 269
167. Das einfache Drehfeld. Herstellung durch dreiphasigen Wechselstrom 270
168. Mehrpoliges Drehfeld 277
169. Wirkung eines Drehfelds auf Metallzylinder 280
170. Die Drehfeldkomponente. Allgemeines 283
171. Die Drehfeldkomponente. Praktische Verwendung 284
172. Erzeugung von Drehfeldkomponenten durch Leiter in einem magnetischen Wechselfeld 286

§ 4. Drehstrommotoren.

173. Die Feldmagnete 289
174. Der Anker 292
175. Aenderung des magnetischen Felds durch die Ankerströme . . 293
176. Das Vektordiagramm 296
177. Rückwirkung auf die Primärstromkreise 298
178. Konstanter Primärstrom 299
179. Konstante Spannung 300
180. Einfluß des Ankerwiderstandes 302

Seite

§ 5. Einphasenmotoren mit Kurzschlußanker.

181. Der Grundversuch 306
182. Zerlegung eines Wechselfelds in zwei Drehfelder 306
183. Anwendung auf die Wirkung des Einphasenmotors 308

Kapitel VIII. **Wechselstromkreise mit Kondensatoren.**

184. Ladungs- und Entladungsstrom 311

§ 1. Induktionsloser Kondensatorkreis.

185. Die Spannung zwischen den Kondensatorbelegungen 312
186. Strom nnd äußere EMK oder Spannung 314
187. Grenzfälle 316
188. Bestimmung der Kondensanz und Kapazität eines Kondensators 317
189. Energieverhältnisse 318
190. Deformation der Schwingungskurve durch Kondensatoren . . 320

§ 2. Kondensatorkreis mit Selbstinduktion.

191. Versuch 322
192. Das magnetische Feld und der Selbstinduktionskoeffizient eines Kondensatorkreises 323
193. Strom nnd äußere EMK oder Spannung 324
194. Folgerung 326
195. Experimentelle Bestätigung 328
196. Beispiel I: Stromverzweigung mit Kondensatoren 331
197. Beispiel II: Kondensatorkreis in Serienschaltung 332
198. Nicht sinnsförmige Schwingungen 334
199. Die Spannnngen in einem Kondensatorkreis 337
200. Energieverhältnisse 341

§ 3. Kondensator und induktive Widerstände parallel geschattet.

201. Allgemeiner Fall 344
202. Resonanzfall 345
203. Möglichkeit von Eigenschwingungen eines Kondensatorkreises . 348

Kapitel IX. **Die Eigenschwingungen von Kondensatorkreisen.**

§ 1. Experimenteller Nachweis der Eigenschwingnngen.

204. Braun'sche Röhre 351
205. Pendelunterbrecher 352
206. Funkenbild im rotierenden Spiegel 353
207. Geißler-Rohr 355
208. Holtz'sche Ventilröhre 356

§ 2. Wechselzahl bei kleinem Widerstand.

209. Theoretisches Ergebnis: Thomson'sche Formel 357
210. Experimentelle Prüfung 359
211. Bedingung für die Gültigkeit der Thomson'schen Formel . . . 362
212. Berechnung der Wechselzahlen von Kondensatorkreisen . . . 363

Seite

213. Herstellung schneller Schwingungen durch Kondensatorkreise . 364
214. Bestimmung von $v/\sqrt{\varepsilon\mu}$ durch Entladungen von Kondensatorkreisen 365
215. Die praktische Verwendung der Eigenschwingungen von Kondensatorkreisen in Induktoren 366

§ 3. Die Dämpfung.

216. Notwendigkeit einer Dämpfung 370
217. Dämpfung durch Joule'sche Wärme 372
218. Dämpfung durch den Funken 375
219. Das Dekrement von Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke . . 380
220. Dämpfung durch Strahlung 382
221. Experimentelle Bestimmung der Dämpfung 385
222. Einfluß der Dämpfung auf die Wechselzahl 391

§ 4. Energieströmung.

223. Notwendigkeit der Annahme einer Energieströmung 392
224. Richtung und Größe der Energieströmung 393
225. Energieströmung im Kondensator 395
226. Energieströmung im Stromleiter 396

Kapitel X. Der quasistationäre Wechselstromkreis hoher Wechselzahl.

227. Bedingung für quasistationäre Strömung 398

§ 1. Stromverteilung in zylindrischen Leitern.

228. Der Grund für die Ungleichförmigkeit der Strömung 400
229. Einfluß der Permeabilität, des Leitvermögens und der Wechselzahl 402
230. Formeln für die Stromverteilung 402
231. Beispiele 404
232. Energieströmung 407

§ 2. Widerstand und Selbstinduktionskoeffizient bei schnellen Schwingungen.

233. Widerstand eines Drahtes bei oszillatorischem Strom 409
234. Beispiele 411
235. Praktische Folgen 413
236. Experimentelle Darstellung der Widerstandsvermehrung bei Schwingungen 414
237. Einfluß der Dämpfung auf den effektiven Widerstand 417
238. Effektiver Widerstand von Spulen 418
239. Selbstinduktionskoeffizient bei Schwingungen 419
240. Beispiele für den Selbstinduktionskoeffizienten von Drahtleitungen 422

§ 3. Die Angaben von Hitzdrahtinstrumenten bei gedämpften Schwingungen.

241. Versuchsanordnung 424
242. Einfluß der Entladungszahl 425
243. Einfluß der Wechselzahl 427
244. Einfluß der Dämpfung 428

Seite

245. Ermittelung der Amplitude aus den Angaben von Hitzdrahtinstrumenten 431
246. Ersatz der Hitzdrahtinstrumente durch Elektrometer 433
247. Ersatz der Hitzdrahtinstrumente durch Dynamometer 435

§ 4. Beziehung zwischen Strom und EMK oder Spannung in Leitungen ohne Kondensatoren.

248. Allgemeine Beziehungen für gedämpfte Schwingungen . . . 436
249. Die Grundgleichungen 437
250. Grenzfälle 439
251. Praktische Folgen 441
252. Folgerungen für die Eigenschwingungen von Kondensatorkreisen 445
253. Die Spannung zwischen Punkten einer Leitung 449
254. Isolation der Leitungen bei schnellen Schwingungen 453
255. Die Wirkung der Blitzableiter bei elektrischen Leitungen . . 455
256. Bestimmung der Phasendifferenz zwischen zwei Schwingungen 461

§ 5. Beziehung zwischen Strom und Spannung in Leitungen mit Kondensatoren.

257. Die allgemeinen Gleichungen 463
258. Praktische Folge 464
259. Verhalten von Kondensatoren bei hoher Wechselzahl 465

Kapitel XI. **Der magnetische Kreis hoher Wechselzahl.**

260. Allgemeines 470

§ 1. Die Wirkung von Spulen und leitenden Röhren.

261. Experimentelle Anordnung 472
262. Die magnetische Impedanz von Spulen 474
263. Magnetische Impedanz von Röhren 475
264. „Reflexionsversuch“ 478

§ 2. Wirkung von leitenden Zylindern und Platten.

265. Verteilung des magnetischen Induktionsflusses 479
266. Experimentelle Bestätigung 480
267. Magnetische Impedanz von leitenden Platten 482
268. Spulenkerne aus Eisendrähten. Verstärkung des Induktionsflusses 483
269. Spulenkerne aus Eisendrähten. Energieverbrauch 486
270. Experimentelle Untersuchung von Eisenkernen 487
271. Spulenkerne aus Eisenpulver 490

§ 3. Die Wirkung von Isolatoren im magnetischen Wechselfeld.

272. Isolierender Zylinder. Verteilung der Induktion auf dem Querschnitt 491
273. Magnetischer Widerstand von isolierenden Zylindern 494
274. Die Kapazität von Plattenkondensatoren bei schnellen Schwingungen 496

Seite

Kapitel XII. **Die Eigenschwingungen offener Sender.**

275. Die verschiedenen Formen offener Oszillatoren 498
276. Der physikalische Vorgang bei der Schwingung 500

§ 1. Die Strömung.

277. Allgemeines 501
278. Experimentelle Ermittelung der Stromverteilung 502
279. Die Stromverteilung im linearen Sender 503
280. Stromverteilung im Hertz'schen Sender 507
281. Unsymmetrische Sender 508
282. Abhängigkeit der Stromverteilung von der Lage der Funkenstrecke 509

§ 2. Das elektrische Feld an der Oberfläche der Oszillatoren.

283. Beziehung zwischen dem elektrischen Feld und der Stromverteilung 510
284. Das elektrische Feld an der Oberfläche des linearen Senders . 512
285. Experimentelle Ermittelung der Spannungsverteilung 514
286. Das elektrische Feld an der Oberfläche einer Spule 516
287. Das elektrische Feld im Anfang und während der Schwingung 517

§ 3. Die Wechselzahlen der Eigenschwingungen offener Sender.

288. Der Hertz'sche Sender 519
289. Der lineare Sender 523
290. Unsymmetrische Sender 525
291. Spulen 526
292. Righi'scher Sender 531
293. Sender für sehr rasche Schwingungen 531
294. Die Zuleitungen zu den Sendern 532
295. Der Sender von Lodge 533

§ 4. Die Dämpfung offener Sender.

296. Der lineare gerade Sender 534
297. Der nahezu geschlossene lineare Sender 539
298. Der Hertz'sche Sender 540
299. Spulen 541
300. Vergleich der offenen Sender mit dem Kondensatorkreis . . . 542

Kapitel XIII. **Wirkung einer ungedämpften Schwingung auf einen Oszillator.**

301. Erregung von Eigenschwingungen elektrischer Oszillatoren . . 545
302. Beispiel: Eigenschwingungen beim Laden eines Kondensators . 547

§ 1. Einfluß der Eigenschwingungen. Allgemeiner Fall.

303. Möglichkeit von Eigenschwingungen 549
304. Notwendigkeit der Eigenschwingungen 550
305. Amplitude und Phase der Eigenschwingungen 551
306. Spannungserhöhung beim Einschalten eines Kondensators . . 554

Seite

§ 2. Einfluß der Eigenschwingungen. Resonanzfall.

307. Bedingung für Resonanz 554
308. Ansteigen der Amplitude bei Resonanz 557
309. Energieverhältnisse 562

§ 3. Resonanzkurven.

310. Resonanzkurven bei schwacher Dämpfung 564
311. Ermittelung der Dämpfung aus der Resonanzkurve bei schwach gedämpften Systemen 568
312. Die Schärfe der Resonanz 572
313. Resonanzkurven bei starker Dämpfung 572
314. Praktische Verwendung von Resonanz und Resonanzkurven . . 574

Kapitel XIV. Gekoppelte Systeme. Extrem lose Koppelung.

315. Verschiedene Arten der Koppelung 577
316. Lose und feste Koppelung 578

§ 1. Wirkung eines Oszillators auf einen geschlossenen Stromkreis.

317. Der Strom im geschlossenen Stromkreis 580
318. Der Wärmeeffekt im Stromkreis 582

§ 2. Einwirkung eines Oszillators auf einen anderen bei extrem loser Koppelung.

319. Erzwungene Schwingungen und Eigenschwingungen. Allgemeiner Fall 584
320. Verlauf der Schwingung bei Isochronität 586
321. Verlauf der Schwingung bei geringer Verschiedenheit der Wechselzahlen 589

§ 3. Resonanzkurven bei der Wirkung eines Oszillators auf einen anderen.

322. Allgemeines 591
323. Die Resonanzkurve des Stromeffekts 592
324. Resonanzkurve des Spannungseffekts 595
325. Resonanzkurve der Maximalamplitude 598
326. Verallgemeinerung 599
327. Resonanzkurven bei zwei Schwingungen im Primärsystem . . 601

§ 4. Demonstration und experimentelle Verwendung der Resonanz.

328. Anordnung für Demonstrationszwecke 602
329. Anordnung für Messungen 606
330. Bestimmung von Wechselzahlen durch Resonanz 609
331. Wechselzahlen des linearen und des Hertz'schen Senders . . . 612
332. Kondensator im Strombauch eines linearen Senders oder einer Spule 613
333. Bestimmung von Selbstinduktionskoeffizienten durch Resonanz 614
334. Bestimmung der Kapazität und Dielektrizitätskonstante durch Resonanz 617
335. Einfluß der Dämpfung auf die Resonanzkurve 619
336. Bestimmung der Dämpfung aus Resonanzkurven 622
337. Energieabsorption in Kondensatoren mit festem Dielektrikum . 625

Digitized by Google

Seite

338. Dämpfung des linearen und des Hertz'schen Senders 626
339. Die Dämpfung von Spulen 628
340. Nachweis der erzwungenen und Eigenschwingungen 631

Kapitel XV. **Gekoppelte Systeme. Allgemeiner Fall.**

§ 1. Koppelung eines Oszillators mit einem geschlossenen Stromkreis.

341. Rückwirkung auf den erregenden Oszillator 634
342. Experimentelle Bestätigung 635
343. Praktische Folgen 637

§ 2. Einwirkung eines Oszillators auf einen anderen bei loser Koppelung.

344. Sekundärsystem mit nicht quasistationärer Strömung 638
345. Dämpfung und Wechselzahl bei Resonanz 641
346. Praktische Folgerungen für den Bau des Primärkreises . . . 644
347. Herstellung reiner Schwingungen durch Koppelung 645
348. Linearer Sender erregt durch Kondensatorkreis 645
349. Ort der Erregung bei nicht quasistationärer Strömung im Sekundärsystem 648
350. Schwingungen von Spulen erregt durch Kondensatorkreis . . 652

§ 3. Zwei Oszillatoren in fester Koppelung.

351. Experimentelles Ergebnis 657
352. Ergebnis der Theorie 660
353. Der Effekt der Schwingungen im Sekundärsystem 663
354. Energieverhältnisse 664
355. Die Maximalamplitude im Sekundärsystem 666
356. Der Tesla-Transformator 671

Kapitel XVI. **Fortpflanzung magnetischer Wellen in Eisenzylindern.**

357. Charakter der früher betrachteten Schwingungen 676
358. Ungleichphasigkeit des magnetischen Felds in Eisenzylindern . 676

§ 1. Allgemeines über fortschreitende Wellen.

359. Graphische Darstellnng von fortschreitenden Wellen 678
360. Fortpflanzungsgeschwindigkeit nnd Wellenlänge 681
361. Absorption 683

§ 2. Beziehungen für magnetische Wellen in Eisenzylindern.

362. Form der Welle 684
363. Phasenverhältnis der verschiedenen Teile der Welle 685
364. Fortpflanzungsgeschwindigkeit 687
365. Absorption 690

§ 3. Praktische Verwendung.

366. Erzeugung eines magnetischen Drehfelds durch fortschreitende magnetische Wellen 692
367. Experimenteller Nachweis des Drehfelds 693
368. Verwendung für Elektrizitätszähler 695

Seite

Kapitel XVII. Elektromagnetische Wellen längs Drähten.

§ 1. Fortschreitende Wellen.

369. Experimenteller Nachweis fortschreitender Wellen 696
370. Praktische Folge 701
371. Die Form der elektromagnetischen Welle 702
372. Phasenverhältnisse 704
373. Allgemeiner Satz 706
374. Fortpflanzungsgeschwindigkeit. I. Grenzfall: Induktanz groß gegen Widerstand 708
375. Fortpflanzungsgeschwindigkeit. II. Grenzfall: Induktanz klein gegen Widerstand 712
376. Absorption 713
377. Praktische Folgerungen: die Pupin'sche Anordnung bei der Telephonie 715
378. Verhältnis der Amplitnden 718
379. Die Energieströmung 719
380. Die Rolle der Drähte und des umgebenden Mediums 720

§ 2. Stehende Wellen.

381. Die Bildung stehender Wellen durch fortschreitende 724
382. Reflexion der Wellen am Drahtende 727
383. Experimentelle Darstellung von stehenden Wellen längs Drähten 728
384. Reflexion an einer Brücke 733
385. Messung von Fortpflanzungsgeschwindigkeit nnd Schwingungszahl durch stehende Wellen 734
386. Stehende Wellen längs Spulen 735
387. Uebergang einer Welle von einem geraden Draht zu einer Spule 738
388. Uebergang einer Welle von Drähten zu Leitern großer Fläche 741
389. Uebergang von einem Medium zum anderen 743

Kapitel XVIII. Erzeugung elektromagnetischer Wellen in Luft.

390. Allgemeines 745

§ 1. Die Wellen des Hertz'schen Oszillators.

391. Das elektrische Feld des ungedämpften Oszillators 747
392. Das magnetische Feld 750
393. Beziehung zwischen elektrischem und magnetischem Feld . . 751
394. Energieströmung 756
395. Das Feld des gedämpften Hertz'schen Oszillators 759

§ 2. Der lineare Oszillator.

396. Die Grundschwingung 764
397. Erste Oberschwingung 767
398. Zweite Oberschwingung 768

§ 3. Strahlende und nichtstrahlende Oszillatoren.

399. Erste Auffassung 770
400. Zweite Auffassung 772

Seite

Kapitel XIX. **Indikatoren für elektromagnetische Wellen.**

401. Allgemeines 774

§ 1. Thermische Indikatoren.

402. Bolometer 775
403. Thermoelement 776

§ 2. Magnetische Indikatoren.

404. Marconi's magnetischer Wellenindikator 778
405. Wellenindikator von Ewing und Walter 782

§ 3. Gasentladungen.

406. Evakuierte Röhren. Leuchteffekte 783
407. Evakuierte Röhren. Leitvermögen 784
408. Funken. Leuchteffekte 787
409. Funken. Leitung 791

§ 4. Unvollkommene Kontakte.

410. Kohärer mit Metallkörnern 792
411. Quecksilberkohärer 796
412. Kohle- bezw. Graphitkohärer (Mikrophonkontakt) 797

§ 5. Elektrolytische Wellenindikatoren.

413. Der Indikator von de Forest 799
414. Der Schlömilch'sche Indikator 800

Kapitel XX. **Die Sender der drahtlosen Telegraphie.**

§ 1. Der Marconi-Sender.

415. Die Form des Senders 802
416. Die Schwingungen 803
417. Die ausgesandten Wellen 804
418. Die Dämpfung der Schwingungen 806
419. Das Verhältnis des Marconi-Senders zu früheren Anordnungen für drahtlose Telegraphie 807
420. Die Bedeutung der Erdverbindung beim Marconi-Sender . . . 810
421. Die Bedeutung der Erde für die Fortpflanzung der Wellen . . 811
422. Steigerung der Wirkung des Marconi-Senders 815

§ 2. Die Braun'schen Anordnungen.

423. Die verschiedenen Formen 821
424. Bedingungen für gute Wirkung 823
425. Form der Schwingung und der Welle 825
426. Konstruktion des Senders. Feste Koppelung 826
427. Konstruktion des Senders. Lose Koppelung 829
428. Das Verhältnis des Braun'schen Senders zum Marconi-Sender . 830
429. Technische Ausführung 833

Seite

§ 3. Hilfsapparate.

430. Unterbrecher 837
431. Induktor und Wechselstromtransformator 840
432. Taster. Stromunterbrechung 845

§ 4. Anordnungen für besondere Zwecke.

433. Mehrfache Transformation 849
434. Mehrere erregende Kondensatorkreise 850
435. Unterteilte Funkenstrecken 854
436. Verwendung ungedämpfter Schwingungen 857
437. Versuche für eine Art gerichteter Telegraphie 858

Kapitel XXI. **Die Empfänger der drahtlosen Telegraphie.**

§ 1. Das einfache Empfangssystem.

438. Die Anordnung 861
439. Der physikalische Vorgang 862

§ 2. Hilfsapparate.

440. Empfangsapparat bei telephonischen Indikatoren 864
441. Empfangsapparat für den rotierenden Quecksilberkohärer . . 867
442. Empfangsapparat für Kohärer 868
443. Schutz des Indikators gegen die Wirkung der Hilfsapparate . 875
444. Schutz des Empfangsapparats gegen die Wirkung des Senders 879
445. Verhältnis der telephonischen Empfangsapparate zu denjenigen mit Kohärer 880

§ 3. Gekoppelte Systeme.

446. Der Marconi'sche Transformator 881
447. Anordnungen für abgestimmte Telegraphie 884
448. Die Wirkung der gekoppelten Empfänger bei loser Koppelung des Senders 890
449. Die Wirkung der gekoppelten Empfänger bei fester Koppelung des Senders 894

§ 4. Allgemeinere Fragen.

450. Die Ergebnisse der abgestimmten Telegraphie 895
451. Verwendung ungedämpfter Schwingungen 899
452. Mechanische Abstimmung 903
453. Orientierte Empfänger 904

Kapitel XXII. **Die Eigenschaften elektromagnetischer Wellen.**

§ 1. Ebene Wellen in homogenem Medium.

454. Allgemeines 906
455. Ebene Wellen in Isolatoren 907
456. Ebene Wellen in Leitern 910
457. Zerlegung und Zusammensetzung ebener Wellen 911

Seite

§ 2. Ebene Wellen an der Grenze zweier homogener Medien.

458. Notwendigkeit einer Reflexion 912
459. Reflexion zwischen Isolatoren 913
460. Brechung in Isolatoren 916
461. Der Polarisationswinkel bei zwei Isolatoren 919
462. Uebergang zwischen Isolator und Leiter 921
463. Stehende Wellen 923

§ 3. Experimentelle Darstellung der Eigenschaften elektromagnetischer Wellen.

464. Apparate 924
465. Reflexion 927
466. Brechung 929
467. Stehende Wellen in Luft 929
468. Metallgitter 930
469. Polarisation 932

§ 4. Die Lichtwellen als elektromagnetische Wellen.

470. Natur der Schwingungen. Polarisationsebene 933
471. Fortpflanzungsgeschwindigkeit 934
472. Brechung in Isolatoren 935
473. Reflexion an Isolatoren 939
474. Reflexion an Metallen 940
475. Stehende Wellen 941
476. Metallgitter 942
477. Zusammenfassung 943

Anmerkungen 945

Tabellen.

I. Dielektrizitätskonstante 989
II. Formeln für Kapazitäten 989
III. Leitvermögen 992
IV. Wert der Größe f 992
V. Kurven zur Berechnung des elektrischen und magnetischen Widerstands und Selbstinduktionskoeffizienten bei Schwingungen . . . 993
VI. Widerstand von Kupferdrähten 994
VII. Einfluß der Dämpfung auf den effektiven Widerstand von Drähten 996
VIII. Formeln für Selbstinduktionskoeffizienten 996
IX. Selbstinduktionskoeffizient p_0 von Drahtkreisen 999
X. Selbstinduktionskoeffizient p_0 von Quadraten 999
XI. Selbstinduktionskoeffizient p_0 eines Rechtecks von 40 cm Breite und 2,25 mm Drahtradius bei verschiedenen Längen 1000
XII. Wechselzahl eines Kondensatorkreises für verschiedene Kapazitäten und Selbstinduktionskoeffizienten 1001
XIII. Einfluß der Dämpfung auf die Wechselzahl von Kondensatorkreisen 1002

Seite

XIV. Wechselzahl n (pro Sekunde) und Wellenlänge λ (in Luft) . . . 1002
XV. Werte von e^{-x} 1004
XVI. Amplitudenverhältnis und Dekrement 1005
XVII. Dämpfung und Funkenwiderstand in Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke 1005
XVIII. Resonanzkurve des Stromeffekts 1008
XIX. Schlagweite und Spannung 1010
XX. Wechselzahl und Koppelungskoeffizient 1012

Namen- und Sachregister 1013

Bezeichnungen.*)

Magnetisches Feld	Elektrisches Feld	Stromfeld
M = Magnetische Feldintensität	E = Elektrische Feldintensität	
$\mathfrak{M}$ = Magnetomotorische Kraft = MMK	$\mathfrak{E}$ = Elektromotorische Kraft = EMK	
$\mathfrak{V}_m$ = Magnet. Spannung	$\mathfrak{V}$ = Elektr. Spannung	
μ = Permeabilität	ε = Dielektrizitätskonstante	σ = Leitvermögen
μ_0 = Permeabilität des Vakuums (der Luft)	ε_0 = Dielektrizitätskonstante des Vakuums (der Luft)	σ_{Hg} = Leitvermögen des Quecksilbers
$\mathfrak{M} = \mu M$ = Magnet. Induktion	$\mathfrak{E} = \varepsilon E$ = Elektr. Induktion	$\mathfrak{S} = \sigma E$ = Strömung
Q_m = Anzahl magnet. Induktionslinien	Q_e = Anzahl elektrischer Induktionslinien	Q_s = Anzahl Stromlinien
W_m = Magnet. Energie	W_e = Elektrische Energie	i = Strom
m = Magnetische Menge	e = Elektrische Menge (Ladung)	

L = Leistung (Effekt)
n = Wechselzahl (pro Sekunde)
t = Zeit
T = ganze Periode einer Schwingung
φ = Phasenwinkel
ω = Fortpflanzungsgeschwindigkeit
ω_0 = Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Vakuum (in Luft)
λ = Wellenlänge
δ = Dämpfungsfaktor
ϑ = (logarithmisches) Dekrement
α = Absorptionskoeffizient
K = Koppelungskoeffizient
n = Brechungsexponent
$\mathfrak{A}_0$ = Amplitude der oszillatorischen Größe $\mathfrak{A}$
$\mathfrak{A}'$ = Zunahme der zeitlich veränderlichen Größe $\mathfrak{A}$ pro Sekunde = Geschwindigkeit der Zunahme von $\mathfrak{A}$
e = Basis der natürlichen Logarithmen
$\pi = 3{,}14159\ldots$
$\imath = \sqrt{-1}$
v = Vom Maßsystem abhängige Konstante
$\backsim$ = proportional

bei stationärem Zustand:

w = Widerstand, p = Selbstinduktionskoeffizient, c = Kapazität, w_m = Magnetischer Widerstand, p_m = Magnetischer Selbstinduktionskoeffizient,

bei Schwingungen:

$\mathfrak{w}$ = Widerstand, $\mathfrak{p}$ = Selbstinduktionskoeffizient, z bezw. $\mathfrak{z}$ = Impedanz, $\mathfrak{c}$ = Kapazität, $\mathfrak{w}_m$ = Magnetischer Widerstand, $\mathfrak{p}_m$ = Magnetischer Selbstinduktionskoeffizient, z_m bezw. $\mathfrak{z}_m$ = Magnetische Impedanz.

*) An einigen wenigen Stellen, wo es ausdrücklich angegeben und keine Verwechslung möglich ist, sind diese Bezeichnungen in anderer Bedeutung gebraucht.

Kapitel I.

Die Beziehungen des elektromagnetischen Feldes[1]).

§ 1. Die Größen des elektrischen bezw. magnetischen Feldes.

1. Feldintensität.

Wenn in einem Raum auf Körper, welche Träger elektrischer Ladungen (bezw. magnetischer Mengen) sind, Kräfte wirken, so pflegt man zu sagen: in dem Raum sei ein „*elektrisches* (bezw. *magnetisches*) *Feld*“ vorhanden.

a. Als elektrische (bezw. magnetische) *Feldintensität* E (bezw. M) in irgend einem Punkte des elektrischen (bezw. magnetischen) Feldes bezeichnet man diejenige Kraft, welche ein mit der positiven elektrischen (bezw. magnetischen) Menge 1*) versehener Körper an der betreffenden Stelle erfährt.

b. Wie einer mechanischen Kraft kommt der Feldintensität außer einer bestimmten Größe auch eine bestimmte Richtung zu[2]). Ebenso gilt für Zusammensetzung und Zerlegung von Feldintensitäten genau dasselbe wie für Zusammensetzung und Zerlegung mechanischer Kräfte.

c. Trägt ein Körper nicht die elektrische (bezw. magnetische) Menge $+1$, sondern die elektrische Menge $+e$ (bezw. magnetische Menge $+m$), so wirkt auf ihn im elektrischen Feld mit der Feldintensität E die Kraft eE (bezw. im magnetischen Feld mit der magnetischen Feldintensität M die Kraft mM). Die Kraft, welche auf die elektrische Menge $-e$ (bezw. magnetische Menge $-m$) wirkt, ist gleich aber entgegengesetzt gerichtet der auf die elektrische Menge $+e$ (bezw. die magnetische Menge $+m$) wirkenden.

*) Wie die Einheit der elektrischen bezw. magnetischen Menge definiert ist, darauf soll hier nicht eingegangen werden. — Positive magnetische Menge ist gleichbedeutend mit Nord-, negative magnetische Menge mit Südmagnetismus.

2. Vorzeichen eines Feldes.

In demselben Raume sollen nacheinander zwei Felder vorhanden sein. Die Feldintensität in irgend einem beliebigen Punkte soll in beiden Feldern dieselbe Größe, aber genau entgegengesetzte Richtung haben. Dann soll im folgenden zur Vermeidung von Weitläufigkeiten gesagt werden: die beiden Felder haben dieselbe Größe und Richtung, aber entgegengesetztes Vorzeichen.

3. Spannung und elektromotorische bezw. magnetomotorische Kraft.

Bei der Verschiebung jedes Körpers, auf den Kräfte wirken, wird Arbeit geleistet.

a. Die Arbeit, welche vom elektrischen Feld geleistet wird, wenn die elektrische Menge $+1$ von einem Punkte A nach einem Punkte B verschoben wird, bezeichnet man als elektrische „*Spannung*“ des Punktes A gegen den Punkt B ($\equiv \mathfrak{V}$)[3]). Die entsprechende Arbeit im

Fig. 1.

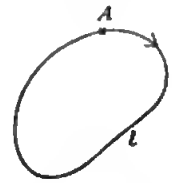


Fig. 2

magnetischen Feld wird seltener magnetische Spannung ($\equiv \mathfrak{V}_m$) genannt. Es gibt Fälle, in denen die Arbeit von dem Weg, auf dem die Verschiebung von A nach B erfolgt, abhängt. Wenn im folgenden von der Spannung eines Punktes A gegen einen Punkt B oder — falls es auf das Vorzeichen nicht ankommt — von der Spannung zwischen den Punkten A und B die Rede ist, so ist der Weg, auf dem man die elektrische (bezw. magnetische) Menge $+1$ von A nach B gebracht denkt, entweder gleichgültig oder angegeben.

b. Als Spannung in einem Punkte A schlechthin bezeichnet man die Arbeit, welche geleistet wird, wenn die elektrische (bezw. magnetische) Menge $+1$ von dem Punkte A nach solchen Teilen des Raumes sich bewegt, in denen ein elektrisches (bezw. magnetisches) Feld nicht vorhanden ist.

c. Bewegt sich ein Körper mit der elektrischen (bezw. magnetischen) Menge $+1$ in einem elektrischen (bezw. magnetischen) Feld auf einer geschlossenen Kurve l von einem Punkte A desselben bis wieder zurück zu A, so soll die dabei geleistete Arbeit

elektromotorische (bezw. *magnetomotorische*) *Kraft* (EMK $\equiv \mathfrak{S}$ bezw. MMK $= \mathfrak{M}$) längs der Kurve $\mathfrak{l}$ heißen.

EMK bezw. MMK bedeuten also für eine geschlossene Kurve genau dasselbe, wie Spannung für eine bestimmte Strecke.

d. Die praktische Einheit der elektrischen Spannung und EMK ist das *Volt*. Es ist ungefähr die Spannung, die zwischen den Polen eines Daniellelementes (= 1,1 Volt) herrscht.

4. Beispiele.

a. In einem *„homogenen"* Felde, d. h. in einem solchen, in welchem die Feldintensität E in jedem Punkte dieselbe Größe und Richtung hat, gilt für die Spannung $\mathfrak{P}$ zwischen zwei Punkten A und B

$$\mathfrak{P} = E\,\mathfrak{l},$$

wenn $\mathfrak{l}$ der Abstand der Punkte A und B ist und die Gerade $\mathfrak{l} = AB$ die Richtung der Feldintensität hat.

b. Dasselbe gilt in einem *„zylindrischen"* Feld, d. h. in einem Felde, in welchem die Richtung der Feldintensität überall dieselbe und parallel einer bestimmten Geraden, der „Achse" des Feldes, ist, während die Größe der Feldintensität von Punkt zu Punkt variiert, aber dieselbe ist für alle Punkte, welche denselben Abstand von der Achse des Feldes haben.

c. Das *„zyklische"* Feld hat mit dem zylindrischen gemeinsam, daß die Größe der Feldintensität in allen Punkten, die von einer bestimmten Geraden, der „Achse" des Feldes, denselben Abstand haben, dieselbe ist. Es unterscheidet sich vom zylindrischen dadurch, daß die Richtung der Feldintensität nicht parallel, sondern senkrecht zur Achse des Feldes ist.

Nimmt man in einem solchen Feld als Kurve $\mathfrak{l}$ [**3c**] einen Kreis mit dem Radius ρ, dessen Mittelpunkt auf der Achse, dessen Ebene senkrecht zur Achse liegt, so folgt aus **1a** und **3c** unmittelbar für die EMK $\mathfrak{S}$ längs dieses Kreises

$$\mathfrak{S} = \mathfrak{l}E = 2\pi\rho \,.\, E,$$

bezw., wenn es sich um ein magnetisches Feld handelt, für die MMK längs dieses Kreises

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{l}M = 2\pi\rho \,.\, M$$

($\mathfrak{l}$ = Länge des Kreises $= 2\pi\rho$).

Digitized by Google

§ 2. Experimentelle Ermittelung der Feldintensität.

5. Magnetische Feldintensität.

Die prinzipiell einfachste Methode, um die Richtung der magnetischen Feldintensität an einer Stelle zu ermitteln, ist die, eine kleine Magnetnadel an die betreffende Stelle zu bringen. Man ist bis zu einem gewissen Grade berechtigt anzunehmen, daß eine Magnetnadel an dem einen Ende eine gewisse magnetische Menge $+m$, an dem anderen Ende eine ebenso große magnetische Menge $-m$ trägt. Es folgt also aus der Definition der magnetischen Feldintensität und einfachen mechanischen Prinzipien, daß die Nadel sich in die Richtung der magnetischen Feldintensität einstellen muß. Die Verwendung der Magnetnadel hat außerdem den Vorteil, daß man durch dieselbe auch über das Vorzeichen des Feldes orientiert wird: die Richtung, nach welcher die positive magnetische Menge (der Nordpol) der Nadel zeigt, ist die positive Richtung des Feldes. Dieser Vorteil ist aber gleichzeitig ihr Nachteil. Sobald es sich um magnetische Felder handelt, deren Vorzeichen sehr rasch wechselt, wird die Magnetnadel im allgemeinen unbrauchbar: sie ist, wenn nicht besondere Vorkehrungen getroffen werden, viel zu träge, um einem raschen Vorzeichenwechsel zu folgen.

Zur Ermittelung der Richtung solcher Felder können folgende Mittel gebraucht werden.

a. *Eisenstäbchen.* Ein nach allen Seiten drehbares Eisenstäbchen stellt sich in die Richtung der magnetischen Feldintensität an der betreffenden Stelle ein. Wird es aus dieser Richtung herausgedreht, so gibt das Drehmoment, welches die Nadel in die Richtung des Feldes zurückzudrehen sucht, ein Maß auch für die Größe der Feldintensität an der betreffenden Stelle, und zwar ist es $\sim M^2$.[4])

Ist das Eisenstäbchen nur um eine Achse drehbar, so kann natürlich nur die Richtung und Größe derjenigen Komponente der Feldintensität bestimmt werden, welche in der zur Achse senkrechten Ebene liegt, z. B. mit einem an einem Kokonfaden aufgehängten Stäbchen nur die Richtung der horizontalen Komponente des Feldes.

b. *Eisenpulver oder -feile* auf eine Ebene (Zeichenpapier) gestreut, ordnet sich in Linien an, deren Richtung mit der Richtung der magnetischen Feldintensität in der betreffenden Ebene zusammenfällt, deren Verlauf also die Richtung der Feldintensität in der ganzen Ebene wiedergibt.

c. *Die Braun'sche Röhre*[5]). Die Gestalt der evakuierten Röhre

ist aus der nebenstehenden Fig. 3 zu entnehmen. K ist die Kathode, A die Anode, D ein kreisförmiges Diaphragma, S ein Schirm, der mit einer lumineszierenden Substanz bestrichen ist. Aus den Kathodenstrahlen, die, am besten durch eine Influenzmaschine erregt, von der Kathode K ausgehen, wird durch das Diaphragma D ein schmales

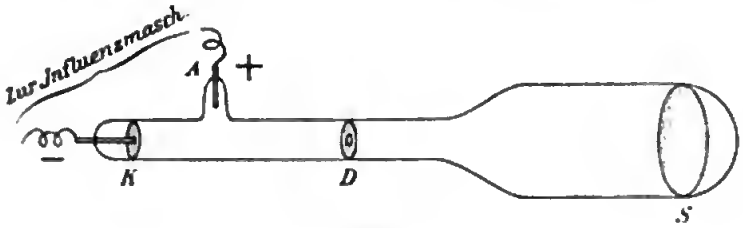


Fig. 3.

Bündel ausgeschnitten, welches auf dem Schirm S einen hellen Lumineszenzfleck F erzeugt. Wirkt ein magnetisches Feld senkrecht zur Röhrenachse auf das Kathodenstrahlenbündel, so wird dasselbe und damit auch der Lumineszenzfleck senkrecht zur Richtung des Feldes abgelenkt. Ist die Richtung des Feldes diejenige des Pfeils in Fig. 4 (Ansicht der der Kathode abgewandten Seite des Schirms), so ist die Richtung, in welcher der Fleck aus seiner Ruhelage F abgelenkt wird, FF′. Wechselt das Feld sein Vorzeichen, so erfolgt die Ablenkung des Flecks in entgegengesetzter Richtung. Die Größe der Ablenkung ist proportional der Größe der Feldintensität.

Die Braun'sche Röhre ist nur verwendbar für eng konzentrierte magnetische Felder, wie sie z. B. zwischen zwei einander nahe liegenden, koaxialen Spulen, die von demselben Strom durchflossen sind, entstehen [30c]. Sie besitzt aber den großen Vorteil, daß in demjenigen Gebiet, in welchem die Röhre aus anderen

Fig. 4.

Gründen überhaupt verwendbar ist, das Kathodenstrahlenbündel jeder zeitlichen Veränderung des magnetischen Feldes ohne nachweisbare Trägheit folgt. Die augenblickliche Stellung des Flecks gibt also ein unbedingt richtiges Bild von der magnetischen Feldintensität in dem betreffenden Momente, und zwar nach Größe und Richtung.

d. Induktionswirkungen s. 67.

6. Elektrische Feldintensität.

a. *Metallstäbchen.* Ein ungeladenes drehbares Metallstäbchen verhält sich im elektrischen Feld genau wie ein Eisenstäbchen im magnetischen [5a]. Es kann also durch dasselbe Richtung und Größe der elektrischen Feldintensität an irgend einer Stelle des Feldes bestimmt werden, die Größe insofern, als das Drehmoment, welches das Stäbchen erfährt, wenn es nicht in der Richtung der elektrischen Feldintensität steht, $\sim E^2$ ist[6]).

b. Analog dem Verfahren mit Eisenpulver [5b] kann man, um die Richtung der Feldintensität in einer ganzen Ebene zur Darstellung zu bringen, Pulver aus Leitern oder Halbleitern verwenden. Besonders eignen sich dazu Chininsulfat und Glyzin in Terpentinöl suspendiert[7]). Sie liefern vom elektrischen Feld ein ähnliches Bild wie Eisenpulver vom magnetischen. Es ist indes nicht ganz so einfach durch die angegebenen Mittel ebenso saubere Bilder vom elektrischen Feld zu erhalten, wie man sie leicht durch Eisenpulver vom magnetischen bekommt.

c. *Braun'sche Röhre.* Wie die Braun'sche Röhre der in 5c beschriebenen Form konstanten elektrischen Feldern gegenüber sich verhält, kann folgender einfache Versuch zeigen.

Zwei parallele und gleich große Metallplatten c_1 und c_2 (Fig. 5) können durch eine Wippe W mit den beiden Belegungen einer geladenen Leidener Batterie L verbunden werden. Sind sie verbunden, so besteht zwischen den Platten ein annähernd homogenes elektrisches Feld*), dessen Richtung senkrecht zur Plattenebene ist. Wird zwischen die Metallplatten eine Braun'sche Röhre (vgl. Fig. 5) gebracht und c_2 mit der positiven, c_1 mit der negativen Belegung der Leidener Batterie verbunden, so wird der Lumineszenzfleck der Braun'schen Röhre abgelenkt. und zwar in Fig. 5 nach rechts. Er bleibt aber nicht abgelenkt, sondern kehrt allmählich in seine Ruhelage zurück**). Wird durch Umlegen der Wippe die Ladung der Platten kommutiert, so erfolgt die Ablenkung des Lumineszenzflecks nach links, und zwar ebenso weit wie vorher nach rechts. Die Ablenkung bleibt aber auch hier nicht bestehen. Wird die Spannung zwischen den Belegungen der Platten und damit zwischen c_1 und c_2 verdoppelt oder verdreifacht, so wird auch die erste Ablenkung zweimal bezw. dreimal so groß.

*) Man kann sich davon durch ein Metallstäbchen, das an einem Kokonfaden zwischen den Platten aufgehängt wird, leicht überzeugen.

**) Influenzmaschine sehr langsam drehen!

Daraus folgt aber nach 1:

(1) Die Richtung der Ablenkung ist gerade entgegengesetzt der Richtung der elektrischen Feldintensität: die Kathodenstrahlen verhalten sich wie negativ geladene Körper.

(2) Die Größe der ersten Ablenkung ist proportional der Feldintensität.

Daß die Ablenkung nicht bestehen bleibt, sondern der Fleck allmählich wieder in seine Ruhelage zurückgeht, hat seinen Grund darin, daß das elektrische Feld im Innern der Kathodenstrahlenröhre durch die Wirkung der Kathodenstrahlen selbst vernichtet wird. Aus

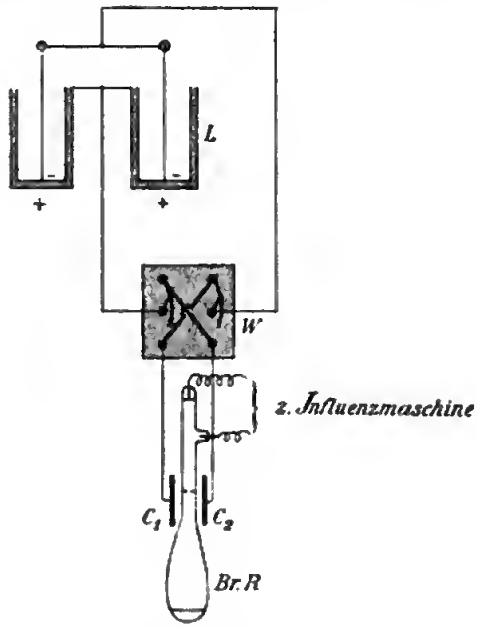


Fig. 5.

diesem Grunde ist die Braun'sche Röhre in der in 5c geschilderten Form für konstante elektrische Felder nicht brauchbar[8]). Soll sie dafür gebraucht werden, so ist das Glasdiaphragma D (Fig. 3) durch ein metallenes, das gleichzeitig als Anode dient, zu ersetzen. Bei einer solchen Röhre bleibt die Ablenkung durch ein konstantes elektrisches Feld auch konstant[9]).

Für veränderliche elektrische Felder ist aber auch die in 5c besprochene Form der Braun'schen Röhre brauchbar, wenn nur die Aenderungen des Feldes so rasch erfolgen, daß die erwähnte Rückkehr des Flecks in seine Ruhelage keine Rolle spielt.

d. Elektrische Strömung in Leitern, welche in das elektrische Feld gebracht werden [vgl. 22].

§ 3. Graphische Darstellung der Feldintensität.

7. Intensitätslinien.

Wenn die Feldintensität im ganzen Raume bekannt ist, so kann man sich nach dem Vorgange von Faraday ein sehr anschauliches Bild vom ganzen Felde konstruieren.

a. Um die Richtung der Feldintensität im ganzen Raume zur Darstellung zu bringen, zieht man Linien — die *„Intensitätslinien"* —, deren Richtung in jedem Punkte zusammenfällt mit der Richtung der Feldintensität in dem betreffenden Punkte. Man ahmt also im Raume (tatsächlich natürlich fast stets in der Ebene) das nach, was die in **5b** und **6b** geschilderten experimentellen Methoden direkt liefern.

Das Vorzeichen des Feldes, d. h. die Richtung, in welcher eine positive elektrische (bezw. magnetische) Menge getrieben würde, soll stets durch einen Pfeil an den Intensitätslinien markiert werden.

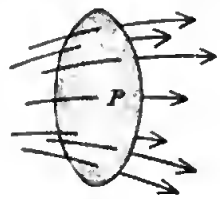


Fig. 6.

b. Die Größe der Feldintensität wird durch die Dichte der Intensitätslinien zur Anschauung gebracht. Ist die Feldintensität an irgend einer Stelle P des Raumes $= E$ (bezw. M), so zeichnet man die Intensitätslinien an der betreffenden Stelle so dicht, daß ES (bezw. MS) solcher Linien durch eine Fläche von S cm² hindurchgehen, wenn diese Fläche senkrecht zu den Intensitätslinien ins Feld gestellt wird (Fig. 6), oder daß E bezw. M Intensitätslinien durch 1 cm² hindurchgehen würden. E und M bedeuten also jetzt auch die Dichte der elektrischen bezw. magnetischen Intensitätslinien.

8. Beispiele*).

a. In einem homogenen Feld [**4a**] sind die Intensitätslinien Gerade, welche in allen Teilen des Feldes gleiche Richtung und gleichen Abstand voneinander haben.

*) Die hier und in **9**, **10**, **11** angegebenen Sätze sind entweder unmittelbar aus der Definition klar oder auf elementar geometrischem Wege zu beweisen, wenn man bedenkt, daß man in der unmittelbaren Umgebung eines Punktes die Intensitätslinien stets als Gerade, jedes Feld als homogen betrachten darf.

b. In einem zylindrischen Feld sind die Intensitätslinien ebenfalls parallele Gerade; der Abstand derselben variiert aber je nach der Entfernung von der Achse des Feldes.

c. In einem zyklischen Felde sind die Intensitätslinien Kreise, deren Mittelpunkt auf der Achse des Feldes, deren Ebene senkrecht zur Achse liegt.

9. Folgerung.

In ein homogenes Feld, dessen Feldintensität M bezw. E ist, werde eine ebene, beliebig begrenzte Fläche von S cm^2 so hineingelegt, daß die Normale N dieser Fläche mit der Richtung der Inten-

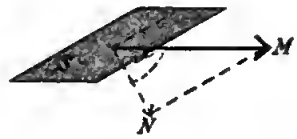


Fig. 7.

sitätslinien an der betreffenden Stelle den Winkel ϑ bildet (Fig. 7). Dann ist die Anzahl der durch die Fläche hindurchtretenden Intensitätslinien

$$= E S \cos \vartheta$$

bezw.

$$= M S \cos \vartheta.$$

Das gilt für ein beliebiges Feld mit umso größerer Annäherung, je mehr man berechtigt ist, das Feld auf der ganzen Fläche als homogen zu betrachten, d. h. unter sonst gleichen Umständen, je kleiner die Fläche S ist[10]).

10. Niveauflächen.

Solche Flächen, welche von den Intensitätslinien überall senkrecht geschnitten werden, nennt man „Niveauflächen".

a. Aus dieser Definition und derjenigen der Spannung [3] folgt: alle Punkte, welche auf derselben Niveaufläche liegen, haben dieselbe Spannung.

b. Beispiele: Die Niveauflächen im homogenen, zylindrischen und zyklischen Feld sind Ebenen, und zwar beim zyklischen Feld Ebenen durch die Achse des Feldes, beim zylindrischen senkrecht zur Achse.

11. Zusammensetzung und Zerlegung von Feldern.

In einem Raume sollen gleichzeitig zwei Felder M_1 und M_2 (bezw. E_1 und E_2) vorhanden, ihre Intensitätslinien auch bezüglich der

Dichte richtig gezogen sein. Man erhält dann die Intensitätslinien des resultierenden Feldes M (bezw. E) richtig in folgender Weise: Man ziehe in den kleinen Vierecken (Parallelogrammen), welche durch die Intensitätslinien der beiden Felder gebildet werden, in der

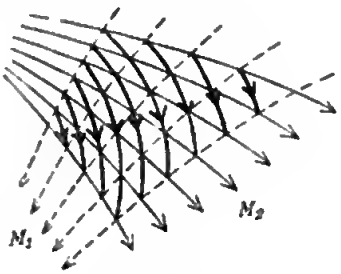


Fig. 8.

aus Fig. 8 ersichtlichen Weise die Diagonalen. Die Gesamtheit dieser Diagonalen sind nach Dichte und Richtung die Intensitätslinien des resultierenden Feldes[11]).

In ähnlicher Weise lassen sich drei und mehr Felder zu einem einzigen vereinigen oder auch ein einziges in zwei oder drei zerlegen.

§ 4. Statisches Feld in homogenem Medium.

12. Erzeugung eines statischen Feldes.

Die Tatsache, daß in der Umgebung elektrisch geladener Körper auf andere ebenfalls elektrisch geladene Körper Kräfte ausgeübt werden, die z. B. eine kleine positiv geladene Kugel von einem positiv geladenen Körper zu entfernen suchen, heißt nach 1: ein elektrisch geladener Körper erzeugt in seiner Umgebung ein elektrisches Feld. Ebenso erzeugen bekanntlich solche Körper, welche magnetische Mengen enthalten — als solche hat man insbesondere Stahlmagnete, speziell die als Pole bezeichneten Partien zu betrachten [vgl. 5] — ein magnetisches Feld.

Ein solches Feld, das von konstanten elektrischen bezw. magnetischen Mengen — von konstanten elektrischen Ladungen bezw. permanenten Magneten — herrührt, bezeichnet man als statisches.

13. Verlauf der Intensitätslinien.

Befinden sich die das Feld erzeugenden elektrischen bezw. magnetischen Mengen und ihre Träger in einem homogenen Medium, z. B. in Luft, so gelten bezüglich des Verlaufs der Intensitätslinien folgende Regeln:

a. Alle elektrischen Intensitätslinien entspringen an den positiv, münden an den negativ geladenen Körpern.

Ebenso entspringen die magnetischen Intensitätslinien an denjenigen Stellen, an welchen sich positive (nord-) magnetische Mengen, münden an denjenigen Stellen, an denen sich negative (süd-) magnetische Mengen befinden.

b. Intensitätslinien, welche geschlossene Kurven bilden*), gibt es in statischen Feldern nicht[12]).

c. Es mögen die Träger der elektrischen Mengen Leiter, diejenigen der magnetischen Mengen Stahlmagnete sein. Dann gilt exakt für das durch die elektrischen Mengen hervorgerufene Feld: die elektrischen Intensitätslinien treten aus den Leitern senkrecht zu deren Oberfläche aus bezw. münden ebenso auf ihnen. Analog gilt, aber nur annähernd, für das durch die magnetischen Mengen hervorgerufene Feld: die magnetischen Intensitätslinien stehen senkrecht auf der Oberfläche der Stahlmagnete, aus denen sie austreten oder auf denen sie einmünden.

Mit Hilfe dieser Regeln ist es in vielen Fällen möglich, sich ein ungefähres Bild von dem Verlauf der Intensitätslinien zu machen. Eine Illustration für die Richtigkeit derselben gibt die Fig. 9, welche das Feld zwischen den entgegengesetzten Polen zweier rechteckiger

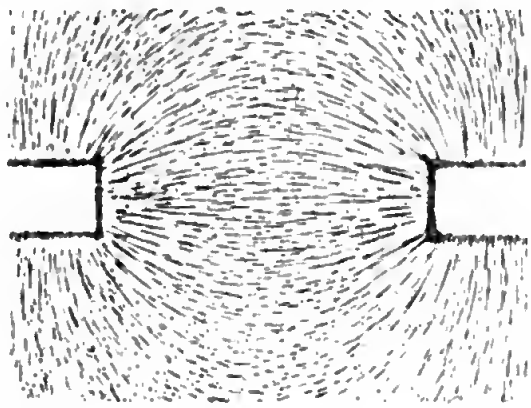


Fig. 9

Stabmagnete darstellt. Sie zeigt, daß die durch das Eisenpulver gebildeten Linien da, wo sie sich an die Stabmagnete selbst angelegt haben, fast genau senkrecht zur Oberfläche derselben verlaufen.

d. Aus **c** und **10** folgt für statische Felder: alle Punkte auf der Oberfläche eines geladenen Leiters haben dieselbe Spannung. Man

*) Z. B. Kreise [8c].

kann also von dieser gemeinsamen Spannung aller Punkte als von der Spannung des Leiters reden.

14. Beispiele.

a. *Kugel.* Aus **13c** und aus Symmetriegründen folgt: die Intensitätslinien einer elektrisch geladenen, aus einem Leiter bestehenden Kugel sind Gerade, welche durch den Kugelmittelpunkt gehen. Aus Symmetriegründen muß die Dichte derselben in demselben Abstand vom Kugelmittelpunkt dieselbe sein.

b. *Kondensator.* Unter einem Kondensator versteht man im einfachsten Falle zwei einander nahestehende, parallele, gleich große Platten, von denen die eine mit einer positiven, die andere mit einer ebenso großen negativen Ladung versehen ist (Fig. 10).

Fig. 10.

Da die Intensitätslinien an der positiven Platte senkrecht entspringen, an der negativen senkrecht münden müssen [**13c**], so können dieselben in dem Raume zwischen den Platten kaum anders verlaufen als untereinander parallel und senkrecht zu den Platten. Daß das richtig ist, zeigte der Versuch **6c**.

Durch das in **6a** angegebene Verfahren oder durch Rechnung ergibt sich:

(1) Das Feld zwischen den Platten ist auch überall, abgesehen von den in der Nähe des Plattenrandes gelegenen Partien, homogen; die Intensitätslinieu zwischen den Platten haben also gleichen Abstand voneinander;

(2) die Feldintensität außerhalb des Raumes zwischen den Platten ist nur sehr gering; demnach entspringen oder münden Intensitätslinien auf der Außenseite der Platte nicht in einigermaßen beträchtlicher Zahl. Die Intensitätslinien sind also im wesentlichen auf den Raum zwischen den Platten beschränkt.

15. Dichte der Intensitätslinien. Dielektrizitätskonstante, Permeabilität.

a. Die Frage, in welcher Beziehung die Anzahl der Intensitätslinien, die von einer elektrischen oder magnetischen Menge ausgesandt werden, zu dieser elektrischen bezw. magnetischen Menge stehen, läßt sich für ein bestimmtes Medium sehr einfach beantworten. Die Anzahl J_e der elektrischen Intensitätslinien, die von einer elektrischen Menge $+e$ ausgesandt werden bezw. in ihr einmünden, ist der elektrischen Menge e proportional. Dasselbe gilt für die An-

zahl J_m der magnetischen Intensitätslinien im Verhältnis zu der magnetischen Menge m, der sie ihren Ursprung verdanken. Man kann also schreiben:

$$J_e = \alpha \cdot e,$$
$$J_m = \beta \cdot m,$$

wenn α und β Proportionalitätsfaktoren bedeuten.

b. Die Erfahrung zeigt nun, daß z. B. eine mit einer bestimmten Elektrizitätsmenge e geladene Kugel eine andere Anzahl Intensitätslinien aussendet, wenn sie in Luft, als wenn sie in Oel oder einem anderen Isolator sich befindet. Entsprechendes gilt auf magnetischem Gebiet. Daraus folgt: die Proportionalitätsfaktoren α und β sind für verschiedene Medien verschieden, sind also Konstanten des Mediums.

c. Es ist gebräuchlich, α durch $\frac{1}{\varepsilon}$, β durch $\frac{1}{\mu}$ zu ersetzen, und ε die *Dielektrizitätskonstante*, μ die *Permeabilität* des Mediums zu nennen. Führt man diese Größen in die Gleichungen oben ein, so gehen sie über in:

$$\varepsilon J_e = e,$$
$$\mu J_m = m.$$

d. In Tabelle I am Schluß des Buches sind für die wichtigsten Stoffe die Werte der Dielektrizitätskonstanten bezw. der Größe von $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ angegeben (ε_0 = Dielektrizitätskonstante des Vakuums oder damit nahezu identisch der Luft). Der Wert von ε_0 hängt von der Wahl des Maßsystems ab*).

Ueber die Dielektrizitätskonstante von Leitern vgl. **68 a.**

e. Die Permeabilität μ der meisten Körper ist nur wenig von μ_0, der Permeabilität der Luft, verschieden, zum Teil etwas größer, zum Teil etwas kleiner (Körper der letzteren Art werden als „diamagnetisch“ bezeichnet). Eine Ausnahme bilden Eisen, Stahl, Nickel und Kobalt, sog. „ferromagnetische“ Körper. Ihre Permeabilität ist sehr viel größer als diejenige der Luft, variiert aber sehr mit dem Material und auch mit der Feldintensität. Die Permeabilität von weichem Eisen kann bis etwa 3000-, in Ausnahmefällen bis etwa 4600-, diejenige von minderwertigem Gußeisen etwa 300mal größer sein als diejenige der Luft.

*) Im absoluten elektromagnetischen Maßsystem wird willkürlich $4\pi\mu_0 = 1$. $4\pi\varepsilon_0 = \frac{1}{9 \cdot 10^{20}} \cdot \left(\frac{\text{sec}}{\text{cm}}\right)^2$ gesetzt. Dieses System führt, wenn Länge, Maß und Zeit in Zentimeter, Gramm und Sekunden ausgedrückt sind, den Namen C.G.S.-System.

16. Magnetische und elektrische Induktion.

a. Eine isolierte Metallkugel werde mit der elektrischen Menge e geladen. Um dieselbe denke man sich eine größere konzentrische Kugel mit der Oberfläche S gelegt. Dann gilt einerseits für die Zahl der durch die Oberfläche S hindurchtretenden Intensitätslinien J_e nach **7b** und **14a**

$$J_e = E\,S,$$

anderseits ist nach **15c**

$$\varepsilon J_e = e.$$

Beides zusammen ergibt

$$\varepsilon E \,.\, S = e.$$

Unter denselben Umständen würde für eine Kugel, wenn in derselben die magnetische Menge m gleichförmig verteilt wäre, gelten:

$$\mu M \,.\, S = m.$$

Es ist üblich, für die Größen εE und μM besondere Zeichen und Benennungen einzuführen. Es wird im folgenden

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon E = \mathfrak{E} \text{ als elektrische} \\ \mu M = \mathfrak{M} \text{ als magnetische} \end{array}\right\} \text{„}\textit{Induktion}\text{“}^{13}\text{) bezeichnet.}$$

Mit Hilfe dieser Größen gehen die Gleichungen oben über in

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{E} \,.\, S = e \\ \mathfrak{M} \,.\, S = m \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

b. Man kann die elektrische bezw. magnetische Induktion ebenso durch Linien darstellen, wie die Feldintensität [7]. Für diese Linien ist der richtige Name elektrische bezw. magnetische *„Induktionslinien“*; häufig wird statt dessen der Name „Kraftlinien“ gebraucht.

Ihr Verhältnis zu den Intensitätslinien ergibt sich aus **a** unmittelbar. Da E und $\mathfrak{E}$, M und $\mathfrak{M}$ sich nur um die Faktoren ε bezw. μ unterscheiden, so erhält man aus den Intensitätslinien die Induktionslinien, indem man die Dichte der Intensitätslinien im Verhältnis $\varepsilon : 1$ bezw. $\mu : 1$ vergrößert. Die Richtung der Induktions- und Intensitätslinien ist also dieselbe, nur die Dichte ist verschieden.

Was also in **8** bis **14** von den Intensitätslinien angegeben wurde, gilt unverändert auch für die Induktionslinien.

c. Daß die Benützung der Induktionslinien an Stelle der Intensitätslinien Vorteile bietet, zeigt sich sofort. In den Gleichungen oben ist $\mathfrak{E} \,.\, S$ (bezw. $\mathfrak{M} \,.\, S$) nichts anderes als die Anzahl der durch die

Fläche S hindurchtretenden elektrischen bezw. magnetischen Induktionslinien, da ja $\mathfrak{E}$ (bezw. $\mathfrak{M}$) gleichzeitig die Dichte der elektrischen bezw. magnetischen Induktionslinien bezeichnet wie E (bezw. M) die Dichte der Intensitätslinien [7b].

Führt man also für diese Induktionslinienzahl die Bezeichnung Q_e (bezw. Q_m) ein, so gehen die Gl. (1) über in

$$\left.\begin{aligned} Q_e &= e \\ Q_m &= m \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)^{14})$$

Der Wert dieser Gleichungen liegt darin, daß sie nicht nur in dem hier angenommenen einfachen Beispiel, sondern, wie die Theorie zeigt, ganz allgemein gelten. Besitzt ein Körper die elektrische Menge $+e$, so entspringen auf ihm e elektrische Induktionslinien; besitzt er die magnetische Menge $+m$, so entspringen auf ihm m magnetische Induktionslinien[15]). Entsprechendes gilt für das Einmünden der Induktionslinien, wenn die elektrischen bezw. magnetischen Mengen negatives Vorzeichen haben.

d. Die Anzahl elektrischer bezw. magnetischer Induktionslinien, Q_e bezw. Q_m, welche eine Fläche durchsetzen, wird häufig als *„Induktionsfluß"* durch die Fläche bezeichnet.

e. *Beispiel: Das elektrische Feld einer geladenen Kugel.* Eine Kugel sei mit der elektrischen Menge $+e$ geladen. Man denke sich um dieselbe eine zweite konzentrische Kugel (Radius r, Oberfläche S) gelegt, auf der nach **14a** die elektrische Feldintensität überall dieselbe Größe und Richtung (senkrecht zu S) hat. Für den elektrischen Induktionsfluß Q_e durch die Oberfläche S hindurch ist dann einerseits nach **a**, Gl. (1)

$$Q_e = \mathfrak{E} \,.\, S = \varepsilon E \,.\, 4\pi r^2$$

(ε = Dielektrizitätskonstante des Mediums, in welchem sich die geladene Kugel befindet); anderseits nach Gl. (2)

$$Q_e = e,$$

woraus folgt:

$$E = \frac{e}{4\pi\varepsilon \,.\, r^2}.$$

Die elektrische Feldintensität ist also direkt proportional der elektrischen Ladung e, umgekehrt proportional dem Quadrat des Abstands r und umgekehrt proportional der Dielektrizitätskonstanten des Mediums.

17. Kapazität eines Kondensators.

a. Die Platten eines Kondensators [**14b**] mögen die Fläche S, den Abstand $\mathfrak{l}$ und die elektrische Ladung $+e$ bezw. $-e$ besitzen. Die Spannung zwischen beiden Platten sei $\mathfrak{V}$, die Dielektrizitätskonstante des Raumes zwischen den Platten ε.

Dann ist einerseits [16]

$$e = Q_e = \mathfrak{E} \,.\, S = \varepsilon E \,.\, S$$

(Q_e = Anzahl der elektrischen Induktionslinien, die von der positiven zur negativen Platte hinübertreten).

Andererseits, da nach **14b** das elektrische Feld auf den Raum zwischen den Platten beschränkt und dort nahezu homogen ist, gilt nach **4a**

$$E = \frac{\mathcal{V}}{l}.$$

Daraus folgt

$$e = Q_e = \frac{S \,.\, \varepsilon}{l} \,.\, \mathcal{V},$$

oder

$$e = c \,.\, \mathcal{V}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

wo

$$c = \frac{S \,.\, \varepsilon}{l}\ ^{16}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

als *„Kapazität"* des Kondensators bezeichnet wird. Die Kapazität eines Kondensators ist also physikalisch die Anzahl von elektrischen Induktionslinien, die von der positiven zur negativen Platte des Kondensators herüber verläuft, wenn die Spannung zwischen den Platten $= 1$ ist.

b. Will mau Kondensatoren von möglichst großer Kapazität herstellen, so ist es nach Gl. (2) günstig, die Oberfläche der Platten uud die Dielektrizitätskonstante der Schicht zwischen den Platten möglichst groß und den Abstand der Platten möglichst klein zu wählen.

Eine möglichst große Oberfläche der Platten oder, wie man sagt, der „Belegungen" des Kondensators ohne unbequem große Dimensionen des ganzen Kondensators wird im wesentlichen auf zwei Wegen erreicht.

(1) Durch die bekannte Anordnung der Leidener Flasche (vgl. z. B. Fig. 5).

(2) Durch die in Fig. 11 abgebildete Anordnung.

Bezüglich des Materials der isolierenden Schicht zwischen den Platten könnte man wegeu der Größe der Dielektrizitätskonstanten (Tabelle I am Schluß des Buches) an Wasser denken. Da aber im allgemeinen von Kondensatoren außer hoher Kapazität auch vorzügliche Isolation und große Festigkeit gegen das Durchgeschlagen-

werden*) bei hoher Spannung verlangt wird, so ist Wasser nur für ganz spezielle Zwecke brauchbar. Für gewöhnliche Zwecke kommen fast nur in Betracht: Paraffin hauptsächlich in Form paraffinierten Papiers oder Kartons, Glas**), Glimmer, insbesondere ein in Platten beliebiger Größe herstellbares Glimmerpräparat „Micanit", und endlich noch Hartgummi***).

Wie weit man mit der Dicke der isolierenden Schicht herabgehen kann, hängt ab von der „Durchschlagsfestigkeit" des Materials und von der Höhe der Spannung, für welche der Kondensator gebraucht werden soll. Für Spannungen, die einige hundert Volt

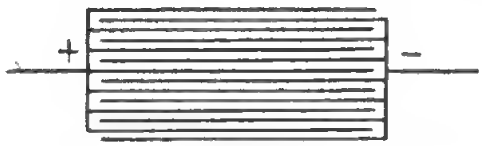


Fig. 11.

nicht übersteigen, wird allgemein dünnes, in geschmolzenes Paraffin getauchtes Papier benützt. Die Anordnung solcher *„Papierkondensatoren"* ist stets diejenige von Fig. 11. Bei Kondensatoren aber, die etwa 5000 bis 10000 Volt ertragen sollen, muß die Dicke der isolierenden Schicht wenigstens einige Millimeter betragen, selbst wenn diese aus dem besten Material (Flintglas, Micanit) hergestellt ist.

c. Die praktische Einheit für die Kapazität ist das *„Farad"* oder häufiger der millionste Teil davon, das *„Mikrofarad"*. Die Kapazität von Leidener Flaschen, die nicht extrem groß oder klein gemacht wurden, ist etwa von der Größenordnung $^1/_{1000}$ Mikrofarad. Papierkondensatoren können aber ohne unbequem große Dimensionen bis zur Kapazität von einigen Mikrofarad hergestellt werden.

18. Kapazität eines Leiters.

a. Ein mit der elektrischen Menge e geladener Leiter befinde sich in einem homogenen Medium. Wird dann die Ladung desselben im Verhältnis 1 : k vergrößert oder verkleinert, so ändert sich die Richtung der elektrischen Induktionslinien, die er aussendet, nicht,

*) Alle Isolatoren werden, wenn die Dichte der elektrischen Induktionslinien in ihnen eine gewisse Grenze überschreitet, zertrümmert, „durchgeschlagen".

**) Wohl am besten englisches Flintglas.

***) Oele, die sowohl bezüglich der Isolation als bezüglich der Festigkeit gegen Durchgeschlagenwerden Vorzügliches leisten, sind für viele Zwecke kaum zu brauchen, da die Ladung der Platten sich dem Oel mitteilt und wegen der Beweglichkeit des Oeles Störungen verursacht.

sondern nur die Dichte derselben, und zwar wird diese ebenfalls im Verhältnis 1 : k größer bezw. kleiner[17]). Dann muß aber auch die elektrische Feldintensität [16] und damit auch die Spannung auf dem Leiter [3 und 13d] in demselben Verhältnis zu- oder abnehmen. Daraus folgt: Die elektrische Spannung $\mathcal{V}$ eines Leiters ist unter sonst gleichen Umständen der Elektrizitätsmenge, mit welcher der Leiter geladen ist, proportional. Man kann also hier wie in 17 Gl. (1) schreiben:

$$e = c \,.\, \mathcal{V} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

und nennt den Proportionalitätsfaktor c auch hier die „Kapazität des Leiters". Je größer also die Kapazität eines Leiters ist, umso größer ist die auf ihm bei einer bestimmten Spannung vorhandene Elektrizitätsmenge, umso mehr elektrische Induktionslinien sendet er bei einer bestimmten Spannung aus.

b. Beispiel: Kapazität einer Kugel.

Die Kapazität c einer isolierten Kugel ist, wie die Theorie zeigt,

$$= 4\,\pi\,\varepsilon \,.\, R$$

(R = Radius der Kugel, ε = Dielektrizitätskonstante des Mediums, in welchem sich die Kugel befindet). Befindet sich die Kugel in Luft, so ist demnach [15d]

$$c = 4\,\pi\,\varepsilon_0 \,.\, R^*).$$

c. Ein Leiter befinde sich zuerst in einem homogenen Medium mit der Dielektrizitätskonstanten ε_1. Dann werde das Medium ersetzt durch ein solches von der Dielektrizitätskonstanten ε_2. Bezeichnet c_1 die Kapazität des Leiters im ersten Falle, c_2 diejenige im zweiten, so ist

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

d. h. die Kapazität eines Leiters ist der Dielektrizitätskonstante des umgebenden Mediums proportional.

Der Beweis ergibt sich aus der Tatsache[18]), daß die Richtung der elektrischen Induktionslinien, die ein Körper in einem homogenen

*) Im C.G.S.-System ist [Fußnote S. 13]

$$c = \frac{R}{9 \,.\, 10^{20}}.$$

Damit eine Kugel die Kapazität von 1 Mikrofarad bekommt, müßte $\frac{R}{9 \,.\, 10^{20}} = \frac{1}{10^{15}}$ [49] oder $R = 9 \,.\, 10^5$ cm = 9 km sein.

Medium aussendet, von der Dielektrizitätskonstanten des Mediums nicht abhängt. Besitzt aber der Leiter in beiden Medien dieselbe elektrische Ladung, so ist nach **16c** auch die Anzahl der von ihm entspringenden oder auf ihm einmündenden Induktionslinien und demnach überhaupt die Dichte der Induktionslinien in beiden Medien dieselbe. Daraus folgt **[16b]**: Es muß für denselben Punkt der Wert der elektrischen Induktion $\mathfrak{E} = \varepsilon E$ in beiden Medien derselbe sein. Bezeichnet man also mit E_1 bezw. E_2 die elektrische Feldintensität für denselben Punkt in den beiden Medien, so muß sein:

$$E_1 : E_2 = \varepsilon_2 : \varepsilon_1,$$

d. h. die elektrischen Feldintensitäten in den beiden Medien und demgemäß auch die Spannungen auf dem Leiter erhalten sich bei derselben Ladung des Leiters umgekehrt wie die Dielektrizitätskonstanten der beiden Medien. Daraus und aus Gl. (1) ergibt sich dann aber unmittelbar die Beziehung Gl. (2).

d. Elementar nicht streng zu beweisen, aber auf Grund dessen, was in **3** über den Begriff der Spannung gesagt war, leicht plausibel zu machen ist der folgende Satz: Wird einem elektrisch geladenen Leiter ein zweiter ebenfalls geladener Leiter genähert, so wird die Spannung auf dem ersten Leiter erhöht, wenn die Ladungen der beiden Körper gleiches Vorzeichen haben, erniedrigt, wenn die Ladungen verschiedenes Vorzeichen besitzen[19]). Versteht man auch in diesem Falle unter Kapazität des ersten Leiters das Verhältnis seiner Ladung zu seiner Spannung (Gl. 1), so kann man den Satz auch so aussprechen: Die Kapazität eines geladenen Leiters wird erhöht oder erniedrigt, wenn ihm ein anderer geladener Leiter genähert wird, dessen Ladung entgegengesetztes oder gleiches Vorzeichen hat.

§ 5. Statisches Feld in inhomogenem Medium.

19. Verlauf der Induktionslinien.

a. Die Richtung der magnetischen Induktionslinien kann sich sehr wesentlich ändern, wenn in das vorher homogene Medium Körper von sehr verschiedener Permeabilität, praktisch gesprochen, wenn **[15c]** ferromagnetische Körper, hauptsächlich Eisen, in das Feld eingeführt werden. Ebenso gehen im elektrischen Feld bedeutende Veränderungen in der Richtung der Induktionslinien vor sich, wenn man in das Feld Körper bringt, deren Dielektrizitätskonstante sehr viel größer als diejenige der Luft ist. Dies gilt in

erster Linie von Leitern, die sich in dieser Beziehung so verhalten, als ob ihre Dielektrizitätskonstante unendlich groß wäre.

b. Die Veränderungen, welche Eisen im magnetischen, Leiter im elektrischen Feld hervorbringen, lassen sich folgendermaßen charakterisieren.

(1) Die magnetischen Induktionslinien drängen sich nach dem Eisen zusammen, so daß möglichst viele von ihnen und diese eine möglichst weite Strecke in Eisen verlaufen. Ebenso drängen sich die elektrischen Induktionslinien nach den Leitern zusammen.

(2) Die magnetischen Induktionslinien verlaufen da, wo sie auf die Oberfläche von ferromagnetischen Körpern auftreffen, nahezu senkrecht zur Oberfläche derselben[20]). Die elektrischen Induktionslinien sind da, wo sie die Oberfläche der Leiter treffen, genau senkrecht zur Leiteroberfläche. Es besteht also in diesen Punkten vollkommene Analogie zwischen elektrischem und magnetischem Feld. Kennt man die Verhältnisse im magnetischen Feld, so lassen sich die entsprechenden im elektrischen Feld daraus stets ableiten, wenn man magnetische Menge durch elektrische, magnetische Feldintensität oder Induktion durch elektrische, ferromagnetische Körper durch Leiter ersetzt.

c. In einer Beziehung aber verhalten sich Leiter im elektrostatischen Feld wesentlich verschieden von ferromagnetischen Körpern im magnetischen Feld: die magnetischen Induktionslinien dringen in ferromagnetische Körper, also insbesondere Eisen, ein, die elektrischen Induktionslinien aber nicht in Leiter. Im Innern von Leitern ist ein elektrostatisches Feld nicht möglich.

20. Beispiele für den Verlauf von Induktionslinien.

a. Eine Illustration dieser Verhältnisse auf magnetischem Gebiet liefern die nebenstehenden Bilder, die nach der in 5b angegebenen Methode hergestellt sind. Zur Erzeugung des magnetischen Feldes dienten die auch für Fig. 9 gebrauchten Stabmagnete.

Ein Vergleich der Fig. 12 und 13 mit Fig. 9 zeigt, wie durch die an die Pole der Magneten angelegten Eisenstücke — sog. „*Polschuhe*“ — das magnetische Feld in dem Raum zwischen den Magneten je nach Bedürfnis mehr nach der Mitte konzentriert (Fig. 12) oder auch mehr ausgedehnt und nahezu homogen gemacht werden kann (Fig. 13).

Die Fig. 14 und 15 liefern im Vergleich zu Fig. 13 den Beweis dafür, daß die Induktionslinien eines an sich nahezu homogenen Feldes

sich nach dem Eisen zusammendrängen. In Fig. 14 auf folgender Seite ist ein Eisenstäbchen von rechteckigem Querschnitt, in Fig. 15 ein eiserner Ring in das Feld gebracht worden. Im Innern des Ringes ist das Eisenpulver überhaupt nicht in Linien angeordnet; das mag-

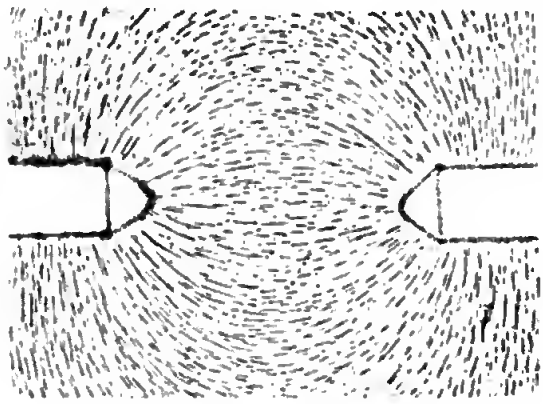


Fig. 12.

netische Feld kann also dort nur von geringer Intensität sein. Der Grund dafür ist der, daß die magnetischen Induktionslinien fast ausschließlich durch das Eisen des Ringes verlaufen und dadurch von dem Innenraum des Ringes ferngehalten werden*).

Auf allen diesen Figuren ist sehr gut zu sehen, daß die magnetischen Induktionslinien in Eisen nahezu senkrecht zur Oberfläche einmünden.

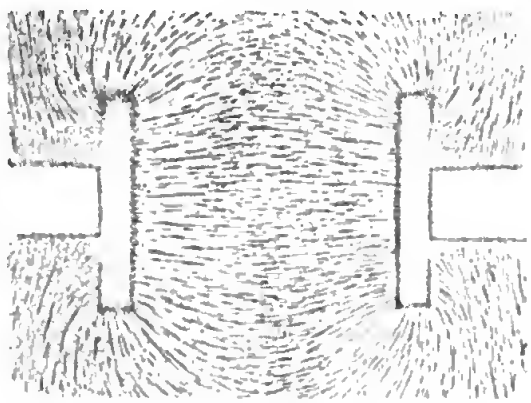


Fig. 13.

Die in den Fig. 12 bis 15 dargestellten Verhältnisse sind insofern von besonderer Wichtigkeit, als sie zeigen, wie es durch Eisen möglich ist, die Induktionslinien eines magnetischen Feldes an gewissen

*) Diese Erscheinung wird häufig als „Schirmwirkung" des Eisens bezeichnet.

Stellen zu konzentrieren, von anderen fernzuhalten, überhaupt das magnetische Feld so zu gestalten, wie es für die eben vorliegenden Zwecke gerade geeignet ist.

b. Auf elektrischem Gebiete ist von Wichtigkeit das folgende

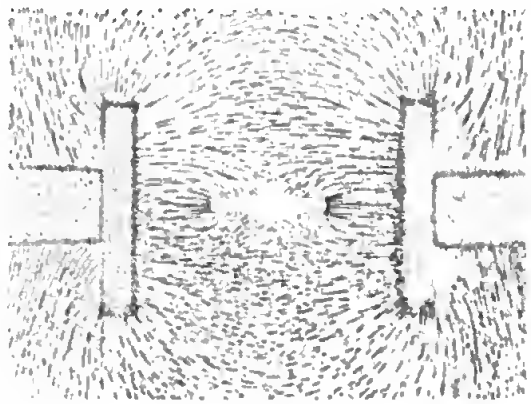


Fig. 14

Beispiel. Von einem Kondensator werde nur die eine Belegung geladen und zwar etwa mit der positiven Elektrizitätsmenge + e. Nach **19b** werden sich dann die von der geladenen Belegung ausgehenden Induktionslinien nach dem nächsten Leiter, der ungeladenen Platte, zusammendrängen, demgemäß in erster Linie in dem Raum zwischen beiden Platten verlaufen. Da sie ferner aus der geladenen

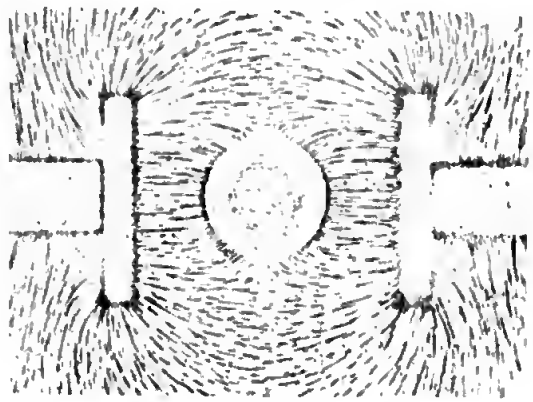


Fig. 15.

Platte senkrecht zur Oberfläche austreten, auf der ungeladenen Platte senkrecht zu deren Oberfläche einmünden müssen, so muß der Verlauf der elektrischen Induktionslinien zwischen den beiden Platten jedenfalls sehr annähernd derselbe sein, wie wenn auch die andere

Platte, und zwar negativ, geladen worden wäre. Auch für diese Platte selbst liegen die Verhältnisse genau so, wie wenn sie auf ihrer Innenseite eine elektrische Ladung $-e$ bekommen hätte.

21. Zahl der Induktionslinien und elektrische bezw. magnetische Menge.

a. Die Beziehung von **16** Gl. (2)

$$Q_m = m$$

gilt in der dort angegebenen Bedeutung auch für ein inhomogenes Medium.

b. Die entsprechende Beziehung auf elektrischem Gebiet

$$Q_e = e$$

behält für ein inhomogenes Medium ebenfalls ihre Gültigkeit. Daß nach **19 b** im elektrischen Feld auch auf der Oberfläche eines ungeladenen Leiters elektrische Induktionslinien münden und entspringen müssen, steht damit nicht im Widerspruch. Man braucht sich nur vorzustellen, daß ein ungeladener Leiter ebenso viele positive als negative elektrische Mengen besitzt. Unter dem Einfluß des Feldes muß sich dann auf der Oberfläche des Leiters eine bestimmte Verteilung der positiven und negativen Mengen herstellen derart, daß die positiven sich an denjenigen Stellen ansammeln, an denen Induktionslinien entspringen, die negativen an denen, an welchen Induktionslinien münden.

c. *Spezieller Fall.* Das elektrische Feld sei hervorgerufen durch zwei Leiter, von denen der eine die elektrische Menge $+e$, der andere die elektrische Menge $-e$ besitzt. Dann zeigt die Theorie[21]) — analog dem in **18 a** besprochenen Fall — das folgende:

(1) Die Richtung der elektrischen Induktionslinien hängt nur von der Form der Leiter, nicht von der Größe $\pm e$ ihrer Ladung ab.

(2) Wird die Ladung $\pm e$ im Verhältnis $1 : k$ erhöht bezw. vermindert, so ändert sich in allen Punkten des Feldes die Dichtigkeit der Induktionslinien im Verhältnis $1 : k$.

Das Gesagte gilt, gleichgültig ob sich die beiden Leiter in einem homogenen oder nicht homogenen Medium befinden.

§ 6. Die elektrische Strömung.

22. Elektrische Strömung und Feldintensität.

Wenn auch nicht durch elektrostatische, so ist es doch durch andere Mittel [37] möglich, auch in Leitern ein elektrisches Feld

hervorzurufen. Dann tritt im Leiter derjenige Zustand ein, den man als elektrische Strömung bezeichnet.

Stellt man sich vor [21 b], daß in jedem Leiter bewegliche elektrische Mengen, und zwar etwa ebenso viele positive als negative vorhanden sind, so folgt aus dieser Vorstellung im Einklang mit der Erfahrung:

a. Sobald in einem Leiter ein elektrisches Feld vorhanden ist, wirkt auf die im Leiter vorhandenen elektrischen Mengen nach 1 eine Kraft. Diese muß eine Bewegung der elektrischen Mengen zur Folge haben. Der Zustand dieser Bewegung ist das, was man als elektrische Strömung bezeichnet.

b. Die Richtung, in welcher sich die positiven elektrischen Mengen bewegen, ist nach 1 diejenige der elektrischen Intensitätslinien; die Bewegungsrichtung der negativen elektrischen Mengen ist gerade entgegengesetzt. Ist die positive elektrische Menge, welche eine senkrecht zur Bewegungsrichtung liegende Fläche von 1 cm^2 in der Sekunde passiert, zusammen mit der negativen elektrischen Menge, welche durch dieselbe Fläche in entgegengesetzter Richtung in der Sekunde hindurchgeht, $= \mathfrak{S}$, so sagt man: $\mathfrak{S}$ sei *„die Strömung"* an der betreffenden Stelle des Leiters.

c. Es ist bei dieser Auffassung wahrscheinlich, daß die Strömung $\mathfrak{S}$ unter sonst gleichen Umständen umso größer wird, je größer die Feldintensität an der betreffenden Stelle ist. Die Erfahrung lehrt, daß sie proportional der Feldintensität ist.

Man kann also schreiben

$$\mathfrak{S} = \sigma E,$$

worin σ, ähnlich wie ε und μ [15], einen von der Natur des Leiters abhängigen Proportionalitätsfaktor, das *„Leitvermögen"* des Leiters, bedeutet.

In der Tabelle III am Schluß der Buches ist der Wert des Leitvermögens bezogen auf dasjenige von Quecksilber (σ_{Hg}) für die wichtigsten Materialien angegeben. Für alle Isolatoren ist $\sigma = 0$, also auch $\mathfrak{S} = 0$: in Isolatoren kann eine elektrische Strömung nicht stattfinden.

d. Um sich vom Verlauf der Strömung in einem Leiter ein anschauliches Bild zu machen, bedient man sich der *„Stromlinien"*, deren Richtung und Dichte in derselben Weise Richtung und Größe der Strömung $\mathfrak{S}$ angibt, wie die Intensitätslinien [7] diejenige der Feldintensität E oder M. Aus dem vorhergehenden folgt ähnlich wie

in **16b**: Die Stromlinien haben dieselbe Richtung, aber andere Dichte als die elektrischen Intensitätslinien. Die Dichte der Stromlinien hängt bei gegebener Feldintensität von dem Material des Leiters, in welchem die Strömung erfolgt, ab.

c. Für die Anzahl Stromlinien, welche durch irgend eine Fläche hindurchgehen[22]), soll im folgenden stets das Zeichen Q_s gebraucht werden, entsprechend Q_e und Q_m in **16c**. Wenn durch eine Fläche Q_s Stromlinien hindurchtreten, so sagt man häufig: der *„Strom"* durch die Fläche sei Q_s. Für den Strom wird häufig der Buchstabe i benützt.

Die praktische Einheit für den Strom ist das *„Ampère"*. Es ist ganz ungefähr der Strom, den eine 32kerzige Glühlampe bei 120 Volt Spannung braucht.

23. Elektrische Strömung und Ladung.

a. Wenn in einen ungeladenen Leiter hinein ein elektrischer Strom i fließt, nicht aber aus ihm heraus, wenn z. B. Q_s Stromlinien in den Leiter einmünden, keine aber von ihm ausgehen, so muß nach dem in **22** Gesagten ein Ueberschuß von positiven elektrischen Mengen sich in dem Leiter ansammeln: der Leiter muß eine positive elektrische Ladung erhalten*). Die Zunahme an positiver Ladung, welche der Leiter in der Sekunde erhält, oder, damit gleichbedeutend, die Geschwindigkeit, mit welcher die Ladung zunimmt, ist augenscheinlich $= Q_s$. Da außerdem die Zunahme der elektrischen Ladung gleich der Zunahme der elektrischen Induktionslinien ist, welche der Leiter ausstrahlt [**16c**], so kann man den Satz aussprechen:

Münden in einem Leiter Q_s Stromlinien, so ist die Geschwindigkeit, mit der seine Ladung e bezw. die von ihm ausgesandten elektrischen Induktionslinien zunehmen, $= Q_s$ oder

$$e' = Q_e' = Q_s = i,$$

wenn hier, wie in der Folge, mit einem Strich die Geschwindigkeit der Zunahme einer Größe bezeichnet wird[23]).

*) Nach der in **21b** bezw. **22** angegebenen Vorstellung ist ein Leiter positiv geladen, wenn die positive elektrische Menge über die negative überwiegt, gleichgültig, ob ihm positive elektrische Mengen hinzugefügt oder negative entzogen wurden. Die Größe seiner positiven Ladnng ist gleich der positiven elektrischen Menge, welche der Leiter enthält, vermindert um die negative Menge, welche sich anf ihm befindet.

Würden Stromlinien in dem Leiter nur entspringen, keine münden, so würde Entsprechendes für die Geschwindigkeit der Abnahme von e bezw. Q_e, die durch $-e'$ bezw. $-Q_e'$ bezeichnet werden soll, gelten, also

$$i = Q_s = -e' = -Q_e'.$$

b. Für den allgemeinsten Fall, wo nicht nur ein elektrischer Strom in den Leiter hinein (i_1), sondern auch aus ihm heraus (i_2) stattfindet, wo also nicht nur Stromlinien im Leiter münden (Q_{s_1}), sondern auch auf ihm entspringen (Q_{s_2}), folgt daher:

$$e' = Q_e' = Q_{s_1} - Q_{s_2} = i_1 - i_2.$$

24. Stationäre Strömung.

Man versteht darunter eine solche, welche nach Richtung und Größe zeitlich konstant ist.

a. Für dieselbe folgt aus 23: „Bei stationärer Strömung sind die Stromlinien geschlossene Kurven."

Denn würden in irgend einem Teil eines Leiters Stromlinien endigen, so müßten sich in dem betreffenden Teile des Leiters elektrische Ladungen anhäufen, was mit der Annahme eines stationären Zustandes unverträglich ist.

b. Verzweigt sich ein stationärer Strom i in zwei Zweige i_1 und i_2, so muß aus demselben Grunde

$$i_1 + i_2 = i$$

sein.

25. Der lineare stationäre Stromkreis.

Man spricht von einem *linearen stationären Stromkreis* dann, wenn die Gesamtheit der Stromlinien einen ringförmigen Raum bildet, dessen Querschnittsdimensionen sehr klein sind gegen den Umfang des Ringes. Der einfachste derartige Fall liegt vor, wenn ein überall von Luft oder einem anderen Isolator begrenzter Draht zum Kreise geschlossen und von einem elektrischen Strom durchflossen ist.

a. Denkt man sich durch einen solchen Draht an verschiedenen Punkten Querschnitte gelegt, so muß die Anzahl von Stromlinien, welche durch einen solchen Querschnitt hindurchgeht, überall dieselbe sein. Denn nach 24 können im Draht keine Strömungslinien endigen, nach 22c keine in den Isolator, welcher den Draht umgibt, austreten.

Es folgt also: In einem stationären linearen Stromkreis ist der Strom an allen Stellen derselbe.

b. Es soll nun die Annahme gemacht werden, daß der Draht überall denselben Querschnitt hat. Der bei weitem wichtigste Fall ist dann der, daß sämtliche Stromlinien untereinander und der Drahtachse parallel sind. Außerdem ist bei stationärem Strom die Dichte $\mathfrak{S}$ der Stromlinien auf dem ganzen Drahtquerschnitt merklich dieselbe. Dasselbe muß dann nach 22c für die elektrische Feldintensität E längs

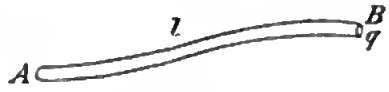


Fig. 16.

des Drahtes gelten. Bezeichnet also i den Strom durch den Draht oder Q_s die Stromlinien im Draht und q einen zur Drahtachse senkrechten Querschnitt, so ist in diesem Falle

$$i = Q_s = q\,\mathfrak{S} = q \,.\, \sigma E. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Man kann diese Beziehung auf verschiedene Formen bringen, je nachdem ein begrenztes Stück eines Stromkreises oder ein ganzer Stromkreis betrachtet wird.

(1) Für ein Stück AB von der Länge l, zwischen dessen Endpunkten die Spannung $\mathfrak{V}$ herrscht, gilt hier [4a]

$$\mathfrak{V} = l\,E \text{ oder } E = \frac{\mathfrak{V}}{l}.$$

Setzt man diesen Wert von E in Gl. (1) ein, so erhält man

$$i = \frac{\mathfrak{V}}{w}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2a)$$

wenn

$$w = \frac{l}{q\sigma} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3a)$$

ist.

(2) Für einen ganzen Stromkreis, dessen Länge $= l$ ist, und längs dessen die EMK $\mathfrak{E}$ wirkt, wird ebenso

$$\mathfrak{E} = l\,E \text{ oder } E = \frac{\mathfrak{E}}{l}$$

und demnach

$$i = \frac{\mathfrak{E}}{w}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2b)$$

wo wieder

$$w = \frac{l}{q\sigma} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3b)$$

ist.

Die Größe w wird als der „*Widerstand*“ des betreffenden Stücks bezw. des ganzen Stromkreises bezeichnet. Die Beziehungen 2a und 2b führen den Namen „*Ohm'sches Gesetz*“.

c. Wenn der lineare Stromkreis nicht überall denselben Querschnitt hat, so bleibt die in den Gl. (2a) und (2b) ausgesprochene Tatsache, daß der Strom der Spannung bezw. EMK proportional ist, bestehen. Für den in diesen Gleichungen vorkommenden Proportionalitätsfaktor w, den Widerstand, gelten aber nicht mehr die Beziehungen (3).

d. Bei einem Stromkreis, dessen Querschnitt im Verhältnis zur Länge zu groß ist, als daß das über den linearen Stromkreis Gesagte auch nur annähernd Gültigkeit besitzen würde, kann man sich in folgender Weise helfen. Man denke sich den ganzen Stromkreis so in Röhren zerlegt, daß

1. jede Röhre von Stromlinien begrenzt ist,

2. jede Röhre so geringen Querschnitt hat, daß sie als linearer Stromkreis behandelt werden kann.

Auf jede dieser Röhren wende man die Beziehungen für den linearen Stromkreis an. Man erhält dann den Strom in jeder Röhre und damit im ganzen Stromkreis.

e. Die praktische Einheit für den Widerstand ist das „*Ohm*“.

Drückt man in den Gl. (2) $\mathfrak{P}$ bezw. $\mathfrak{S}$ in Volt [3d], i in Ampère [22e] aus, so ergibt sich w in Ohm oder: die Gl. (2) gelten auch für die praktischen Einheiten Volt, Ohm, Ampère.

In der Tabelle IV am Schluß des Buches sind die Widerstände von Kupferdrähten in Ohm pro Meter Länge angegeben.

26. Beispiel: Lineare Stromverzweigung.

a. Ein linearer stationärer Stromkreis sei zwischen den Punkten A und B (Fig. 17) in zwei Zweige geteilt. Der Widerstand der beiden Zweige sei w_1 bezw. w_2, der Strom in denselben $= i_1$ bezw. i_2.

Da nach 25 Gl. (2a)

$$i_1 = \frac{\mathfrak{P}}{w_1},\quad i_2 = \frac{\mathfrak{P}}{w_2}$$

ist ($\mathfrak{P}$ = Spannung zwischen den Punkten A und B), so folgt

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{w_2}{w_1}$$

oder

$$i_1 w_1 - i_2 w_2 = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

b. Nun sei in dem durch die beiden Zweige gebildeten Stromkreis ACBD außerdem noch eine EMK $\mathfrak{E}$ in der Richtung des gefiederten Pfeils (Fig. 17) wirksam; es soll z. B. in einem der Zweige ein galvanisches Element von der EMK $\mathfrak{E}$*) vorhanden sein.

Dann superponiert sich zu den Strömen $\bar{i}_1$ und $\bar{i}_2$, die von der

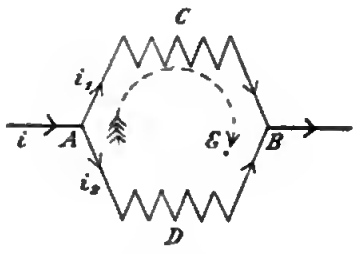


Fig. 17.

Spannung $\mathfrak{V}$ zwischen A und B herrühren, noch ein Strom i_0, der durch die EMK $\mathfrak{E}$ hervorgerufen wird und für den nach 25 Gl. (2b) gilt

$$i_0 = \frac{\mathfrak{E}}{w_1 + w_2}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Wird der gesamte Strom in den beiden Zweigen mit i_1 bezw. i_2 bezeichnet, so ist

$$i_1 = \bar{i}_1 + i_0$$
$$i_2 = \bar{i}_2 - i_0$$

und es folgt aus Gl. (1) und (2)

$$i_1 w_1 - i_2 w_2 = \mathfrak{E}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

27. Das magnetische Analogon des stationären und linearen Stromkreises: Der magnetische Kreis.

Unter einem magnetischen Kreis versteht man einen ringförmigen Raum, der von magnetischen Induktionslinien begrenzt und ausgefüllt wird. Er wird als linear bezeichnet, wenn seine Querschnittsdimensionen sehr klein gegen seinen Umfang sind. Ein solcher magnetischer Kreis kann z. B. dadurch hergestellt werden, daß ein Eisenstab zu einem Ring beliebiger Form geschlossen und in ihm ein der Stabachse paralleles magnetisches Feld erregt wird [32c].

*) Auch nach der Definition der EMK in 3, nach der streng genommen nur von der EMK längs einer geschlossenen Kurve geredet werden kann, liegt eine gewisse Berechtigung für diesen allgemein üblichen Ausdruck in der folgenden Tatsache: wird das Element in einen beliebigen Stromkreis eingefügt, so wird jedesmal die EMK längs dieses Stromkreises um den Betrag $\mathfrak{E}$ vermehrt.

Der magnetische Induktionsfluß Q_m durch einen senkrecht zu den Induktionslinien gelegten Querschnitt q des magnetischen Kreises bestimmt sich allgemein durch

$$Q_m = q\,\mathfrak{M} = q\,\mu\,M \text{ [16]}. \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

a. Für den linearen magnetischen Kreis kann dies genau wie in **25 b** auf die Form gebracht werden.

$$Q_m = \frac{\mathscr{V}_m}{w_m} \quad \ldots \ldots \quad (2a)$$

$$w_m = \frac{l}{q\,\mu}, \quad \ldots \ldots \quad (3a)$$

sofern nur ein Teil des magnetischen Kreises von der Länge l, der Permeabilität μ, zwischen dessen Endpunkten die magnetische Spannung $\mathscr{V}_m$ herrscht [3], in Betracht gezogen wird. w_m wird, da es genau die Rolle spielt wie der Widerstand in **25**, der *„magnetische Widerstand"* des betreffenden Stücks genannt.

Für den ganzen magnetischen Kreis gilt ebenso

$$Q_m = \frac{\mathscr{M}}{w_m} \quad \ldots \ldots \quad (2b)$$

$$w_m = \frac{l}{q\,\mu}, \quad \ldots \ldots \quad (3b)$$

wenn nun l die Länge des ganzen magnetischen Kreises, q seinen Querschnitt, μ die als konstant vorausgesetzte magnetische Permeabilität des Kreises, $\mathscr{M}$ die längs des Kreises wirkende MMK, und w_m den magnetischen Widerstand des gesamten magnetischen Kreises bedeutet.

Es bestehen also zwischen magnetischem Induktionsfluß, magnetischer Spannung bezw. MMK und magnetischem Widerstand ganz analoge Beziehungen, wie zwischen elektrischem Strom, elektrischer Spannung bezw. EMK und Widerstand; man nennt diese Beziehungen deshalb auch häufig „das Ohm'sche Gesetz für den magnetischen Kreis". Wenn diese Analogie auch nur eine formale ist, so leistet sie doch in vielen Fällen gute Dienste.

b. Wenn der Querschnitt des magnetischen Kreises im Verhältnis zu seinem Umfang so groß ist, daß von einem linearen magnetischen Kreis nicht mehr die Rede sein kann, so erhält man den gesamten Induktionsfluß, indem man ebenso wie in **25 d** verfährt und den ganzen magnetischen Kreis in lineare magnetische Kreise zerlegt und man auf jeden derselben die Beziehungen Gl. (2) und (3) anwendet.

Benützt man dieses Verfahren in dem Spezialfalle, wenn die MMK längs aller Induktionslinien des magnetischen Kreises dieselbe $= \mathfrak{M}$ ist, so überzeugt man sich leicht davon, daß auch in diesem Falle für den gesamten Induktionsfluß Q_m die Beziehung besteht:

$$Q_m = \frac{\mathfrak{M}}{w_m}.$$

Der Proportionalitätsfaktor w_m, der „magnetische Widerstand" des gesamten nicht linearen magnetischen Kreises ist aber nicht durch die Gl. (3b) oben gegeben.

c. Unter denselben Voraussetzungen und in derselben Weise wie in **26a** folgt für die Verzweigung eines magnetischen Kreises: Der magnetische Induktionsfluß in zwei Zweigen verhält sich umgekehrt wie der magnetische Widerstand der beiden Zweige.

d. Ein Eisenstab (Querschnitt q, Permeabilität μ, Länge l) sei fast vollkommen zu einem Ring geschlossen. Nur an einer Stelle befinde

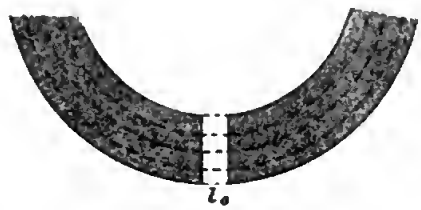


Fig. 18.

sich ein Schlitz von der Breite l_0 (Fig. 18), der durch eine nicht ferromagnetische Substanz, etwa Luft (Permeabilität μ_0), ausgefüllt ist. In diesem Eisenstab werde ein magnetisches Feld erregt, dessen Induktionslinien parallel der Stabachse verlaufen. Dasselbe muß denn auch jedenfalls annähernd von den Induktionslinien in dem Schlitze gelten, da sie nach **19b** an den Stirnflächen des Eisenstabs senkrecht aus- und einmünden müssen.

Der magnetische Widerstand dieses magnetischen Kreises setzt sich aus zwei Teilen zusammen:

(1) Dem magnetischen Widerstand des Eisenrings $w_m = \frac{l}{q\mu}$,

(2) dem magnetischen Widerstand des Schlitzes $w_{m0} = \frac{l_0}{q\mu_0}$.

Da nun die Permeabilität μ des Eisens sehr viel größer ist als diejenige der Luft μ_0 [**15e**], so kann w_{m0} auch bei kleiner Schlitzbreite unter Umständen sehr viel größer als w_m werden. Ist das der

Fall, so ist der magnetische Widerstand des gesamten magnetischen Kreises nahezu identisch mit demjenigen des Luftschlitzes und damit der Breite des Schlitzes proportional. Der Induktionsfluß wird also unter sonst gleichen Umständen der Breite des Schlitzes nahezu umgekehrt proportional.

Das gilt auch dann noch sehr annähernd, wenn die Querschnittsdimensionen des Eisenstabs nicht klein gegen seinen Umfang sind. Ein Schlitz in dem Eisenring erhöht auch dann den magnetischen Widerstand des Rings sehr stark.

§ 7. Magnetisches Feld und elektrische Strömung.

28. Verlauf der magnetischen Intensitätslinien.

Erfahrungstatsache ist, daß stets in der Umgebung eines durchströmten Leiters, teilweise auch in demselben, ein magnetisches Feld vorhanden ist. Allgemein läßt sich über den Verlauf der Intensitätslinien das folgende sagen:

a. Die Intensitätslinien eines magnetischen Feldes, welches von elektrischen Strömen herrührt, sind geschlossene Kurven.

b. Im einzelnen hängt der Verlauf der magnetischen Intensitätslinien von dem Verlauf der Ströme ab, durch welche das magnetische Feld erzeugt wird.

c. Werden in ein magnetisches Feld, welches von elektrischen Strömen hervorgerufen wurde, ferromagnetische Körper gebracht, so üben sie dieselben Wirkungen aus wie im statischen magnetischen Feld [19b].

29. I. Beispiel: Geradlinige Strombahn.

a. Das magnetische Feld einer geradlinigen linearen Strombahn (geradlinigen Drahts) ist ein zyklisches, seine Achse die Strombahn [4c]. Die Fig. 19 zeigt das Bild der Intensitätslinien in einer zur Drahtachse senkrechten Ebene, die Intensitätslinien sind Kreise um den stromführenden Draht.

Bezüglich des Vorzeichens der Intensitätslinien gilt die sog. **„Korkzieherregel“.** Man denke sich (Fig. 20) einen Korkzieher in der Richtung des Stroms vorwärts getrieben; dann gibt die Richtung, in welcher man den Korkzieher zu diesem Zweck drehen muß, die positive Richtung der magnetischen Intensitätslinien an (vgl. Fig. 21). Tritt also (Fig. 22b) der Strom senkrecht von

oben nach unten durch die Zeichenebene*), so ist die positive Richtung der magnetischen Intensitätslinien diejenige des Pfeils von Fig. 22b, tritt der Strom von unten nach oben durch die Zeichenebene, so ist die Richtung der magnetischen Intensitätslinien diejenige von Fig. 22a.

b. Das Gesagte gilt auch dann noch, wenn die Strömung in einem kreisförmigen Zylinder längs der Achse desselben erfolgt und

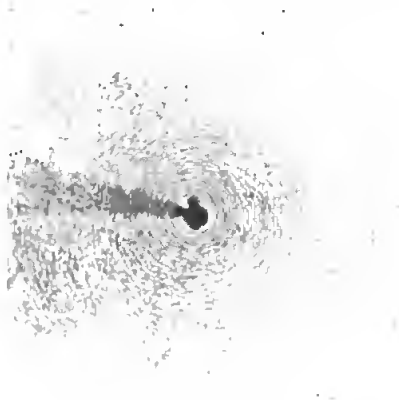


Fig. 19.

die Dichte der Stromlinien in demselben Abstand von der Zylinderachse überall dieselbe ist, d. h. nach **4b** und **8b**, wenn das Stromfeld zylindrisch, aber nicht linear ist. Ein zylindrisches Stromfeld erzeugt also ein zyklisches Magnetfeld.

c. Jeder lineare Stromkreis kann, abgesehen von Stellen, an denen er einen scharfen Knick besitzt, in unmittelbarer Nähe der

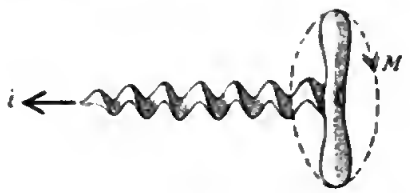


Fig. 20.

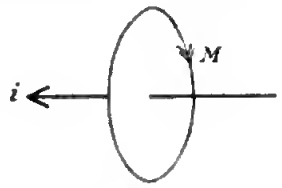


Fig. 21.

Strombahn als geradlinig betrachtet werden. Es müssen also die magnetischen Intensitätslinien in unmittelbarer Nähe jeder linearen Strombahn annähernd Kreise um die Strombahn sein.

*) Das soll nach dem Vorgang von S. P. Thompson durch ein in den Drahtquerschnitt eingezeichnetes Kreuz, die entgegengesetzte Stromrichtung durch einen Punkt (Fig. 22a) markiert werden. Dieser soll die dem Beschauer zugewandte Spitze, das Kreuz die Feder des Pfeils, welcher die Stromrichtung angibt, darstellen.

Entsprechend müssen die magnetischen Intensitätslinien eines zylindrischen Stromfeldes auch dann, wenn man der Achse desselben eine beliebige, aber nicht extrem starke Krümmung gibt, in unmittelbarer Nähe des Stromfeldes annähernd Kreise bleiben (Fig. 23a). Realisiert ist dieser Fall nahezu durch ein Drahtbündel von kreis-

Fig. 22.

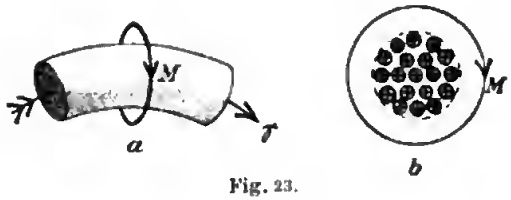


Fig. 23.

förmigem Querschnitt, wenn die Drähte von demselben Strom durchflossen sind (Fig. 23b).

d. Die Stromträger seien eine unendliche Reihe paralleler, einander sehr nahe stehender Drähte in einer Ebene (Fig. 24), die von demselben Strom in derselben Richtung durchströmt sind. Dann sind die magnetischen Intensitätslinien in einigem Abstand von den Drähten Gerade parallel der Ebene der Drähte, aber senkrecht zu den Drähten.

Beweis: Das magnetische Feld in dem dem Drahte a gegenüber liegenden Punkte P hat nach a die Richtung PA, d. h. senkrecht zum Draht a, aber parallel der Ebene b a c. Die Felder, welche in P durch den Strom in den Drähten b und c hervorgerufen werden, haben die Richtung PB bezw. PC. Die Resultante dieser beiden Felder [11] hat ebenfalls die Richtung PA. Dasselbe gilt für be-

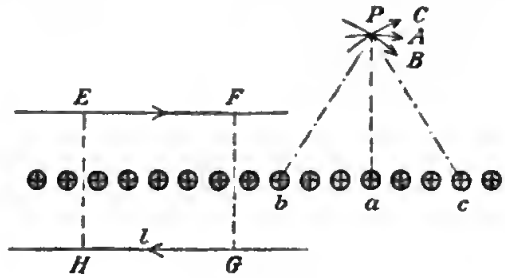


Fig. 24.

liebige zwei zu P symmetrisch gelegene Drähte. Das resultierende magnetische Feld in P hat also die Richtung PA. Ganz ähnlich wird der Beweis für Punkte, die nicht gerade einem der Drähte gegenüber liegen, vorausgesetzt, dass die Drähte sehr nahe beieinander stehen.

Denkt man sich die Drähte bis zur Berührung genähert und schliesslich zu einer einzigen Platte vereinigt, in welcher dann die

Stromlinien parallele Gerade werden, so ändert sich an der Richtung der magnetischen Intensitätslinien nichts Wesentliches. Ein homogenes Stromfeld in einer Platte hat also ein magnetisches Feld zur Folge, dessen Intensitätslinien Gerade parallel zur Platte, aber senkrecht zu den Stromlinien sind.

e. Zwei gleiche, von demselben Strome in entgegengesetzter Richtung durchströmte parallele Drähte sollen sehr nahe aneinander gelegt werden. Dann ist die magnetische Feldintensität schon in relativ geringem Abstand von den Drähten nur sehr unbedeutend, da die zwei von den beiden Drähten herrührenden magnetischen Felder sich fast vollkommen aufheben.

30. II. Beispiel: Kreisförmige Strombahn.

a. Die Strombahn sei ein dünner, zum Kreis gebogener Draht, dessen Mittelpunkt in C (Fig. 25) liegt und der im Punkte A die Zeichenebene von unten nach oben, in B von oben nach unten schneidet.

Nach **29c** müssen die Intensitätslinien in unmittelbarer Nähe der Strombahn, d. h. bei A und B, annähernd Kreise sein. Andererseits ist die durch C gehende Intensitätslinie schon aus Symmetriegründen eine auf der Kreisebene senkrechte Gerade. Es ist also anzunehmen, daß die Intensitätslinien zwischen A und C bezw. B und C umso mehr sich der Kreisform nähern werden, je näher sie B und A liegen und umso geradliniger verlaufen, je weiter sie von A und B entfernt

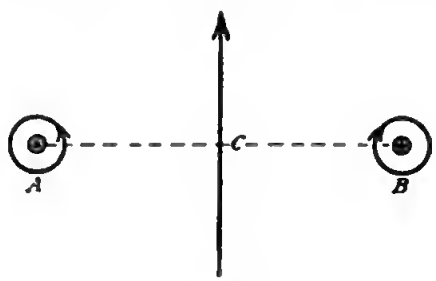


Fig. 25.

sind. Daß das zutrifft, geht aus den Fig. 26 und 27 hervor. Die erstere ist ein mit Hilfe von Eisenpulver erhaltenes Bild der Intensitätslinien eines Kreisstromes; Fig. 27 stellt den Verlauf nach der Berechnung von Maxwell dar[24]).

Das Vorzeichen der Intensitätslinien folgt für die in der Nähe der Peripherie verlaufenden und damit auch für alle anderen schon aus **29a** (s. Fig. 25). Das Vorzeichen der Intensitätslinien in der

Nähe des Zentrums kann aber auch direkt durch folgende Anwendung der Korkzieherregel bestimmt werden. Man denke sich (Fig. 28) einen Korkzieher in demselben Sinne, in welchem der Strom verläuft,

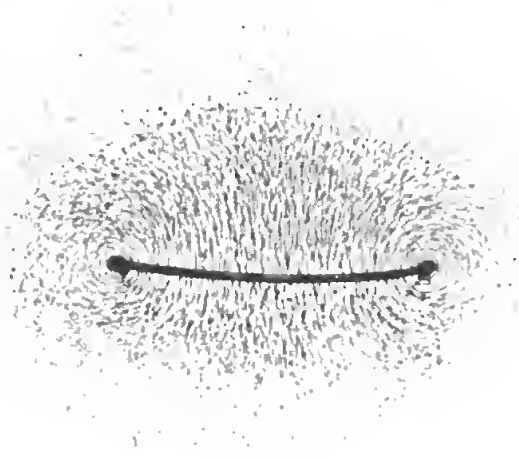


Fig. 26.

gedreht. Dann gibt die Richtung, in welcher der Korkzieher bei dieser Drehung vorwärts getrieben wird, die positive Richtung der Intensitätslinien im Innern des Kreisstromes an.

b. Die Stromträger seien eine Reihe von gleich großen Kreis-

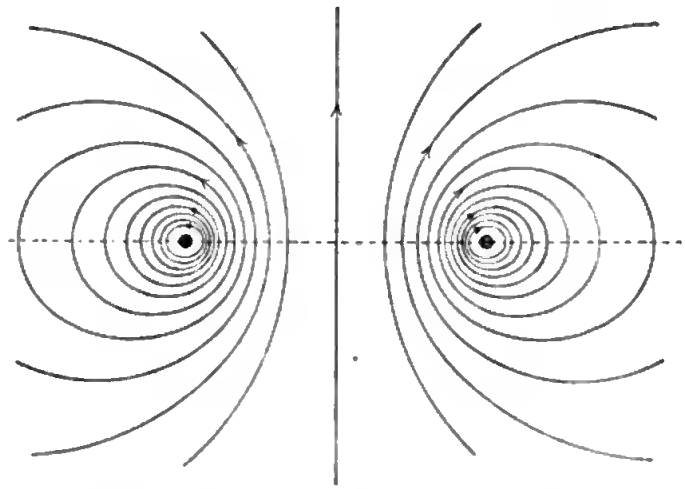


Fig. 27.

strömen mit gemeinsamer Achse, eine Anordnung, die annähernd durch eine Spirale oder „Spule“ *) realisiert ist.

*) Auch Solenoid genannt.

Zeichnet man die Intensitätslinien der einzelnen Kreise nach a, und daraus die Intensitätslinien des resultierenden Feldes nach **11**, so überzeugt man sich von folgendem. In unmittelbarer Nähe der Kreisströme bleiben die Intensitätslinien annähernd Kreise; im Innern der Spule aber werden sie annähernd Gerade parallel der Spulenachse.

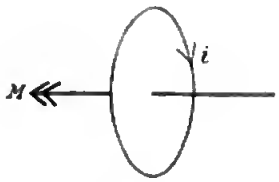


Fig. 28.

Gleichzeitig verstärken sich dort die Felder der einzelnen Kreisströme. Das Intensitätslinienbild Fig. 29 bestätigt die Richtigkeit dieser Angabe. Das Vorzeichen der magnetischen Intensitätslinien bestimmt sich durch die Korkzieherregel in derselben Weise wie beim Kreisstrom [a].

Je enger die Windungen liegen, umso mehr werden die annähernd kreisförmigen Intensitätslinien beschränkt, umso mehr be-

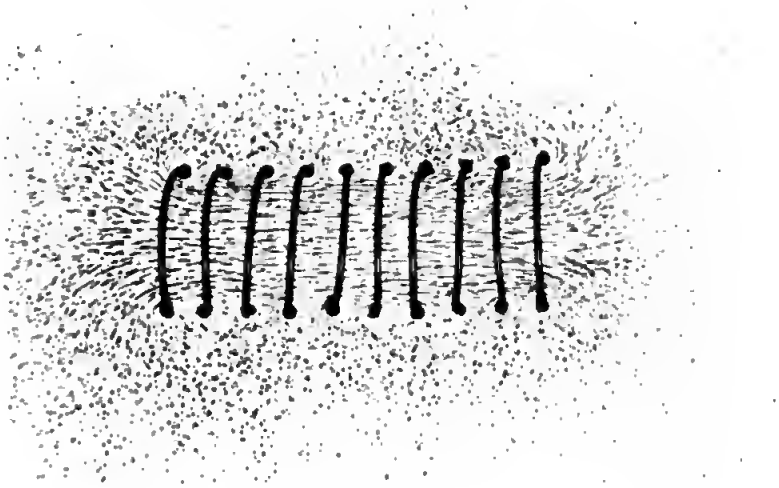


Fig. 29.

stehen die Intensitätslinien des gesamten Feldes im Innern der Spule aus Geraden, die der Spulenachse parallel sind.

Parallel der Spulenachse werden die magnetischen Intensitätslinien im Innern einer Spule auch dann, wenn die Spulenachse nicht geradlinig ist.

Das Gesagte gilt strenge nur für eine unendlich lange Spule, annähernd aber auch für die mittleren Partien von Spulen endlicher Länge (s. Fig. 29). An den Enden einer Spule endlicher Länge sind die magnetischen Intensitätslinien auch in der Nähe der Achse nicht annähernd einander parallel.

c. Ein wenn auch nur in einem kleinen Raume annähernd homogenes magnetisches Feld erreicht man auch, indem man zwei gleiche

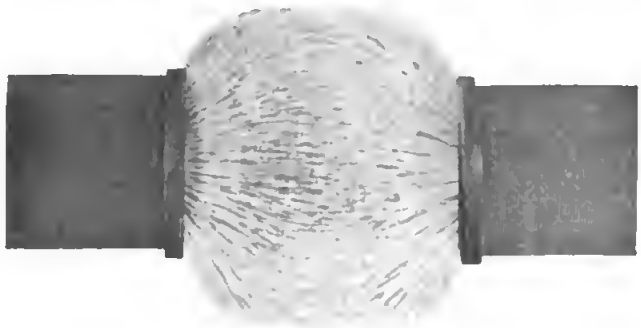


Fig. 30.

Spulen koaxial in nicht zu großem Abstand einander gegenüber stellt und den Strom durch dieselben in derselben Richtung hindurchschickt. Aus Fig. 30 ist zu ersehen, daß die magnetischen Intensitätslinien in der Mitte zwischen den beiden Spulen wenigstens annähernd

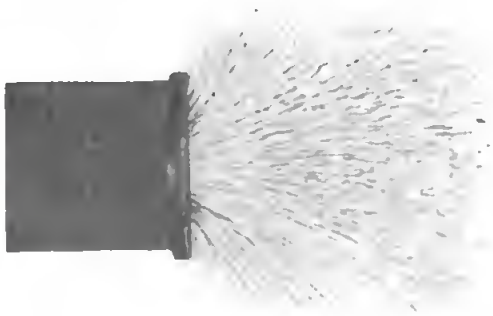


Fig. 31.

parallele Gerade sind, während sie an der Mündung einer einzigen Spule stark divergieren (Fig. 31).

d. Besitzt eine Spule mehrere Lagen von sehr eng gewickelten Windungen, so gilt nach a für den Innenraum jeder Lage, daß die magnetischen Intensitätslinien parallel der Spulenachse verlaufen. Daran kann sich nichts Wesentliches ändern, wenn der Strom in den einzelnen kreisförmigen Drähten durch ein zyklisches Stromfeld in einem

Zylinder ersetzt wird (vgl. 29b): ein zyklisches Stromfeld hat also im Innern ein zylindrisches Magnetfeld zur Folge.

31. Dichte der magnetischen Intensitätslinien.

a. Die Dichte der magnetischen Intensitätslinien in einem magnetischen Feld, das von einem Strom herrührt, muß aus der folgenden ganz allgemein gültigen Regel entnommen werden:

Die magnetomotorische Kraft $\mathfrak{M}$ längs einer beliebigen Kurve $\mathfrak{l}$ ist proportional der Anzahl von Stromlinien Q_s, welche durch die Kurve hindurchgehen, oder:

$$\mathfrak{M} = \frac{Q_s}{\nu}\ ^{25}), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

wenn der positive Proportionalitätsfaktor $= \frac{1}{\nu}$ gesetzt wird. Die Größe von ν hängt nur von der Wahl des Maßsystems*), nicht etwa vom Medium ab. In einfachen Fällen, wenn z. B. die Kurve $\mathfrak{l}$ kreisförmig, das Stromfeld auf einen Draht konzentriert ist, kann kein Zweifel darüber entstehen, was unter „der Anzahl von Stromlinien, die durch die Kurven hindurchgehen", zu verstehen ist, wohl aber in komplizierteren Fällen. Man denke sich dann eine überall durch die Kurve $\mathfrak{l}$ begrenzte Membran ausgespannt und eine Seite dieser Membran markiert, etwa weiß, die andere schwarz. Nun zähle man auf der Membran ab, in wie vielen Punkten dieselbe von einer Stromlinie in der Richtung von der weißen nach der schwarzen Seite und in wie viel Punkten dieselben von einer Stromlinie in entgegengesetzter Richtung geschnitten wird. Die Anzahl der Punkte erster Art sei A_1, diejenige der Punkte zweiter Art $= A_2$. Wird nun willkürlich festgesetzt, dass eine Stromlinie dann als positiv gerechnet werden soll, wenn sie von der weißen nach der schwarzen Seite der Membran hindurchtritt, so ist die Anzahl der Stromlinien, welche durch die Kurve hindurchgehen, $= A_1 - A_2$.

Aus dieser Regel folgt unmittelbar:

(1) Eine einzige Stromlinie, welche k-mal die Membran in derselben Richtung durchsetzt, ist äquivalent k Stromlinien, welche die Membran einmal schneiden;

(2) Stromlinien, welche in negativer Richtung die Membran schneiden, sind als negativ zu rechnen.

*) Im absoluten elektromagnetischen Maßsystem (s. S. 13 Fußnote) ist $4\pi\nu = 1$.

b. Das Vorzeichen der MMK ergibt sich genau wie in dem speziellen Fall **29a** durch die Korkzieherregel: denkt man sich einen Korkzieher in der Richtung der Stromlinien vorwärts getrieben, so gibt die Drehrichtung, in welcher der Korkzieher zu diesem Zwecke gedreht werden muß, die positive Richtung der MMK an.

c. *Spezieller Fall.* Es sei nur ein einziger linearer Stromkreis vorhanden mit dem stationären Strom i.

Dann ergibt die Theorie[26]) (vgl. **18a** und **21c**):

(1) die Richtung der magnetischen Intensitätslinien hängt nur ab von der Form des linearen Stromkreises, nicht von der Größe des Stromes i;

(2) die Dichte der Intensitätslinien ist im ganzen Raum unter sonst gleichen Umständen proportional dem Strom i. Wird nämlich der Strom im Verhältnis 1 : k verstärkt oder geschwächt, so ändert sich nach **a** die MMK längs jeder beliebigen Kurve, durch welche der Strom hindurchgeht, und deshalb auch die magnetische Feldintensität in jedem beliebigen Punkte im Verhältnis 1 : k.

d. Die Theorie zeigt[27]), daß man das magnetische Feld eines stationären geschlossenen Stromkreises aus folgendem Satz ableiten kann (Biot-Savart'sches Gesetz). Jedes vom Strom i durchflossene Element s des Stromkreises erzeugt in einem Punkt P im Abstand r ein magnetisches Feld, dessen Feldintensität

$$M = \frac{1}{4\pi\nu} \cdot \frac{i \cdot s}{r^2} \cdot \sin(s, r)^*)$$

ist. Die Richtung von M ist senkrecht sowohl zu s als zu r. Für das Vorzeichen von M gilt: Man denke sich r auf dem kürzesten Wege in die Richtung von s gedreht; die Richtung, welche zu dieser Drehnng nach der Korkzieherregel [**29a**] gehört, ist die positive Richtung von M.

32. Beispiele.

a. *Geradliniger linearer Strom* (vgl. **29a**).

Die Kurve ι [**31a**] sei eine Intensitätslinie außerhalb des Drahts, d. h. nach **29a** ein Kreis um die Strombahn als Achse. Radius des Kreises $= \rho$. Es ist dann [**4c**]

$$\mathfrak{M} = 2\pi\rho \cdot M_\rho = \frac{i}{\nu},$$

wenn i den Strom in dem linearen Leiter und M_ρ die magnetische Feldintensität im Abstand ρ von der Achse bedeutet. Daraus folgt

*) sin (s, r) = sin des Winkels, den s und r miteinander bilden. s soll positiv gerechnet werden in der Richtung des Stroms, r in der Richtung von P nach dem Element s.

$$M_\varrho = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{i}{2\pi v}.$$

Die Feldintensität nimmt also mit der Entfernung von der Stromachse ab und zwar umgekehrt wie die erste Potenz der Entfernung.

Im Innern des Drahts ist

$$M_\varrho = \frac{1}{2\pi v} \cdot \frac{i_\varrho}{\rho},$$

wenn i_ϱ den Strom in dem mit dem Draht koaxialen Zylinder vom Radius ρ bezeichnet. Ist die Strömung im Draht $= \mathfrak{S}$, so wird [22e]

$$i_\varrho = \pi \rho^2 . \mathfrak{S}$$

und

$$M_\varrho = \frac{1}{2v} . \rho \mathfrak{S},$$

d. h. im Innern des Drahts nimmt die magnetische Feldintensität proportional dem Abstand von der Achse zu.

b. Parallele lineare Ströme in einer Ebene oder parallele Stromlinien in einer ebenen Platte [29a].

Die Kurve ι sei ein Rechteck EFGH (Fig. 24), dessen Seiten EF und GH denselben Abstand d von der Ebene der Stromlinien haben. Setzt man $EF = GH = a$ und bedenkt man, daß die Teile FG und HE der Kurve ι nichts zur MMK beitragen, da sie Niveauflächen angehören [10a und 29d], so erhält man als MMK längs des Rechtecks

$$\mathfrak{M} = M . 2a = \frac{Q_s}{v},$$

worin M die magnetische Feldintensität im Abstand d von der Ebene der Stromlinien, Q_s die Anzahl Stromlinien, die auf der Strecke a vorhanden ist, bedeutet. Führt man Q_{s_1} = Anzahl der Stromlinien pro Strecke 1 cm $\left(= \frac{Q_s}{a}\right)$ bezw. N_1 = Anzahl der vom Strom i durchströmten Drähte pro Strecke 1 cm ein, so geht die obige Gleichung über in

$$M = \frac{Q_{s_1}}{2v}$$

bezw.

$$M = \frac{N_1 i}{2v},$$

d. h. die magnetische Feldintensität hängt vom Abstand d nicht ab: das magnetische Feld ist also im ganzen Raum außerhalb der durchströmten Platte homogen.

c. *Ringspule.* Die Achse einer vom Strom i durchströmten, sehr eng gewickelten Spule bilde eine geschlossene Kurve, und zwar der Einfachheit halber einen Kreis (Fig. 32).

Nach **30b** müssen dann im Innenraum der Spule die magnetischen Intensitätslinien ebenfalls Kreise sein. Für den Außenraum müßte schon aus Symmetriegründen dasselbe gelten. Die Länge einer solchen Intensitätslinie im Innenraum der Spule sei l_1, einer Intensitätslinie im Außenraum l_2 (Fig. 32). Der Strom i tritt durch die Kurve l_1 N-mal, wenn N die Anzahl der Spulenwindungen ist, durch die

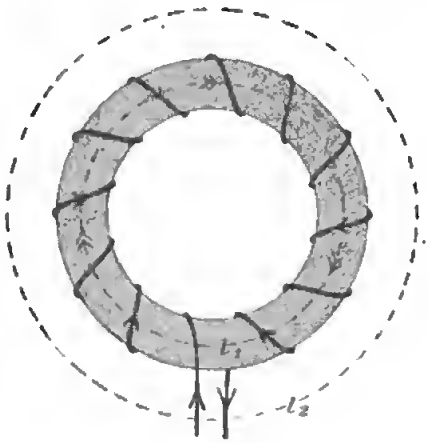


Fig. 32.

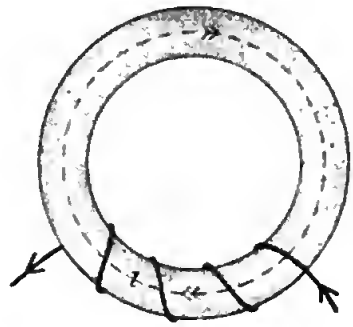


Fig. 33.

Kurve l_2 gar nicht, bezw. N-mal in der einen und N-mal in der entgegengesetzten Richtung*). Es folgt also aus **31a**

$$\mathfrak{M}_{(l_1)} = l_1 M_1 = \frac{N i}{v} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\mathfrak{M}_{(l_2)} = l_2 M_2 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

(M_1 bezw. M_2 = magnetische Feldintensität längs l_1 bezw. l_2). Die Größe $\frac{N i}{v}$, welche die MMK im Innenraum bestimmt, wird häufig als „Ampèrewindungszahl" oder „Zahl der Ampèrewindungen" bezeichnet.

Im Außenraum der Ringspule soll nach Gl. (2) die Feldintensität

*) Je nachdem man die Membrane [31a] bei l_2 an der Spule vorbei oder durch die ganze Spule hindurchgelegt denkt.

$M_2 = 0$ sein. Daß in der Tat im Außenraum einer solchen Spule kein merkliches Feld vorhanden ist, davon kann man sich sehr leicht mit Hilfe eines an einem Kokonfaden aufgehängten Eisenstäbchens [**5a**] überzeugen.

Ist der Radius der Windungen sehr klein gegen den Radius der Spulenachse, so kann die Länge aller Intensitätslinien im Innern als gleich, das magnetische Feld im Innern als überall von gleicher Intensität angesehen werden. Die Anordnung realisiert dann also den linearen magnetischen Kreis, wie er in **27** vorausgesetzt wurde. Annähernd läßt sich ein derartiger magnetischer Kreis auch dadurch herstellen, daß eine nicht geschlossene Spule auf einen Eisenring gewickelt wird (Fig. 33). Die Intensitätslinien verlaufen auch dann fast nur im Eisenring [**28c** und **19b**].

d. *Lange geradlinige Spule.* Eine unendlich lange geradlinige Spule, deren Windungen einander sehr nahe liegen sollen, kann aufgefaßt werden als Grenzfall einer geschlossenen Spule mit kreisförmiger Achse, deren Radius unendlich groß geworden ist.

Für den Außenraum folgt aus **c**: ein magnetisches Feld ist nicht vorhanden.

Für den Innenraum gibt Gl. (1)

$$M_1 = \frac{N}{l_1} \cdot \frac{i}{v} = \frac{N_1 \cdot i}{v} \text{ *)},$$

wenn $N_1 = \frac{N}{l_1}$ die Anzahl von Windungen pro Längeneinheit bedeutet. Das Feld im Innenraum ist homogen.

Das Gesagte behält annähernde Gültigkeit auch für die mittleren Partien einer Spule von endlicher aber großer Länge.

e. Ein Eisenring sei mit einer Spule vollkommen bewickelt, aber durch die eine Hälfte der Wicklung gehe der Strom in entgegengesetzter Richtung wie durch die andere (Fig. 35).

Dann gibt es keine Intensitätslinien, die wie in dem Falle **c**

*) Diese Gleichung kann auch direkt abgeleitet werden. Man nehme als Kurve l [**31a**] ein Rechteck (Fig. 34), dessen eine Seite $AB = 1$ cm von einer Intensitätslinie gebildet wird. Die dazu parallele Seite CD liege außerhalb der Spule. Dann ist die magnetische Spannung von D gegen A und C gegen $B = 0$, da A und D, B und C je auf einer Niveaufläche liegen. Ebenso ist die magnetische Spannung von D gegen $C = 0$, da im Außenraum der Spule kein magnetisches Feld vorhanden ist. Also

$$\mathfrak{M} = M_1 \cdot 1 = \frac{N_1 \cdot i}{v}.$$

vollkommen innerhalb des Ringes verlaufen. Denn für jede solche Intensitätslinie wäre die MMK = 0, da durch jede ebenso viel Stromlinien in der einen Richtung (herrührend von dem Strom in der einen

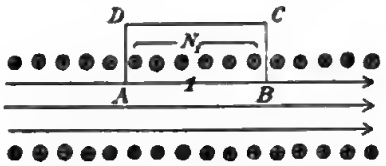


Fig. 34.

Hälfte der Spule) als in der entgegengesetzten Richtung (herrührend vom Strom in der anderen Ringhälfte) hindurchgehen. Die Intensitätslinien müssen also in irgendwelcher Weise aus dem Ring austreten.

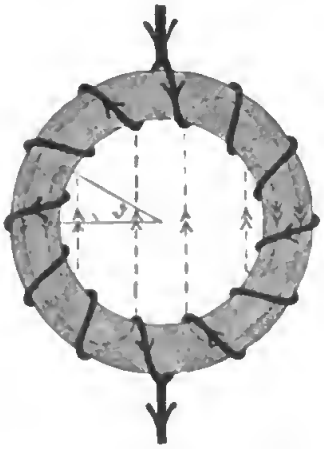


Fig. 35.

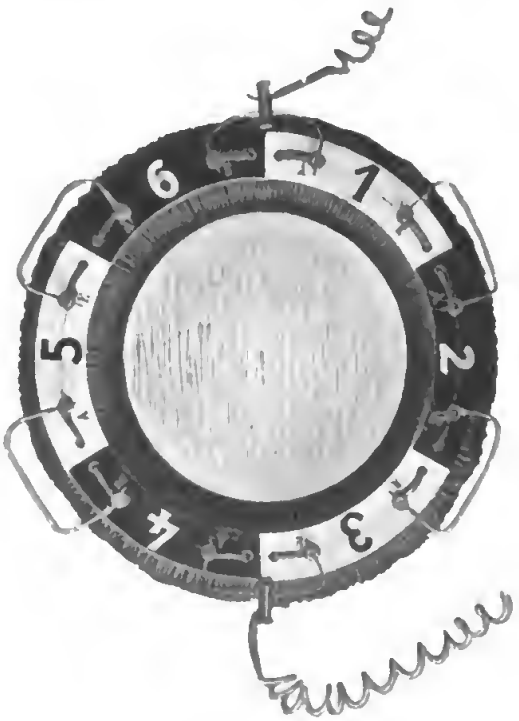


Fig. 36.

Wie die Intensitätslinien in dem vom Ringe umspannten Raume tatsächlich verlaufen, geht aus Fig. 36 hervor: sie sind nahezu parallele Gerade. Homogen ist aber das Feld nicht; die Feldintensität ist vielmehr in der Mitte etwa 1½mal größer als in der Nähe des Randes[28]).

33. Koeffizient der wechselseitigen Induktion.

a. Wird ein geschlossener linearer Leiter s_2 in das magnetische Feld eines anderen s_1, der von einem elektrischen Strom durchflossen ist, gebracht, so gehen durch s_2 eine gewisse Anzahl magnetischer Intensitätslinien und demnach auch Induktionslinien hindurch. Der Anzahl dieser Induktionslinien proportional ist die Größe, die man den *„Koeffizienten der wechselseitigen Induktion"* bezw. den *„wechselseitigen Induktionskoeffizienten"* p_{21} der beiden Leiterkreise s_1 und s_2 nennt. Es ist nämlich $p_{21} = \frac{1}{v} \times$ der Zahl Induktionslinien, welche durch s_2 hindurchgehen, wenn in s_1 der Strom 1 fließt[29]).

Die „Zahl Induktionslinien, welche durch s_2 hindurchgehen", ist dabei in genau demselben Sinne zu verstehen, wie es in **31a** von den Stromlinien auseinandergesetzt wurde.

Ist in s_1 nicht der Strom 1, sondern der Strom i_1 vorhanden, so gilt für die Anzahl der Induktionslinien, die durch s_2 hindurchgeht,

$$Q_m = v \cdot p_{21} i_1 \quad [\mathbf{31c}] \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

b. *Beispiel.* Zwei Spulen S_1 und S_2 mit den Windungszahlen N_1 und N_2 seien auf einen Eisenring gewickelt.

Ist der Strom in $S_1 = i$, so bestimmt sich der magnetischen Induktionsfluß Q_m im Eisenring (d. h. durch irgend einen Querschnitt des Eisenrings) durch die Beziehung

$$Q_m = \frac{\mathfrak{M}}{w_m} \quad [\mathbf{27}\ \text{Gl. (2b)}]$$

$$= \frac{N_1 i}{v} \cdot \frac{1}{w_m} \quad [\mathbf{32c}\ \text{Gl. (1)}],$$

oder wenn $i = 1$, ist

$$Q_m = \frac{N_1}{v} \cdot \frac{1}{w_m}. \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Da diese Induktionslinien eine durch S_2 hindurchgelegte Membran N_2-mal schneiden würden [**31a**], so ist die Anzahl Induktionslinien q_m, welche durch S_2 hindurchgeht,

$$q_m = Q_m \cdot N_2$$

$$= \frac{N_1 N_2}{v} \cdot \frac{1}{w_m},$$

Digitized by Google

demnach, da $p_{21} = \frac{1}{v} \cdot q_m$,

$$p_{21} = \frac{N_1 N_2}{v^2} \cdot \frac{1}{w_m} \text{ *)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

c. In diesem Beispiel übersieht man unmittelbar, daß S_2 ebenso viel magnetische Induktionslinien durch S_1 schickt, wenn in S_2 der Strom 1 fließt, wie S_1 durch S_2, wenn in S_1 der Strom 1 vorhanden ist, d. h. daß

$$p_{12} = p_{21}$$

ist. Diese Gleichung gilt aber, wie die Theorie zeigt[30]), ganz allgemein für zwei beliebige lineare Stromkreise.

34. Selbstinduktionskoeffizient.

a. Ein linearer Leiterkreis (Draht) sei von dem elektrischen Strom 1 durchflossen. Man denke sich durch die Achse des Drahts, dessen Querschnitte die Kreise K_1 und K_2 in Fig. 37 seien, eine

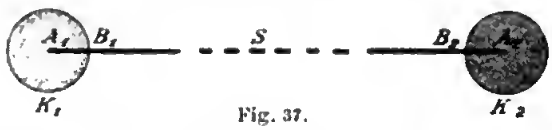


Fig. 37.

Fläche S gelegt (Querschnitt A_1A_2). Durch diese Fläche S tritt dann eine gewisse Anzahl q_m magnetischer Induktionslinien hindurch, von denen ein Teil q_o in dem den Draht umgebenden Medium (Teil B_1B_2 der Fläche S), ein Teil q_i im Draht selbst (Teil A_1B_1 bezw. A_2B_2) verläuft.

Der Anzahl q_m proportional ist diejenige Größe, welche man den *„Selbstinduktionskoeffizienten"* p des Stromkreises nennt. Es ist nämlich

$$p = \frac{1}{v} \cdot q_m,$$

worin also q_m die Anzahl der magnetischen Induktionslinien bedeutet, welche durch die Fläche S hindurchgehen, wenn in dem Leiterkreis der Strom 1 fließt[31]).

Ebenso wie q_m kann der Selbstinduktionskoeffizient in zwei Teile p_o und p_i zerlegt werden, von denen p_o von den Induktionslinien in

*) Die Proportionalität mit N_1N_2 gilt annähernd auch dann, wenn zwei Spulen so eng aneinander liegen, daß fast alle magnetischen Induktionslinien der einen auch durch die andere hindurchgehen.

dem den Draht umgebenden Medium, p_i von den Induktionslinien im Draht selbst herrührt. Für

$$p_o = \frac{1}{v} \cdot q_o$$

sind in der Tabelle VIII am Schluß des Buches Formeln angegeben. Für

$$p_i = \frac{1}{v} q_i$$

gilt die Beziehung

$$p_i = \frac{\mu}{4 \pi v^2} \cdot \frac{l}{2},$$

wenn μ die magnetische Permeabilität des Drahts und l die Länge des Drahts bezeichnet. Die Voraussetzung dieser Beziehung ist aber:

(1) daß der Strom konstant,

(2) daß der Stromkreis nicht an irgend einer Stelle extrem stark gekrümmt ist, d. h. daß sein Krümmungsradius an allen Stellen sehr groß gegen den Drahtradius ist.

b. Ist der Strom im Stromkreis nicht $= 1$, sondern allgemein $= i$, so gilt für die Anzahl Q_m der durch den Leiterkreis (d. h. eigentlich die Fläche S) hindurchgehenden Induktionslinien [**31 c**]

$$Q_m = v \,.\, p\, i. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

c. *Beispiel: Spulen.* Für eine Ringspule [**32 c**] folgt in derselben Weise wie in **33 b**:

$$q_m = \frac{N^2}{v} \cdot \frac{1}{w_m},$$

demgemäß

$$p = \frac{N^2}{v^2} \cdot \frac{1}{w_m}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

wenn N die Windungszahl der Spule bedeutet und w_m den magnetischen Widerstand im Innenraum der Spule für ein magnetisches Feld in der Richtung der Achse.

Dieselbe Beziehung gilt annähernd für jede Spule, wenn die Induktionslinien, die durch eine Windung hindurchgehen, auch durch alle anderen hindurch verlaufen. Bei allen Spulen, bei denen dies annähernd zutrifft (vgl. Fig. 31), ist der Selbstinduktionskoeffizient dem Quadrat der Windungszahl annähernd proportional. Es trifft besonders genau zu bei allen Spulen, die auf einen Eisenkern gewickelt sind [**32 c**].

d. Für viele Zwecke liegt das Bedürfnis vor, Spulen von möglichst großem Selbstinduktionskoeffizienten*) herzustellen.

Nach Gl. (2) sind zwei Wege möglich:

(1) die Windungszahl möglichst zu vergrößern,

(2) den magnetischen Widerstand im Innern der Spulen möglichst zu verkleinern.

Das erste Verfahren**) führt zu Spulen sehr hoher Windungszahl, wie sie etwa die Sekundärspulen von Induktorien darstellen. Ihre Nachteile sind hohe Kosten und sehr hoher elektrischer Widerstand. Außerdem wächst ihr Selbstinduktionskoeffizient längst nicht mit dem Quadrat der Windungszahl, da bei vielen Lagen von Windungen unmöglich alle Induktionslinien, welche eine Windung passieren, auch durch alle anderen Windungen hindurchgehen können.

Beim zweiten Verfahren**) stellt man Spulen von großem Selbstinduktionskoeffizienten dadurch her, daß man die Spulen auf ganz oder nahezu geschlossene Eisenkerne wickelt und diese Eisenkerne möglichst gedrungen (d. h. von möglichst geringer Länge und möglichst großem Querschnitt) und aus Eisen von möglichst großer Permeabilität [mit Rücksicht auf **27a** Gl. (3b)] baut. Die Vorteile dieser Spulen sind sehr geringer elektrischer Widerstand (wegen geringer Windungszahl) und relativ geringe Kosten; über die Nachteile vgl. Kap. IV § 4.

*) Zu sagen, eine Spule besitze einen gewissen Selbstinduktionskoeffizienten, ist nach der angegebenen Definition nicht korrekt, da der Selbstinduktionskoeffizient nur für einen geschlossenen Stromkreis definiert ist. Es ist aber allgemein üblich vom Selbstinduktionskoeffizienten p einer Spule als von einer bestimmten Größe auch dann zu sprechen, wenn die Spule in einem beliebigen Stromkreis sich befindet. Berechtigt ist dies dann, wenn die Spule und der übrige Stromkreis so beschaffen sind, daß die magnetischen Induktionslinien im Innern der Spule nicht auch durch andere Teile des Stromkreises hindurchgehen, wenn man also das magnetische Feld des Stromkreises in zwei Teile trennen kann, einen von dem Strom in der Spule und einen von dem übrigen Stromkreis herrührenden. Besonders genau trifft das zu, wenn die Spule eine Ringspule ist.

**) Instruktiv sind in dieser Beziehung die folgenden Zahlen, welche Messungen an einem 30 cm-Induktor der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft ergeben haben:

	Widerstand	Selbstinduktionskoeffizient	Selbstinduktionskoeffizient pro 1 Ohm Widerstand
Primärspule mit Eisenkern . . .	0,23 Ohm	0,029 Henry	0,126
Sekundärspule ohne Eisenkern . . .	27400 „	43 „	0,00157

e. Stromkreise von möglichst kleinem Selbstinduktionskoeffizienten erhält man, wenn man dieselben aus zwei parallelen Drähten herstellt, die in entgegengesetzter Richtung durchströmt werden („Bifilare Wicklung" Fig. 38). Daß in diesem Falle die magnetische Wirkung nach außen nur sehr gering ist, war schon in 29e betont worden.

Fig. 38.

f. Die praktische Einheit für den Selbstinduktionskoeffizienten ist ein *„Henry"*.

Spulen von etwa 100 Windungen auf einem gedrungenen geschlossenen Eisenkern [d] haben Selbstinduktionskoeffizienten von der Größenordnung $^1/_{10}$ Henry. Von der Größenordnung 100 Henry ist etwa der Selbstinduktionskoeffizient der Sekundärspule eines 50 cm-Induktors ohne Eisenkern.

§ 8. Beziehung zwischen elektrischem und magnetischem Feld.

35. Erregung eines magnetischen Feldes durch ein elektrisches.

Ein der Zeit nach konstantes elektrisches Feld in Isolatoren übt keinerlei magnetische Wirkungen aus. Jede zeitliche Aenderung eines elektrischen Feldes hat aber das Auftreten eines magnetischen Feldes zur Folge, *„induziert"*, wie man sagt, ein magnetisches Feld.

a. Bezüglich des Verlaufs der magnetischen Intensitätslinien gilt allgemein: Die Intensitätslinien eines magnetischen Feldes, welches seine Entstehung der Aenderung eines elektrischen Feldes verdankt, sind geschlossene Kurven.

b. Im einzelnen hängt die Richtung der magnetischen Feldintensität von der Art der Aenderung des elektrischen Feldes ab. Besonders einfach werden die Beziehungen, wenn die Aenderung des elektrischen Feldes darin besteht, daß die elektrische Induktion in allen Punkten des elektrischen Feldes in demselben Verhältnis vergrößert oder verkleinert wird, ohne daß die Richtung derselben sich ändert, d. h. also, wenn die Dichte der elektrischen Induktionslinien an allen Punkten des Feldes sich in demselben Verhältnis ändert, die Richtung derselben aber konstant bleibt. In diesem für das folgende besonders wichtigen Falle gilt: Die Richtung des magnetischen Feldes ist dieselbe, wie wenn die elektrischen Induktionslinien Stromlinien wären.

c. Für die Größe der Feldintensität selbst gibt es hier so wenig wie in **31** eine einfache Regel, wohl aber für die MMK, und zwar eine ganz ähnliche wie dort. Die MMK $\mathfrak{M}$ längs einer beliebig geschlossenen Kurve ist proportional der Geschwindigkeit, mit welcher die Anzahl der durch die Kurve hindurchgehenden Induktionslinien, d. h. mit welcher der elektrische Induktionsfluß Q_e durch die Kurve zunimmt. Der Proportionalitätsfaktor ist derselbe wie bei der Strömung $[31] = \frac{1}{\nu}$.

Es ist also

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{\nu} Q_e'. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Das Vorzeichen von $\mathfrak{M}$ steht zum Vorzeichen von Q_e im Verhältnis der Korkzieherregel [**31 b**].

Man kann die unter **b** angegebene Regel mit dem eben Gesagten zusammenfassen in den Satz: Ein elektrisches Feld, dessen elektrische Induktion $\mathfrak{E}$ sich in der in **b** angegebenen Weise ändert, ist bezüglich seiner magnetischen Wirkung äquivalent einem Stromfeld, dessen Strömung $\mathfrak{S}$ zu der elektrischen Induktion des sich ändernden elektrischen Feldes in der Beziehung steht,

$$\mathfrak{S} = \mathfrak{E}'.$$

d. Befinden sich in dem sich ändernden elektrischen Feld zum Teil Leiter, so muß nach **22** in diesen auch gleichzeitig eine elektrische Strömung vorhanden sein. Dann ist das gesamte magnetische Feld die Resultante aus demjenigen Feld, welches von der Strömung in den Leitern herrührt, und demjenigen, welches durch die Aenderung des elektrischen Feldes in Isolatoren und Leitern erzeugt wird. Für die gesamte MMK $\mathfrak{M}$ längs irgend einer geschlossenen Kurve gilt dann nach **31** und **c**

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{\nu} [Q_s + Q_e']^{32}), \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

worin Q_s und Q_e die Anzahl von Stromlinien bezw. elektrischen Induktionslinien bedeutet, welche durch die Kurve hindurchgehen.

36. Beispiele für magnetische Felder, die durch elektrische induziert sind.

a. Aus **29 b** und **35 b** folgt: Ein zylindrisches elektrisches Feld, dessen Intensität an allen Punkten sich in demselben Verhältnis ändert, während seine Richtung konstant bleibt, erzeugt ein zyklisches

magnetisches Feld, dessen Achse mit der Achse des elektrischen Feldes zusammenfällt.

b. Ein zylindrisches magnetisches Feld entsteht, wenn ein zyklisches elektrisches Feld sich in derselben Weise ändert [**30 d** und **35 b**].

c. Ein Kondensator mit kreisrunden Platten (Fig. 39) werde in eine geradlinige Stromhahn eingefügt. Da der Kondensator durch den Strom i eine Ladung erhält [**23**], so entsteht zwischen den Kondensatorplatten ein annähernd homogenes elektrisches Feld [**14 b**], das aber wegen der kreisrunden Form der Platten als Spezialfall eines

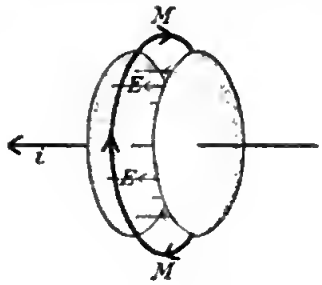


Fig. 39.

zylindrischen aufgefaßt werden kann und dessen Feldintensität proportional der Ladung des Kondensators zunimmt, und zwar ist nach **23**

$$Q_e' = i, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

wenn Q_e' die Anzahl der elektrischen Induktionslinien bezeichnet, die von der positiven zur negativen Kondensatorplatte hinübertreten.

Für das magnetische Feld in der Umgebung des Kondensators, soweit es durch das sich ändernde elektrische Feld im Kondensator erzeugt wird, gilt:

(1) Die magnetischen Induktionslinien sind Kreise, deren Achse die Achse des Kondensators ist (nach **a**).

(2) Die MMK längs eines solchen Kreises bestimmt sich aus

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{\nu} Q_e' \quad [\mathbf{35\,c}].$$

Das ist aber nach Gl. (1) identisch mit

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{\nu} i. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Bei demselben Strom i ist also sowohl die Richtung der magnetischen Intensitätslinien als auch die Größe der MMK und damit das magnetische Feld überhaupt dasselbe wie vor dem Einschalten des Kondensators [**29 a** und **31 a**].

37. Erregung eines elektrischen Feldes durch ein magnetisches.

Die Analogie, die sonst zwischen elektrischen und magnetischen Feldern besteht, bestätigt sich auch hier: man erhält die Sätze für die Erregung eines elektrischen Feldes durch ein magnetisches bis auf einen einzigen Punkt richtig, wenn man in **35** elektrisches und magnetisches vertauscht. Vor allem gilt: jede Aenderung eines magnetischen Feldes hat ein elektrisches Feld zur Folge.

a. Bezüglich des Verlaufs der Intensitätslinien in einem elektrischen Feld, das durch die Aenderungen eines magnetischen Feldes hervorgerufen oder, wie man auch in diesem Falle zu sagen pflegt, „induziert" wird, gilt: die Intensitätslinien sind geschlossene Kurven.

b. Besteht die Aenderung des magnetischen Feldes darin, daß an allen Punkten die Dichte der magnetischen Induktionslinien sich in demselben Verhältnis ändert, während die Richtung derselben unverändert bleibt, so kann für die Richtung der Intensitätslinien des induzierten elektrischen Feldes die folgende Regel aufgestellt werden: Man denke sich die Induktionslinien des sich ändernden magnetischen Feldes durch Stromlinien ersetzt und ziehe nach den Regeln von **28** ff. die magnetischen Intensitätslinien dieses Stromfeldes. Die Richtung derselben ist dann identisch mit der Richtung der Intensitätslinien des gesuchten elektrischen Feldes.

c. Analog dem Satz für die MMK in **35 c** gilt ganz allgemein: Die EMK längs einer beliebigen Kurve $\mathfrak{l}$ ist proportional der Geschwindigkeit, mit welcher sich der magnetische Induktionsfluß durch die Kurve ändert. Auch die Größe des Proportionalitätsfaktors ist dieselbe wie dort: $= \frac{1}{\nu}$. Aber bezüglich des Vorzeichens erleidet die Analogie mit **35** eine Ausnahme: das Vorzeichen der EMK ist gerade entgegengesetzt demjenigen der MMK im analogen Falle. Während die MMK längs einer Kurve positiv ist, wenn der elektrische Induktionsfluß durch die Kurve zunimmt, ist die EMK negativ, wenn der magnetische Induktionsfluß durch die Kurve zunimmt, positiv, wenn der magnetische Induktionsfluß abnimmt. Trägt man dem Rechnung, so kann man für die EMK $\mathfrak{E}$ längs einer Kurve $\mathfrak{l}$, durch welche Q_m magnetische Induktionslinien hindurchgehen, die Gleichung aufstellen

$$\mathfrak{E} = -\frac{1}{\nu} Q_m' \quad (35)$$

und diese Gleichung so interpretieren: Die EMK längs einer Kurve ist proportional der Geschwindigkeit, mit welcher

der magnetische Induktionsfluß durch die Kurve abnimmt. Der magnetische „Induktionsfluß durch die Kurve" ist in demselben Sinne zu verstehen wie Q_s in **31a**. Ebenso gilt für das Vorzeichen von $\mathfrak{E}$ im Verhältnis zu demjenigen von Q_m die Korkzieherregel.

d. Diese Beziehung behält ihre Gültigkeit in dem Falle, daß die Kurve l durch einen linearen Leiterkreis gebildet ist, auch dann noch, wenn die Aenderung des magnetischen Induktionsflusses durch den Leiterkreis dadurch zu stande kommt, daß der Leiterkreis und das magnetische Feld sich relativ zueinander bewegen.

e. Die Wirkung von Körpern höherer Dielektrizitätskonstante ist dieselbe wie in statischen Feldern [19].

f. Die Gl. (1) wird häufig als „erste Maxwell'sche Gleichung", Gl. (2) von **35** als „zweite Maxwell'sche Gleichung" bezeichnet.

38. Beispiele für elektrische Felder, die durch magnetische induziert sind.

a. Aus **37b** und **29b** folgt: Ein zylindrisches magnetisches Feld, dessen Induktion bei konstanter Richtung ihre Größe an allen Punkten in demselben Verhältnis ändert, induziert ein zyklisches elektrisches Feld, dessen Achse die Achse des zylindrischen Feldes ist.

Wird also in einem Induktorium mit geradlinigem Spulenkern die Intensität des Primärstromes geändert, so müssen [vgl. **31c**] die Intensitätslinien des dadurch induzierten elektrischen Feldes Kreise sein, deren Achse mit der Achse des Spulenkerns zusammenfällt.

In ähnlicher Weise wie in **29c** folgt aber auch: Wird in einer Spule, die auf einen Eisenring von kreisförmigem Querschnitt gewickelt ist (**32**, Fig. 33), der Strom verändert, so wird ein elektrisches Feld induziert, dessen Intensitätslinien in unmittelbarer Umgebung des Eisenrings annähernd Kreise sein müssen.

b. Im Anschluß daran ergibt sich für eine Ringspule, die der Einfachheit halber als kreisförmig vorausgesetzt werden soll, das folgende. Solange in der Ringspule der Strom konstant ist, ist nach **32c** ein magnetisches Feld nur im Innenraum der Spule vorhanden. Sobald aber der Strom in der Spule sich ändert, muß auch das magnetische Feld im Innenraum sich ändern. Dadurch wird nach **37** ein elektrisches Feld induziert, dessen elektrische Intensitätslinien relativ zur Ringspule etwa ebenso verlaufen müssen, wie die magnetischen Intensitätslinien eines Kreisstromes relativ zu diesem (Fig. 26 und 27). Da die Intensität dieses induzierten elektrischen Feldes im

allgemeinen nicht konstant ist, so muß durch dieses sich ändernde elektrische Feld nach **35** ein magnetisches erregt werden, dessen Intensitätslinien jedenfalls teilweise im Außenraum der Ringspule verlaufen. Eine von einem veränderlichen Strom durchflossene Ringspule muß also unter Umständen auch im Außenraum magnetische Wirkungen ausüben.

c. Ein zyklisches magnetisches Feld, dessen Induktion an allen Punkten der Größe nach sich in demselben Verhältnis ändert, während ihre Richtung konstant bleibt, induziert ein zylindrisches elektrisches Feld [**37 b** und **30 d**].

d. Bezeichnet Q_m den magnetischen Induktionsfluß in einem Eisenkern, d. h. die Anzahl Induktionslinien, die durch einen Querschnitt des Kerns hindurchtreten, so gilt für die EMK $\mathcal{E}_i$, welche in einer Spule induziert wird, die den Eisenkern mit N-Windungen umgibt,

$$\mathcal{E}_i = -\frac{N}{v} \cdot Q_m',$$

da die Q_m-Induktionslinien N-mal eine durch die Spule begrenzte Membrane [vgl. **31 a**] durchschneiden würden.

e. Aendert sich der Strom i in einem linearen Stromkreis, so ändert sich auch der magnetische Induktionsfluß durch den Stromkreis. Es muß deshalb längs des linearen Stromkreises eine EMK $\mathcal{E}_i$ induziert werden, und zwar folgt aus **34 b** und **37 c**

$$\mathcal{E}_i = -p\,i',$$

wenn p der Selbstinduktionskoeffizient des Stromkreises ist. Diese induzierte EMK hat dieselbe Richtung wie der Strom, wenn dieser abnimmt (i' negativ), dagegen dem Strom i entgegengesetzte Richtung, wenn dieser zunimmt.

Ebenso gilt [**37 c** und **33 a**] für die EMK $\mathcal{E}_2$, die durch einen linearen Strom i_1 in einem benachbarten linearen Stromkreis induziert wird,

$$\mathcal{E}_2 = -p_{21}\,i_1',$$

wenn p_{12} den wechselseitigen Induktionskoeffizienten der beiden Stromkreise bezeichnet.

§ 9. Die Energie des elektromagnetischen Feldes.

39. Allgemeines.

Daß ein elektromagnetisches Feld als Ganzes einen gewissen Energievorrat darstellt, geht schon aus **1** hervor. Da ein elektrisches (bezw. magnetisches) Feld auf elektrische (bezw. magnetische)

Mengen eine Kraft ausübt, muß es im stande sein Arbeit zu leisten. Man ist aber außerdem berechtigt anzunehmen, daß in jedem Raumteilchen τ, welches einen Teil eines elektrischen oder magnetischen Feldes ausmacht, ein gewisser Teil der gesamten Energie des elektrischen bezw. magnetischen Feldes lokalisiert und durch die Gleichungen

$$W_e = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 . \tau, \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

$$W_m = \frac{1}{2} \mu M^2 . \tau \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

bestimmt ist. In diesen Gleichungen bedeuten W_e (bezw. W_m) die elektrische (bezw. magnetische) Energie, die in dem Raumteilchen im Fall eines elektrischen (bezw. magnetischen) Feldes vorhanden ist, ε bezw. μ die Dielektrizitätskonstante bezw. Permeabilität, E bezw. M die elektrische bezw. magnetische Feldintensität an der betrachteten Stelle und τ das Volumen des Raumteilchens. Falls es sich nicht um ein homogenes Medium und Feld handelt, so liegt diesen Gleichungen die Voraussetzung zu Grunde, daß das Raumteilchen so klein ist, daß in ihm Dielektrizitätskonstante, Permeabilität und Feldintensitäten als merklich konstant betrachtet werden dürfen[34]). In einem homogenen Feld und Medium gelten diese Gleichungen aber für einen beliebig großen Raum τ.

Ist in dem Raumteilchen τ ein elektrisches und ein magnetisches Feld *gleichzeitig* vorhanden, so ist der gesamte Energieinhalt W des Teilchens gleich der Summe des elektrischen und des magnetischen Energieinhaltes, also

$$W = W_e + W_m.$$

40. I. Beispiel: Energie eines geladenen Kondensators.

a. Wendet man **39** Gl. (1) auf das homogene elektrische Feld in einem Kondensator von der Kapazität c, zwischen dessen Platten die Spannung $\mathcal{V}$ herrscht, an, so erhält man mit Hilfe der Beziehungen in **17 a** für die Energie W_e dieses Feldes

$$W_e = \frac{1}{2} c \mathcal{V}^2.$$

Daß dieser Ausdruck die elektrische Energie eines geladenen Kondensators darstellt, kann in folgender Weise ohne Hilfe von **39** Gl. (1) plausibel gemacht werden. Die Energie des elektrischen Feldes im Kondensator ist augenscheinlich erschöpft und der Kondensator entladen, wenn die ganze positive elektrische Ladung $+e$ von der posi-

tiven Belegung nach der negativen herübergeschafft ist. Die Arbeit, welche geleistet wird, wenn man bei der Spannung $\mathcal{V}$ die elektrische Menge $+e$ von der positiven nach der negativen Platte bringt, ist $= e\,\mathcal{V}$ [3a]. Nun wird aber, sobald ein Teil der elektrischen Ladung von einer Platte weggenommen wird, auch die Spannung zwischen den beiden Belegungen vermindert [17a]. Wenn also allmählich die positive Ladung von der positiven nach der negativen Platte herübergeschafft wird, so erfolgt dieses Herüberschaffen bei ganz verschiedenen Spannungen, die zwischen der Anfangsspannung $\mathcal{V}$ und der Endspannung 0 liegen. Ersetzt man diese verschiedene Spannungen durch eine mittlere $= \frac{1}{2}\,\mathcal{V}$*), so wird die gesamte Arbeit

$$= e\,.\,\frac{1}{2}\,\mathcal{V} = \frac{1}{2}\,c\,\mathcal{V}^2 \text{ [17 Gl. (1)]}.$$

b. Der Ausdruck für die Energie des elektrischen Feldes

$$W_e = \frac{1}{2}\,c\,\mathcal{V}^2$$

gilt auch in dem in 18 behandelten Falle, wenn das elektrische Feld von irgend einem isolierten Leiter herrührt, dessen Kapazität c, dessen Spannung $\mathcal{V}$ ist[35]).

41. II. Beispiel: Energie eines magnetischen Kreises und eines linearen Stromkreises.

a. Für den Fall eines magnetischen Kreises [27a] von dem überall gleichen Querschnitt q, der Länge l und der Permebilität μ wird

$$\tau = q\,l,$$

$$M = \frac{Q_m}{q\,\mu} \text{ [27 Gl. (1)]},$$

also nach 39 Gl. (2) die magnetische Energie des magnetischen Kreises

$$W_m = \frac{1}{2}\,\mu\,.\,M^2\,.\,\tau = \frac{1}{2}\,.\,\frac{l}{q\,\mu}\,.\,Q_m{}^2.$$

Nach 27 Gl. (3b) ist dies gleichbedeutend mit

$$W_m = \frac{1}{2}\,w_m\,Q_m{}^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wenn w_m der magnetische Widerstand des magnetischen Kreises ist.

*) Daß das berechtigt ist, ist aber nicht von vornherein klar.

b. Man kann Gl. (1) noch eine wesentlich andere Form geben, wenn die MMK längs des magnetischen Kreises von einer Spule herrührt, die den magnetischen Kreis mit N-Windungen umgibt und in welcher der Strom i fließt.

Dann ist

$$Q_m = \frac{\mathfrak{M}}{w_m} \text{ [27 b]},$$
$$= \frac{Ni}{v} \cdot \frac{1}{w_m} \text{ [32 c]}.$$

Die Einführung dieses Wertes in **a** Gl. (1) liefert

$$W_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{N^2}{\mathfrak{P}^2} \cdot \frac{1}{w_m} \cdot i^2$$

oder nach **34** (Gl. 2)

$$W_m = \frac{1}{2} p i^2, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

worin p den Selbstinduktionskoeffizienten der Spule bedeutet.

Diese Gleichung gilt nun aber nicht nur für den hier angenommenen speziellen Fall, sie stellt vielmehr die Energie eines beliebigen linearen Stromkreises vom Selbstinduktionskoeffizienten p und dem Strom i dar[36]).

42. Leistung in einem linearen Stromkreis.

Bei jeder elektrischen Strömung muß Arbeit geleistet, also Energie umgesetzt werden, da nach der in **22** angegebenen Vorstellung bei der elektrischen Strömung fortgesetzt elektrische Mengen in einem elektrischen Felde sich bewegen.

a. Für die Größe der elektrischen Arbeit, die pro Sekunde geleistet wird und die man als „elektrische *Leistung*" L oder „elektrischen *Effekt*" bezeichnet, läßt sich ein sehr einfacher Ausdruck angeben, wenn die Strömung in einem linearen Leiter erfolgt.

Wenn der Strom in einem linearen Stromkreis = i ist, so heißt dies nach **22**: die positiven elektrischen Mengen, die in der Richtung der EMK, und die negativen elektrischen Mengen, welche in entgegengesetzter Richtung pro Sekunde den Stromkreis durchlaufen, sind zusammen = i. Nun ist die Arbeit, welche geleistet wird, wenn die elektrische Menge + e in der Richtung der EMK, oder die elektrische Menge − e in entgegengesetzter Richtung, den Stromkreis durchläuft, nach **3** = e$\mathfrak{E}$. Demgemäß muß in einem Stromkreis mit

dem Strom i und der EMK $\mathfrak{E}$ die pro Sekunde geleistete Arbeit oder die elektrische Leistung

$$L = i\mathfrak{E} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

sein.

In derselben Weise folgt für die elektrische Leistung in einem Stück eines Stromkreises, zwischen dessen Endpunkten die Spannung $\mathfrak{P}$ herrscht,

$$L = i\mathfrak{P}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Beide Ausdrücke für L lassen sich nach **25** Gl. (2) ersetzen durch

$$L = i^2 w,$$

wenn w den Widerstand des vom Strom i durchflossenen linearen Stromkreises bezw. des betrachteten Stückes desselben bezeichnet.

b. *Praktische Einheit der Leistung.* Drückt man i und $\mathfrak{E}$ bezw. $\mathfrak{P}$ in praktischen Einheiten, Ampère bezw. Volt [**22e** und **3d**], aus, so erhält man aus den Gl. (1) und (2) in **a** die Leistung L ebenfalls in der praktischen Einheit, dem „*Watt*". Es ist also 1 Watt = 1 Volt × 1 Amp.

100 Watt werden als „Hektowatt", 1000 als „Kilowatt" bezeichnet. (Eine Pferdekraft ist = 736 Watt.)

c. Die in einer bestimmten Zeit t geleistete elektrische Arbeit ist nach der Definition von Leistung

$$= L\,t$$

oder in einem linearen Stromkreis nach **a**

$$= i\mathfrak{E}\,.\,t \text{ bezw. } i\,\mathfrak{P}\,.\,t \text{ bezw. } i^2 w\,.\,t.$$

Die praktische Einheit für eine elektrische Arbeit erhält man, wenn man die praktische Einheit für die Leistung L, das Watt, mit der Stunde als Einheit für die Zeit kombiniert = „*Wattstunde*", bei großen Beträgen „Hektowattstunde" bezw. „Kilowattstunde".

43. Wärmeentwickelung durch den elektrischen Strom und deren praktische Verwendung für Meßzwecke.

Bei einem stationären Stromkreis aus homogenem Material wird die gesamte elektrische Leistung in Wärme verbraucht. Es gilt also für die pro Sekunde erzeugte Wärmemenge, die im folgenden als „*Wärmeeffekt*" L_w bezeichnet werden soll,

$$L_w = L = i^2 w^*),$$

*) $i^2 w$ wird häufig als *Joule'sche Wärme* oder auch Stromwärme bezeichnet.

während die in einer bestimmten Zeit t produzierte Wärmemenge

$$= i^2 w \cdot t$$

ist.

Die für das folgende wichtigste Verwendung, welche die Erwärmung durchströmter Drähte gefunden hat, ist diejenige in Meßinstrumenten für Ströme von veränderlicher Stärke, für deren Messung Galvanometer mit drehbaren Magneten aus den in 5 angegebenen Gründen nicht gebraucht werden können.

Die wichtigsten Arten dieser Meßinstrumente sind die folgenden.

a. *Hitzdrahtstrommesser (Hitzdrahtampèremeter).* Durch die Wärme, welche in einem Draht durch den Strom entwickelt wird, wird der Draht ausgedehnt, und diese Ausdehnung des Drahtes gibt ein Maß für die im Draht entwickelte Wärmemenge und damit nach 42 Gl. (3) bei konstantem Strom für die Stromstärke.

Eine der Anordnungen der Firma Hartmann & Braun ist aus der schematischen Fig. 40 ersichtlich. Die Zuführungsklemmen für den Strom sind A und B. Die Ausdehnung des durchströmten Hitzdrahtes a wird durch einen Draht b und einen Draht c, der um eine Welle w geschlungen und durch eine Feder f gespannt ist, auf den an der Welle w befestigten Zeiger z übertragen, der über einer Skala S spielt. Fig. 41 zeigt die Außenansicht eines ausgeführten Instrumentes.

Die Skala des Instrumentes in Fig. 41 zeigt eine Einteilung in Ampère. Wie das im Falle eines variabeln Stromes, wo von einer

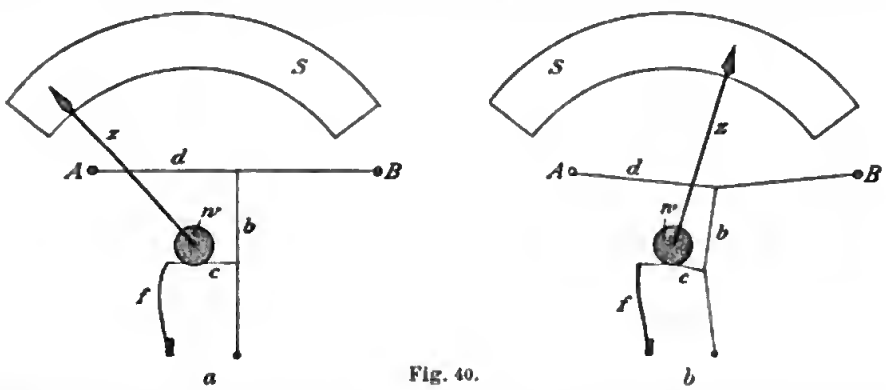


Fig. 40.

bestimmten Stromstärke nicht gesprochen werden kann, aufzufassen ist, geht am besten aus der Art, wie diese Skalen wenigstens im Prinzip angefertigt werden, hervor. Zu dem Zweck schickt man einen auf irgendwelche Weise gemessenen konstanten Strom von 0,1, 0,2 etc. Amp. durch das Instrument und schreibt an die Stellen, an welchen der Zeiger einsteht, 0,1 bezw. 0,2 etc. Amp. Schickt man nun einen

variabeln Strom durch das Instrument und es steht der Zeiger etwa auf 0,5 Amp., so heißt das: der variable Strom entwickelt im Mittel dieselbe Wärmemenge wie der konstante Strom von 0,5 Amp. Man sagt dann, der variable Strom habe die „effektive Stromstärke" $i_{eff} = 0{,}5$ Amp. Diese wird also durch ein Hitzdrahtinstrument gemessen[37]).

Wird ein solcher Hitzdrahtstrommesser mit einem großen Vorschaltwiderstand w gebraucht, so kann das Instrument dazu dienen, die Spannung $\mathcal{V}$ zwischen zwei Punkten, an die es angelegt wird

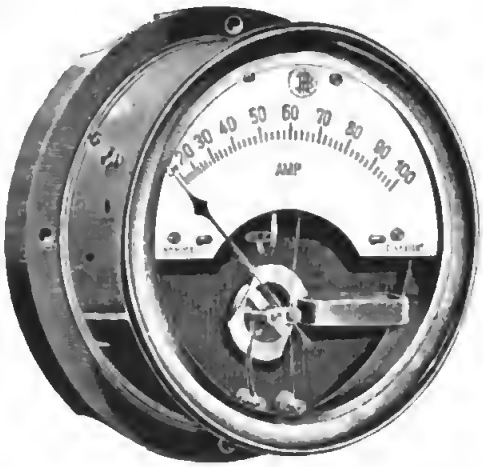


Fig. 41.

($\mathcal{V} = iw$), zu bestimmen. Bei variabler Spannung geben diese „*Hitzdrahtspannungsmesser*" bezw. „*Hitzdrahtvoltmeter*" die „effektive Spannung $\mathcal{V}_{eff}$" an, für die Entsprechendes gilt, wie für die effektive Stromstärke.

b. *Hitzdrahtluftthermometer.* Bei dieser wohl zuerst von Rieß verwandten Anordnung (Rieß'sches Luftthermometer) wird die in einem Draht entwickelte Wärme auf eine in einem Glasgefäß eingeschlossene Luftmasse übertragen. Durch die Erwärmung der Luft wird der Druck in dem Glasgefäß erhöht und diese Druckerhöhung an einem Manometer abgelesen.

In Fig. 42 ist eine für Messungen bei schnellen Schwingungen sehr bequeme Form abgebildet: sie besitzt den Vorteil, daß der Hitzdraht sehr leicht durch einen dickeren oder dünneren für geringere bezw. größere Empfindlichkeit ersetzt werden kann*). Daß die An-

*) Im Gebrauch bei der „Gesellschaft für drahtlose Telegraphie". Eine etwas andere Form für geraden Hitzdraht zeigt Fig. 43 (vgl. F. Braun, Drahtlose Telegraphie durch Wasser und Luft. Leipzig, Veit & Co., 1901).

gaben eines solchen Instrumentes, die Ausschläge am Manometer, annähernd $\sim i^2$ sind, kann aus der Eichkurve (Fig. 44, Kurve A) leicht abgeleitet werden.

c. *Bolometer.* Durch die Erwärmung des durchströmten Drahtes wird dessen Widerstand geändert. Die Aenderung dieses Wider-

Fig. 42.

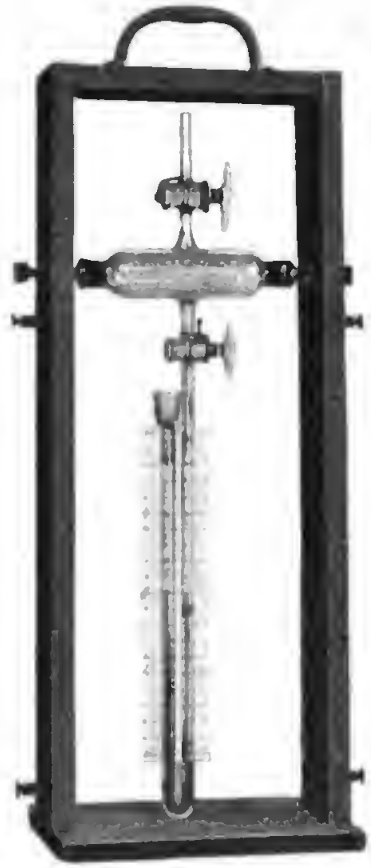


Fig. 43.

standes wird bestimmt und liefert dann ein Maß für die effektive Stromstärke.

Um diese Widerstandsänderung zu messen, wird der durchströmte Draht w, der am besten aus einem Material mit sehr hohem Temperaturkoeffizienten, z. B. Eisen, gewählt wird, zu dem einen Zweig einer Wheatstone'schen Brückenkombination gemacht (Fig. 45). Die Widerstände a b c werden so abgeglichen, daß das Galvanometer g keinen Strom anzeigt. Sobald dann durch den Draht w ein Strom i geschickt wird, nimmt der Widerstand infolge der Erwärmung durch diesen Strom i zu und das Galvanometer zeigt einen Ausschlag, der

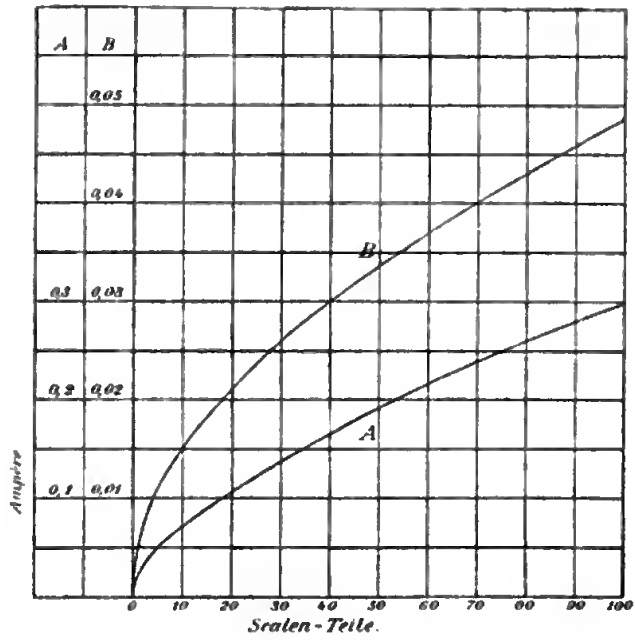


Fig. 44.

wie die Eichkurve eines Bolometers (B Fig. 44) beweist, fast genau i^2 proportional ist.

Eine etwas abweichende Anordnung ist in Fig. 46 dargestellt[38]). Die Verzweigung p q r s, die an Stelle von w in Fig. 45 und die Verzweigung $p_1 q_1 r_1 s_1$, die an Stelle von c in Fig. 45 steht, sind aus Eisendraht und möglichst gleich

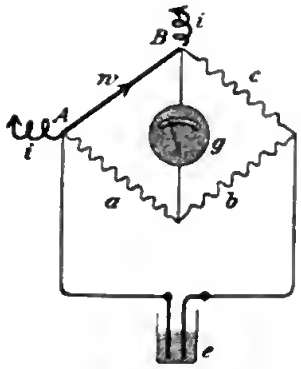


Fig. 45.

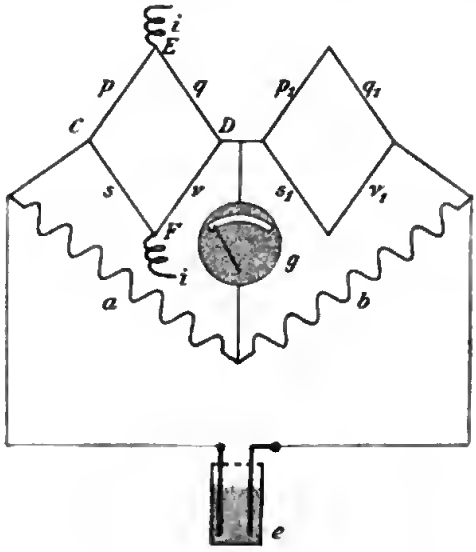


Fig. 46

gemacht. Ferner sind die Zweige $p + q$, $r + s$ so abgeglichen, daß das Galvanometer g keinen Ausschlag zeigt, wenn in A und B ein konstanter Strom zu- bezw. abgeleitet wird; es sind dann die Punkte C und D bei konstantem Strom auf derselben Spannung. Diese Anordnung hat den Vorteil

(1) daß das Bolometer von Schwankungen der Temperatur weniger abhängig wird, da dadurch die Verzweigungen $p\,q\,r\,s$ und $p_1\,q_1\,r_1\,s_1$ in gleicher Weise affiziert werden;

(2) daß von dem variablen Strom i, der in A und B dem Bolometer zugeführt wird, höchstens ein ganz kleiner Teil in die übrigen Teile der Brücke oder in das Galvanometer gelangt, da die Punkte C und D auch bei variablem Strom wenigstens sehr annähernd auf konstanter Spannung sind.

§ 10. Leistung mechanischer Arbeit bei der Bewegung eines Stromkreises in einem magnetischen Felde.

44. Allgemeine Beziehungen.

a. In **35** und **37** hatten sich allgemeine Beziehungen nicht für die elektrische oder magnetische Feldintensität, die einer Kraft analog ist [**1**], sondern für die EMK bezw. MMK, die einer Arbeit entsprechen, ergeben. Ebenso gibt es bei der Bewegung eines Stromkreises in einem magnetischen Feld ein allgemein gültiges, einfaches Gesetz für die dabei geleistete mechanische Arbeit.

Es ist nämlich die Arbeit A, welche von dem magnetischen Felde geleistet wird, wenn durch seine Wirkung ein linearer Stromkreis von einer Stelle 1 nach einer Stelle 2 bewegt wird,

(1) proportional dem Strom i in dem Stromkreis,

(2) proportional der Zunahme des magnetischen Induktionsflusses durch den Stromkreis beim Uebergang vom Punkte 1 zum Punkte 2.

(3) Der Proportionalitätsfaktor ist wieder wie in **31**, **35** und **37** $= \frac{1}{\nu}$.

Also

$$A = \frac{i}{\nu}\,(Q_{m_2} - Q_{m_1}), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

wenn Q_{m_1} bezw. Q_{m_2} den Induktionsfluß durch den Stromkreis in der Stellung 1 bezw. in der Stellung 2 bezeichnet.

Voraussetzung dabei ist aber, daß i in derjenigen Richtung als positiv gerechnet wird, welche der Richtung der Induktionslinien des magnetischen Feldes nach der Korkzieherregel [**29 a**] zugeordnet ist. Ist also die Richtung der magnetischen Induktion $\mathfrak{M}$ diejenige des Doppelpfeiles in Fig. 28 S. 37, so muß i in der Richtung des einfachen Pfeiles in Fig. 28 als positiv gerechnet werden.

b. Um die Kraft K zu bekommen, welche auf einen Stromkreis in einer bestimmten Richtung s wirkt, denke man sich den Stromkreis parallel mit sich selbst um eine sehr kleine Strecke s von der Stellung 1 in die Stellung 2 verschoben.

Dann ist nach mechanischen Prinzipien die dabei geleistete Arbeit A:

$$A = K \cdot s;$$

andererseits ist nach **a** Gl. (1)

$$A = \frac{i}{v} (Q_{m_2} - Q_{m_1}).$$

Die Kombination dieser beiden Beziehungen ergibt:

$$K_s = \frac{i}{v} \frac{Q_{m_2} - Q_{m_1}}{s}\ ^{39}). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

c. Um in ähnlicher Weise das Drehmoment Θ um eine bestimmte Achse zu erhalten, denke man sich den Stromkreis um einen sehr kleinen Winkel ϑ von der Stellung 1 in die Stellung 2 gedreht. Dann ist nach mechanischen Prinzipien die dabei geleistete Arbeit

$$A = \Theta \cdot \vartheta,$$

andererseits nach **a** Gl. (1)

$$A = \frac{i}{v} (Q_{m_2} - Q_{m_1}),$$

also

$$\Theta = \frac{i}{v} \frac{Q_{m_2} - Q_{m_1}}{\vartheta}\ ^{39}). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

d. Wichtig ist das Vorzeichen der Kraft bezw. des Drehmoments. Um es in jedem Falle zu erhalten, kann man in zweierlei Weise verfahren. Entweder man betrachtet die Richtung des Stroms i ein für allemal als positiv; dann ist dadurch das Vorzeichen von Q_m durch die Korkzieherregel bestimmt. Oder man legt die Richtung des magnetischen Induktionsfeldes als die positive fest; dann ist die Richtung, in welcher der Strom i als positiv gerechnet werden muß, durch die Korkzieherregel gegeben.

Im ersten Fall zeigen die Gleichungen: K und Θ werden positiv, wenn $Q_{m_2} > Q_{m_1}$ ist, d. h.: Der Stromkreis sucht sich in derjenigen Richtung zu bewegen, in welcher der positive magnetische Induktionsfluß durch ihn zunimmt, oder: er sucht sich so einzustellen, daß möglichst viele magnetische Induktionslinien in positiver Richtung durch ihn hindurchtreten.

e. Im zweiten Falle sagen die Gleichungen (2) und (3) oben aus: K und Θ werden positiv

(1) hei positivem i, wenn

$$Q_{m_2} > Q_{m_1},$$

(2) bei negativem i, wenn

$$Q_{m_2} < Q_{m_1}$$

ist, d. h.: Ist der Strom hezüglich der Induktionslinien des magnetischen Feldes positiv, so sucht sich der Stromkreis in derjenigen Richtung zu bewegen, in welcher das magnetische Feld möglichst viele Induktionslinien durch ihn hindurchschickt. Ist dagegen der Strom hezüglich der Induktionslinien des magnetischen Feldes negativ, so wird der Stromkreis nach derjenigen Richtung getrieben, in welcher möglichst wenig Induktionslinien des magnetischen Feldes durch ihn hindurchgehen.

45. Experimentelle Bestätigung.

a. Eine Spule S_1, welcher in den Punkten A und B (Fig. 47) Strom zugeführt werden kann, ist an zwei Spiraldrähten so aufgehängt, daß sie sich nur in vertikaler Richtung auf und ab hewegen kann. Sie befindet sich im magnetischen Feld einer größeren Spule S mit Eisenkern, die in der Richtung des Pfeils von einem Strome durchflossen ist. Die Induktionslinien dieser Spule hahen dann [30b] die Richtung des Doppelpfeils in Fig. 47. Bezüglich dieser Induktionslinien ist der Strom in S_1 nach der Korkzieherregel dann positiv, wenn er die Richtung des Pfeils in Fig. 47 hat.

Schickt man durch S_1 einen Strom in dieser Richtung hindurch, so bewegt sich die Spule S_1 sofort nach unten, sie nähert sich der Spule S. Das steht im Einklang mit 44e: je näher S_1 sich hei S befindet, umso mehr von den Induktionslinien der Spule S gehen durch S_1 hindurch.

Kommutiert man den Strom in S_1, so bewegt sich die Spule S_1 von der Spule S weg nach oben; da jetzt der Strom in S_1 hezüglich der Induktionslinien des magnetischen Feldes von S negativ ist, so bewegt sich die Spule S_1 in derjenigen Richtung, in welcher sie von weniger magnetischen Induktionslinien durchsetzt wird.

Wird der Strom in S kommutiert, so kehrt sich die Bewegungsrichtung von S_1 um, wie es nach 44e auch sein soll.

b. Eine um eine horizontale Achse drehbare Spule S_1 (Fig. 48) befinde sich im magnetischen Feld einer Spule S mit vertikaler Achse, welche in der Richtung des Pfeils in Fig. 48 von einem Strome durchflossen wird. Die Richtung der magnetischen Induktionslinien in der Mitte der Spule S ist also vertikal, und zwar von unten nach oben [**30b**]. Denkt man sich nun die Spule S_1 in der Richtung des gefiederten Pfeils gedreht und den Strom in der Spule S_1 in der Richtung des Pfeils fließend, so gehen die magnetischen Induktionslinien von S durch die Spule S_1 in positiver Richtung hindurch. Bei der angenommenen

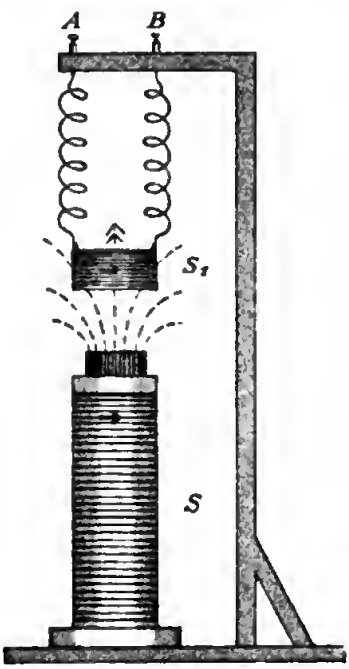


Fig. 47.

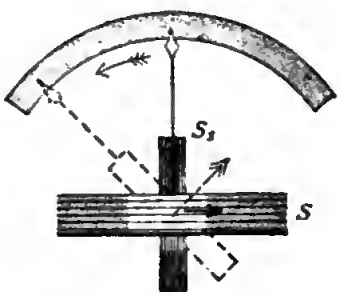


Fig. 48.

Stromrichtung in S und S_1 ist also die Richtung des gefiederten Pfeils diejenige, in welcher die Spule S_1 gedreht werden muß, damit der magnetische Induktionsfluß durch dieselbe zunimmt. Nach **44d** muß sich also die Spule S_1 in dieser Richtung drehen, wenn durch sie der Strom in der Richtung des Pfeils geschickt wird. Der Versuch*) bestätigt dies; er zeigt auch in Uebereinstimmung mit der Regel in **44e**, daß die Bewegungsrichtung der Spule S_1 die entgegengesetzte wird, sobald man den Strom in S oder S_1 kommutiert.

*) Zur Demonstration läßt sich sehr gut das in **161** besprochene Demonstrationswattmeter benützen, nachdem das seitlich angebrachte Gewicht von der beweglichen Spule entfernt ist.

46. Drehmoment auf einen Stromkreis in einem homogenen magnetischen Feld.

Ein Stromkreis, der eine ebene Figur bildet, z. B. ein Rechteck oder ein Kreis, sei um eine Achse, die in seiner Ebene liegt, drehbar. Die Achse sei senkrecht zu den Induktionslinien eines homogenen magnetischen Feldes (M Fig. 49), in welchem sich der Stromkreis be-

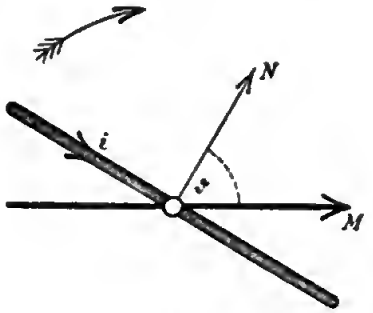


Fig 49.

findet. Mit den Induktionslinien dieses magnetischen Feldes bilde eine „Normale" N des Stromkreises den Winkel ϑ. Dabei soll unter Normale des Stromkreises eine Gerade verstanden werden, welche zu der Ebene des Stromkreises senkrecht ist und deren Vorzeichen zu demjenigen von i, dem Strom im Stromkreis, in dem Verhältnis der Korkzieherregel steht (vgl. die Seitenansicht Fig. 49).

Nach **9** und **16 c** ist dann der bezüglich i positive magnetische Induktionsfluß durch den Stromkreis

$$\begin{aligned} Q_{m_1} &= \mathfrak{M} S \cos \vartheta \\ &= Q_{m_0} \cos \vartheta, \end{aligned}$$

wenn $\mathfrak{M}$ die magnetische Induktion des Feldes, S die Fläche des Stromkreises und $Q_{m_0} = \mathfrak{M} S$ den magnetischen Induktionsfluß durch den Stromkreis bezeichnet in dem Fall, daß die Normale N des Stromkreises dieselbe Richtung hat wie die Induktionslinien des Feldes.

Um das Drehmoment bei dieser Stellung des Stromkreises zu bekommen, denke man sich nach **44 c** den Stromkreis um einen sehr kleinen Winkel α so gedreht, daß der Winkel zwischen Normale und dem magnetischen Feld vergrößert, also $= \vartheta + \alpha$ wird. Für den magnetischen Induktionsfluß bei dieser Stellung (Q_{m_2}) gilt dann

$$Q_{m_2} = Q_{m_0} \cos (\vartheta + \alpha).$$

Demgemäß ist nach **44 c** Gleichung (3) das Drehmoment

$$\Theta = \frac{i}{v} Q_{m_0} \frac{\cos(\vartheta + \alpha) - \cos\vartheta}{\alpha}$$
$$= \frac{i}{v} Q_{m_0} \frac{\cos\vartheta\cos\alpha - \sin\vartheta\sin\alpha - \cos\vartheta}{\alpha}.$$

Der Winkel α soll sehr klein sein. Man kann dann bekanntlich mit umso größerer Genauigkeit, je kleiner α ist, setzen

$$\cos\alpha = 1,$$
$$\sin\alpha = \alpha;$$

und es folgt

$$\Theta = -\frac{i}{v} Q_{m_0} \sin\vartheta, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

d. h. die Größe des Drehmoments ist $= \frac{i}{v} Q_{m_0} \sin\vartheta$, die Richtung desselben aber bei positivem sin ϑ entgegengesetzt derjenigen, in welcher der Winkel zwischen Normale des Stromkreises und dem magnetischen Feld vergrößert wird, oder: so lange sin ϑ positiv ist, hat das Drehmoment die Richtung, daß es den Winkel zwischen der Normale des Stromkreises und magnetischem Feld zu verkleinern, den Stromkreis also in der Richtung des gefiederten Pfeils in Fig. 49 zu drehen sucht*).

47. Spezieller Fall.

Ein Stromkreis befinde sich an einer ganz bestimmten Stelle in einem magnetischen Feld. Die Induktionslinien dieses Feldes sollen an allen Punkten ihre Dichte im Verhältnis 1 : k ändern, die Richtung derselben aber unverändert bleiben**). Das hat zur Folge, daß in den Gleichungen (2) und (3) in **44** sowohl Q_{m_2} als Q_{m_1}, demnach aber auch die Kraft K bezw. das Drehmoment Θ k-mal größer wird.

Das heißt aber: sowohl K als Θ sind unter diesen Umständen der Dichte der magnetischen Induktionslinien und damit dem magnetischen Induktionsfluß Q_m durch den Stromkreis an der betreffenden Stelle proportional. Man kann also unter diesen Umständen schreiben

$$\left.\begin{matrix} K \\ \Theta \end{matrix}\right\} \sim i\mathfrak{M} \sim i Q_m.$$

Der Proportionalitätsfaktor ist positiv, wenn unter K bezw. Θ Kraft bezw. Drehmoment in derjenigen Richtung verstanden wird,

*) Das Vorzeichen von Θ kann natürlich aus **44 d** oder e direkt abgeleitet werden.

) Wenn das magnetische Feld von einer Spule herrührt, kann dies dadurch erreicht werden, dass man den Strom in der Spule k-mal größer macht [31 c**].

in welcher der positive magnetische Induktionsfluß durch den Stromkreis zunimmt [44], vorausgesetzt, daß die Vorzeichen von i und Q_m einander nach der Korkzieherregel zugeordnet sind.

§ 11. Das „C.G.S.-System".

48. Uebergang zum C.G.S.-System.

Unter den sog. absoluten Maßsystemen ist das C.G.S.-System [15d Fußnote] bei weitem das gebräuchlichste. Sollen die in diesem Buch gegebenen Formeln in dieses Maßsystem übertragen werden, so hat man

a. als Einheit der Länge das Centimeter,
" " " Maße das Gramm,
" " " Zeit die Sekunde

zu wählen;

b. $\mu_0 = \frac{1}{4\pi}$ [15e],

$$\nu = \frac{1}{4\pi}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{9 \cdot 10^{20}} = 0{,}88 \cdot 10^{-22} \text{ C.G.S.-Einheiten}$$

zu setzen.

Es ist in diesem Maßsystem das Leitvermögen des Quecksilbers

$$\sigma_{Hg} = 1{,}06 \cdot 10^{-5} \text{ C.G.S.-Einheiten.}$$

49. Beziehung zwischen praktischem Maßsystem und C.G.S.-System.

Für eine Anzahl Größen sind früher die praktischen Einheiten angegeben worden. Ihr Verhältnis zu den C.G.S.-Einheiten ist aus der Zusammenstellung in der folgenden Tabelle ersichtlich[40]).

EMK oder Spannung . . .	Volt	$= 10^8$	C.G.S.-Einheiten
Elektrischer Strom	Ampère	$= 10^{-1}$	" "
Elektrischer Widerstand . .	Ohm	$= 10^9$	" "
Elektrische Leistung	Watt (= Volt × Amp.)	$= 10^7$	" "
Elektrische Kapazität . . .	Farad	$= 10^{-9}$	" "
" " . . .	Mikrofarad	$= 10^{-15}$	" "
Selbstinduktionskoeffizient und wechselseitiger Induktionskoeffizient	Henry	$= 10^9$	" "

Kapitel II.

Allgemeines über elektromagnetische Schwingungen.

§ 1. Schematische Erregung einer elektromagnetischen Schwingung.

50. Der magnetische Induktionsfluß durch einen rotierenden Leiterkreis.

In einem homogenen Magnetfeld, dessen Induktionslinien die Richtung des Pfeils in Fig. 50 haben, befinde sich ein aus Draht gebildetes Rechteck ABCD. Dasselbe sei drehbar um die zu den Induktionslinien des Feldes senkrechte Achse a.

Bildet die Normale N des Rechtecks mit den Induktionslinien des magnetischen Feldes den $\sphericalangle \vartheta$, so ist nach 9 und 16c der magnetische Induktionsfluß durch das Rechteck

$$\begin{aligned} Q_m &= \mathfrak{M} S \cos \vartheta \\ &= Q_{m_0} \cdot \cos \vartheta, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1) \end{aligned}$$

wenn S die Fläche des Rechtecks, $\mathfrak{M}$ die magnetische Induktion des Feldes und Q_{m_0} den maximalen Induktionsfluß $= \mathfrak{M} S$ bezeichnet. Dabei ist der magnetische Induktionsfluß willkürlich dann als positiv gerechnet, wenn die magnetischen Induktionslinien in derselben Richtung wie die Normale N, d. h. von der in Fig. 51 dick ausgezogenen zu der dünn ausgezogenen Seite, durch das Rechteck hindurchgehen.

a. Damit die Beziehungen möglichst einfach werden, soll angenommen werden: $\mathfrak{M} = 1$, $AD = BC = \frac{1}{2}$ und $AB = CD = 2\mathfrak{l}$. Dann wird

$$Q_m = \mathfrak{l} \cos \vartheta, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1a)$$

der Induktionsfluß Q_m also dargestellt durch die Länge des Lots AL von A auf die Gerade M (Fig. 51). Das gilt auch bezüglich des Vorzeichens, vorausgesetzt, daß das Lot AL dann als negativ gerechnet wird, wenn es unter der Geraden M liegt. Sobald nämlich A unter

die Gerade M fällt, wie z. B. in Fig. 52, gehen die magnetischen Induktionslinien in entgegengesetzter Richtung wie die Normale N, d. h. von der schwach zu der stark ausgezogenen Seite des Recht-

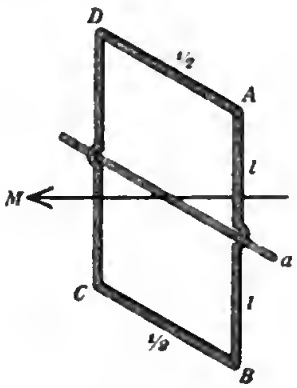


Fig. 50.

ecks, durch dasselbe hindurch: der Induktionsfluß ist also nach der oben gemachten Annahme als negativ zu rechnen.

b. Von der Größe des Induktionsflusses durch das Rechteck bei den verschiedenen Stellungen des Rechtecks kann man sich ein anschauliches Bild durch eine Kurve machen, wenn man als Abszissen

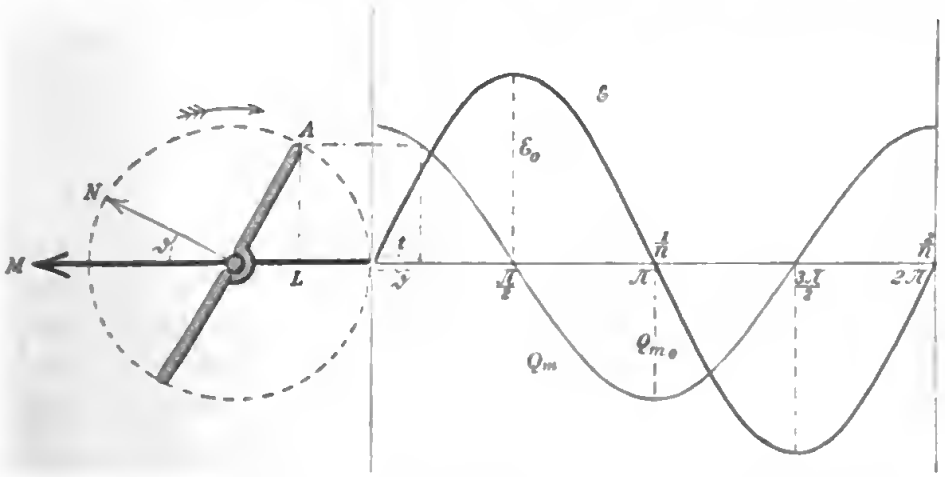


Fig. 51.

derselben die Winkel ϑ, als Ordinaten die dazu gehörige Größe von $Q_m = A\,L$ aufträgt. Die Kurve, welche man erhält, ist in Fig. 51 dargestellt (schwach ausgezogene Kurve Q_m).

Aus dieser Kurve kann man diejenige für den allgemeinsten Fall (Gleichung 1), wenn $\mathfrak{M}$ und S beliebige Größe hat, ableiten, indem

man die Ordinaten der Kurve Q_m in Fig. 51 im Verhältnis $\mathfrak{M}S : \iota$ vergrößert bezw. verkleinert. Da die Gleichung (1) für eine beliebige ebene Kurve von der Fläche S gilt [**9** und **16c**], so würde die so erhaltene Kurve Q_m den Induktionsfluß auch dann darstellen, wenn der Draht nicht ein Rechteck, sondern eine beliebige andere ebene Kurve bildet*).

c. Bei gleichförmiger Rotation des Rechtecks — eine solche ist im folgenden immer vorausgesetzt — in der Richtung des gefie-

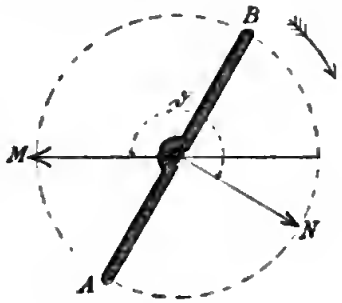


Fig. 52.

derten Pfeils von Fig. 51 kann man statt des Winkels ϑ als Abszissen auch die Zeit t auftragen, welche das Rechteck braucht, um den Winkel ϑ zu durchlaufen. ϑ und t sind miteinander durch die Beziehung verbunden:

$$\vartheta = u \,.\, t, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

wenn u die Winkelgeschwindigkeit ist, d. h. der Winkel, den das Rechteck in einer Sekunde zurücklegt.

51. Die induzierte elektromotorische Kraft[41]).

Sobald das Drahtrechteck rotiert, so liegt der in **37d** besprochene Fall vor, daß ein Leiterkreis in einem magnetischen Feld sich bewegt und dadurch der magnetische Induktionsfluß durch denselben geändert wird. Nach **37d** muß dann in dem Leiterkreis eine EMK $\mathfrak{E}$ induziert werden, welche durch die Beziehung

$$\mathfrak{E} = -\frac{1}{v} Q_m'$$

bestimmt ist.

*) Die Kurve Q_m würde den Induktionsfluß auch dann darstellen, wenn der Draht keine ebene Figur bildete. Denn es ist auch dann, wie die analytische Geometrie zeigt, Q_m von der Form

$$Q_m = Q_{m_0} \cos \vartheta.$$

Die Beziehung sagt aus:

(1) Das Vorzeichen von $\mathfrak{S}$ ist positiv, solange Q_m abnimmt, negativ, solange Q_m zunimmt;

(2) die Größe von $\mathfrak{S}$ ist proportional der Geschwindigkeit, mit welcher Q_m zu- oder abnimmt.

a. Denkt man sich also $\mathfrak{S}$ gerade so durch eine Kurve dargestellt wie Q_m (Abszissen $= \vartheta$, Ordinaten $= \mathfrak{S}$), so folgt für diese Kurve aus (1):

Die Kurve für $\mathfrak{S}$ verläuft oberhalb der Abszissenachse, solange die Kurve Q_m abfällt, d. h. zwischen $\vartheta = 0$ und $\vartheta = \pi$, unterhalb der Abszissenachse, solange die Kurve Q_m ansteigt, also zwischen $\vartheta = \pi$ und $\vartheta = 2\pi$;

aus (2):

$\mathfrak{S}$ ist umso größer, je steiler die Kurve Q_m an der betreffenden Stelle ansteigt bezw. abfällt. Denn je steiler die Kurve Q_m ansteigt oder abfällt, umso größer ist die Geschwindigkeit, mit welcher der Induktionsfluß Q_m zu- oder abnimmt*). Daraus aber ergibt sich für

*) Genauer ist

$$\mathfrak{S} \infty \operatorname{tg} \beta,$$

wenn β der Winkel ist, den die Tangente an die Kurve Q_m in dem betreffenden Punkte mit der Abszissenachse bildet. Um das einzusehen, denke man sich zwei sehr nahe liegende Ordinaten durch die Kurve Q_m gelegt, die auf der Abszissenachse um die kleine Strecke α voneinander abstehen (Fig. 53). q_m ist dann die Zunahme des Induktionsflusses Q_m, während das Rechteck nm den kleinen Winkel α gedreht wird. Es ist dann einerseits

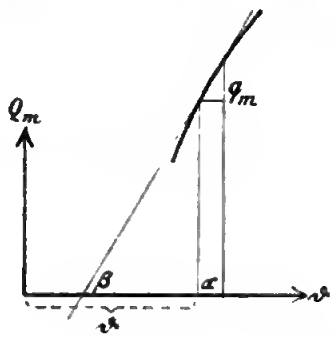


Fig. 53.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{q_m}{\alpha}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

anderseits ist annähernd

$$Q_m' = \frac{q_m}{t}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

die Kurve $\mathfrak{S}$: sie muß die Abszissenachse schneiden ($\mathfrak{S} = 0$ werden) in den Punkten, in welchen die Kurve Q_m weder ansteigt noch abfällt, also die Tangente an die Kurve Q_m parallel der Abszissenachse verläuft, d. h. für $\vartheta = 0$ und $\vartheta = \pi$; sie muß ein Maximum erreichen da, wo die Kurve für Q_m am steilsten abfällt, d. h. für $\vartheta = \frac{\pi}{2}$, ein Minimum da, wo Q_m am steilsten ansteigt, d. h. für $\vartheta = \frac{3\pi}{2}$.

Die Kurve $\mathfrak{S}$ muß also jedenfalls annähernd so verlaufen, wie die in Fig. 51 stark ausgezogene Kurve $\mathfrak{S}$.

b. Daß die Kurve für $\mathfrak{S}$ genau die in Fig. 51 eingezeichnete, d. h. eine sog. *„Sinuskurve"* ist, kann in folgender Weise abgeleitet werden:

Nach Gleichungen (2) und (3) der Fußnote auf S. 73 ist

$$Q_m' = \frac{q_m}{t} = \frac{u \cdot q_m}{\alpha}.$$

Nun ist aber nach **50** Gl. (1)

$$q_m = Q_{m_0} \cdot [\cos(\vartheta + \alpha) - \cos\vartheta].$$

Es wird also:

$$\mathfrak{S} = -\frac{u}{v} \cdot Q_{m_0} \cdot \frac{\cos(\vartheta + \alpha) - \cos\vartheta}{\alpha},$$

was nach **46** für sehr kleines α gleichbedeutend mit

$$\mathfrak{S} = \frac{u}{v} \cdot Q_{m_0} \cdot \sin\vartheta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

---

wenn t die Zeit ist, welche das Rechteck braucht, um den Winkel α zu durchlaufen. Da nach **50 c**

$$\alpha = u \cdot t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

ist, so wird

$$Q_m' = u \operatorname{tg}\beta$$

und

$$\mathfrak{S} = -\frac{1}{v} Q_m'$$

$$= -\frac{u}{v} \cdot \operatorname{tg}\beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Die Gleichung (2) gilt streng, wenn α und damit auch t unendlich klein ist. Dann ist aber β der Winkel, den die Tangente an die Kurve Q_m und die Abszissenachse miteinander einschließen. — Die Gleichung (4) ist unabhängig davon, welches die Form der Kurve Q_m ist.

ist. Die Ordinaten der Kurve $\mathfrak{E}$ sind also dem Sinus der Abszissen ϑ proportional, die Kurve ist demnach eine sog. Sinuskurve*).

c. Um diese Sinuskurve zu konstruieren, kann man in folgender Weise verfahren. Die Gleichung (2) kann vor allem geschrieben werden:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 \,.\, \sin \vartheta, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

wenn

$$\mathfrak{E}_0 = \frac{u}{v} \,.\, Q_{m_0} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

gesetzt wird. Läßt man also einen Radius $OA = \mathfrak{E}_0$ (Fig. 54) in der Richtung des gefiederten Pfeils rotieren, so gibt das Lot AL die

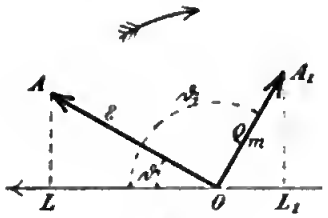


Fig. 54.

Größe von $\mathfrak{E}$ an für jede beliebige Größe von ϑ und damit auch für jeden beliebigen Zeitpunkt [**50c**].

Auch Q_m [**50** Gl. (1)] kann in ähnlicher Weise dargestellt werden. Man läßt gleichzeitig mit dem Radius OA den Radius $OA_1 = Q_{m_0}$, der mit dem Radius OA einen rechten Winkel bildet, rotieren. Dann ist das Lot $A_1L_1 = Q_{m_0} \sin \vartheta_1 = Q_{m_0} \,.\, \cos \vartheta$. Es gibt also [**50** Gl. (1)] die Länge des Lots A_1L_1 ein Maß für die Größe von Q_m.

Für die meisten Zwecke ist es nicht nötig, die Sinuskurve für $\mathfrak{E}$ oder Q_m oder ähnliche Größen auszuzeichnen. Die Darstellung durch *„rotierende Radien"* gibt schon ein genügendes Bild von dem Verlauf der betreffenden Größe.

---

*) Und zwar im engsten Sinne des Worts. Allgemein pflegt man als Sinuskurven alle diejenigen Kurven zu bezeichnen, die man aus dieser Sinuskurve im engsten Sinne durch Parallelverschiebung längs der Abszissenachse und bloße Aenderung des Maßstabs der Abszissen erhält, d. h. alle Kurven, deren Ordinaten y zu den Abszissen x in der Beziehung stehen

$$y = A \sin (\alpha x \pm \beta).$$

(α und β Konstante.) Die Kurve Q_m (Fig. 51) ist also ebenfalls eine Sinuskurve, die aber gegen die $\mathfrak{E}$-Kurve um $\pi/2$ nach links verschoben ist. Das folgt unmittelbar daraus, daß $Q_m = Q_{m_0} \,.\, \cos \vartheta$ [**50** Gl. (1)] identisch ist mit $Q_m = Q_{m_0} \,.\, \sin (\vartheta + \pi/2)$.

52. Wechselstrom, Wechselfeld, elektromagnetische Schwingung.

Die EMK $\mathfrak{E}$, die man in dem rotierenden Rechteck erhält, besitzt alle Eigenschaften eines Zustandes, den man als *„Schwingung“* oder als *„oszillatorisch“* zu bezeichnen pflegt. Von einem gewissen Zeitpunkt an, in welchem die EMK 0 ist, steigt sie in einer gewissen Richtung bis zu einem Maximalwert $\mathfrak{E}_0$ an, fällt dann wieder auf 0 ab, um nun nach der entgegengesetzten Richtung zu einem Maximalwert anzusteigen und dann wieder auf 0 zurückzugehen. Sie verhält sich gerade so wie ein Pendel oder eine schwingende Seite, die sich aus der Ruhelage nach der einen Richtung bis zu einem gewissen Punkt entfernen, dann in die Ruhelage zurückkehren, um nun das Spiel in der entgegengesetzten Richtung zu wiederholen.

Wird an das Rechteck durch Vermittlung von *„Schleifringen“* R (Fig. 55) und *„Bürsten“* B (Fig. 55) eine Leitung mit dem Wider-

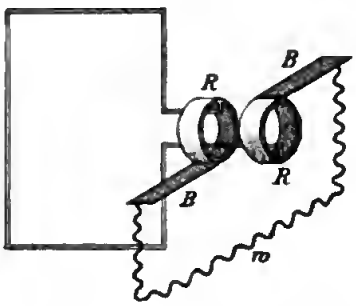


Fig. 55.

stand w angeschlossen, die selbst keine EMK enthält*), so gilt für den Strom in dem durch die Leitung und das Rechteck gebildeten Stromkreis das Ohm'sche Gesetz [**25 b**]: er ist in jedem Moment der im Rechteck erzeugten EMK proportional, also ebenfalls oszillatorisch. Man nennt einen solchen Strom allgemein einen *„Wechselstrom“*.

Ein solcher hat zur Folge ein magnetisches Feld, dessen Intensitätslinien nach **31 c** ihre Richtung nicht ändern, dessen Feldintensität aber in allen Punkten des Raumes proportional dem Wechselstrom zu- oder abnimmt, also oszillatorisch ist. Ein solches magnetisches Feld wird als *„magnetisches Wechselfeld“* bezeichnet.

Ein *„elektrisches Wechselfeld“* erhält man, wenn man den Wechselstrom zum Laden irgend eines Leiters verwendet. Es wird dann die Ladung des betreffenden Leiters oszillatorisch und infolge davon auch die Größe der elektrischen Feldintensität im Raume um den Leiter

*) Vgl. **88 a**.

[18a und 21c], während die Richtung derselben konstant bleibt. Die Spannung zwischen zwei Punkten eines Wechselfeldes nennt man *„Wechselspannung"*.

Ist in einem Raume ein elektromagnetisches Feld vorhanden, in welchem alle Größen, welche das elektromagnetische Feld bestimmen (elektrische und magnetische Feldintensität, Strömung), oszillatorisch sind, so sagt man: in dem Raum finde eine *„elektromagnetische Schwingung"* statt.

§ 2. Die Bestimmungsstücke einer elektromagnetischen Schwingung.

53. Amplitude.

a. Der Maximalwert, zu dem die EMK $\mathfrak{E}$ in Fig. 51 ansteigt, heißt ihre *„Amplitude"*. In demselben Sinne spricht man von der Amplitude eines Wechselstroms i, einer Wechselspannung oder der Feldintensität in einem Punkte eines Wechselfeldes.

Zur Bezeichnung der Amplitude dient der Index 0:

$$\mathfrak{E}_0,\ i_0 \text{ etc.}$$

b. Schwingungen, deren Amplitude konstant bleibt, nennt man *„ungedämpfte"* Schwingungen im Gegensatz zu *„gedämpften"* Schwingungen, deren Amplitude allmählich abnimmt. Wird in dem Beispiel 51 das Rechteck in einem konstanten magnetischen Feld mit konstanter Geschwindigkeit gedreht, so erhält man eine ungedämpfte elektromagnetische Schwingung.

54. Schwingungskurve.

In 51 erhielt man dadurch, daß man als Ordinaten den Betrag von $\mathfrak{E}$, als Abszissen den Winkel ϑ oder die Zeit t [50c] auftrug, eine Kurve, welche ein sehr anschauliches Bild davon liefert, in welcher Weise die EMK $\mathfrak{E}$ ihren Maximalwert erreicht und wieder auf 0 abfällt. Man kann in derselben Weise jede beliebige oszillatorische Größe durch eine Kurve darstellen und nennt diese Kurve, wenn ihre Abszissen der Zeit, ihre Ordinaten der betreffenden oszillatorischen Größe proportional sind, die *„Schwingungskurve"*.

In 51 ergab sich die Schwingungskurve als Sinuskurve, weil nach den Annahmen in 50 der magnetische Induktionsfluß durch das Rechteck ebenfalls dem Sinusgesetz gehorchte (S. 75 Fußnote). Daß das aber keineswegs immer so sein muß, zeigen die Fig. 56 und 57, photographische Darstellungen von Schwingungskurven, wie

sie unter Umständen tatsächlich erhalten werden[12]). Trotzdem soll im folgenden, wenn es nicht ausdrücklich anders angegeben ist, immer angenommen werden, daß die Schwingungen Sinusschwingungen sind. Abgesehen davon, daß die Einfachheit der Behandlung zu dieser Annahme zwingt, liegen für ihre Berechtigung noch zwei Gründe vor.

(1) Die schnellen Schwingungen, die man herstellen und auf die Schwingungsform hin untersuchen kann, weichen, abgesehen von der Dämpfung, fast gar nicht, die langsamen Schwingungen, welche durch die technischen Wechsel- und Drehstrommaschinen geliefert werden, in den meisten Fällen wenigstens nicht sehr erheblich von der Sinusform ab.

(2) Schwingungen, die nicht sinusförmig sind, lassen sich (Fourierscher Satz) ebenso in eine Summe von sinusförmigen Schwingungen, die *„Grundschwingung"* und die *„Oberschwingungen"*, zerlegen, wie

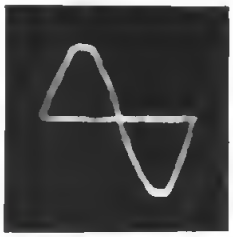


Fig. 56.

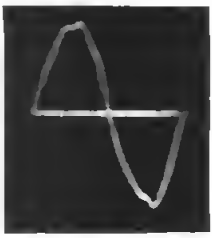


Fig 57.

ein akustischer Klang in eine Reihe von einfachen Tönen (Grundton, Obertöne). Kennt man irgend eine Erscheinung für den Fall einer sinusförmigen Schwingung, so läßt sich fast stets der Verlauf der Erscheinung für eine Summe von sinusförmigen Schwingungen und damit für eine beliebige nicht sinusförmige ableiten.

55. Wechselzahl.

a. Die Zahl, welche angibt, wie oft in der Sekunde eine oszillatorische Größe, z. B. die EMK $\mathfrak{E}$ in **51**, ihr Vorzeichen wechselt, oder gleichbedeutend damit, wie oft in der Sekunde die Schwingungskurve die Abszissenachse schneidet, nennt man die *„Wechselzahl"* n *) der Schwingung. In dem Beispiel **51** ist die Wechselzahl n = der doppelten Umdrehungszahl des Rechtecks.

Die Zeit, welche das Rechteck braucht zu einer ganzen Umdrehung, oder allgemeiner, die kürzeste Zeit, nach welcher die

*) n/2 wird in der Technik auch *„Frequenz"* genannt.

Schwingung in derselben Weise sich wiederholt, heißt die „*Schwingungsdauer**) $T'' = 2/n$.

b. Mit Hilfe der Wechselzahl kann die Gleichung (3) in **51 c** auf eine etwas andere Form gebracht werden.

Die Zeit zwischen zwei Vorzeichenwechseln ist $1/n$. In dieser Zeit wird von dem Rechteck der Winkel π zurückgelegt. Für den Winkel u, der in der Zeit einer Sekunde durchlaufen wird [**50 c**], gilt also

$$u = \pi n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

und somit

$$\vartheta = \pi n t \ [50\,c].$$

Die Gleichung (3) in **51 c** wird durch diese Beziehung zu

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 \sin \pi n t^{43}).$$

Diese Gleichung gilt für jede beliebige sinusförmige EMK, deren Amplitude $= \mathfrak{E}_0$, deren Wechselzahl $= n$ ist, ohne Rücksicht darauf, wie die Schwingung erregt wurde.

Hätte $\mathfrak{E}$ die doppelte Wechselzahl aber dieselbe Amplitude, so wäre die entsprechende Gleichung

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 \sin 2\pi n t.$$

56. Phase.

Zwei Schwingungen, deren Schwingungskurve, Amplitude und Wechselzahl dieselbe ist, können zwar für manche Zwecke, nicht aber für alle als identisch betrachtet werden.

a. Auf derselben Achse wie das Rechteck ABCD in **50** sei noch ein zweites, damit kongruentes $A_1B_1C_1D_1$ angebracht, welches

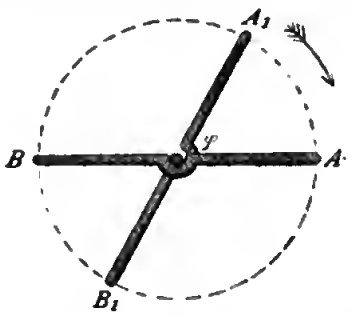


Fig. 58.

mit dem ersten den Winkel φ bildet (vgl. die Seitenansicht Fig. 58). Werden beide Rechtecke in der Richtung des gefiederten Pfeils ge-

*) Oder auch „*Periode*".

dreht, so ist die in dem Reckteck $A_1B_1C_1D_1$ induzierte EMK $\mathcal{E}_1$ nach Schwingungskurve, Amplitude und Wechselzahl identisch mit der in ABCD induzierten EMK $\mathcal{E}$. Aber in dem Rechteck $A_1B_1C_1D_1$ erfolgt alles später als im Rechteck ABCD, und zwar um die Zeit, welche die Rechtecke brauchen zur Durchlaufung des

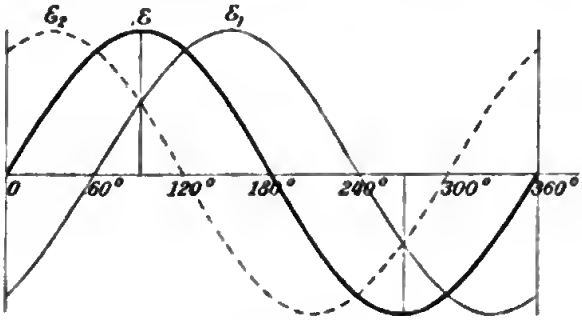


Fig. 59.

Winkels φ. Zeichnet man also auf dieselbe Abszissenachse die Kurven von $\mathcal{E}$ und $\mathcal{E}_1$, so muß die Kurve $\mathcal{E}_1$ auf der Abszissenachse gegen die Kurve $\mathcal{E}$ verschoben erscheinen um eine Strecke, welche dem $\sphericalangle \varphi$ bezw. der Zeit, in welcher dieser Winkel zurückgelegt wird, entspricht (vgl. Fig. 59, in welcher $\varphi = 60^0$ angenommen ist).

Man sagt in diesem Fall: die EMK $\mathcal{E}_1$ sei gegen $\mathcal{E}$ *„um den $\sphericalangle \varphi$ in der Phase verschoben“*. φ wird als *„Phasenwinkel“* bezeichnet.

b. Will man sich auch vom Vorzeichen der Phasenverschiebung Rechenschaft geben, d. h. will man ausdrücken, daß bei $\mathcal{E}_1$ alles

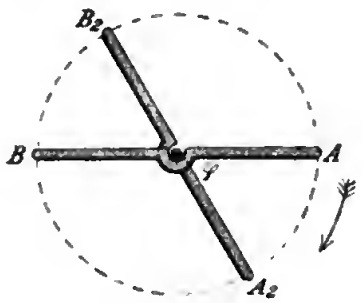


Fig. 60.

später erfolgt, so pflegt man zu sagen: $\mathcal{E}_1$ sei gegen $\mathcal{E}$ in der Phase um den $\sphericalangle \varphi$ *„verspätet“* oder *„verzögert“*.

Das Gegenteil tritt ein, wenn die beiden Rechtecke auf die in Fig. 60 angegebene Art miteinander verbunden sind und in der Richtung des gefiederten Pfeils rotieren: es erfolgt dann im Rechteck

$A_2B_2C_2D_2$ alles früher als in ABCD, und zwar um die Zeit, in welcher der $\sphericalangle \varphi$ zurückgelegt wird. In diesem Falle ist die in $A_2B_2C_2D_2$ induzierte EMK $\mathfrak{E}_2$ gegen $\mathfrak{E}$ um den $\sphericalangle \varphi$ in der Phase *„verfrüht“* *), die Schwingungskurve von $\mathfrak{E}_2$ gegen diejenige von $\mathfrak{E}$ nach links verschoben (vgl. Fig. 59).

c. Der Ausdruck, eine Schwingung sei gegen die andere um den $\sphericalangle \varphi$ in der Phase verschoben, wird ganz allgemein gebraucht, wenn zwei Schwingungen derselben Wechselzahl zueinander in demselben Verhältnis stehen, wie die Schwingungen $\mathfrak{E}_1$ und $\mathfrak{E}$ bezw. $\mathfrak{E}_2$ und $\mathfrak{E}$ in Fig. 59. Man denkt sich die ganze Periode der Schwingung in 360° geteilt. Ist die Zeit, um welche die eine Schwingung gegen die andere verspätet oder verfrüht ist $= \frac{1}{4}$ der ganzen Periode, so sagt man, der Phasenwinkel sei 90°. Ist diese Zeit allgemein $= \frac{1}{a}$ der Periode, so ist der Phasenwinkel $= \frac{360^\circ}{a}$. Wie die Schwingungen im übrigen hervorgerufen wurden und welches das Verhältnis ihrer Amplituden ist, ist gleichgültig.

d. Der Phasenwinkel, um den eine oszillatorische Größe $\mathfrak{A}_2$ gegen eine andere derselben Wechselzahl $\mathfrak{A}_1$ verschoben ist, soll im folgenden als $\sphericalangle (\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1)$ bezeichnet werden. Er soll positiv gerechnet werden, wenn $\mathfrak{A}_2$ gegen $\mathfrak{A}_1$ verspätet, negativ, wenn $\mathfrak{A}_2$ gegen $\mathfrak{A}_1$ verfrüht ist. $\sphericalangle (\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1) = 90^\circ$ bedeutet also: $\mathfrak{A}_2$ ist in der Phase um 90° gegen $\mathfrak{A}_1$ verspätet.

e. *Folgerungen.* (1) Eine Phasenverschiebung um 180° ist gleichbedeutend mit einem Wechsel des Vorzeichens.

(2) Der Phasenwinkel zwischen einem Wechselstrom und dem durch denselben erzeugten magnetischen Feld ist Null [**31 c**]. Man bezeichnet zwei oszillatorische Größen, zwischen denen keine Phasenverschiebung besteht, als *„gleichphasig“*.

(3) Die EMK $\mathfrak{E}$ in 51 ist gegen den magnetischen Induktionsfluß Q_m um 90° in der Phase verspätet, d. h. $\sphericalangle (\mathfrak{E}, Q_m) = 90^\circ$.

§ 3. Experimentelle Prüfung einer elektromagnetischen Schwingung.

57. Ermittelung der Wechselzahl.

Handelt es sich um Schwingungen, deren Wechselzahl im Gebiet der akustischen Schwingungen, d. h. etwa zwischen 50 und einigen

*) Man spricht auch von *„Voreilung in der Phase“*.

$1000/_{sec.}$ liegt, so ist eine von den vielen Methoden zur Bestimmung der Wechselzahl eines Wechselstroms die folgende, die den Vorzug der Einfachheit hat. Man schickt den Wechselstrom durch eine Spule mit Eisenkern und befestigt in der Nähe der Spulenmündung ein Eisenblech. Dieses wird durch das magnetische Feld der Spule abwechslungsweise angezogen, wenn der Strom in der Spule von Null verschieden ist, dann wieder losgelassen, wenn der Wechselstrom durch Null hindurchgeht. Es gerät so in Schwingungen, die, wenn das Blech passend gewählt und befestigt ist, weithin hörbar sind. Ein Vergleich des Tons, den diese Schwingungen verursachen, mit demjenigen einer Stimmgabel von bekannter Schwingungszahl ergibt nach bekannten akustischen Methoden die Wechselzahl des Wechselstromes.

Wird die Schwingung durch eine Wechselstrommaschine (Kap. III) geliefert, welche der Prüfung zugänglich ist, so bestimmt man die Wechselzahl am einfachsten aus der Polzahl [74] und der mit dem Tourenzähler gemessenen Tourenzahl [74].

Andere Methoden, insbesondere bei schnellen Schwingungen, werden später besprochen werden.

58. Ermittelung der Amplitude.

a. Man schickt den Wechselstrom, dessen Amplitude bestimmt werden soll, durch zwei Spulen*) mit gemeinsamer, etwa horizontaler Achse. Zwischen die beiden Spulen bringt man eine Braun'sche

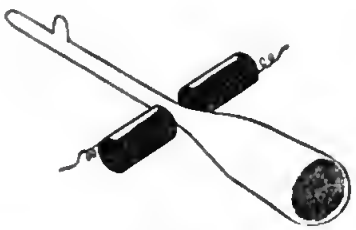


Fig. 61.

a Fig. 62. *b*

Röhre, deren Achse ebenfalls horizontal, aber senkrecht zur Achse der Spulen gestellt wird (Fig. 61). Die Richtung des magnetischen Felds zwischen den Spulen ist dann horizontal [30c], die Ablenkung

*) Ein Paar von Spulen muß verwendet werden, da bei Verwendung einer einzigen Spule durch die Inhomogenität des magnetischen Feldes [30c] der Lumineszenzfleck verzerrt wird.

des Lumineszenzflecks also vertikal [5c] und zwar proportional der magnetischen Feldintensität und damit dem Strom in den Spulen [31c].

Infolge des Wechselstroms in den Spulen muß der Lumineszenzfleck hin und her pendeln. Die äußersten Punkte, die er erreicht, entsprechen der Amplitude des Wechselstroms. Ist die

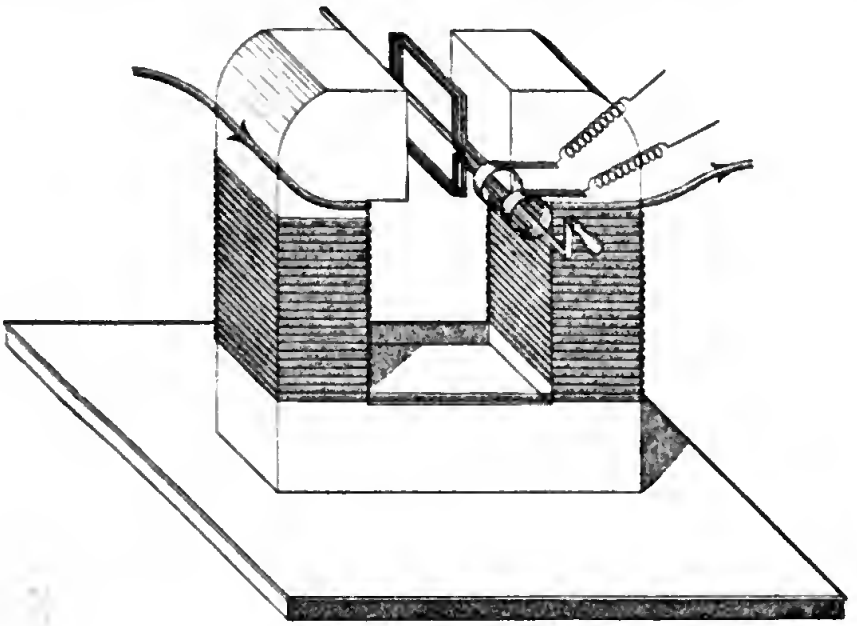


Fig. 83.

Wechselzahl des Wechselstroms zu groß, als daß man der Bewegung des Lumineszenzflecks mit den Augen folgen könnte, so erscheint die ganze Bahn des Flecks gleichzeitig erhellt, der Fleck also in eine Linie auseinandergezogen (vgl. Fig. 62b; Fig. 62a stellt den unabgelenkten Fleck dar). Die Länge derselben entspricht der doppelten Amplitude des Wechselstroms.

Um die Amplitude eines Wechselstroms in Ampère zu bekommen, braucht man nur durch dasselbe Spulenpaar einen konstanten Strom von bekannter Stromstärke hindurchzuschicken und die Länge zu bestimmen, um welche der Fleck durch diesen abgelenkt wird.

In ganz ähnlicher Weise kann die Braun'sche Röhre benützt werden, um die Amplitude eines magnetischen oder elektrischen Wechselfelds, auch einer Wechselspannung zwischen zwei Punkten zu ermitteln*).

b. Das Hin- und Herpendeln des Lumineszenzflecks unter dem Einfluß eines Wechselstroms kann mit Hilfe der Anordnung Fig. 63,

*) Vgl. das in 43a über Spannungsmesser Gesagte.

die eine Ausführung der in 50 angenommenen schematischen Anordnung bildet, demonstriert werden. Das homogene magnetische Feld wird hergestellt durch einen Elektromagneten, dessen Pole parallele Flächen besitzen*). Das Rechteck ABCD (Fig. 50) ist ersetzt durch eine flache Spule, an welche durch Schleifringe und Bürsten (Fig. 55) das Spulenpaar in Fig. 61 angeschlossen werden kann. Dreht man diese Spule langsam, so wird in ihr eine EMK kleiner Wechselzahl induziert: der hin und her pendelnde Lumineszenzfleck ist gut mit den Augen zu verfolgen. Je mehr aber die Umdrehungszahl der Spule gesteigert wird, umso mehr nimmt das Bild, welches man auf dem Schirm der Braun'schen Röhre sieht, die Gestalt von Fig. 62b an.

c. Andere Methoden zur Bestimmung der Amplitude einer Schwingung siehe in 71b.

59. Ermittelung der Schwingungskurve.

Könnte man dem Lumineszenzfleck der Braun'schen Röhre außer der vertikalen, der Stärke des Wechselstroms proportionalen Ablenkung noch eine Bewegung in horizontaler Richtung und zwar von gleichförmiger Geschwindigkeit erteilen, so müßte der Fleck die Schwingungskurve beschreiben. Denn die vertikale Komponente seiner Bewegung würde eine der Stromstärke proportionale Ordinate, die horizontale Komponente würde bei gleichförmiger Geschwindigkeit eine der Zeit proportionale Abszisse liefern; beide zusammen müßten also die Schwingungskurve geben [54].

a. Man kann sich so einrichten, daß der Lumineszenzfleck selbst fortgesetzt die Schwingungskurve beschreibt, daß also in einer für Demonstrationszwecke sehr geeigneten Weise auf dem Schirm der Braun'schen Röhre die Schwingungskurve hell auf dunklem Hintergrund erscheint. Zu diesem Zweck wird die Anordnung Fig. 64 verwandt und das vertikale Spulenpaar mit einem Strom beschickt, welcher dem Lumineszenzfleck eine gleichförmige horizontale Geschwindigkeit erteilt[44]). Alle im folgenden mitgeteilten photographischen Aufnahmen von Schwingungskurven (auch Fig. 56 und 57 in 54) sind nach diesem Verfahren hergestellt[45]).

b. Einfacher aber ist es, den Fleck, der bei der Anordnung Fig. 61 vertikal abgelenkt wird, in einem rotierenden Spiegel, der sich um eine vertikale Achse mit gleichförmiger Geschwindigkeit dreht, zu betrachten[46]). Dadurch erhält zwar nicht der Lumineszenz-

*) Vgl. 20, Fig. 13.

fleck selbst, wohl aber sein Spiegelbild die horizontale gleichförmige Geschwindigkeit: es scheint die Schwingungskurve zu beschreiben. Wird der Spiegel durch einen Synchronmotor [157] in Umdrehung versetzt, so wiederholt sich die scheinbare Bahn des Flecks immer in derselben Weise, so daß photographische Aufnahmen derselben möglich sind[47]).

c. In der Technik sind zur Aufnahme von Schwingungskurven, deren Wechselzahl 100/sec. nicht bedeutend übersteigt, im wesentlichen zwei verschiedene Methoden im Gebrauch. Die eine beruht auf der Verwendung eines Galvanometers von sehr geringer Trägheit (sog. *„Oszillometer"* oder *„Oszillographen"*)[48]), das Schwingungen mäßiger Wechselzahl zu folgen vermag. Mit dem beweglichen Teil

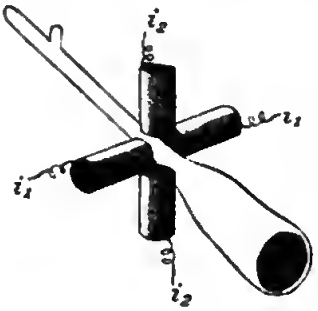


Fig. 64.

des Galvanometers ist ein Spiegel verbunden, der ein schmales Lichtbündel reflektiert. Wird das reflektierte Lichtbündel, dessen Ablenkung der Drehung des Spiegels und damit dem Strom im Galvanometer jedenfalls annähernd proportional ist, durch einen rotierenden Spiegel betrachtet, so erscheint in demselben die Schwingungskurve als helle Linie. Wird das reflektierte Lichtbündel durch eine Linse auf eine photographische Platte oder eine andere lichtempfindliche Schicht, die mit konstanter Geschwindigkeit bewegt wird, konzentriert, so beschreibt es dort die Schwingungskurve, die bei der Entwicklung als schwarze Linie zum Vorschein kommt.

Sollen die Angaben eines solchen Instruments zuverlässig sein, so muß verlangt werden, daß die Periode der Eigenschwingung des beweglichen Teils viel kleiner ist als die Periode der höchsten, noch in Betracht kommenden Oberschwingung des Wechselstroms*).

*) Bei dem Wechselstrom einer Maschine der Straßburger Zentrale ist z. B. die 18. Oberschwingung noch merkbar. Soll ein Oszillograph die Schwingungskurven dieser Maschine richtig ergeben, so muß die Dauer einer Halbschwingung desselben bedeutend kleiner als $^1/_{1800}$ Sekunde sein. (Für die Grundschwingung ist n = 100/sec.)

Bei der anderen Methode ist der wesentliche Teil die sog. „*Joubert'sche Scheibe*". Der Hauptteil derselben ist ein rotierendes Kontaktstück, das ganz kurze Zeit einen Kontakt schließt. Es ist in fester Verbindung mit dem beweglichen Teil der Maschine, welche den Wechselstrom liefert*): der Kontaktschluß erfolgt also stets in demselben Teil der Periode des Wechselstroms. Der Kontakt schließt eine ein gewöhnliches Galvanometer oder Elektrometer enthaltende Leitung, welche gewöhnlich im Nebenschluß zu zwei Punkten des Wechselstromkreises liegt. Der Ausschlag im Galvanometer oder Elektrometer gibt dann ein Maß für die Spannung, die in demjenigen Teil der Periode, in welchem der Kontaktschluß erfolgt, zwischen den beiden Punkten herrscht. Wird die Stellung des Kontakts gegen den beweglichen Teil der Wechselstrommaschine geändert, so kann dadurch der Kontaktschluß auf jeden beliebigen Teil der Periode eingestellt werden: man erhält auf diese Weise die Spannung zwischen den beiden Punkten und dadurch [87] die Stärke des Wechselstroms für jeden beliebigen Teil der Periode und kann damit beliebig viele Punkte der Stromkurve konstruieren.

60. Ermittelung einer Phasendifferenz.

Für die Prüfung, ob zwei Wechselströme**) i_1 und i_2 derselben Wechselzahl gleichphasig oder in der Phase gegeneinander verschoben sind, ist die Braun'sche Röhre besonders geeignet. Das in **59a** angegebene Verfahren läßt sich unmittelbar auch zur Ermittelung der Phasendifferenz verwenden. Man photographiert die Schwingungskurve der beiden Wechselströme bei derselben Stellung des photographischen Apparats und unter sonst gleichen Umständen. Aus der Lage der beiden Schwingungskurven ist dann ohne weiteres die Phasendifferenz zu entnehmen. Fig. 148 ist z. B. auf diese Weise hergestellt.

Für viele Zwecke ist aber einfacher das folgende Verfahren.

Man schicke in der Anordnung Fig. 64 den Strom i_1 durch das Spulenpaar mit horizontaler, i_2 durch dasjenige mit vertikaler Achse. Dann wird die vertikale Ablenkung (Ordinate) des Lumineszenzflecks proportional i_1, die horizontale (Abszisse) proportional i_2. Es soll außerdem, um die Verhältnisse möglichst zu vereinfachen, die Annahme gemacht werden, daß die Spulenpaare und demnach auch der Proportionalitätsfaktor genau gleich sind. Schließlich soll der Maß-

*) Oder mit einem synchron laufenden Motor [vgl. 157].

**) Entsprechendes gilt für magnetische oder elektrische Wechselfelder.

stab so gewählt sein, daß der Proportionalitätsfaktor = 1 ist. Es ist dann die vertikale Ablenkung = i_1, die horizontale = i_2.

a. Die Kurve, welche der Lumineszenzfleck beschreibt, wenn i_1 und i_2 sinusförmige Wechselströme derselben Wechselzahl sind, bekommt man am einfachsten mit den Hilfsmitteln der analytischen Geometrie[49]). Durch Konstruktion kann die Kurve aber auch auf elementarem Wege erhalten werden, wenn man i_1 und i_2 in der in **51 c** angegebenen Weise durch rotierende Radien darstellt. Man lasse einen Radius $OR_1 = i_{1\,0}$*) im Sinn des Pfeiles in Fig. 65 mit gleichförmiger Geschwindigkeit so rotieren, daß er während einer vollen Periode des Wechselstromes eine ganze Umdrehung macht und die negative Abszissenachse OX_1 passiert in dem Moment, wenn i_1 von negativen zu positiven Werten durch Null hindurchgeht. Fällt man von R_1 das Lot R_1L_1 auf die Ordinatenachse OY, so ist

$$OL_1 = OR_1 \cdot \sin \vartheta_1 = i_{1\,0} \cdot \sin \vartheta_1 = i_1 \qquad (\vartheta_1 = \sphericalangle X_1 O R_1).$$

Für den Radius $OR_2 = i_{2\,0}$*) gelte Entsprechendes. Er passiere aber die positive Ordinatenachse OY in dem Moment, in welchem i_2 von negativen zu

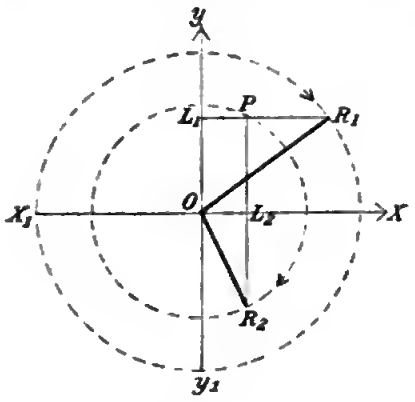


Fig. 65

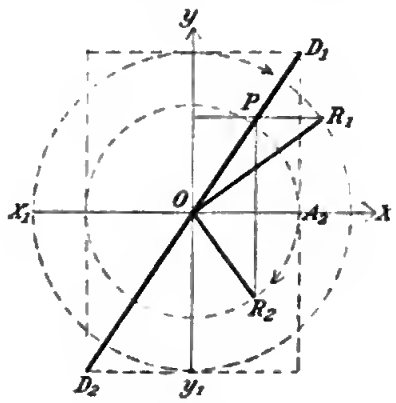


Fig. 66.

positiven Werten durch Null hindurchgeht. Es ist dann die durch das Lot R_2L_2 auf der Abszissenachse ausgeschnittene Strecke $OL_2 = i_2$. Läßt man beide Radien OR_1 und OR_2 gleichzeitig rotieren, so liefert der Schnitt der Lote R_1L_1 und R_2L_2 stets einen Punkt P, dessen Ordinate = i_1, dessen Abszisse = i_2 ist, d. h. einen Punkt der gesuchten Kurve, welche der Lumineszenzfleck unter der Einwirkung der beiden Wechselströme i_1 und i_2 beschreibt.

(1) i_1 und i_2 gleichphasig.

Die beiden Radien OR_1 und OR_2 rotieren so, daß immer OR_1 in dem Moment die Lage OX_1 passiert, in welchem OR_2 durch die Ordinatenachse OY hindurchgeht, d. h. daß $\sphericalangle X_1OR_1 = \sphericalangle YOR_2$ ist. Die Konstruktion liefert dann als Kurve eine Gerade D_1D_2 (Fig. 66): denn in jedem Moment, d. h. für jede

*) Im allgemeinen Falle, wenn die beiden Spulenpaare nicht gleich sind, und der Proportionalitätsfaktor für die eine = c_1, für die andere = c_2 ist, muß statt dessen

$$OR_1 = c_1 i_{1\,0}$$
$$OR_2 = c_2 i_{2\,0}$$

gemacht werden.

beliebige Größe des Winkels $X_1OR_1 = YOR_2$ verhält sich die Ordinate OL_1 eines Kurvenpunktes zur Abszisse OL_2 wie $OR_1 : OR_2$, d. h. sämtliche Kurvenpunkte müssen auf einer Geraden D_1D_2 liegen, welche man bekommt, wenn man in A_2 eine Senkrechte $A_2D_1 = OR_1$ errichtet.

(2) i_2 gegen i_1 in der Phase um den $\sphericalangle \varphi$ verspätet (Fig. 67).

Man läßt OR_1 nnd OR_2 so rotieren, daß OR_2 die Lage OY um den Drehungswinkel φ später passiert, als OR_1 durch die Lage OX_1 hindnrchgeht, d. h. daß

$$\sphericalangle X_1OR_1 = \sphericalangle YOR_2 + \varphi.$$

Man bekommt eine Kurve von ellipsenähnlicher Gestalt (Fig. 67). Daß sie tatsächlich eine Ellipse ist, kann mit Hilfe der analytischen oder synthetischen Geometrie leicht gezeigt werden[49]). Elementar läßt sich folgendes beweisen:

Der Punkt B_1, in welchem die Kurve, gleichgültig wie ihre Form im übrigen ist, die Ordinatenachse schneidet, entspricht dem Momente, in welchem $\sphericalangle YOR_2 = 0$, $\sphericalangle X_1OR_1 = \varphi$ und $i_2 = 0$ ist. Es ist demnach

$$OB_1 = OR_1 \cdot \sin\varphi = OA_1 \cdot \sin\varphi$$

oder

$$\frac{OB_1}{OA_1} = \sin\varphi.$$

Aus ähnlichen Gründen ist

$$\frac{OB_2}{OA_2} = \sin\varphi.$$

b. Praktisch ergibt sich aus dem Gesagten die folgende Regel. Um zwei Wechselströme auf Phasenverschiebung zu prüfen, benütze man die Anordnung Fig. 64. Erhält man als Kurve auf dem Schirm der Braun'schen Röhre eine Gerade, so sind die beiden Ströme gleichphasig, erhält man eine Ellipse, so sind sie in der Phase gegeneinander verschoben.

Um den Sinus des Phasenwinkels zu bekommen, schließe man eine Zeitlang nur den einen Strom (etwa i_1), man erhält dann die Strecke OA_1*). Dann schließe man beide Ströme und photographiere beide Male bei derselben Stellung der Röhre und des photographischen Apparats. Wo die Ellipse die Gerade OA_1 schneidet, ist der Punkt B_1 und es ergibt sich φ aus der Beziehung

$$\sin\varphi = \frac{OB_1}{OA_1}.$$

c. Man erhält damit allerdings nur den Sinus des Phasenwinkels und auch diesen ohne Rücksicht auf das Vorzeichen. Es macht also für die Lage von B_1 keinen Unterschied, ob der Phasenwinkel $\pm 60^0$, $\pm 120^0$, $\pm 240^0$, oder $\pm 300^0$ beträgt**).

*) Eigentlich das Doppelte dieser Strecke, die Strecke $A_1'A_1$ in Fig. 67 [58 a].

**) Ob man den Phasenwinkel zwischen zwei oszillatorischen Größen als 60^0 oder als 240^0 (ebenso als 120^0 oder als 300^0) anzusprechen hat, hängt nur davon ab, in welcher Richtung man die oszillatorischen Größen willkürlich als positiv rechnet.

Ob der Phasenwinkel zwischen 0 und 90° oder zwischen 90° und 270° liegt, kann durch die Lage der Ellipse entschieden werden. Fig. 67 z. B. stellt die Ellipse für eine Phasenverschiebung von 60°, Fig. 68 dagegen für eine solche von 120° dar. Im ersten

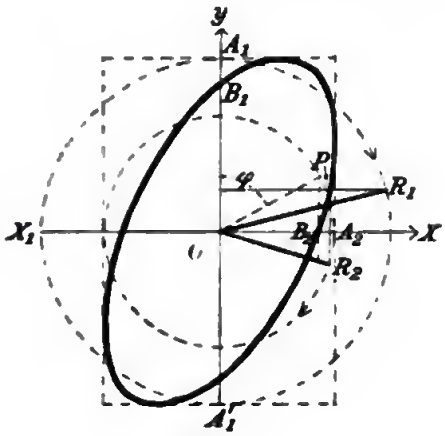


Fig. 67.

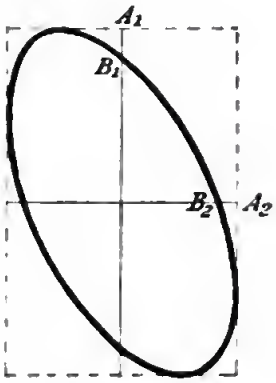


Fig. 68.

Fall liegt die große Ellipsenachse zwischen positiver Abszissen- und positiver Ordinatenachse, im letzteren Falle zwischen einer positiven und einer negativen Koordinatenachse*).

Die Fig. 69 und 70 sind photographische Aufnahmen von Kurven,

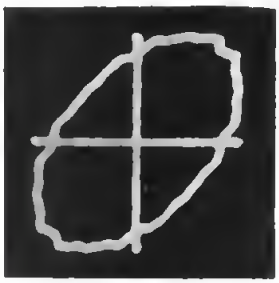


Fig. 69.

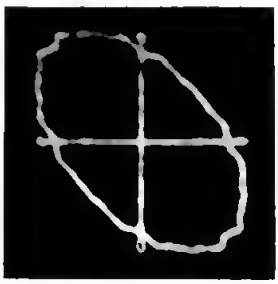


Fig. 70.

wie sie zwei von der Straßburger Zentrale gelieferte Wechselströme von 60° (bezw. 240°) und 120° (bezw. 300°) Phasenverschiebung lieferten**).

*) Da die Ablenkung des Lumineszenzflecks nach oben (Richtung OY) und nach rechts (Richtung OX) willkürlich als positiv gerechnet wurde, so gilt das nur, wenn die Ablenkungsspulen in Fig. 63 in folgender Weise geschaltet sind: ein Gleichstrom, der in der Richtung, in welcher i_1 und i_2 als positiv gezählt wurde, durch die Spulen geschickt wird, muß den Lumineszenzfleck nach oben bezw. rechts ablenken.

**) Daß die Kurven nicht genau Ellipsen sind, hat seinen Grund in Oberschwingungen der Wechselströme [54].

Das Vorzeichen des Phasenwinkels kann dadurch ermittelt werden, daß man künstlich dem einen Strom eine kleine Phasenverzögerung erteilt [86] und mit Hilfe des angegebenen Verfahrens nachsieht, ob dadurch eine Vergrößerung oder Verkleinerung der Phasenverschiebung zwischen den beiden Wechselströmen hervorgerufen wird. Man kann also ein ähnliches Verfahren anwenden, wie bei zwei Stimmgabeln, bei denen man durch Schwebungen eine Differenz der Schwingungszahlen konstatiert hat und nun feststellen will, welche von heiden die höhere ist.

d. *Spezieller Fall:* $\varphi = 90°$.

Bei einer Phasendifferenz von 90° fallen die Radien OR_1 und OR_2 der Richtung nach zusammen. In diesem Fall werden die Ellipsenachsen

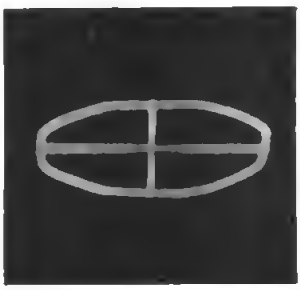


Fig. 71.

Fig. 72.

mit den Koordinatenachsen OX und OY identisch und die in **a** angegehene Konstruktion geht in eine elementare Ellipsenkonstruktion über.

Wird gleichzeitig auch noch $i_{10} = i_{20}$, so wird aus der Ellipse ein Kreis mit dem Radius $OR_1 = OR_2$.

In den Fig. 71 und 72 sind Kurven abgehildet, welche zwei Wechselströme von 90° Phasenverschiebung*) lieferten, Fig. 71, wenn die Amplituden verschieden, Fig. 72, wenn sie gleich waren.

§ 4. Graphische Darstellung durch Vektordiagramme.

61. Die Methode des Vektordiagramms.

Die graphische Darstellung eines oszillatorischen Vorgangs durch eine Kurve [54] ergibt unter allen Umständen das anschaulichste Bild. Der Nachteil dieser Kurven ist, daß das Operieren mit denselhen sehr langwierig werden kann. Die Darstellung durch rotierende Radien [51 c] hedeutete schon eine wesentliche Vereinfachung. Für viele Zwecke ist aber ein noch einfacheres Verfahren ausreichend.

*) Zwei Phasen einer 4-Phasenstrommaschine [75].

a. Bei der Darstellung durch rotierende Radien werden die Amplituden $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$ zweier oszillatorischer Größen derselben Wechselzahl und der Phasenwinkel zwischen ihnen dadurch zum Ausdruck gebracht, daß man zwei Radien von der Länge $OA_1 = \mathfrak{A}_{10}$, $OA_2 = \mathfrak{A}_{20}$, die unter dem Winkel φ starr miteinander verbunden sind, mit gleichförmiger Geschwindigkeit rotieren läßt (Fig. 73). Sie rotieren zu lassen, war notwendig, um durch die Länge des Lotes von A_1 bezw. A_2 auf eine feste Gerade den Betrag der oszillatorischen Größe in jedem Moment angeben zu können. Verzichtet man darauf, genügt es, wenn Amplitude und Phase zur Darstellung gebracht wird, so ist das schon durch die Fig. 73 erreicht: die Länge der Strecken OA_1 und OA_2 ist ein Maß für die Amplitude, der Winkel, den sie miteinander bilden, der Phasenwinkel.

Man nennt eine solche Darstellung, in welcher die Länge von Strecken (Vektoren) die Amplitude, die Richtung der Strecken die Phase von oszillatorischen Größen in der Art von Fig. 73 repräsentiert, ein *„Vektordiagramm"*. Die Geraden OA_1 bezw. OA_2 heißen die *„Vektoren"* der betreffenden Schwingung.

b. Bezüglich des Vorzeichens der Phasenverschiebung ist eine Vereinbarung notwendig. Denkt man sich die Radien OA_1 und OA_2 so wie bisher in der Richtung des gefiederten Pfeils in Fig. 73 rotieren, so wird der Radius OA_2 irgend eine feste Gerade durch O später passieren als OA_1, und zwar später um die Zeit, welche zur Durchlaufung des Winkels φ gebraucht wird. Die durch OA_2 dargestellte oszillatorische Größe ist also gegen die durch OA_1 dargestellte in der Phase verzögert. Ebenso soll im folgenden der

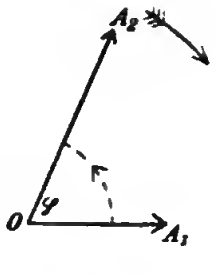


Fig. 73.

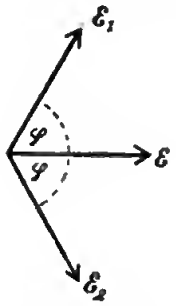


Fig. 74.

Winkel in der Richtung des einfachen Pfeils in Fig. 73 dann aufgetragen werden, wenn es sich um eine Verzögerung in der Phase handelt, in entgegengesetztem Sinne, d. h. im Sinne des Uhrzeigers dann, wenn eine Voreilung in der Phase vorliegt. Sind also OA_1

und OA_2 die Vektoren der oszillatorischen Größen $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$, so ist der in **56 d** definierte $\sphericalangle(\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1) = \sphericalangle A_2 OA_1$ und er ist positiv zu rechnen, wenn man durch Rotation gegen den Uhrzeigersinn von OA_1 nach OA_2 gelangt.

c. *Beispiele.* Das Vektordiagramm der EMK $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_1$, $\mathfrak{E}_2$, in **56** Fig. 59 ist in Fig. 74 wiedergegeben. $\mathfrak{E}_1$ ist gegen $\mathfrak{E}$ um den Winkel φ verzögert, $\mathfrak{E}_2$ gegen $\mathfrak{E}$ um denselben Winkel verfrüht.

62. Resultante von oszillatorischen Größen.

Der große Vorteil der Vektordiagramme wird am besten klar bei der Aufgabe, die Resultante von zwei gleichgerichteten, gleichzeitig vorhandenen Schwingungen derselben Wechselzahl zu bilden. Die Frage sei z. B. die: in einem Draht seien zwei Wechselströme i_1

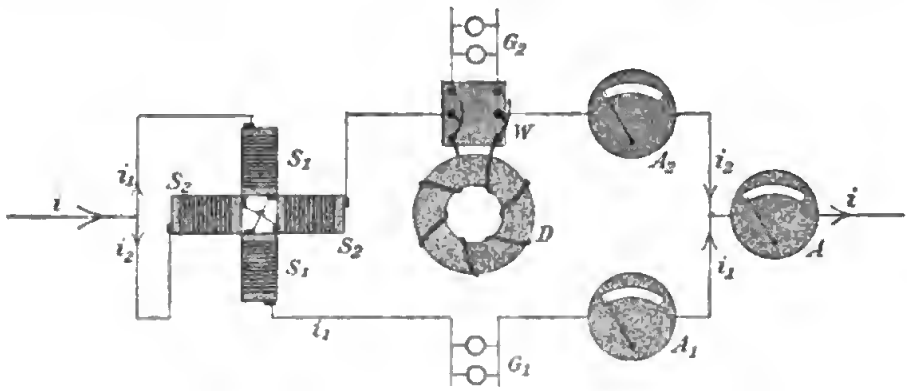


Fig. 75.

und i_2 gleichzeitig vorhanden. Gesucht: die Amplitude und Phase des resultierenden Wechselstromes i, d. h. des Stromes i, für den in jedem Moment gilt $i = i_1 + i_2$.

a. Daß die Amplitude von i im allgemeinen nicht gleich der Summe der Amplituden von i_1 und i_2 ist, kann durch einen einfachen Versuch, dessen Anordnung aus Fig. 75 ersichtlich ist, gezeigt werden. A, A_1, A_2 sind drei Hitzdrahtstrommesser [**43 a**], G_1, G_2 Glühlampen, D eine auf einen geschlossenen Eisenkern aufgewickelte Spule, sog. Drosselspule [**108**], S_1, S_2 zwei gleiche Spulenpaare ohne Eisenkern, zwischen denen (vgl. Fig. 64) eine in Fig. 75 nicht sichtbare Braunsche Röhre angebracht ist. W ist eine Wippe, durch welche entweder D oder die Glühlampen G_2 in den Zweig i_2 eingeschaltet werden können. Die Leitung i ist an die Klemmen einer Wechselstromleitung angeschlossen. Wurde die Wippe so gelegt, daß der Strom durch D hindurchging, so ergaben die Strommesser in einem Versuch:

$A_1)\ i_{1eff} = 3$ Amp.
$A_2)\ i_{2eff} = 3$ „
$A)\ i_{eff} = 4{,}8$ „

Es war also i_{eff} nicht = 6 Amp., was der Summe von $i_{1eff} + i_{2eff}$ entsprochen hätte. Da bei einem sinusförmigen Wechselstrom — was i_1, i_2, i jedenfalls annähernd waren — die Amplitude dem Effektivwert proportional ist [71b], so folgt daraus, daß auch i_0 kleiner als $i_{10} + i_{20}$ sein muß.

Daß das mit der Phasenverschiebung zwischen i_1 und i_2 zusammenhängt, läßt sich leicht zeigen. Bei der besprochenen Anordnung erscheint auf dem Schirm der Braun'schen Röhre eine ellipsen-

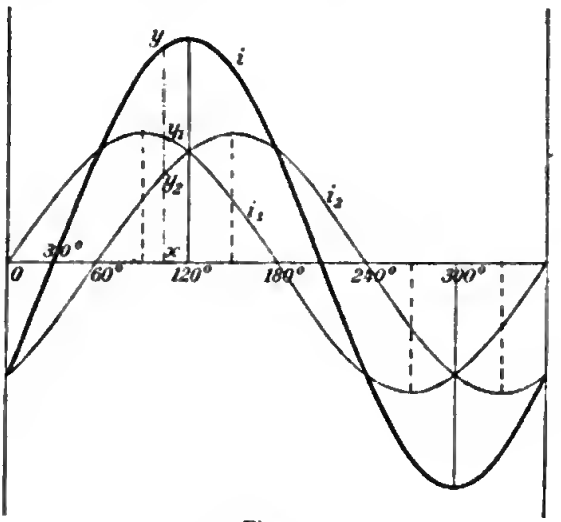


Fig 76.

ähnliche Figur, die eine beträchtliche Phasenverschiebung zwischen i_1 und i_2 anzeigt [60b]. Wird durch Umlegen der Wippe W die Spule D ausgeschaltet und werden dafür die Glühlampen G_2 eingeschaltet, so wird die Kurve auf dem Schirm der Braun'schen Röhre eine Gerade, d. h. [60b] es werden i_1 und i_2 gleichphasig. Jetzt sind die Angaben der drei Strommesser:

$A_1)\ i_{1eff} = 3$ Amp.
$A_2)\ i_{2eff} = 3$ „
$A)\ i_{eff} = 6$ „

d. h. nun, nachdem die Phasendifferenz zwischen i_1 und i_2 gehoben ist, ist auch genau $i_0 = i_{10} + i_{20}$.

b. Daß die Amplitude der Resultante zweier Schwingungen bei

beliebiger Phasenverschiebung zwischen den beiden Schwingungen unmöglich gleich der Summe der Amplituden der einzelnen Schwingungen sein kann, geht schon daraus hervor, daß zwei in der Phase um 180° verschobene Schwingungen gleicher Amplitude sich aufheben

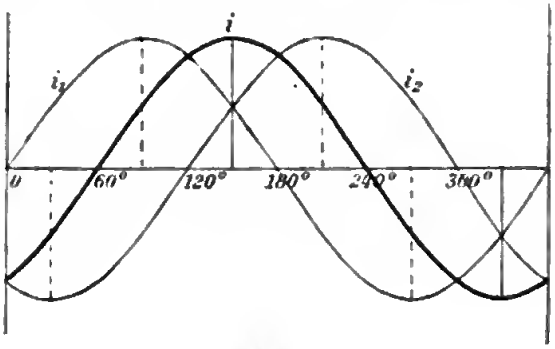


Fig. 77.

[56e], also die Resultante Null ergeben. Es kann auch leicht mit Hilfe der Kurvendarstellung nachgewiesen werden.

Kennt man nämlich die Kurven von zwei Schwingungen i_1 und i_2 (Fig. 76), so erhält man die Kurve der resultierenden Schwingung i in folgender Weise: y_1 und y_2 seien die Ordinaten, welche zu derselben Abszisse x in den beiden Kurven für i_1 und i_2 gehören; die Ordinate y, welche in der Kurve der resultierenden Schwingung zu derselben Abszisse gehört, bekommt man dann, indem man y_1 um y_2 verlängert. Die Konstruktion ist durchgeführt in den Fig. 84, 76,

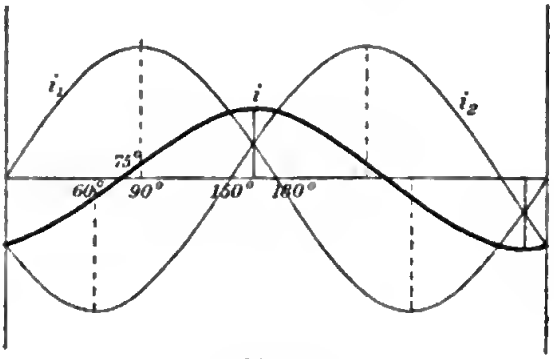


Fig. 78.

77, 78. In diesen vier Figuren sind überall die Amplituden der beiden Einzelschwingungen i_1 und i_2 gleich. In Fig. 84 aber sind die beiden Schwingungen gleichphasig — sie fallen in die stark ausgezogene Kurve zusammen —, in Fig. 76 beträgt die Phasendifferenz 60°, in Fig. 77 120° und in Fig. 78 150°. Die Figuren beweisen,

daß in der Tat die Amplitude der resultierenden Schwingung i — in Fig. 84 dünn, in den anderen Figuren stark ausgezogen — am größten ist bei Gleichphasigkeit und umso kleiner wird, je mehr die Phasendifferenz sich 180° nähert.

c. Bei weitem einfacher als durch Kurven kann die Aufgabe, Amplitude und Phase einer resultierenden Schwingung zu finden, mit Hilfe von Vektordiagrammen gelöst werden. Sind OA_1 und OA_2 die Vektoren von zwei Schwingungen (Fig. 79), so erhält man den Vektor der resultierenden Schwingung, indem man gerade so verfährt,

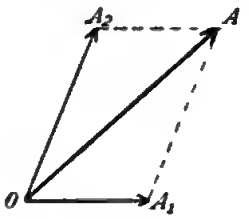


Fig. 79.

wie wenn OA_1 und OA_2 Kräfte darstellten, deren Resultante mit Hilfe des Kräfteparallelogramms gefunden werden sollte: Man vervollständigt OA_1 und OA_2 zu einem Parallelogramm, die Diagonale OA desselben ist der Vektor der resultierenden Schwingung. Durch ihn ist also Amplitude und Phase der resultierenden Schwingung unmittelbar gegeben (Fresnel'sches Parallelogramm).

In den Fig. 80, 81, 82 ist die Konstruktion für die in den Fig. 76, 77, 78 dargestellten Fälle ausgeführt. Da die Fig. 80, 81, 82

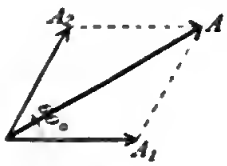


Fig. 80.

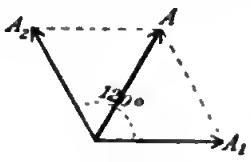


Fig. 81.

Fig. 82.

alles das liefern, was man von der resultierenden Schwingung wissen will, so ist in die Augen fallend, welche bedeutende Vereinfachung die Benützung der Vektordiagramme bei dieser Aufgabe bedeutet.

In diesen Beispielen läßt sich die angegebene Konstruktion durch Vergleich mit den Fig. 76 bis 78 verifizieren. Daß sie ganz allgemein für sinusförmige Schwingungen gültig ist, kann durch eine leichte Rechnung nachgewiesen werden[50]).

63. Differenz von zwei oszillatorischen Größen.

Soll die Differenz*) einer Schwingung mit dem Vektor OA_1 (Fig. 83) minus einer damit gleich gerichteten, OA_2, gebildet werden, so ist das nach 56e gleichbedeutend mit der Aufgabe: es soll die Resultante gefunden werden einer Schwingung OA_1 und der Schwingung OA_2, nachdem diese letztere in der Phase um 180° ver-

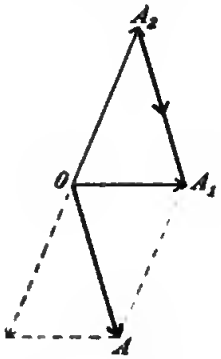


Fig. 83.

schoben wurde. Man hat also den Vektor OA_2 über O hinaus um sich selbst zu verlängern und aus dem so erhaltenen Vektor und OA_1 die Resultante nach 62c zu bilden. Der resultierende Vektor wird OA.

Damit stimmt nach Größe und Richtung überein der Vektor A_2A_1**), der also ebenfalls nach Amplitude und Phase die Differenz der Schwingungen $OA_1 - OA_2$ darstellt.

64. Zerlegung einer oszillatorischen Größe.

In derselben Weise wie zwei gleichgerichtete Schwingungen OA_1 und OA_2 in Fig. 79 von verschiedener Phase zu einer einzigen OA zusammengesetzt werden können, so kann auch eine einzige Schwingung OA in zwei (oder auch mehrere) gleichgerichtete Schwingungen verschiedener Phase zerlegt werden, gerade so, wie man eine Kraft in Komponenten zerlegt.

*) Die Schwingung i ist die Differenz zweier gleichgerichteter Schwingungen i_1 und i_2, wenn in jedem Moment $i = i_1 - i_2$ ist.

**) Daß der Vektor A_2A_1 nicht durch den Punkt 0 geht, macht nichts aus. Die Vektoren eines Vektordiagramms brauchen nicht durch denselben Punkt zu gehen, sondern können ohne Aenderung ihrer Bedeutung parallel mit sich selbst verschoben werden.

§ 5. Allgemeiner Satz über oszillatorische Größen.

Die Beziehungen zwischen elektrischen und magnetischen Feldern [35, 37], ebenso zwischen elektrischer Strömung und Ladung [23] sind der Art, daß eine Größe proportional der Geschwindigkeit wird, mit welcher eine andere Größe zu- oder abnimmt. Es ist deshalb von besonderer Wichtigkeit, zu untersuchen, was aus diesen Beziehungen für den Spezialfall oszillatorischer und zwar sinusförmiger Größen folgt [51]).

65. Phase.

In 51 bezw. 56e war gezeigt worden, daß die EMK $\mathfrak{E}$, welche durch einen oszillatorischen Induktionsfluß Q_m induziert wird, selbst oszillatorisch und in der Phase gegen Q_m um 90° verspätet ist. Es war dies eine Folge der Beziehung

$$\mathfrak{E} = -\frac{1}{v} Q_m'.$$

Da aber die physikalische Bedeutung der Größen $\mathfrak{E}$ und Q_m dabei gar keine Rolle spielte und $\frac{1}{v}$ nur ein konstanter Proportionalitätsfaktor ist, so muß dasselbe gelten für eine Größe $\mathfrak{B}$, die zu einer beliebigen oszillatorischen Größe $\mathfrak{A}$ in dem Verhältnis steht, daß $\mathfrak{B}$ der Geschwindigkeit, mit der $\mathfrak{A}$ abnimmt, proportional, d. h. daß

$$\mathfrak{B} = -k \cdot \mathfrak{A}' \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

ist, worin k eine positive Konstante bedeutet.

Ist

$$\mathfrak{B} = +k \cdot \mathfrak{A}', \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

also proportional der Geschwindigkeit, mit welcher $\mathfrak{A}$ zunimmt, so muß $\mathfrak{B}$ gegen $\mathfrak{A}$ um 90° in der Phase verfrüht sein, da das $\mathfrak{B}$ der Gl. (2) aus demjenigen der Gl. (1) einfach durch eine Phasenverschiebung um 180° abgeleitet werden kann [56e].

Es folgt also allgemein: Hängt eine Größe $\mathfrak{B}$ von einer oszillatorischen Größe $\mathfrak{A}$ so ab, daß sie proportional ist der Geschwindigkeit, mit welcher $\mathfrak{A}$ sich ändert, so ist $\mathfrak{B}$ selbst oszillatorisch und in der Phase um 90° gegen $\mathfrak{A}$ verschoben, und zwar verfrüht bezw. verspätet, je nachdem der Proportionalitätsfaktor positiv (+ k) bezw. negativ (− k), d. h. je nachdem $\mathfrak{B}$ der Geschwindigkeit, mit welcher $\mathfrak{A}$ zunimmt, bezw. der Geschwindigkeit, mit welcher $\mathfrak{A}$ abnimmt, proportional ist.

66. Amplitude.

a. Die Frage, wovon die Amplitude von $\mathfrak{B}$ abhängt, kann in dem Beispiel **51** — EMK $\mathfrak{E}$ induziert durch einen oszillatorischen Induktionsfluß Q_m — experimentell entschieden werden. Man benützt zu dem Zweck am besten die in **58 b** beschriebene Anordnung, und zwar zu folgenden zwei Versuchen.

(1) Die Umdrehungsgeschwindigkeit der Spule wird konstant gehalten, aber der Strom im Elektromagneten verstärkt. Das hat nach **31 c** eine Verstärkung der magnetischen Feldintensität und damit [**50** Gl. (1)] der Amplitude des magnetischen Induktionsflusses Q_m zur

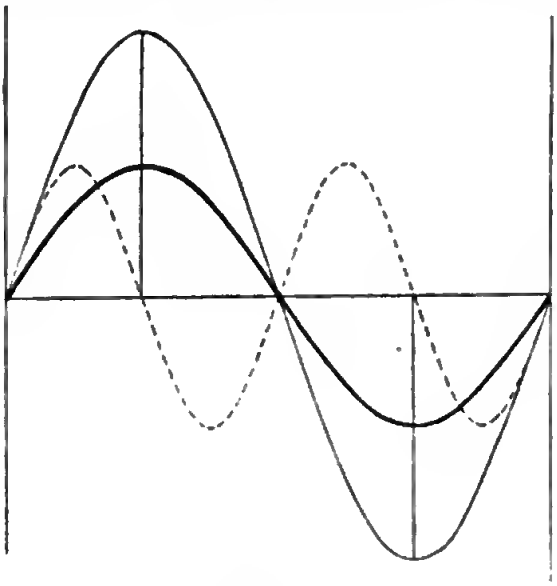


Fig. 84.

Folge. Die Wirkung dieser Verstärkung äußert sich darin, daß der Lumineszenzfleck auf dem Schirm der Braun'schen Röhre sich bei seinen Schwingungen weiter von der Ruhelage entfernt, und zwar umso mehr, je mehr der Strom im Elektromagneten gesteigert wird. Daraus folgt aber, daß die Amplitude des Stroms in den Ablenkungsspulen und damit auch der in der rotierenden Spule induzierten EMK größer wird, wenn man die Amplitude des magnetischen Induktionsflusses steigert.

(2) Der Strom im Elektromagneten wird konstant gehalten, aber die Umdrehungsgeschwindigkeit der Spule gesteigert und damit [**55 a**] die Wechselzahl von Q_m. Auch jetzt zeigt sich genau dieselbe Erscheinung auf dem Schirm der Braun'schen Röhre; es muß also die

Amplitude von $\mathfrak{S}$ auch umso größer sein, je größer die Wechselzahl von Q_m ist.

b. Daß die Amplitude von $\mathfrak{S}$ umso größer werden muß, je größer die Amplitude und Wechselzahl von Q_m ist, läßt sich auch schon aus **51 a** ableiten. Nach dem dort Entwickelten muß die Amplitude von $\mathfrak{S}$ umso größer ausfallen, je steiler die Kurve von Q_m an den Stellen verläuft, an welchen sie die Abszissenachse passiert.

Nun verläuft die Kurve von Q_m bei derselben Wechselzahl augenscheinlich an diesen Stellen umso steiler, je größer die Amplitude von Q_m ist. Um das einzusehen genügt ein Blick auf Fig. 84, in welcher die dick und die dünn ausgezogene Kurve oszillatorische Größen derselben Wechselzahl, aber die eine von doppelt so großer Amplitude als die andere, darstellen.

Bei derselben Amplitude aber verläuft die Kurve von Q_m beim Passieren der Abszissenachse umso steiler, je größer die Wechselzahl ist. In Fig. 84 z. B. beziehen sich die stark ausgezogene Kurve und die gestrichelte auf oszillatorische Größen derselben Amplitude, von denen aber die eine doppelt so große Wechselzahl besitzt als die andere.

c. Wie die Amplitude von $\mathfrak{S}$ mit der Amplitude und Wechselzahl von Q_m genau zusammenhängt, ergeben **51 c** Gl. (4) und **55** Gl. (1). Es folgt aus ihnen unmittelbar

$$\mathfrak{S}_0 = \frac{1}{v} \times \pi n \, Q_{m_0}.$$

Da dabei wieder die physikalische Bedeutung der Größen $\mathfrak{S}$ und Q_m keine Rolle spielt, so muß für zwei beliebige oszillatorische Größen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$, welche durch die Beziehung

$$\mathfrak{B} = \pm k \, . \, \mathfrak{A}'$$

miteinander verbunden sind, die Gleichung bestehen

$$\mathfrak{B}_0 = k \times \pi n \, . \, \mathfrak{A}_0,$$

d. h. ist $\mathfrak{B}$ der Geschwindigkeit, mit welcher $\mathfrak{A}$ sich ändert, proportional, so ist die Amplitude von $\mathfrak{B}$ der Amplitude und der Wechselzahl von $\mathfrak{A}$ proportional. Der Proportionalitätsfaktor ist, abgesehen von dem schon vorher vorhandenen $(\pm k)$, $= \pi$.

67. I. Beispiel: Ermittelung der Induktion eines magnetischen Wechselfeldes.

Gegeben sei ein magnetisches Wechselfeld [52], gesucht: Richtung und Amplitude der magnetischen Induktion an einer bestimmten Stelle des Feldes.

Man bringe an die betreffende Stelle eine möglichst kleine, flache Spule, an deren Enden entweder ein Hitzdrahtinstrument oder zwei Spulen, zwischen denen eine Braun'sche Röhre sich befindet [58, Fig. 61], angeschlossen sind. Hitzdrahtinstrument oder Braunsche Röhre liefern [58 und 71] die Amplitude des Stroms in der Spule und damit auch die ihr proportionale [86] Amplitude der in der Spule induzierten EMK $\mathfrak{E}$. Aus dieser folgt die magnetische Induktion an der betreffenden Stelle durch folgende Beziehungen: Der magnetische Induktionsfluß Q_m durch die Spule steht zu der in der Spule induzierten EMK $\mathfrak{E}$ in dem Verhältnis [66c]

$$\mathfrak{E}_0 = \frac{\pi n}{v} \cdot Q_{m_0}, \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

der magnetische Induktionsfluß Q_m zu der magnetischen Induktion $\mathfrak{M}$ an der betreffenden Stelle im Verhältnis [37c]

$$Q_{m_0} = \mathfrak{M}_0 \, . \, NS, \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

wenn N die Windungszahl der Spule und S die Fläche einer Spulenwindung*) und wenn die Spulenachse die Richtung der magnetischen Induktionslinien an der betreffenden Stelle hat. Ist dies nicht der Fall, bildet vielmehr die Achse der Spule mit den Induktionslinien den Winkel ϑ, so ist die Amplitude des magnetischen Induktionsflusses kleiner, und zwar $= \mathfrak{M}_0 \, . \, NS \, . \cos \vartheta$ [9].

Aus diesen Beziehungen folgt unmittelbar die Richtigkeit der folgenden Regeln:

a. Um die Richtung der Induktion des magnetischen Wechselfeldes zu bekommen, drehe man die Spule so lange, bis die in ihr induzierte EMK eiu Maximum ist, d. h. Hitzdrahtinstrument oder der Lumineszenzfleck auf dem Schirm der Braun'schen Röhre einen maximalen Ausschlag zeigen. Die Achse der Spule bei dieser Stellung gibt dann die Richtung der magnetischen Induktionslinien an der betreffenden Stelle des Feldes an.

*) Sind die Flächen der einzelnen Spulenwindungen sehr verschieden, so hat man für S den Mittelwert der Fläche einer Spulenwindung zu setzen.

b. Die Amplitude der magnetischen Induktion $\mathfrak{M}$ an der betreffenden Stelle ist der Amplitude der induzierten EMK und damit der Angabe des Hitzdrahtinstruments oder der Braun'schen Röhre proportional und zwar ist [Gl. (1) und (2)]:

$$\mathfrak{M}_0 = \mathcal{E}_0 \cdot \frac{v}{\pi n N S}.$$

c. Die Phase der magnetischen Induktion ist durch diejenigen der induzierten EMK $\mathcal{E}$ gegeben, da nach **65** $\mathfrak{M}$ gegen $\mathcal{E}$ stets um 90° in der Phase verfrüht sein muß. Die Phase von $\mathcal{E}$ kann aber aus derjenigen des Stromes in der Spule [**86** und **60**] stets ermittelt werden.

68. II. Beispiel: Magnetische Wirkung eines elektrischen Wechselfeldes.

In einem zylindrischen Raum (Querschnitt q) sei ein homogenes elektrisches Wechselfeld vorhanden, dessen Induktionslinien der Zylinderachse parallel sein sollen. Nach **29b** und **36a** entsteht dann ein zyklisches magnetisches Feld, dessen Achse mit der Zylinderachse zusammenfällt; die Intensitäts- bezw. Induktionslinien desselben sind also Kreise, deren Achse die Zylinderachse ist.

Für die MMK $\mathcal{M}$ längs einer solchen Intensitätslinie gilt dann [**35d**]

$$\mathcal{M} = \frac{1}{v}(Q_s + Q_e'),$$

wenn Q_s den Strom, Q_e den elektrischen Induktionsfluß im Zylinder bezeichnet.

a. Der Zylinder sei ein Leiter (Leitvermögen σ, Dielektrizitätskonstante ε). Es soll dann unter $\mathcal{M}_1$ der Teil von $\mathcal{M}$, der von der Strömung herrührt, unter $\mathcal{M}_2$ derjenige, der von dem elektrischen Wechselfeld hervorgerufen wird, verstanden werden. Da

$$Q_s = q \cdot \sigma E \text{ [22]},$$
$$Q_e = q \cdot \varepsilon E \text{ [16]}$$

ist, so wird, wenn n die Wechselzahl, E die elektrische Feldintensität *des* Wechselfeldes bedeutet,

$$\mathcal{M}_{10} = \frac{q}{v} \cdot \sigma \cdot E_0, \quad \ldots \quad (1)$$

$$\mathcal{M}_{20} = \frac{q}{v} \cdot \pi n \varepsilon \cdot E_0 \text{ [66c]} \quad \ldots \quad (2)$$

oder es verhält sich

$$\frac{\mathfrak{M}_{20}}{\mathfrak{M}_{10}} = \frac{\pi n \varepsilon}{\sigma}.$$

Für sehr schlechte Leiter und sehr hohe Wechselzahlen kann die magnetische Wirkung des elektrischen Wechselfeldes diejenige der elektrischen Strömung überwiegen. Bei gut destilliertem Wasser tritt dies z. B. schon von $n = \text{ca. } 10^5/_{\text{sec.}}$ an ein, bei einer konzentrierten Kupfersulfatlösung von $n = \text{ca. } 2 \cdot 10^8/_{\text{sec.}}$*).

Für Metalle aber hat sich selbst bei Wechselzahlen von ca. $2 \cdot 10^{13}/_{\text{sec.}}$ [vgl. 474c] niemals die magnetische Wirkung des elektrischen Wechselfeldes neben der magnetischen Wirkung der Strömung nachweisen lassen; sie darf also bei langsameren Schwingungen stets gegen die magnetische Wirkung der Strömung vernachlässigt werden. Bezüglich der unbekannten Dielektrizitätskonstanten der Metalle ist daraus aber zu schließen, daß selbst für Wechselzahlen von $2 \cdot 10^{13}/_{\text{sec.}}$ $\pi n \varepsilon$ bedeutend kleiner als σ sein muß.

b. Der Zylinder sei ein Isolator. Für diesen Fall zeigt ein Vergleich von Gl. (1) und (2): Die magnetische Wirkung des elektrischen Wechselfeldes im Isolator ist, wenn es nicht auf die Phase ankommt, dieselbe, wie wenn im Isolator eine Strömung $\mathfrak{S}$ vorhanden wäre von der Amplitude

$$\mathfrak{S}_0 = \pi n \varepsilon \cdot E_0.$$

Ist die Dielektrizitätskonstante des Zylinders gleich derjenigen der Luft ε_0, so wird annähernd [48]

$$\mathfrak{S}_0 = 3 n E_0 \cdot 10^{-22} \text{ C.G.S.}$$

Auf Grund dieser Beziehung ist ein Urteil darüber möglich, von welcher Größenordnung die magnetische Wirkung des elektrischen Wechselfeldes in dem Zylinder ist.

Nehmen wir an, die Amplitude E_0 der elektrischen Feldintensität sei 1000 Volt**) pro Zentimeter, was schon ein sehr kräftiges elektrisches Feld bedeuten würde, so würde bei der in der Technik üblichen Wechselzahl $n = 100/_{\text{sec.}}$

$$\mathfrak{S}_0 = 3 \cdot 10^{-9} \text{ C.G.S.}$$
$$= 3 \cdot 10^{-8} \text{ Amp. pro cm}^2$$

werden. Diese Strömung ist aber so gering, daß sie eine mit ge-

*) Vgl. Tab. I und III am Schluß des Buches. Für die Kupfersulfatlösung ist wie bei Wasser $\varepsilon/\varepsilon_0 = 80$ angenommen.

**) $= 10^{11}$ C.G.S. [49].

wöhnlichen Mitteln nachweisbare magnetische Wirkung sicher nicht ergibt.

Da Aehnliches nicht nur in dem angenommenen einfachen Beispiel, sondern ganz allgemein gilt, so folgt daraus: Bei den in der Technik üblichen Wechselzahlen kann die magnetische Wirkung von elektrischen Wechselfeldern in Isolatoren stets vernachlässigt werden*).

Ganz anders liegen aber die Verhältnisse, wenn es sich um schnelle Schwingungen handelt. Schon bei einer Wechselzahl von $10^9/_{sec.}$ würde

$$\mathfrak{S}_0 = 0{,}3 \text{ Amp. pro cm}^2.$$

Dasselbe elektrische Wechselfeld würde also bei dieser Wechselzahl schon eine erhebliche magnetische Wirkung ausüben können.

§ 6. Produkt von zwei oszillatorischen Größen.

$\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$ seien zwei oszillatorische sinusförmige Größen derselben Wechselzahl, ihre Kurven gegeben. $\mathfrak{B}$ sei das Produkt von beiden, d. h. es sei in jedem Moment

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{A}_1 . \mathfrak{A}_2.$$

69. Kurvendarstellung.

Die Kurve von $\mathfrak{B}$ kann dadurch gefunden werden, daß man aus den Ordinaten, die in den Kurven von $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$ zu einer bestimmten Abszisse gehören, das Produkt bildet und nun über derselben Abszisse eine Ordinate aufträgt, deren Länge so viele Längeneinheiten besitzt, als das Produkt Einheiten hat.

Einfacher aber und jedenfalls instruktiver ist ein auf eine einfache trigonometrische Umformung gegründetes Verfahren.

a. In dem einfachsten Falle, $\mathfrak{A}_2$ gegen $\mathfrak{A}_1$ um 90^0 in der Phase verschoben, und zwar verspätet, d. h. $\sphericalangle (\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1) = 90^0$,

*) Wäre dasselbe elektrische Wechselfeld in einem Leiter von dem Leitvermögen des Quecksilbers vorhanden ($\sigma = 1{,}063 . 10^{-5}$ C.G.S.), so wäre

$$\mathfrak{S}_0 = \sigma E_0 = 1{,}1 . 10^6 \text{ C.G.S.}$$
$$= 1{,}1 . 10^7 \text{ Amp. pro cm}^2.$$

Dasselbe elektrische Wechselfeld also, dessen magnetische Wirknng praktisch Null ist, wenn es sich in einem Isolator befindet, würde in diesem Leiter eine außerordentlich kräftige Strömnng erzeugen und ein entsprechend kräftiges magnetisches Feld hervorrufen.

können $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$ dargestellt werden durch die Gleichungen [51c und 55b]

$$\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A}_{10} \cdot \sin \vartheta = \mathfrak{A}_{10} \sin \pi n t,$$
$$\mathfrak{A}_2 = \mathfrak{A}_{20} \cdot \sin (\vartheta - 90^0)$$
$$= - \mathfrak{A}_{20} \cdot \cos \vartheta = - \mathfrak{A}_{20} \cdot \cos \pi n t$$

(n = Wechselzahl von $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$).

Daraus folgt

$$\mathfrak{B} = - \frac{1}{2} \cdot \mathfrak{A}_{10} \cdot \mathfrak{A}_{20} \cdot \sin 2 \pi n t, \quad \ldots \quad (1)$$

d. h. aber [55b]:

$\mathfrak{B}$ ist selbst eine oszillatorische Größe, deren Wechselzahl doppelt

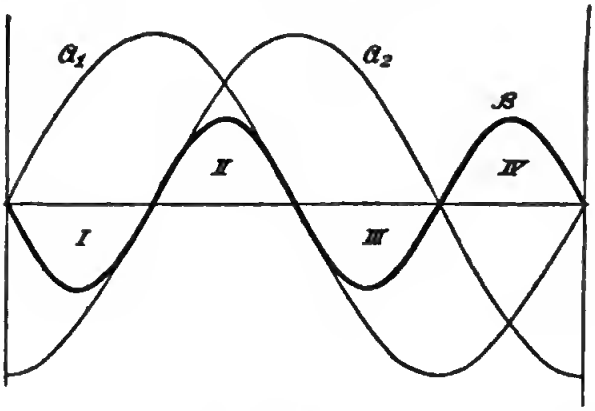


Fig. 85.

so groß wie diejenige von $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$ und deren Amplitude

$$\mathfrak{B}_0 = \frac{1}{2} \mathfrak{A}_{10} \cdot \mathfrak{A}_{20}$$

ist. Die Lage der Kurve von $\mathfrak{B}$ ist außerdem noch dadurch bestimmt, daß sie an denjenigen Punkten, an denen $\mathfrak{A}_1 = 0$ ist ($\sin \pi n t = 0$), in der Richtung von der positiven zur negativen Seite die Abszissenachse durchschneidet.

In dem Falle $\mathfrak{A}_{10} = \mathfrak{A}_{20}$ hat die Kurve demnach die Gestalt der stark ausgezogenen Kurve in Fig. 85.

b. In dem zweiten Grenzfalle, $\mathfrak{A}_2$ gleichphasig mit $\mathfrak{A}_1$, d. h. $\sphericalangle (\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1) = 0$, wird

$$\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A}_{10} \cdot \sin \pi n t,$$
$$\mathfrak{A}_2 = \mathfrak{A}_{20} \cdot \sin \pi n t.$$

Also

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{A}_{10} \cdot \mathfrak{A}_{20} \cdot \sin^2 \pi n t$$
$$= \frac{1}{2} \mathfrak{A}_{10} \cdot \mathfrak{A}_{20} (1 - \cos 2\pi n t). \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Die Kurve, welche die Größe
$-\frac{1}{2} \mathfrak{A}_{10} \cdot \mathfrak{A}_{20} \cdot \cos 2\pi n t = -\frac{1}{2} \mathfrak{A}_{10} \cdot \mathfrak{A}_{20} \cdot \sin (2\pi n t + 90°)$ darstellt, ist eine Kurve derselben Wechselzahl und Amplitude wie die Kurve von $-\frac{1}{2} \mathfrak{A}_{10} \cdot \mathfrak{A}_{20} \cdot \sin 2\pi n t$ [a], aber gegen die letztere um ¼ Periode = 90° in der Phase verfrüht, im Falle $\mathfrak{A}_{10} = \mathfrak{A}_{20}$ also

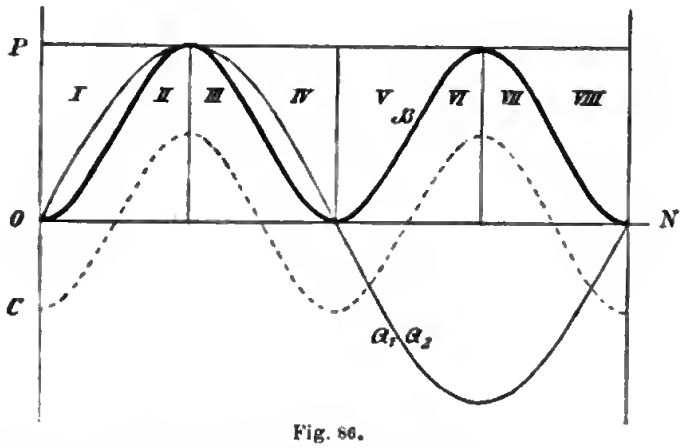


Fig. 86.

(vgl. Fig. 85) die gestrichelte Kurve in Fig. 86.

Aus dieser Kurve aber erhält man diejenige für Gl. (2), indem man jede Ordinate um die Strecke $\frac{1}{2} \mathfrak{A}_{10} \cdot \mathfrak{A}_{20}$ nach oben verlängert oder die ganze Kurve um diese Strecke (= OC Fig. 86) nach oben verschiebt. Im Falle $\mathfrak{A}_{10} = \mathfrak{A}_{20}$ nimmt die Kurve $\mathfrak{B}$ die Gestalt der in Fig. 86 stark ausgezogenen an.

c. Im allgemeinen Fall, $\mathfrak{A}_2$ gegen $\mathfrak{A}_1$ um den $\sphericalangle \varphi$ in der Phase verfrüht, d. h. $\sphericalangle (\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1) = -\varphi$, wird

$$\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A}_{10} \cdot \sin \pi n t,$$
$$\mathfrak{A}_2 = \mathfrak{A}_{20} \cdot \sin (\pi n t + \varphi).$$

Daher

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{A}_{10} \cdot \mathfrak{A}_{20} \cdot \sin \pi n t \cdot \sin (\pi n t + \varphi)$$
$$= \frac{1}{2} \mathfrak{A}_{10} \cdot \mathfrak{A}_{20} \cdot [\cos \varphi - \cos (2\pi n t + \varphi)] \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Man erhält also die Kurve für $\mathfrak{B}$ in folgender Weise: Man konstruiere nach b die Kurve für $-\frac{1}{2}\mathfrak{A}_{10}\cdot\mathfrak{A}_{20}\cdot\cos 2\pi n t$ (in Fig. 86 gestrichelt) und verschiebe dieselbe um den Phasenwinkel φ nach links. Man erhält damit die in Fig. 87 gestrichelte Kurve für $-\frac{1}{2}\cdot\mathfrak{A}_{10}\cdot\mathfrak{A}_{20}\cdot\cos(2\pi n t+\varphi)$. Diese Kurve verschiebe man um

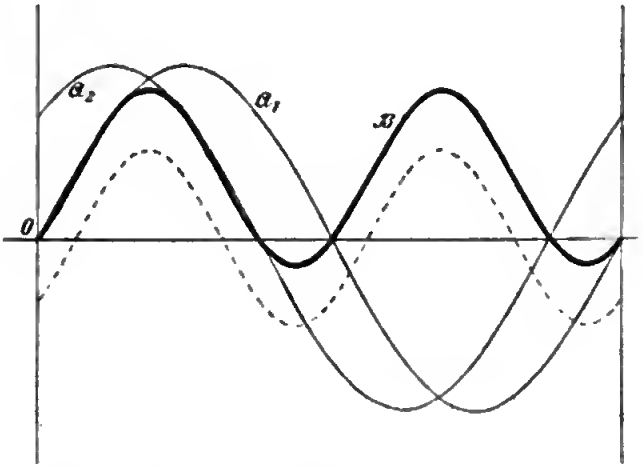


Fig. 87.

die Strecke $\frac{1}{2}\mathfrak{A}_{10}\cdot\mathfrak{A}_{20}\cdot\cos\varphi$ nach oben. Die Kurve, welche man auf diesem Wege bekommt, stellt $\mathfrak{B}$ dar.

Fig. 87 gibt die Gestalt der Kurve von $\mathfrak{B}$ (stark ausgezogen) unter der Annahme $\mathfrak{A}_{10}=\mathfrak{A}_{20}$, $\varphi=45^0$.

70. Zeitlicher Mittelwert.

Der zeitliche Mittelwert einer Größe $\mathfrak{B}$, die sich mit der Zeit ändert, kann in folgender Weise definiert werden. Die Größe $\mathfrak{B}$ sei durch eine Kurve, deren Abszissen der Zeit, deren Ordinaten den dazu gehörigen Werten von $\mathfrak{B}$ proportional sind, dargestellt. Die Fläche F, welche durch die Kurve zwischen den Abszissen t_1 und t_2 durch die zu t_1 und t_2 gehörigen Ordinaten und durch die Abszissenachse begrenzt ist (in Fig. 88 getont), verwandle man in ein flächengleiches Rechteck $P_1P_2t_2t_1$, dessen eine Seite die Abszissenachse zwischen t_1 und t_2 sei. Es ist dann

$$P_1t_1=P_2t_2=\frac{F}{t_2-t_1}$$

der Mittelwert von $\mathfrak{B}$ während der Zeit t_1 bis t_2[52]).

Liegt die Kurve $\mathfrak{B}$ in dem Intervall t_1 bis t_2 nicht ganz auf einer Seite der Abszissenachse, so hat man, wenn man die Fläche F bildet, solche Flächenstücke zwischen Kurve und Abszissenachse, die oberhalb der Abszissenachse liegen, als positiv, solche, welche unterhalb der Abszissenachse liegen, z. B. Fläche I und III in Fig. 85, als negativ zu rechnen.

Wendet man das auf die Größe $\mathfrak{B} = \mathfrak{A}_1 \mathfrak{A}_2$ an, deren Kurven in den Fig. 85, 86, 87 dargestellt sind, so gelangt man für den Mittelwert dieser Größe $\mathfrak{B}$ während einer vollen (oder auch halben) Periode von $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$ zu folgendem Ergebnis[53]).

a. $\sphericalangle (\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1) = 90^0$.

Die von der $\mathfrak{B}$-Kurve (Fig. 85) und der Abszissenachse eingeschlossenen Flächen I, II, III, IV sind untereinander gleich. Aber II und IV positiv, I und III negativ, demgemäß die gesamte von $\mathfrak{B}$-

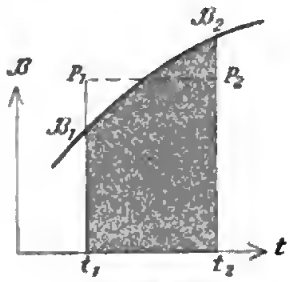


Fig. 88.

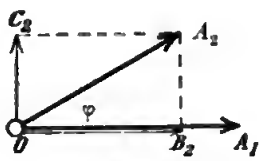


Fig. 89.

Kurve und Abszissenachse begrenzte Fläche $F = 0$. Es muß also auch der Mittelwert von $\mathfrak{B} = 0$ sein. Das gilt für jede beliebige Amplitude von $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$*) und ohne Rücksicht darauf, ob $\mathfrak{A}_2$ gegen $\mathfrak{A}_1$ um 90^0 verfrüht oder verspätet ist. Also:

Das Produkt von zwei oszillatorischen Größen derselben Wechselzahl, zwischen denen eine Phasendifferenz von 90^0 besteht, besitzt für eine Periode dieser Größen den Mittelwert 0.

b. $\sphericalangle (\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1) = 0$. Die Kurve für $\mathfrak{B}$ ist in Fig. 86 dargestellt. Wegen der Symmetrieeigenschaften der Sinuskurven ist:

Fläche II = I,
IV = III,
VI = V,
VIII = VII.

*) Sind die Amplituden von $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$ nicht gleich, wie es in den Fig. 85 bis 87 angenommen wurde, so ändert sich nur die Amplitude von $\mathfrak{B}$ und damit nur der Maßstab für die Ordinaten der Kurve $\mathfrak{B}$.

Alle diese Flächen zusammen haben den Inhalt $PO \times ON$. Demnach ist die von der $\mathfrak{B}$-Kurve und der Abszissenachse begrenzte Fläche

$$F = II + III + VI + VII = \frac{1}{2}(PO \times ON).$$

Der zeitliche Mittelwert von $\mathfrak{B}$ während der vollen Periode ON ist $= F : ON = \frac{1}{2} PO$. PO ist aber der Maximalwert, den $\mathfrak{B}$ annimmt $= \mathfrak{A}_{10} . \mathfrak{A}_{20}$. Es folgt also:

Das Produkt von zwei gleichphasigen oszillatorischen Größen $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$ derselben Wechselzahl besitzt den zeitlichen Mittelwert

$$\frac{1}{2} \mathfrak{A}_{10} . \mathfrak{A}_{20} . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

c. Allgemeiner Fall: $\sphericalangle (\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1) = \varphi$.

Der Mittelwert von $\mathfrak{B}$ wird am einfachsten aus den Resultaten von **a** und **b** durch folgende Ueberlegung abgeleitet.

Es seien OA_1 bezw. OA_2 die Vektoren von $\mathfrak{A}_1$ bezw. $\mathfrak{A}_2$ (Fig. 89). Es kann dann $\mathfrak{A}_2$ zerlegt werden in zwei oszillatorische Komponenten [64]:

(1) eine (Vektor OB_2) mit der Amplitude

$$OB_2 = OA_2 . \cos \varphi = \mathfrak{A}_{20} . \cos \varphi,$$

gleichphasig mit $\mathfrak{A}_1$;

(2) eine (Vektor OC_2) in der Phase um 90^0 gegen $\mathfrak{A}_1$ verschoben.

Der Mittelwert von $\mathfrak{B} = \mathfrak{A}_1 \mathfrak{A}_2$ setzt sich dann zusammen aus:

(1) dem Mittelwert des Produkts von $\mathfrak{A}_1$ mit der ersten Komponente von $\mathfrak{A}_2$. Dieser ist nach **b**

$$= \frac{1}{2} \mathfrak{A}_{10} . \mathfrak{A}_{20} . \cos \varphi;$$

(2) dem Mittelwert des Produkts von $\mathfrak{A}_1$ mit der zweiten Komponente von $\mathfrak{A}_2$. Dieser Mittelwert ist aber nach **a** $= 0$.

Das Produkt von zwei oszillatorischen Größen derselben Wechselzahl $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$, zwischen denen eine Phasendifferenz φ besteht, besitzt für eine Periode dieser Größen den zeitlichen Mittelwert

$$\frac{1}{2} \mathfrak{A}_{10} . \mathfrak{A}_{20} . \cos \varphi = \frac{1}{2} \mathfrak{A}_{10} . \mathfrak{A}_{20} . \cos (\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1)^*) . \quad . \quad (3)$$

*) Unter $\cos (\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1)$ ist hier und in der Folge zu verstehen der cosinus von $\sphericalangle (\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1)$ [56 d].

71. Beispiel: Effektiver Wert einer oszillatorischen Größe.

a. Die effektive Stromstärke i_{eff} eines Wechselstromes i ist nach **43a** dadurch definiert, daß die Wärmeentwicklung eines konstanten Stromes von der Stromstärke i_{eff} gleich der mittleren Wärmeentwicklung des Wechselstromes i in demselben Widerstand w sein muß. Es ist also

$$i_{eff}^2 w = \text{Mittelwert } i^2 w$$

oder

$$i_{eff}^2 = \text{Mittelwert } i^2.$$

Ist i sinusförmig, so folgt aus **70b**, wenn man $\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A}_2 = i$ setzt,

$$\text{Mittelwert } i^2 = \frac{1}{2} i_0^2$$

und also

$$i_{eff} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} = \text{ca. } 0{,}7\, i_0$$

oder umgekekrt

$$i_0 = i_{eff} \cdot \sqrt{2} = \text{ca. } 1{,}4 \cdot i_{eff}.$$

b. In genau derselben Weise folgt für das Verhältnis des maximalen zum effektiven Wert irgend einer anderen sinusförmigen Größe, z. B. einer oszillatorischen EMK $\mathcal{E}$ oder einer Wechselspannung $\mathcal{V}$ [**43a**],

$$\frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}_{eff}} = \frac{\mathcal{V}_0}{\mathcal{V}_{eff}} = \sqrt{2} = 1{,}4.$$

Weiß man also, daß man es mit einer sinusförmigen Schwingung zu tun hat, so kann man aus den Angaben von Hitzdrahtinstrumenten, die direkt den effektiven Wert eines Stromes und indirekt denjenigen einer EMK oder Spannung angeben [**43a**], die Amplituden dieser Größen durch Multiplikation mit 1,4 erhalten. Das gilt noch annähernd, wenn die Schwingung wenigstens annähernd sinusförmig ist[54]).

Kapitel III.

Die Erzeugung langsamer elektromagnetischer Schwingungen (Wechsel- und Drehstrommaschinen)[55].

§ 1. Allgemeines über Wechsel- und Drehstrommaschinen.

72. Feldmagnete und Anker.

Wird an die Spule in der Anordnung von Fig. 63 ein Stromkreis angeschlossen, so entsteht in diesem ein Wechselstrom. Ein solcher ist im stande, eine gewisse Energie zu entwickeln [42]. Auf der anderen Seite ist eine gewisse Kraft nötig, um die Spule im Magnetfeld zu drehen [44]. Es wird also beim Drehen derselben mechanische Arbeit geleistet. Eine Anordnung nun, die mechanische Arbeit umsetzt in die Energie einer elektromagnetischen Schwingung, nennt man eine „*Wechselstrommaschine*", in speziellen Fällen auch „*Drehstrommaschine*", oft auch „*Wechsel-* bezw. *Drehstromdynamo* oder *-Generator*". Die Anordnung Fig. 63 ist nlso das Schema einer Wechselstrommaschine.

a. Mit diesem Modell hat jede Wechsel- bezw. Drehstrommaschine das folgende gemeinsam:

(1) ein magnetisches Feld, erregt durch einen mit einem konstanten Strom beschickten Stromkreis: „*Erregerstromkreis (Erregerwicklung, Erregerspulen)*", in dem Modell Fig. 63 die Wicklung des Elektromagneten;

(2) einen oder mehrere Stromkreise, durch die hindurch ein oszillatorischer magnetischer Induktionsfluß hervorgerufen und in denen dadurch eine oszillatorische EMK induziert wird: „*Ankerstromkreis (Ankerwicklung, Ankerspulen)*", in dem Modell die drehbare Spule.

b. Der Innenraum der Erregerspulen wird zweckmäßig mit Eisen ausgefüllt. Dadurch wird einerseits der magnetische Widerstand im Innern der Spulen herabgedrückt: man erhält bei demselben Erregerstrom und damit [31] derselben MMK eine kräftigere magnetische Induktion [27]. Andererseits läßt sich durch geeignete Form dieses

Eisenkerns erreichen, daß die Induktionslinien nach denjenigen Stellen, an denen sich der Anker befindet, hingeleitet werden und das magnetische Feld dort die gewünschte Form bekommt, für den Versuch in **58b** z. B. möglichst homogen wird.

Die Erregerspulen zusammen mit dem Eisenkern werden als *„Feldmagnete"* bezeichnet, der Eisenkern allein häufig als *„Feldkörper"*.

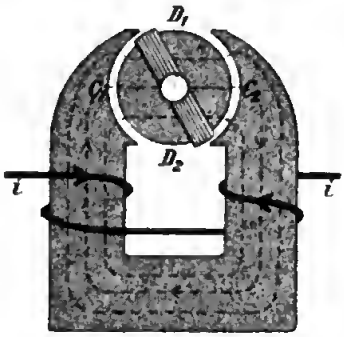


Fig. 90.

c. In dem Modell Fig. 63 ist das Innere der Erregerwicklung zwar schon von Eisen ausgefüllt. Allein der magnetische Widerstand des dortigen magnetischen Kreises ist noch sehr groß, weil der ganze Raum, in welchem die Spule rotiert, noch mit Luft erfüllt ist. Um den magnetischen Widerstand auch dieses Raumes noch möglichst herabzusetzen, empfiehlt es sich, auch das Innere der Spule mit einem Eisenkern, dem *„Ankerkern"* zu versehen. Ankerwicklung und Ankerkern zusammen heißen kurz *„Anker"*.

Der Ankerkern würde bei dem Modell am einfachsten die Form eines Zylinders erhalten. Die Feldmagnete müßten dann mit kreis-

Fig. 91.

förmig ausgeschnittenen Polschuhen [**20a**] versehen werden (s. Fig. 90), wenn das Feld im Innern des Ankerkerns annähernd homogen bleiben soll; bei der Form Fig. 63 würden sich sonst die Induktionslinien nach der Mitte zusammendrängen [**19b**].

Soll der magnetische Widerstand des magnetischen Kreises in Fig. 90, der nach **27d** dem Abstand von Ankerkern und Polschuhen annähernd proportional ist, noch mehr herabgedrückt werden,

so ist dies hier und in allen ähnlichen Fällen nur möglich, wenn man die Ankerspulen nicht auf die Oberfläche des Ankerkerns wickelt, sondern in den Ankerkern versenkt. Zu diesem Zweck wird der Ankerkern gewöhnlich mit Nuten (Fig. 91a: offene, Fig. 91b: halb geschlossene, Fig. 91c: ganz geschlossene Nuten) versehen, in welche die Ankerwicklung hineingelegt wird.

Wesentlich ist ferner aus Gründen, die später [102] Besprechung finden werden, daß der Ankerkern nicht aus massivem Eisen, sondern aus Eisenblechen, die gegeneinander isoliert sind, hergestellt wird.

73. Erregung der Feldmagnete.

Der konstante Strom, mit dem der Erregerstromkreis gespeist wird, wird meist einer besonderen Gleichstrommaschine entnommen, deren Anker häufig auf dieselbe Achse wie der Anker der Wechselstrommaschine gesetzt wird. In der Fig. 137 ist eine solche Erregermaschine (E.M.) zu sehen.

Man kann eine besondere Erregermaschine dadurch entbehrlich machen, daß der Anker der Wechselstrommaschine außer mit Schleifringen [52] zur Abgabe des Wechselstromes auch noch mit einem „*Kommutator*“ (oder „*Kollektor*“) versehen wird wie eine Gleichstrom-

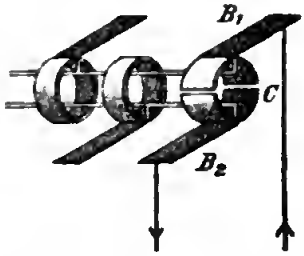


Fig. 92.

maschine. Der von diesem Kommutator gleichgerichtete Strom wird dann durch die Erregerwicklungen geleitet *(selbsterregende Wechselstrommaschinen)*.

Sollte also das Modell Fig. 63 für Selbsterregung eingerichtet werden, so müßte dies in der in Fig. 92 schematisch angegebenen Weise geschehen. Der den Bürsten B_1 und B_2 am Kollektor C entnommene Strom würde durch die Wicklung des Elektromagneten*) geschickt.

*) Die für Laboratoriumszwecke gebräuchlichen Maschinen, die gleichzeitig für Gleichstrom und Wechselstrom eingerichtet sind, können stets als selbsterregende Wechselstrommaschinen gebraucht werden: man läßt die Gleichstrombürsten am Kommutator und benutzt den von demselben gelieferten Strom zur Erregung der Feldmagnete.

74. Mehrpolige Maschinen.

Um einen Wechselstrom von der in Deutschland üblichen Wechselzahl $100/_{sec.}$ zu erhalten, müßte der Anker der Maschine von Fig. 90 50 Umdrehungen *(„Touren")* in der Sekunde machen. Eine so hohe *„Tourenzahl"* *) ist aber meist nicht erwünscht. Um dieselbe Wechselzahl bei geringerer Tourenzahl zu erhalten, hilft man sich in anderer Weise.

a. Man konstruiert die Feldmagnete so, daß nicht nur ein einziger magnetischer Kreis entsteht wie in Fig. 90, sondern mehrere, in Fig. 93 z. B. vier. Man bezeichnet solche Feldmagnete als *„vielpolig"*, und

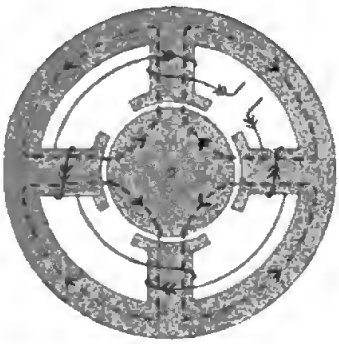


Fig 93.

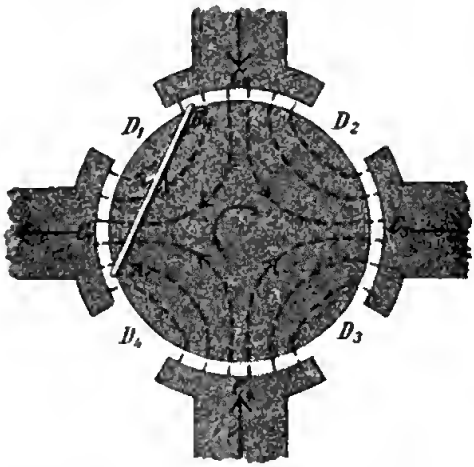


Fig 94.

zwar als m-polig, wenn der Raum, in dem sich der Anker befindet, m Ein- und Ausmündungsstellen für die magnetischen Induktionslinien hat.

b. Eine derartige Konstruktion der Feldmagnete hat auch gewisse Konsequenzen für die Konstruktion des Ankers. In dem magnetischen Felde von Fig. 93 wäre der Anker von Fig. 90 nicht zu brauchen. Denn durch die Ankerspule würden bei jeder Stellung ebenso viele Induktionslinien in der einen wie in der anderen Richtung hindurchtreten. Der Induktionsfluß durch die Spule [37c] wäre also bei jeder Stellung 0, eine EMK würde überhaupt nicht induziert. Dem läßt sich dadurch abhelfen, daß man die Ankerwicklung nur um den vierten Teil der Oberfläche des Ankerkerns herumlegt (s. die Seitenansicht Fig. 94). Dann ist der Induktionsfluß durch die Anker-

*) Unter *„Tourenzahl"* versteht man gewöhnlich, wenn nichts Besonderes angegeben ist, die Anzahl Umdrehungen in der Minute.

spule, der in der Richtung von der stark zur schwach ausgezogenen Seite der Ankerspule als positiv gezählt werden soll, bei jeder Umdrehung

2mal ein Maximum: Stellung D_1D_4, D_3D_2,
2 „ „ Minimum: „ D_2D_1, D_4D_3,
4 „ 0 : „ C_1C_2, C_2C_3, C_3C_4, C_4C_1.

Man erhält also für den Induktionsfluß Q_m während einer Um-

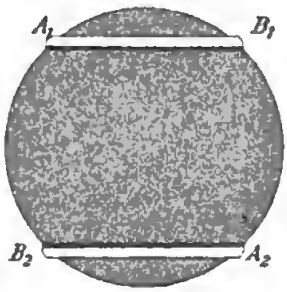


Fig. 95.

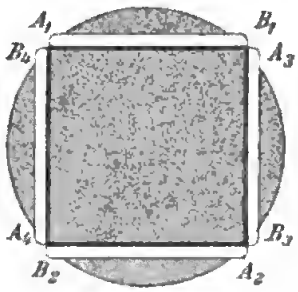


Fig. 96.

drehung zwei volle Perioden. Dasselbe muß dann nach **51** auch für die in der Ankerspule induzierte EMK gelten.

Um also eine Wechselzahl von $100/_{sec.}$ zu erreichen, braucht der Anker bei vierpoligen Feldmagneten nur $\frac{100}{4}$, bei m-poligen Feldmagneten nur $\frac{100}{m}$, bei 60-poligen Feldmagneten (Fig. 110, S. 120) nur ca. 1,7 Umdrehungen in der Sekunde zu machen.

c. Die Ankerkonstruktion von Fig. 94 ist noch in hohem Maße ungünstig, da nur der geringste Teil der den Anker durchsetzenden

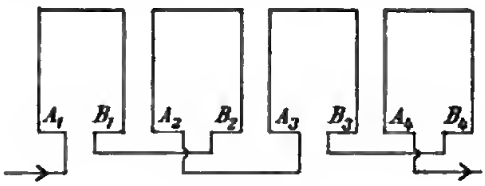


Fig. 97.

Induktionslinien ausgenützt wird. Der Anker, von dem Fig. 95 eine schematische Seitenansicht gibt, bedeutet dagegen schon eine wesentliche Verbesserung; noch besser ist die Anordnung von Fig. 96, die vier Ankerspulen statt der zwei von Fig. 95 enthält.

Rotiert dieser Anker, so ist der magnetische Induktionsfluß durch die Spule A_2B_2 nach Größe und Vorzeichen gleich demjenigen durch A_1B_1. Der Induktionsfluß durch die beiden Spulen A_3B_3 und A_4B_4

ist der Größe nach gleich demjenigen in den beiden anderen Spulen, — das folgt aus der Symmetrie des magnetischen Feldes in Fig. 94 —, hat aber entgegengesetztes Vorzeichen, wenn hier ebenfalls diejenigen Induktionslinien als positiv gezählt werden, die vom Innern des Ankers nach außen durch die Spulen hindurchtreten.

Dasselbe gilt für die in den Spulen induzierte EMK. Sie ist gleich nach Phase und Amplitude in den Spulen A_1B_1 und A_2B_2, in der Phase um 180° dagegen verschoben, aber von gleicher Amplitude in den Spulen A_3B_3 und A_4B_4. Darauf muß Rücksicht genommen werden, wenn die Spulen hintereinander geschaltet werden sollen. Fig. 97, in welcher die Spulen in eine Ebene ausgebreitet gedacht sind, zeigt eine derartige Schaltung.

75. Mehrphasenmaschinen.

a. In der Maschine Fig. 90 mögen auf den Ankerkern statt einer einzigen drei Ankerspulen gewickelt werden, von denen die zweite mit der ersten, ebenso die dritte mit der zweiten einen Winkel von 120° bilden soll (Fig. 98). Die elektromotorischen Kräfte $\mathfrak{E}_1\mathfrak{E}_2\mathfrak{E}_3$, die bei Rotation des Ankers in den drei Spulen induziert werden, haben dann gleiche Amplitude; aber $\mathfrak{E}_2$ ist gegen $\mathfrak{E}_1$, $\mathfrak{E}_3$ gegen $\mathfrak{E}_2$ um 120° in der Phase verschoben, und zwar verspätet, wenn die Rotation in der Richtung des gefiederten Pfeiles (Fig. 98) erfolgt. Die Schwin-

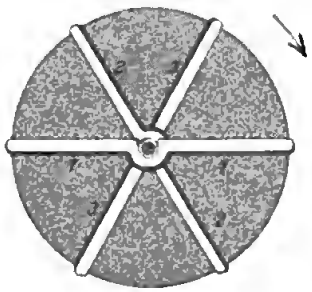


Fig. 98.

gungskurven der drei elektromotorischen Kräfte sind also diejenigen von Fig. 99, das Vektordiagramm dasjenige von Fig. 100.

Man sagt dann, die Maschine liefere *„dreiphasigen Wechselstrom"* oder auch *„Dreiphasenstrom"*. Eine Kombination von drei (oder allgemein m) Wechselströmen, zwischen denen je eine Phasendifferenz von 120° $\left(\text{allgemein } \frac{360^\circ}{m}\right)$ besteht, nennt man allgemein einen *„Drehstrom"* mit Rücksicht auf eine später [**167**] zu besprechende

Eigenschaft einer solchen Kombination. Die Maschine, deren Anker in Fig. 95 schematisch dargestellt ist, würde also als *„Dreiphasenstrom"*- oder *„Drehstrommaschine"* zu bezeichnen sein. Ein einziger der Wechselströme, aus denen der Drehstrom sich zusammensetzt, heißt häufig *„eine Phase des Drehstromes"*.

b. Soll ein Anker, der für vielpolige Feldmagnete gebaut ist, für Drei-(m-)Phasenstrom eingerichtet werden, so ist er mit drei-(m-)mal

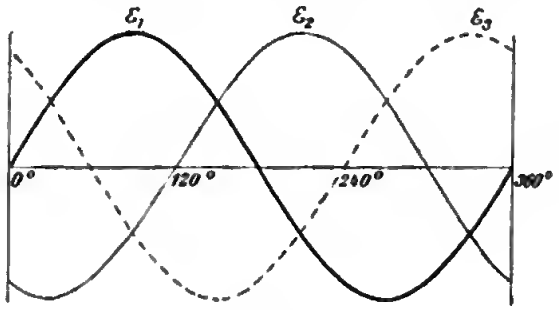


Fig. 99.

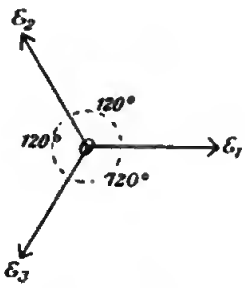


Fig. 100.

mehr symmetrisch angeordneten Spulen zu versehen, als wenn er für einfachen Wechselstrom bestimmt wäre. Die in Fig. 95 schematisch dargestellte Ankerwicklung ist also für Dreiphasenstrom durch diejenige von Fig. 101 zu ersetzen. In analoger Weise muß die Anordnung von Fig. 96 für Dreiphasenstrom abgeändert werden: der Anker muß statt der vier Spulen deren zwölf enthalten.

c. Die Spulen der drei (m) Phasen werden gewöhnlich so mit-

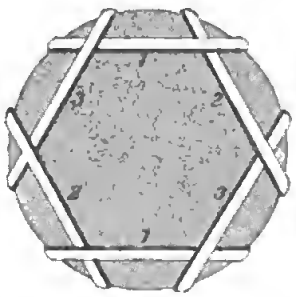


Fig. 101

einander verbunden, daß nicht sechs (2 m) Leitungen und Schleifringe, sondern nur drei (m) nötig sind.

Die Fig. 102 und 103 zeigen die gebräuchlichen Schaltungen für Drehstrommaschinen, die erstere die *„Sternschaltung"*, die letztere die *„Dreieckschaltung"*. In diesen Figuren bedeuten S_1, S_2, S_3 sämtliche Ankerspulen der ersten, zweiten, dritten Phase. L_1, L_2,

L_3 sind die drei Leitungen zu den drei Endklemmen K_1, K_2, K_3, an welche nun die drei Gebrauchsleitungen G_1, G_2, G_3 angeschlossen werden können.

Für diese Schaltungen läßt sich mit Hilfe der in 61f auseinandergesetzten Vektordiagramme leicht folgendes beweisen:

(1) In den drei Stromkreisen I, II, III (s. Fig. 102 und 103) sind die elektromotorischen Kräfte (in der Richtung der gefiederten Pfeile)

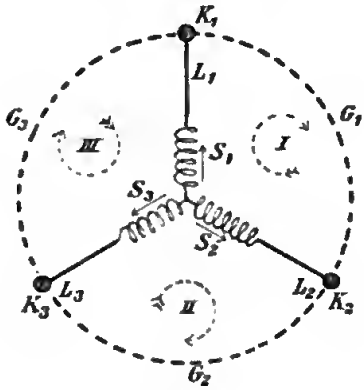


Fig 102.

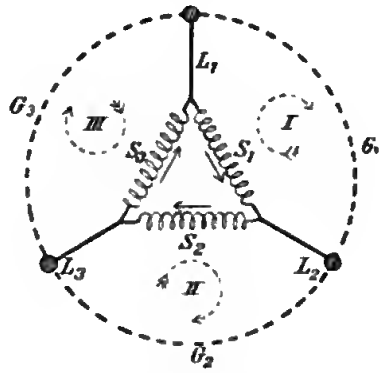


Fig 103.

je um 120° in der Phase gegeneinander verschoben, gleichgültig ob Dreieck- oder Sternschaltung vorliegt. (Bei Sternschaltung z. B. ist das Vektordiagramm dasjenige von Fig. 104.)

(2) In dem Stromkreis, der bei Dreieckschaltung durch die Spulen S_1, S_2, S_3 selbst gebildet wird, ist die gesamte EMK $= 0$, vorausgesetzt, daß die Klemmen K_1, K_2, K_3 nicht durch eine Leitung mit-

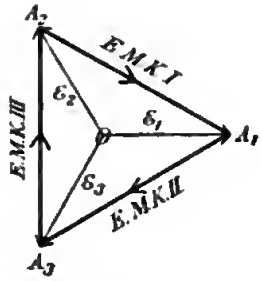


Fig. 104.

einander verbunden sind, also kein Strom nach außen abgegeben wird. Es entsteht also in den Spulen kein Strom, trotzdem sie kurz geschlossen zu sein scheinen. (Aus dem Vergleich der Fig. 81 und 100 folgt unmittelbar, daß $\mathfrak{E}_1 + \mathfrak{E}_2 = -\mathfrak{E}_3$ ist.)

§ 2. Maschinen mit beweglichen Anker- oder Erregerwicklungen.

76. Schematische Darstellung.

Die verschiedenen Typen dieser Art werden gewöhnlich nach der Konstruktion des Ankers unterschieden.

a. *Trommelanker*-Maschinen. Der Ankerkern ist ein Zylinder, auf dessen Oberfläche und zwar in dort befindlichen Nuten (vgl. Fig. 91 a, b, c) die Ankerspulen liegen.

Sind die Feldmagnete fest, der zwischen ihnen befindliche Anker beweglich, so wie es bisher immer vorausgesetzt wurde, so nennt man die Maschinen *„Außenpolmaschinen"* im Gegenteil zu den *„Innenpolmaschinen"*, bei denen die Feldmagnete im Innern des Ankers rotieren. Im letzteren Fall ist der Ankerkern ein Hohlzylinder, auf dessen innerer Fläche die Ankerwicklungen sich befinden.

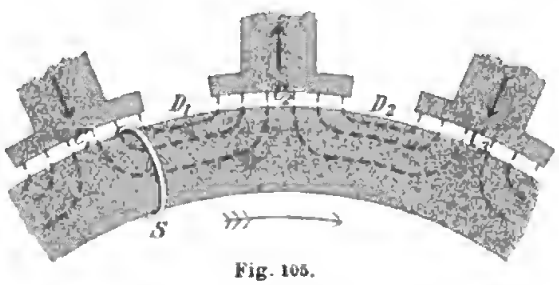


Fig. 105.

b. *Ringanker*-Maschinen. Der Ankerkern ist ein Ring, den die Ankerwicklungen umgeben.

Fig. 105 gibt den ungefähren Verlauf der Induktionslinien für beliebig vielpolige Feldmagnete. Befindet sich eine Ankerwindung S an der Stelle C_1, so ist der magnetische Induktionsfluß durch dieselbe 0, an der Stelle D_1 ein Maximum, wenn der Induktionsfluß in der Richtung von der in Fig. 105 stark ausgezogenen Seite der Windung S zur schwach ausgezogenen als positiv gerechnet wird. An der Stelle C_2 ist der Induktionsfluß wieder 0, bei D_2 ein Minimum und bei C_3 wieder 0 u. s. f. Man erhält also durch S hindurch einen oszillatorischen Induktionsfluß, durch den in S eine oszillatorische EMK induziert wird [**51**].

Fig. 106 zeigt schematisch die Ankerwicklung für Dreiphasenstrom, entsprechend derjenigen von Fig. 98 bei Trommelanker. Für einfachen Wechselstrom können statt der Schaltung der Spulen von Fig. 97 je zwei aufeinander folgende Spulen entgegengesetzt gewickelt sein, wie sie in Fig. 107 schematisch angegeben ist.

c. *Polanker*-Maschinen. Ankerkern und Ankerspulen sternförmig angeordnet.

In der schematischen Ansicht von Fig. 108 befinden sich außen der Anker, innen die Feldmagnete. Rechnet man den magnetischen Induktionsfluß durch die Ankerspulen als positiv, wenn er in der

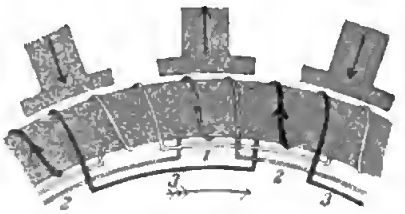


Fig. 106.

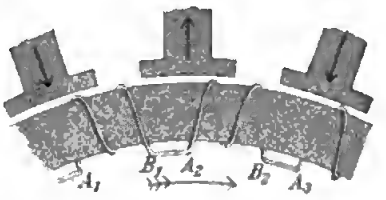


Fig. 107.

Richtung von der Achse der Maschine nach der Peripherie erfolgt, so ist in dem durch Fig. 108 dargestellten Moment der Induktionsfluß durch die Ankerspulen S_1, S_3 etc. ein Maximum, durch S_2, S_4 etc. ein Minimum. Nach einer Drehung der Feldmagnete um den $\sphericalangle \delta$ ist der Induktionsfluß durch S_1, S_3 etc. ein Minimum, durch S_2 etc. ein Maximum. Dazwischen befindet sich eine Stellung der Feldmagnete, wo durch die Ankerspulen ebensoviel Induktionslinien in der einen als in der anderen Richtung hindurchgehen, wo also der ge-

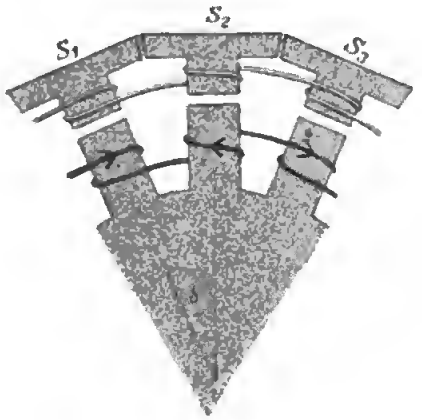


Fig. 108.

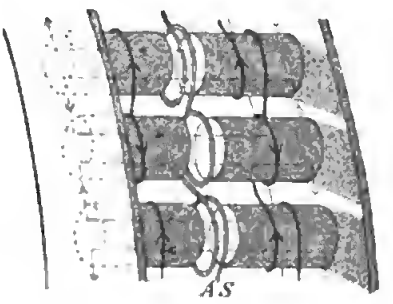


Fig. 109.

samte Induktionsfluß = 0 ist. Man erhält also durch die Ankerspulen einen oszillatorischen Induktionsfluß, der in den Spulen S_2, S_4 etc. gegenüber demjenigen in den Spulen S_1, S_3 etc. um 180° in der Phase verschoben ist. Sollen also die Spulen S_2, S_4 mit den Spulen S_1, S_3 verbunden werden, so müssen sie entweder entgegen-

gesetzt gewickelt (Fig. 107) oder, entsprechend Fig. 97, entgegengesetzt geschaltet werden.

d. *Scheibenanker*-Maschinen. Die Ankerspulen haben die Form von flachen Scheiben.

Die Feldmagnete bestehen aus zwei Reihen von Spulen. Zwischen beiden Reihen bleibt nur ein schmaler Raum frei, durch den die Ankerspulen hindurchschlagen. Der schematische Verlauf der magnetischen Induktionslinien, die Schaltung von Erreger- und Ankerwicklungen ist aus Fig. 109 ersichtlich.

77. Technische Ausführung.

a. *Trommelanker*-Maschinen. Fig. 110*) ist die Abbildung einer Innenpolmaschine der Firma Siemens & Halske, A.-G., für eine Leistung von 500 Kilowatt. Die 60poligen Feldmagnete befinden

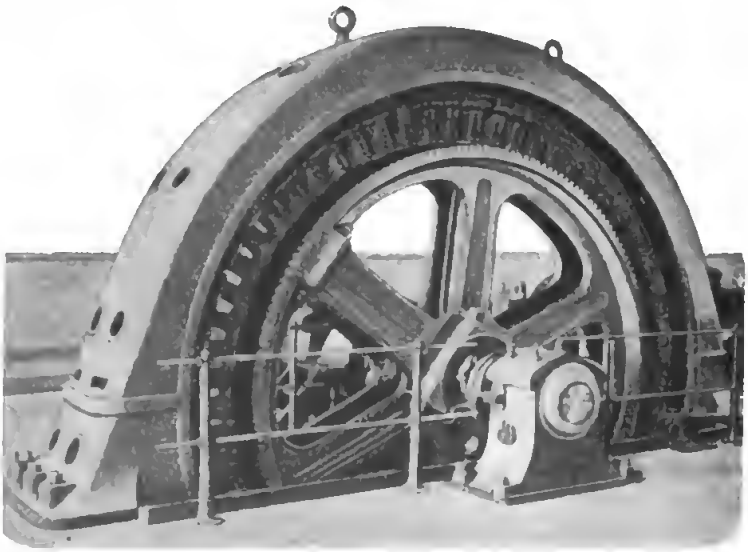


Fig. 110.

sich auf einem großen Schwungrad. Die Ankerwicklungen sind für die Abgabe von Dreiphasenstrom nach dem in Fig. 98 gegebenen Schema eingerichtet. Der Hohlzylinder, der den Ankerkern bildet,

*) Nach einer Abbildung in einem Katalog der Firma Siemens & Halske. — Die Innenpolmaschinen für Trommelanker sind fast die einzigen, die gegenwärtig für den Großbetrieb gebaut werden. Die anderen Typen können fast nur historisches oder physikalisches Interesse beanspruchen: nur einzelne von ihnen finden noch für spezielle Zwecke Verwendung.

besitzt an der Innenfläche Nuten, deren Verhältnis zu den Feldmagneten aus Fig. 111 zu entnehmen ist. Soll die Maschine für einfachen Wechselstrom gebaut werden, so werden die Ankerwicklungen

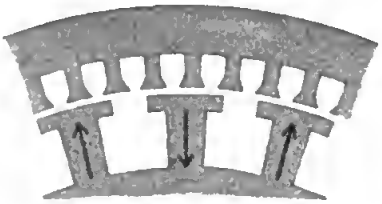


Fig. 111.

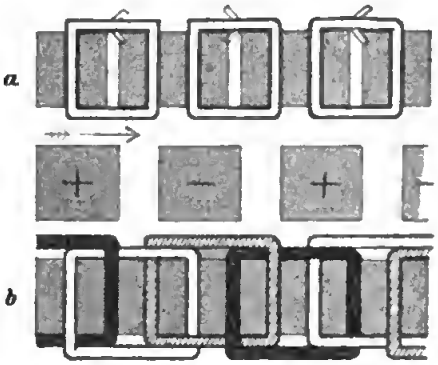


Fig. 112.

in der aus Fig. 112a*) ersichtlichen Weise in die Nuten gelegt. Für Dreiphasenstrom tritt an Stelle davon die Wicklung von Fig. 112b.

Eine Außenpolmaschine der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft ist in Fig. 113**) abgebildet. Der Ankerkern ist ebenfalls ein

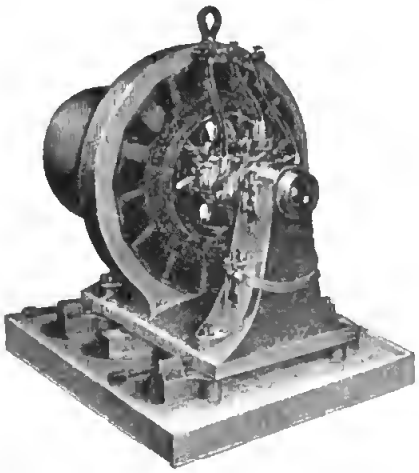


Fig 113.

Hohlzylinder. Maschinen dieser Form werden von der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft nur für relativ niedere Spannungen, höchstens 500 Volt, aber für relativ hohe Leistungen, bis zu 200 Kilowatt, gebaut.

*) In dieser Figur ist die Innenfläche des Ankers in eine Ebene ausgebreitet gedacht, die Feldmagnete sind daneben gezeichnet.

**) Aus einem Katalog der A.E.G.

b. *Ringanker*-Maschinen. Fig. 114*) zeigt eine große Wechselstrommaschine mit Ringwicklung. Dieselbe wurde vor längerer Zeit von der Elektrizitäts-Aktiengesellschaft vormals Schuckert & Co. gebaut und zeichnet sich durch besondere Uebersichtlichkeit aus; später hat die Firma andere Maschinentypen bevorzugt [vgl. z. B. 78a].

c. *Polanker*-Maschinen. Maschinen der in Fig. 115**) dargestellten Form wurden früher lange Zeit hindurch von der Firma Ganz & Co. in

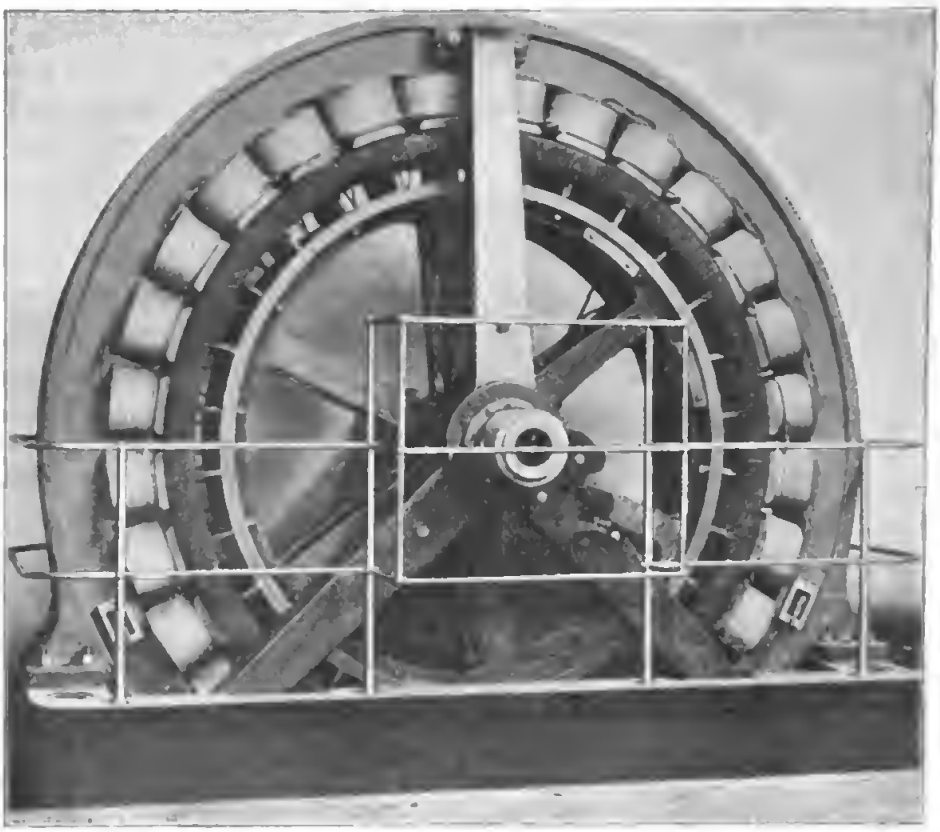


Fig. 114.

Budapest bezw. für Deutschland von der Firma Helios in Ehrenfeld-Köln verwendet. Ganz ähnliche Maschinen sind auch von Hopkinson in England konstruiert worden.

d. *Scheibenanker*-Maschinen. Zu dieser Gattung gehört eine der ältesten Wechselstrommaschinen, die 1878 von der Firma Siemens & Halske nach den Entwürfen von v. Hefner-Alteneck konstruiert

*) Verkleinert nach einer Photographie, die ich der Firma verdanke.

**) Aus L. Graetz, Die Elektrizität und ihre Anwendungen. 7. Aufl., S. 343.

wurde. In neuerer Zeit wird dieser Maschinentyp hauptsächlich von Ferranti in London kultiviert. Eine seiner Maschinen ist zerlegt in Fig. 116*) zu sehen.

78. Feldmagnete mit einer einzigen Erregerspule.

Das Bestreben, die rotierenden Feldmagnete, deren Teile einer bedeutenden Zentrifugalkraft ausgesetzt sind, möglichst einfach und

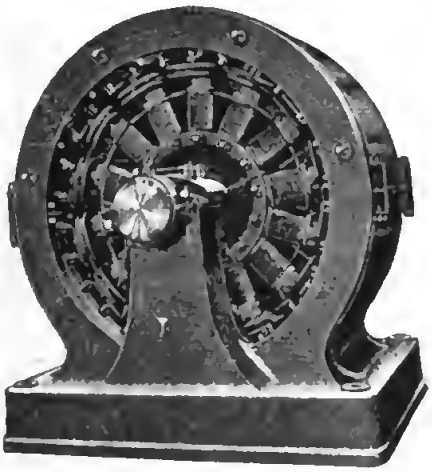


Fig. 115.

solid zu bauen und gleichzeitig möglichst an Kupfergewicht zu sparen, führte zu dem Versuch, die verschiedenen Erregerspulen

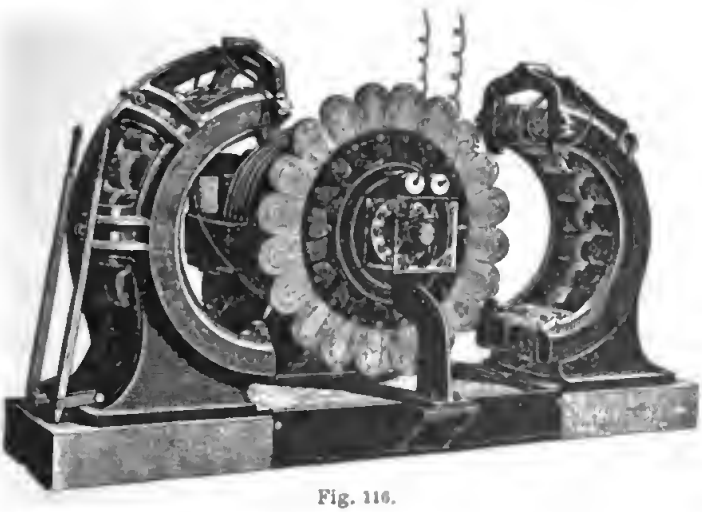


Fig. 116.

*) Aus Gérard[45]) I, Fig. 330, S. 683.

durch eine einzige zu ersetzen. Erreicht wurde dies u. a. durch folgende Konstruktionen.

a. *Maschinen der Oerlikon-Gesellschaft.* Der für Innenpolmaschinen mit Trommelanker bestimmte Feldkörper besteht aus einem Rad, das abwechslungsweise mit Zähnen der Form Fig. 117a und solchen der Form Fig. 117b besetzt ist. Durch das Innere dieser

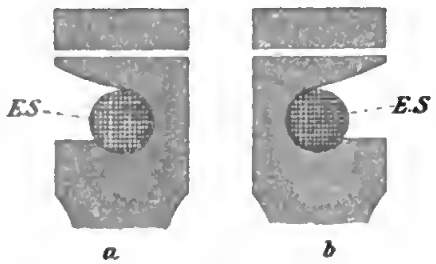


Fig. 117.

Zähne geht die längs der Peripherie des Rades verlaufende Erregerspule (ES Fig. 117 und 118) hindurch. Die schematische Seitenansicht von Fig. 118 und der schematische Querschnitt von Fig. 119 geben den ungefähren Verlauf der magnetischen Induktionslinien. Da der Verlauf der Induktionslinien, jedenfalls soweit es den Anker betrifft, qualitativ derselbe ist, wie wenn jeder der Zähne eine besondere

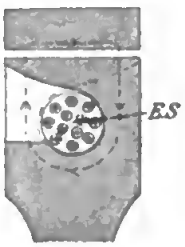


Fig. 118.

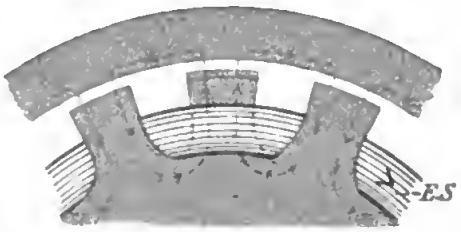


Fig. 119.

Erregerwicklung hätte, so unterscheiden sich auch die Vorgänge im Anker nicht von denjenigen bei der Anordnung Fig. 111.

Nach diesem Prinzip waren die Feldkörper derjenigen Maschinen konstruiert, welche die erste Kraftübertragung durch Drehstrom auf große Entfernung — Lauffen a. N. bis Frankfurt a. M., ca. 175 km — vermittelten. Eine derselben ist mit den herausgenommenen Feldmagneten in Fig. 120*) abgebildet. An dem Trommelanker ragen links die Verbindungsstücke heraus, welche die Spulen derselben Phase verbinden. Ein Vergleich der Zahl dieser Verbindungsstücke

*) Aus Gérard[55]) I, Fig. 339, S. 690.

mit der Polzahl des Feldkörpers zeigt, daß die Maschine nach dem Schema von Fig. 112b für Dreiphasenstrom bestimmt ist.

Eine etwas andere Ausführung des Feldkörpers durch die Elek-

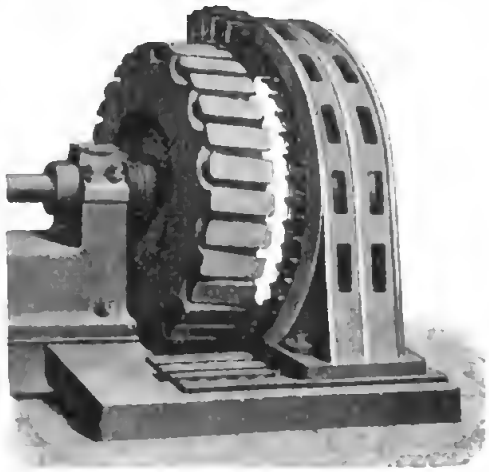


Fig. 120.

trizitäts-Aktiengesellschaft vormals Schuckert & Co. ist in Fig. 121 *) wiedergegeben.

b. *Mordey*-Anordnung. Diesen für feststehenden Scheibenanker von Mordey in London konstruierten Feldmagneten zeigt in Totalansicht Fig. 122**), in schematischem Querschnitt Fig. 123. Die einzige Erregerspule (ES Fig. 122) liegt im Innern des Feldkörpers.

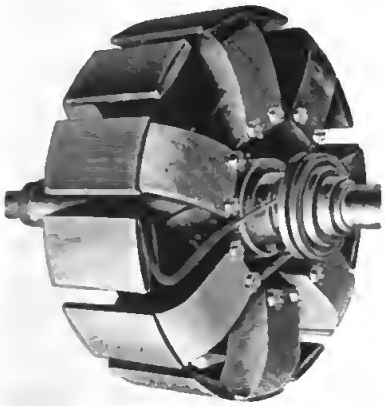


Fig. 121.

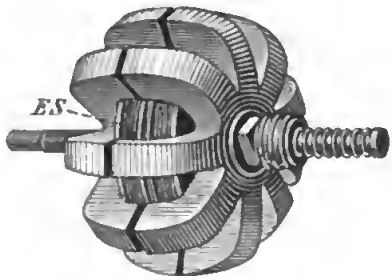


Fig. 122.

Die magnetischen Induktionslinien, deren ungefährer Verlauf aus Fig. 123 und 125 (von oben gesehen) zu entnehmen ist, drängen sich

*) Aus S. Thompson[15]) II, Fig. 490, S. 609.

**) Aus Gérard[55]) I, Fig. 333, S. 685.

in den Eisenrippen des Feldkörpers zusammen und bilden so viele magnetische Kreise (oder Zweige eines magnetischen Kreises), als Rippen vorhanden sind.

Rotiert der Feldmagnet, so ist der Induktionsfluß durch irgend eine Ankerspule (AS Fig. 123, 124 und 125) ein Maximum in dem

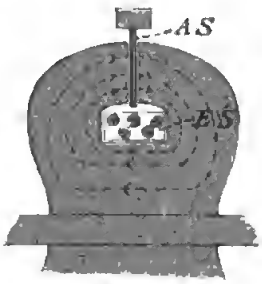


Fig. 123.

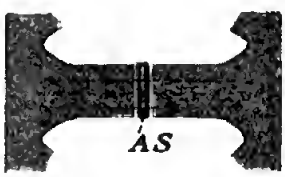


Fig. 124.

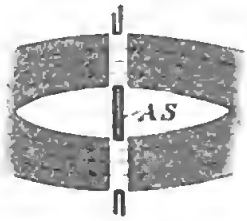


Fig. 125.

Moment, in welchem eben das magnetische Feld einer Rippe an der Spule vorübergeht (Fig. 124), dagegen ein Minimum, wenn die Ankerspule sich in der Mitte zwischen zwei Rippen befindet (Fig. 125). Der magnetische Induktionsfluß Q_m durch die Ankerspulen schwankt also zwischen einem Maximum und einem sehr nahe bei Null liegenden Minimum, ist also nicht eigentlich oszillatorisch. Die Kurve für Q_m wird vielmehr im einfachsten Falle diejenige von Fig. 126.

Die in irgend einem Moment induzierte EMK ist nach **51a** (Fußnote) unter allen Umständen proportional tg β, wenn β der Winkel ist, welchen die Tangente an die Q_m-Kurve in dem betreffenden

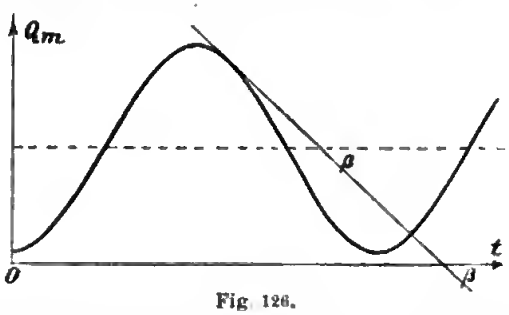


Fig. 126.

Punkte mit der Abszissenachse bildet. An der Größe von β ändert sich aber nichts, wenn die Abszissenachse in die in Fig. 126 gestrichelte Lage gebracht, wenn also die Kurve durch eine normal gelegene Sinuskurve ersetzt wird. Es muß also für die EMK in den Ankerspulen genau dasselbe gelten, wie wenn die Q_m-Kurve eine Sinuskurve wäre, d. h. die EMK muß auch in diesem Fall oszillatorisch werden.

§ 3. Maschinen mit festen Anker- und Erregerwicklungen.

79. Hochfrequenzmaschine von Tesla.

Durch eine leichte Abänderung der Mordey'schen Maschine läßt sich erreichen, daß kein stromführender Teil der Maschine sich in Rotation befindet. Man braucht nur die Erregerspule (ES von Fig. 123) nicht mit dem Feldkörper, sondern mit dem

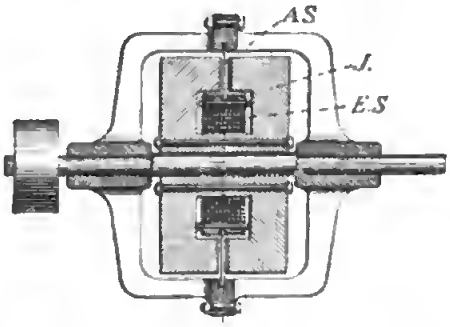


Fig. 127.

Scheibenanker (AS) fest zu verbinden, dann ist der einzige bewegliche Teil der Feldkörper, für den bei derartigen Maschinen die Bezeichnung *„Induktor"* üblich ist. Die Schleifringe, mit denen man bei der Konstruktion von Fig. 123 der Erregerspule den Strom zuführen mußte, fallen weg.

Nach diesem Prinzip hat Tesla eine seiner Maschinen für hohe Wechselzahl konstruiert, von der Fig. 127*) einen Querschnitt gibt.

Der Induktor dieser Maschine weicht etwas von der Mordey-Anordnung ab. Die Rippen von Fig. 122 sind durch Vorsprünge

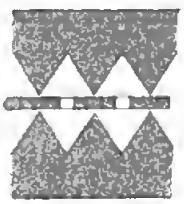


Fig. 128.

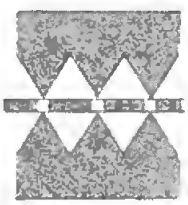


Fig. 129.

von dreieckigem Querschnitt (in Fig. 128 und 129 von oben gesehen) ersetzt. Der Scheibenanker besteht analog der Konstruktion bei einigen Maschinen von Ferranti (Fig. 130)**) aus einem einzigen zick-

*) Nach N. Teslas Untersuchungen über Mehrphasenströme S. 386. Halle 1895.

**) Aus Gérard[55]) I, Fig. 331, S. 684.

zackförmigen Bande aus Kupferblech (Fig. 131). Befindet sich der Induktor diesem Anker gegenüber in der Stellung von Fig. 128, so ist die Zahl der durch den Ankerstromkreis hindurchtretenden Induktionslinien im Maximum; sie ist im Minimum und zwar nahezu 0 in der Stellung von Fig. 129. Die Verhältnisse liegen also in dieser Beziehung ganz ebenso wie bei der Mordey-Maschine.

Mit einer solchen Maschine, deren Induktor 480 Vorsprünge hatte, war es Tesla möglich, einen Wechselstrom von 30000 Wech-

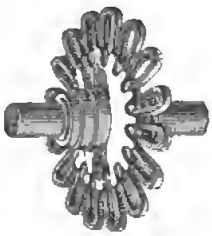


Fig. 130.

Fig. 131.

seln in der Sekunde zu erhalten. Diese Maschinen sind interessant, da sie ungedämpfte Schwingungen so hoher Wechselzahl liefern; praktische Bedeutung scheinen sie jedoch bis jetzt nicht erreicht zu haben[55a]).

80. Induktormaschinen.

a. Induktormaschine der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft.

Eine andere Anordnung, nach der Induktormaschinen konstruiert wurden, läßt sich in einfachster Form aus dem Modell Fig. 132 klar machen.

Ein bis auf einen schmalen Luftzwischenraum geschlossener Kern K aus isolierten Eisenblechen trägt zwei Wicklungen, deren Endpunkte die Klemmen A_1, A_2 und B_1, B_2 sind. Ein Eisenstück P (ebenfalls isolierte Eisenbleche) ist an einem Stativ so angebracht, daß es durch den Luftzwischenraum des Eisenkerns K hindurchpendeln kann.

Durch die Wicklung A_1 A_2 wird Gleichstrom geschickt, die Wicklung B_1 B_2 an zwei horizontale Spulen, zwischen denen sich zum Nachweis des in ihnen induzierten Stroms eine Braun'sche Röhre befindet (s. Fig. 61), angeschlossen. Sobald nun das Eisenstück P durch den Luftschlitz im Eisenkern K hindurchschlägt, wird der Lumineszenzfleck der Braun'schen Röhre nach oben und unten abgelenkt. Im

rotierenden Spiegel scheint er ungefähr die in Fig. 133 stark ausgezogene Kurve zu beschreiben.

Der Grund dafür ist der folgende. Der magnetische Kreis, der durch die magnetischen Induktionslinien im Eisenkern und dessen Luftzwischenraum gebildet wird, besitzt wegen des Luftzwischenraums nach **27 d** einen relativ hohen magnetischen Widerstand; der Induktionsfluß in dem magnetischen Kreis ist also verhältnismäßig

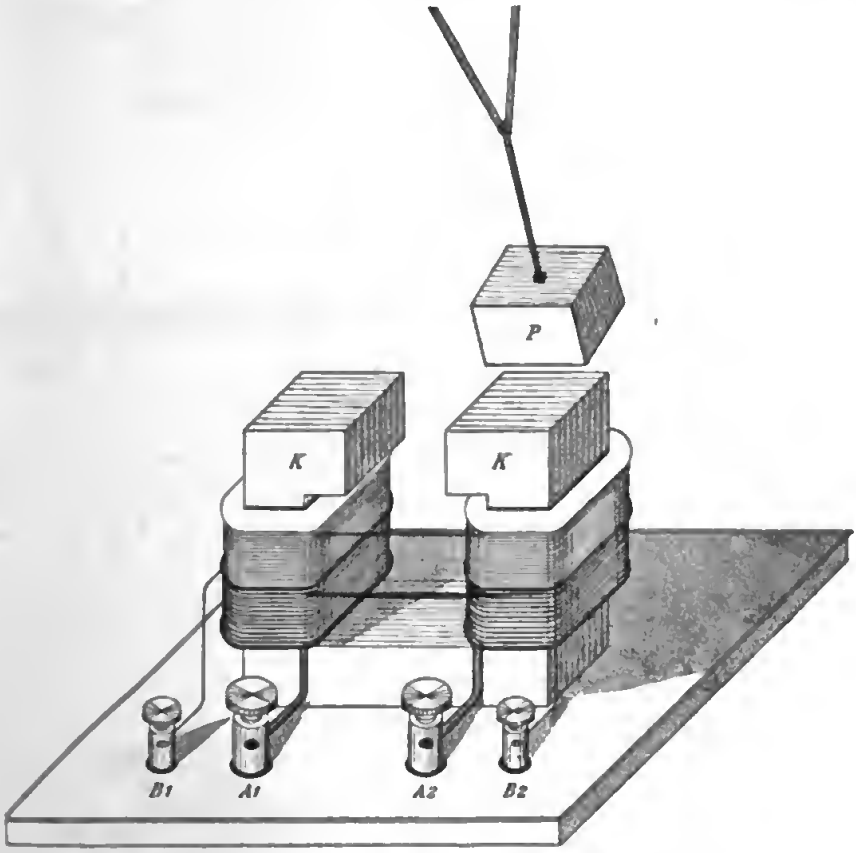


Fig. 132.

klein. Sobald aber der Luftschlitz durch Eisen ausgefüllt wird, wird der magnetische Widerstand sehr klein, der Induktionsfluß sehr groß.

Läßt man das Eisenstück durch den Luftraum hindurchschlagen, so nimmt der Induktionsfluß zu bis zu dem Moment, in welchem das Eisenstück sich ungefähr in der Mitte des Luftschlitzes befindet; er nimmt wieder ab, wenn das Eisenstück sich wieder aus dem Luftzwischenraum entfernt. Im einfachsten Falle erhält man für den Induktionsfluß die in Fig. 133 dünn ausgezogene Kurve. Q_1 entspricht

dem Moment, in welchem das Eisenstück in den Luftschlitz eintritt, Q_2 denjenigen, in welchem es sich in der Mitte desselben befindet, und Q_3 dem Moment, in welchem es den Luftzwischenraum eben verlassen hat. Dieser Q_m-Kurve muß aber nach **78b** als Kurve der induzierten EMK die in Fig. 133 stark ausgezogene entsprechen.

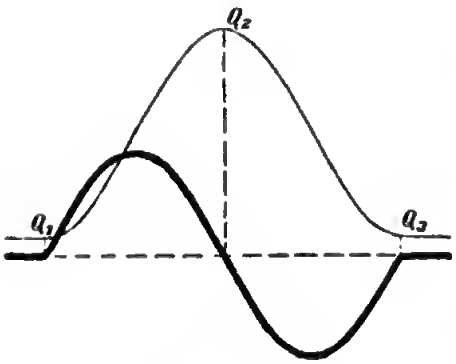


Fig. 133.

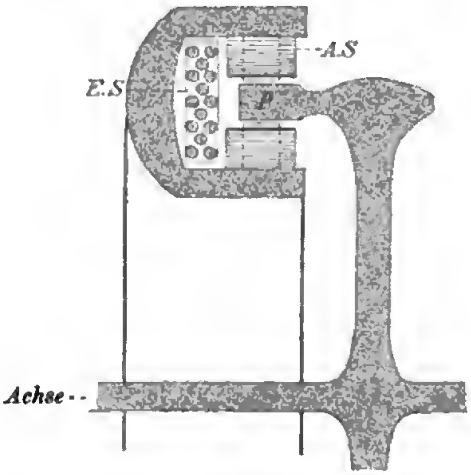


Fig. 134.

Werden mehrere derartige Eisenstücke, *„Polhörner"*, auf einem Rad angebracht, so kann man erreichen, daß beim Rotieren des Rades die Kurve $Q_1\ Q_2\ Q_3$ sich fortgesetzt wiederholt, daß also auch fortgesetzt eine oszillatorische EMK induziert wird. Das ist z. B. bei den Induktormaschinen der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft ge-

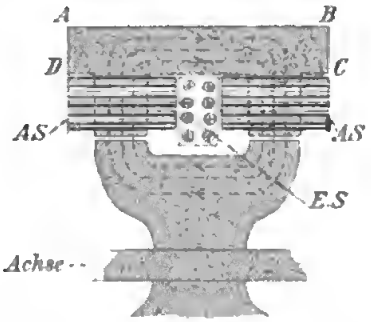


Fig. 135.

Fig. 136.

schehen. Fig. 134*) zeigt einen schematischen Querschnitt, auf dem eines der Polhörner P mit dem Schwungrad, auf dem es befestigt ist, zu sehen ist.

*) Sog. Type A 140. Nach ganz ähnlichem Prinzip ist die Wechselstromsirene von Max Wien[58]) konstruiert. Sie liefert bis 17000 Wechsel pro Sekunde.

Außerdem kommt bei diesen Maschinen nicht nur ein Paar Ankerspulen wie in dem Modell Fig. 132 zur Verwendung, sondern eine ganze Reihe (AS Fig. 134). Sie sind im Kreise so angeordnet, daß die Polhörner der Reihe nach durch den Luftraum zwischen jedem Spulenpaar hindurchschlagen. Die Zahl der Spulenpaare ist bei den für Dreiphasenstrom berechneten Maschinen dreimal so groß als die Anzahl der Polhörner.

Die Erregerspule (ES Fig. 134) ist anders angeordnet als in dem Modell Fig. 132. Es ist wie bei den Maschinen von Mordey und Tesla nur eine einzige vorhanden. Ebenso wie in den Rippen

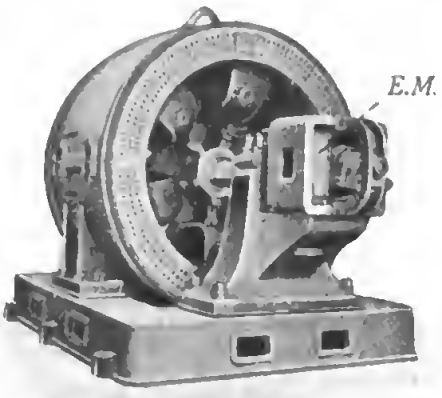


Fig. 137.

der Mordey-Anordnung (Fig. 122) konzentrieren sich hier die Induktionslinien in den Kernen der Ankerspulen.

b. Induktormaschinen der Oerlikon-Gesellschaft.

Der Form, nicht aber dem Wesen nach verschieden ist diejenige Konstruktion, deren wesentliche Bestandteile aus dem schematischen Querschnitt (Fig. 135) zu entnehmen sind.

Die zwei Reihen von Ankerspulen (AS) sind im Innern eines Hohlzylinders (Querschnitt ABCD) angeordnet. Zwischen beiden Reihen befindet sich, ebenfalls mit dem Hohlzylinder fest verbunden, die Erregerspule (ES). Die Form des Induktors ist aus dem schematischen Querschnitt (Fig. 135) und in einer bestimmten Ausführungsform aus der Abbildung (Fig. 136)*) ersichtlich.

Der Verlauf der magnetischen Induktionslinien, die durch die Ankerspulen hindurchgehen, ist annähernd davon unabhängig, ob sich gerade ein Paar Polhörner vor den Spulen befinden oder nicht. In

*) Nach Graetz, l. c. S. 351, Fig. 312.

hohem Maße davon abhängig ist aber der magnetische Widerstand der magnetischen Kreise, welche durch die Induktionslinien in den Spulenkernen gebildet werden, und damit die Zahl der Induktionslinien. Befindet sich kein Polhorn vor den Ankerspulen, so verlaufen die Induktionslinien auf einem großen Teil ihres Weges in Luft; der magnetische Widerstand ist also sehr groß, der Induktionsfluß durch die Ankerspulen sehr klein. In dem Moment aber, in welchem ein Paar Polhörner den Spulen gegenübersteht, verlaufen die Induktionslinien fast ganz in Eisen; der magnetische Widerstand ist sehr klein, der Induktionsfluß sehr groß. Die Verhältnisse liegen in dieser Beziehung also genau wie bei den Induktormaschinen von 79.

Eine Außenansicht einer derartigen Maschine der Oerlikon-Gesellschaft ist in Fig. 137*) wiedergegeben. Ganz ähnliche Maschinen wurden auch von der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft für hohe Spannungen gebaut.

81. Hochfrequenzmaschine von Siemens & Halske.

Nach dem früher Ausgeführten wohl ohne weiteres verständlich ist die Maschine (Fig. 138)**), die F. Dolezalek konstruierte zur Erzeugung von Wechselströmen hoher Wechselzahl, hauptsächlich für Meßzwecke. S_1 und S_2 sind die beiden Ankerspulen, p die Erregerspule. Der Induktor besteht aus einer Eisenscheibe S mit einem

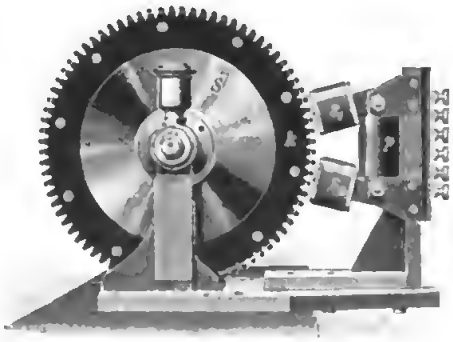


Fig. 138.

Zahnradkranz k; sie besitzt einen Durchmesser von 20 cm und eine Dicke von 2 cm und ist aus dünnsten, gut voneinander isolierten Eisenblechen angefertigt. Die Maschine liefert ca. 13000 Wechsel pro Sekunde bei einer Leistung von 15 Watt.

*) Aus Gérard[55]) I, Fig. 346, S. 697.

**) Aus einer Broschüre der Firma Siemens & Halske[57]).

Die ganze Anordnung der Maschine ist in Fig. 139*) abgebildet. Der Gleichstrommotor am weitesten links dient zum Antrieb der Maschine. Die am weitesten rechts befindliche Gleichstrommaschine

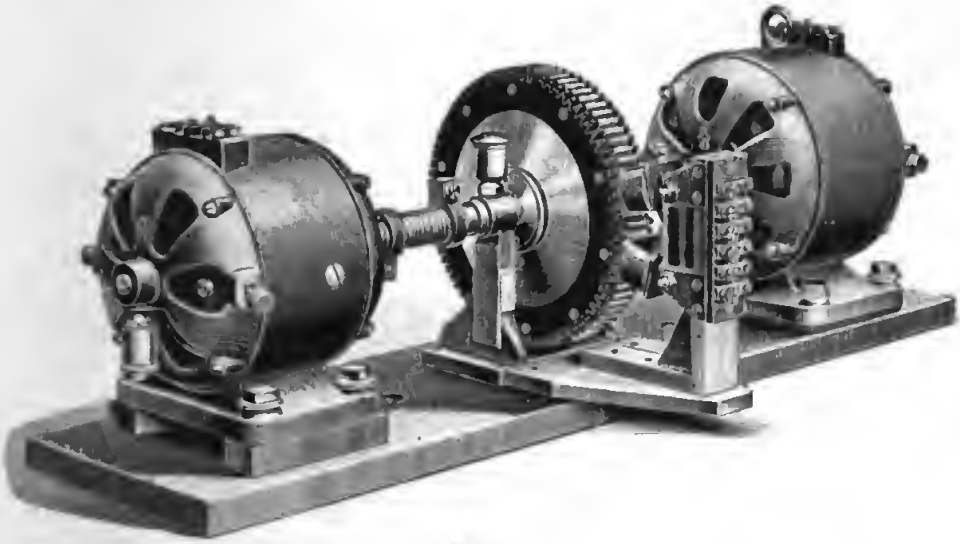


Fig. 139.

ist durch einen regulierbaren Widerstand geschlossen und dient dazu, den Antriebsmotor so zu belasten, daß seine Tourenzahl möglichst konstant bleibt.

*) Aus einer Broschüre der Firma Siemens & Halske.

Kapitel IV.

Der quasistationäre Wechselstromkreis geringer Wechselzahl[58]).

§ 1. Strom und magnetisches Feld des Wechselstromkreises.

82. Bedingung für quasistationäre Strömung.

Die Hauptaufgabe dieses Kapitels ist zu ermitteln, wie der Strom eines Wechselstromkreises mit der EMK und den elektromagnetischen Eigenschaften des Kreises zusammenhängt. Ehe diese Frage in Angriff genommen werden kann, ist vor allem die andere zu erledigen: Darf beim Wechselstromkreise überhaupt von *einem bestimmten* Strom gesprochen werden, ist der Strom im ganzen Wechselstromkreise derselbe?

Die Frage ist keineswegs überflüssig.

a. Die Ueberlegung, die in **24 a** zu dem Ergebnis führte, daß im *stationären* Stromkreis die Stromlinien geschlossene Kurven sein müssen, der Strom also in jedem beliebigen Querschnitt des Kreises derselbe ist, steht und fällt mit dem stationären Verlauf des Stromes.

Sobald es sich um *oszillatorische* Ströme handelt, kann im allgemeinen der Strom nicht mehr in allen Teilen des Stromkreises derselbe sein, und zwar, wie das folgende zeigen wird, umsoweniger, je größer unter sonst gleichen Umständen die Wechselzahl ist.

Der Stromkreis möge z. B. im wesentlichen aus 2 parallelen Leitungen bestehen, denen die Stücke AB und CD (Fig. 140) angehören. Herrscht im Stromkreis ein konstanter Strom i, so muß [25 b] zwischen AB und CD eine gewisse Spannung, in dem Raum zwischen AB und CD ein elektrisches Feld vorhanden sein. Die Induktionslinien dieses elektrischen Feldes können, da ein sich änderndes magnetisches Feld [37] nicht vorhanden ist, nur herrühren von elektrischen Mengen in bezw. auf den Drähten; sie müssen also [21 a] auf den Drähten münden und entspringen. Ist die Spannung von AB größer als diejenige von CD, so muß ein Teil der elektrischen Induktionslinien auf AB entspringen und auf CD münden.

Nun werde der Strom i verstärkt. Dann vergrößert sich auch die Spannung zwischen AB und CD, und damit die Anzahl der elektrischen Induktionslinien, die auf AB entspringen, auf CD münden, und somit auch die positive Ladung von AB, die negative von CD. Eine Vergrößerung der positiven Ladung von AB ist aber nur dadurch möglich, daß während der Verstärkung des Stromes dem Stück AB eine größere positive Elektrizitätsmenge zuströmte als von ihm abströmte [23], d. h. bei der Stromrichtung in Fig. 140, daß der Strom vor A größer war als hinter B. Aehnliches gilt für CD. Es muß auch gelten für jeden beliebigen Teil eines von einem variabeln Strom durchflossenen Stromkreises, in welchem fortgesetzt eine Verstärkung und Schwächung des Stromes stattfindet.

Wenn demnach auch ein nicht stationärer Strom streng genommen an verschiedenen Stellen desselben Stromkreises verschieden sein muß, so kann die Verschiedenheit doch so klein sein, daß sie praktisch zu vernachlässigen ist. Die Frage ist: unter welchen

Fig. 140.

Umständen ist dies bei den in der Technik üblichen Wechselzahlen (ca. $100/_{sec.}$) der Fall?

b. Aus a und 18 ist zu schließen, daß die Verschiedenheit des Stroms bei A und B bezw. C und D umso größer ausfallen wird, je größer die Kapazität von AB und CD ist, besonders groß also [17] dann, wenn AB und CD die beiden Belegungen eines Kondensators sind.

Es möge z. B. an die Klemmen K_1 und K_2 (Fig. 141) eine Glühlampe G angeschaltet werden, vor der Glühlampe ein Kondensator C, vor und hinter dem Kondensator die Ampèremeter A_1 und A_2. Werden dann mit den Klemmen K_1 und K_2 die Pole einer Gleichstrommaschine verbunden, so zeigen die beiden Ampèremeter genau denselben Strom an. Werden aber die Klemmen K_1 und K_2 an die Pole einer Wechselstromleitung angeschlossen, so sind die Angaben der beiden Ampèremeter durchaus verschieden. In einem Versuch*) zeigte z. B. A_1 0,42, A_2 dagegen 0,29 Ampère an.

Trotzdem also kein Strom durch den Kondensator hindurch geht — das bewies der Versuch mit der Gleichstrommaschine —

*) G = 10 Kerzen, 120 Volt; Wechselzahl = $100/_{sec.}$; Kapazität des Papierkondensators = 7,3 Mikrofarad; effektive Spannung zwischen K_1 und K_2 = 130 Volt.

ist der Strom vor und hinter dem Kondensator in demselben Wechselstromkreis durchaus verschieden.

Die Beziehungen von 23 und 17 (Gl. 1) ergeben für diesen Fall das folgende: Ist i_1 der Strom vor, i_2 derjenige hinter dem Kondensator, e die Ladnng des Kondensators, $\mathfrak{V}$ die Spannnng zwischen den beiden Belegungen oder den beiden Klemmen K_1 und K_2 nnd c die Kapazität des Kondensators, so gilt

$$i_1 - i_2 = e' = c\,\mathfrak{V}'.$$

Daraus nach 66 c, wenn n die Wechselzahl des Wechselstroms ist,

$$(i_1 - i_2)_0 = \pi\,n\,c\,.\,\mathfrak{V}_0$$

oder nach 71

$$(i_1 - i_2)_{eff} = \pi\,n\,c\,.\,\mathfrak{V}_{eff}.$$

Bei einer Wechselzahl von 100/sec. und einer Kapazität von 1 Mikrofarad [49] erhält man für eine effektive Spannung von 120 Volt, eine sehr gebräuchliche Gebrauchsspannung,

$$(i_1 - i_2)_{eff} = 0{,}038 \text{ Amp.}$$

Bei der für Hochspannungsleitungen häufig gebrauchten Spannung von 10000 Volt wird

$$(i_1 - i_2)_{eff} = 3{,}14 \text{ Amp.}$$

Nimmt man als kleinste Differenz, die gegenüber den praktisch gebrauchten Strömen noch in Betracht kommt, 0,01 Ampère an, so ist das Ergebnis:

Bei Niederspannungen von ca. 120 Volt_{eff} und 100 Wechseln pro Sekunde bedingt eine Kapazität von etwa $^1/_4$ Mikrofarad, bei Hochspannungen von ca. 10000 Volt und derselben Wechselzahl

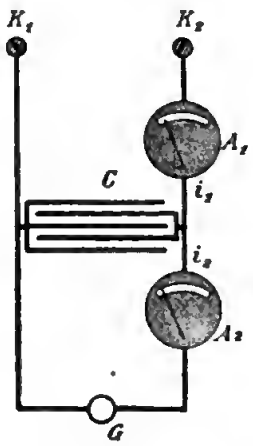


Fig. 141.

schon eine Kapazität von etwa $^3/_{1000}$ Mikrofarad einen merklichen Unterschied in dem Strom an den verschiedenen Stellen des Wechselstromkreises. Der Unterschied wird umso größer, je größer die Wechselzahl des Stromes und die Kapazität des eingeschalteten Kondensators ist.

c. Derartige Fälle eines Wechselstromkreises, in denen der Strom an verschiedenen Stellen verschieden ist, brauchen übrigens gar nicht erst besonders konstruiert zu werden. Jede Anlage, wo Wechsel- oder Drehstrom auf große Entfernung fortgeleitet werden muß, ist ein Beispiel dafür.

Zu der Fortleitung benützt man entweder konzentrische Kabel (Fig. 142), bestehend aus einem inneren metallischen Kern

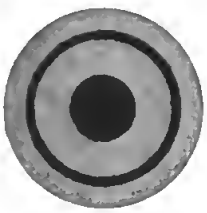


Fig. 142.

Fig. 143.

(Draht oder Bündel von Drähten) als Hinleitung und einem dazu konzentrischen Metallzylinder als Rückleitung, zwischen beiden eine isolierende Zwischenschicht, oder man gebraucht Doppelkabel*) (für Drehstrom dreifache) (Fig. 143), wo Hin- und Rückleitung nebeneinander liegt.

Solche Kabel besitzen eine relativ bedeutende Kapazität. Es wird also zur Ladung irgend eines Teils derselben eine beträchtliche Elektrizitätsmenge nötig und der Strom muß [b] an den verschiedenen Stellen verschieden sein.

Um ein Maß für die hier in Betracht kommenden Größenordnungen zu bekommen, soll vorausgesetzt werden, daß bei dem Kabel von Fig. 142 der Radius des inneren Leiters, bei dem Kabel Fig. 143 der Radius der beiden Leitungen je 1 cm sei**). In beiden Kabeln soll der kürzeste Abstand der Hin- und Rückleitung ebenfalls 1 cm sein, die Dielektrizitätskonstante der isolierenden Zwischenschicht dreimal so groß als diejenige der Luft**).

Dann ergibt die Rechnung [Tab. II] als Kapazität für 1 km

des konzentrischen Kabels	0,24 Mikrofarad
des Doppelkabels	0,087 „

Denkt man sich also an Stelle der beiden Kondensatorbelegungen in Fig. 141 je 1 km der Hin- und Rückleitung der Kabel angeschlossen, so würde man bei einer effektiven Spannung von 10000 Volt und 100 Wechseln in der Sekunde erhalten

beim konzentrischen Kabel .	$(i_1 - i_2)_{eff} = 0{,}75$ Amp.
beim Doppelkabel.	$(i_1 - i_2)_{eff} = 0{,}27$ „

Wenn auch diese Zahlen nicht so aufgefaßt werden dürfen, als ob sie genau

*) Auf verseilte und verdrillte Kabel soll hier nicht eingegangen werden

**) Das sind ungefähr die Werte bei dem Ferrantikabel (s. 199 f).

die Differenz der Stromstärken am Anfang und Ende eines Kilometers der Leitung wären[19]), so geben sie doch die Größenordnung dieser Differenz.

Bei langen Hochspannungskabeln also kann der Unterschied des Stroms an den verschiedenen Teilen des Stromkreises schon bei Wechselzahlen von etwa $100/_{sec.}$ bedeutend werden. Wenn ein Wechselstromkreis solche Kabel von großer Länge enthält, kann von einer bestimmten Stromstärke im ganzen Kreis nicht mehr gesprochen werden.

d. In allen denjenigen Wechselstromkreisen aber, in denen die in **b** und **c** besprochenen Fälle nicht vorliegen, kann angenommen werden, daß der Strom an allen Punkten des Wechselstromkreises praktisch derselbe ist.

Eine Leitung z. B., die aus zwei parallelen Drähten von 1 mm Radius in einem Abstand von 10 cm besteht, würde bei einer Länge von 100 m nur eine Kapazität von 0,0006 Mikrofarad besitzen [Tab. II]. Sie würde also keine merkliche Differenz zwischen i_1 und i_2 geben*), wenn sie an Stelle der Kondensatorbelegungen in dem Versuch von Fig. 141 eingeschaltet würde.

Ein derartiger Wechselstromkreis, in welchem in jedem Moment der Strom an allen Punkten, d. h. durch jeden Querschnitt hindurch praktisch derselbe ist, der sich in dieser Beziehung also wie ein stationärer Stromkreis verhält, wird als *„quasistationär"* bezeichnet.

Man kann also das praktische Resultat so aussprechen:

Ein Wechselstromkreis, welcher keine Kondensatoren, deren Kapazität an $^1/_{1000}$ Mikrofarad heranreicht und keine extrem langen Kabel enthält, darf bei einer Wechselzahl von $100/_{sec.}$ als quasistationär betrachtet werden.

83. Das magnetische Feld.

In **28** ff. war das magnetische Feld für verschiedene Formen eines stationären linearen Stromkreises angegeben. Bei Wechselströmen, wenn auch quasistationären, tritt eine Komplikation ein. Das durch dieselben erzeugte magnetische Wechselfeld gibt nach **37** Anlaß zu einem elektrischen Wechselfeld und dieses kann in zweierlei Weise magnetisch wirksam werden:

a. Es muß direkt, wie nach **35** jedes sich ändernde elektrische Feld, ein magnetisches Feld zur Folge haben.

*) Es würde

$$(i_1 - i_2)_{eff} = 1{,}9 \cdot 10^{-3} \text{ Amp. bei } \mathfrak{P}_{eff} = 10000 \text{ Volt}$$
$$= 0{,}57 \cdot 10^{-3} \quad , \quad , \quad \mathfrak{P}_{eff} = 3000 \quad ,$$

b. Es kann in Leitern, die dem Wechselstromkreis benachbart sind, nach 22 eine elektrische Strömung erzeugen, die nun ihrerseits ein magnetisches Feld liefert.

Das Feld **a** erreicht bei den niedrigen, in der Technik üblichen Wechselzahlen keine in Betracht kommende Intensität. Es ist dies schon nach den Resultaten von 68 zu erwarten, soll außerdem später an einem einfachen Falle gezeigt werden.

Das Feld **b** aber kann — das zeigt Erfahrung und Berechnung — so hohe Beträge erreichen, daß das tatsächliche Feld in der Umgebung eines Wechselstromkreises vollkommen andere Gestalt und Intensität haben kann, als wenn derselbe Stromkreis von einem stationären Strom durchflossen wäre.

Das Ergebnis ist also das:

Befinden sich in der Umgebung eines linearen Wechselstromkreises nicht Leiter, in denen Ströme induziert werden können, und übersteigt die Wechselzahl die in der Technik üblichen nicht sehr weit, so ist die Beziehung zwischen magnetischen Feld und Strom beim quasistationären Wechselstromkreis dieselbe wie beim stationären Stromkreis. Es ist demnach auch der Selbstinduktionskoeffizient eines linearen Stromkreises in beiden Fällen derselbe*).

Folgerung [56e]:

Das magnetische Feld eines quasistationären Wechselstromkreises ist ein mit dem Wechselstrom gleichphasiges Wechselfeld, vorausgesetzt, daß die angegebenen Bedingungen erfüllt sind.

§ 2. Beziehung zwischen elektrischem Strom und EMK oder Spannung.

84. Scheinbarer Widerspruch mit dem Ohm'schen Gesetz.

An die Pole einer Wechselstrommaschine sei ein linearer Stromkreis angeschlossen. Derselbe sei so beschaffen, daß in ihm ein quasistationärer Strom zu stande kommen kann. Außerdem soll jetzt und in der Folge, wenn nicht ausdrücklich das Gegenteil gesagt ist, angenommen werden, daß sich keine Leiter, in denen Ströme induziert werden, in der Nähe befinden.

Wenn man dann außerdem voraussetzen darf, daß die Strömung gleichförmig über den Querschnitt des Drahtes verteilt ist — diese

*) Vgl. aber 239 und 240.

Voraussetzung entspricht bei den in der Technik üblichen Wechselzahlen fast vollkommen der Wirklichkeit*) —, so müssen für den quasistationären Wechselstromkreis genau dieselben Ueberlegungen gelten, wie für den stationären. Es muß also [25b] das Ohm'sche Gesetz

$$i = \frac{\mathfrak{E}}{w} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

($\mathfrak{E}$ = EMK längs des Stromkreises, w = Widerstand desselben) die Beziehung zwischen Strom und EMK ausdrücken.

Es seien z. B. an die Pole einer Wechselstrommaschine, die eine effektive EMK von ca. 130 Volt liefert, zwölf parallel geschaltete 32kerzige Glühlampen (G Fig. 144), ein Ampèremeter A und eine Wippe W angeschlossen. Durch die Wippe kann entweder ein ein-

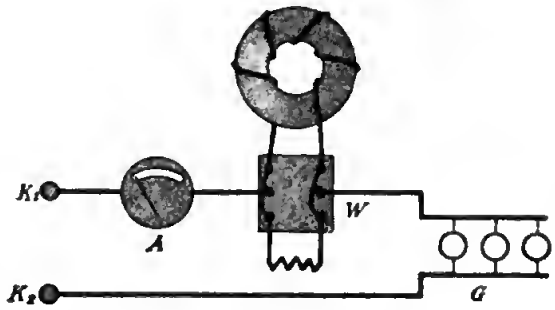


Fig. 144.

facher Draht von 0,1 Ohm Widerstand oder eine auf einen Eisenkern gewickelte Spule von demselben Widerstand in den Stromkreis eingeschaltet werden.

Man ist nun versucht, aus dem Ohm'schen Gesetz zu schließen, daß es für den Strom gleichgültig sein müsse, ob man den Draht oder die Spule einschaltet, da ja der Widerstand derselbe ist. Tatsächlich zeigt aber der Versuch etwas ganz anderes. Wird die Wippe so gelegt, daß der einfache Draht sich in der Leitung befindet, so brennen die Lampen hell, das Ampèremeter zeigt ca. 10 Amp. an. Wird statt des Drahts die Spule eingeschaltet, so erlöschen die Lampen fast vollständig, die Angabe des Ampèremeters fällt auf 2 Amp. herab.

Das scheint in grobem Widerspruch mit dem Ohm'schen Gesetz zu stehen.

*) Vgl. Kap. X § 1.

85. Die induzierte EMK.

Der Widerspruch zwischen dieser Beobachtung und der Ueberlegung auf Grund des Ohm'schen Gesetzes liegt aber nicht an der Unrichtigkeit des Ohm'schen Gesetzes, sondern an der Unrichtigkeit dieser Ueberlegung.

Daß der Strom in einem Stromkreis sich nicht ändert, wenn der Widerstand unverändert bleibt, darf aus dem Ohm'schen Gesetz nur dann geschlossen werden, wenn auch die EMK im Stromkreis konstant erhalten wird. In dem Versuch war nun zwar die EMK der Maschine immer dieselbe, aber diese EMK ist nicht identisch mit der EMK $\mathfrak{E}$ des Ohm'schen Gesetzes, d. h. der gesamten im Stromkreis wirksamen EMK.

Zu der EMK der Maschine, die im folgenden als *„äußere EMK"* $\mathfrak{E}_a$ bezeichnet werden soll, kommt vielmehr noch die im Stromkreis selbst *„induzierte EMK* $\mathfrak{E}_i$" hinzu, so daß tatsächlich

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_a + \mathfrak{E}_i \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

ist.

Eine solche induzierte EMK muß vorhanden sein. Der Wechselstrom erzeugt ein magnetisches Wechselfeld und demnach einen oszillatorischen Induktionsfluß durch den Stromkreis hindurch, was nach **51** Anlaß zu einer induzierten oszillatorischen EMK geben muß.

Nach **38e** gilt für $\mathfrak{E}_i$

$$\mathfrak{E}_i = -\,\mathfrak{p}\,\mathfrak{i}', \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und daraus folgt nach **65** und **66**

für die Amplitude

$$\mathfrak{E}_{i0} = \pi\,\mathfrak{n}\,\mathfrak{p}\,.\,\mathfrak{i}_0,$$

für die Phase

$$\sphericalangle\,(\mathfrak{E}_i, \mathfrak{i}) = 90^0.$$

Die Amplitude von $\mathfrak{E}_i$ wird also proportional dem Selbstinduktionskoeffizienten des Stromkreises. Dieser war aber in dem Versuch von **84** sehr verschieden, je nachdem der Draht oder die Spule eingeschaltet war **[34d]**. Demgemäß muß auch die induzierte EMK $\mathfrak{E}_i$ und deshalb die gesamte EMK $\mathfrak{E}$ in den beiden Fällen ganz verschieden gewesen sein: daher der verschiedene Strom in den beiden Fällen trotz Gleichheit des Widerstands.

86. Beziehung zwischen Strom und äußerer EMK.

a. Die in erster Linie interessierende Frage: in welchem Verhältnis steht der Strom zur äußeren EMK $\mathfrak{E}_a$, läßt sich mit Hilfe der Vektordiagramme leicht beantworten.

Ist OA (Fig. 145) der Vektor von iw, OB derjenige von $\mathfrak{E}_i$, so muß nach 85

$$OB \perp OA \text{ und } \frac{OB}{OA} = \frac{\pi np}{w}$$

sein. Da nach 84 Gl. (1) und 85 Gl. (1)

$$iw = \mathfrak{E}_a + \mathfrak{E}_i \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

ist, so muß [63] der Vektor von $\mathfrak{E}_a = BA \equiv OC$ sein. Das rechtwinklige Dreieck OAB oder OAC läßt sich für bekannte Wechselzahl,

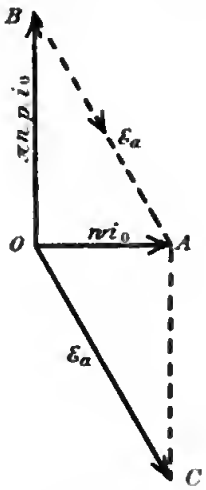


Fig. 145.

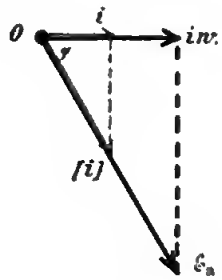


Fig. 146.

bekannten Widerstand und Selbstinduktionskoeffizienten und vorgegebene äußere EMK $\mathfrak{E}_a$ stets konstruieren aus der Hypotenuse $\mathfrak{E}_a$ dem Verhältnis der Katheten $\pi np : w$. Es kann also mit Hilfe des Vektordiagramms für eine vorgegebene sinusförmige äußere EMK der Strom stets nach Amplitude und Phase gefunden werden.

b. Das Vektordiagramm Fig. 145 oder dasjenige von Fig. 146 zeigt unmittelbar: Der Selbstinduktionskoeffizient bezw. das magnetische Feld des Wechselstromkreises hat die Wirkung

(1) den Strom in der Phase gegen die äußere EMK $\mathfrak{E}_a$ zu verschieben und zwar zu verspäten;

(2) die Amplitude des Stroms herabzudrücken.

Es ist nämlich (s. Fig. 146)

$$i_0 w = \mathfrak{E}_{a0} \cos \varphi.$$

Bezeichnet man also den Strom, den man bei einer bestimmten äusseren EMK $\mathfrak{E}_a$ bekommen würde ohne die Wirkung des magnetischen Felds, mit [i], so ist nach dem Ohm'schen Gesetz

$$[i]_0 w = \mathfrak{E}_{a0},$$

also

$$i_0 = [i]_0 \cos \varphi.$$

Beide Wirkungen werden besonders anschaulich, wenn $\mathfrak{E}_a$, [i] und i durch Kurven [54] dargestellt werden. Das ist in Fig. 147

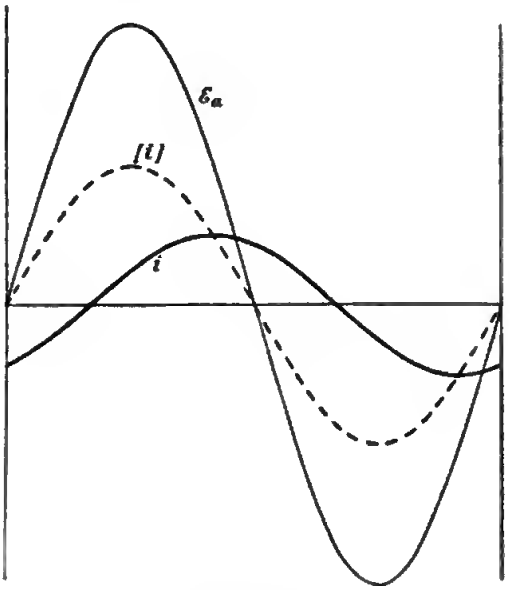


Fig. 147.

für dieselben Bedingungen, die dem Vektordiagramm Fig. 146 zu Grunde liegen, geschehen.

Fig. 148 zeigt eine unmittelbare photographische Aufnahme der Kurve für die EMK (Kurve links) und der Kurve des Stroms (Kurve rechts) in einem Wechselstromkreis*). Die Phasenverschiebung ist darin sehr deutlich ausgesprochen.

*) In demselben befand sich eine Spule mit großem Selbstinduktionskoeffizienten.

c. Aus dem Vektordiagramm Fig. 145 [60]) folgt unmittelbar

$$\left.\begin{aligned} i_0 &= \frac{\mathfrak{E}_{a0}}{z}, \\ z &= \sqrt{w^2 + (\pi n p)^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}(i, \mathfrak{E}_a) = \frac{\pi n p}{w} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Für die in diesen Gleichungen vorkommenden Größen, von denen $\pi n p$ und z die Rolle von Widerständen spielen, sind folgende Bezeichnungen allgemein üblich. Man nennt

$\pi n p$ = induktiven Widerstand oder *Induktanz*,
w = *Widerstand* (auch Ohm'schen Widerstand bezw. Resistanz),
z = scheinbaren Widerstand oder *Impedanz*.

Sehr häufig wird außerdem $\frac{p}{w}$ als *„Zeitkonstante"* bezeichnet.

Die Beziehung dieser Größen zueinander ergibt sich aus dem

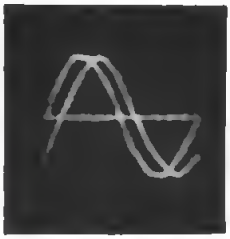


Fig. 148.

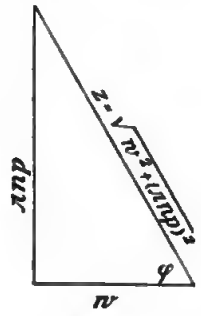


Fig. 149.

rechtwinkligen Dreieck (Fig. 149), das eine unmittelbare Folge des Vektordiagramms Fig. 145 ist.

Es ist stets zu beachten, daß Induktanz und Impedanz keine Konstanten des betreffenden Stromkreises sind, sondern umso größer werden, je größer die Wechselzahl des verwendeten Wechselstromes ist.

87. Beziehung zwischen Strom und Spannung.

a. Ein Wechselstrom sei verzweigt in eine Leitung (Fig. 150), die außer dem Widerstand w_1 einen Selbstinduktionskoeffizienten p_1 besitzt, und in eine Leitung vom Widerstand w_2 ohne merkliche Selbstinduktion. Für den durch die beiden Leitungen gebildeten Stromkreis gilt dann nach **26b**: $i_1 w_1 - i_2 w_2 =$ der in diesem Stromkreis wirksamen EMK. Als solche ist aber nur die in dem Zweig 1 induzierte EMK $\mathfrak{E}_i$ vor-

handen, die nach 38e $= -p_1 i_1'$ ist. Außerdem ist $i_2 w_2$ nach 25 Gl. (2a)*) nichts anderes als die Spannung $\mathfrak{V}$ zwischen den Verzweigungspunkten A und B. Demnach wird

$$i_1 w_1 = \mathfrak{V} - p_1 i_1'. \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Vergleicht man diese Gleichung mit derjenigen, welche aus 84 Gl. (1) und 85 Gl. (1) und (2) für den ganzen Wechselstromkreis folgt,

$$i w = \mathfrak{E}_a - p i', \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

so übersieht man unmittelbar: Der Strom in einem Stück eines Wechselstromkreises steht zur Spannung an den End-

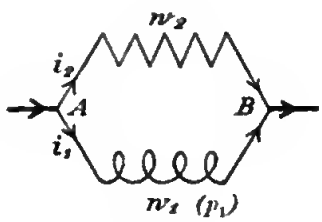


Fig. 150.

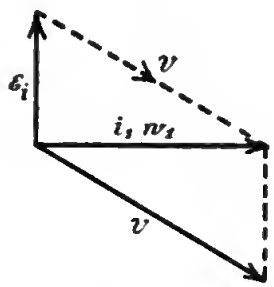


Fig. 151.

punkten in demselben Verhältnis wie der Strom in einem ganzen Wechselstromkreis zur äußeren EMK in demselben. Wie in 86c muß die Gl. (1) die Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} i_{10} &= \frac{\mathfrak{V}_0}{z_1}, \\ z_1 &= \sqrt{w_1^2 + (\pi n p_1)^2} \\ \operatorname{tg}(i_1, \mathfrak{V}_1) &= \frac{\pi n p_1}{w_1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

und als Vektordiagramm Fig. 151 ergeben.

b. *Stromverzweigung bei Wechselstrom.* Ebenso wie in 26a folgt aus a: wenn ein Wechselstrom sich in zwei Zweige mit den Impedanzen z_1 und z_2 und den Strömen i_1 und i_2 teilt, so ist

$$\frac{i_{10}}{i_{20}} = \frac{z_2}{z_1}. \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

*) Diese Beziehung bleibt für ein Stück eines Wechselstromkreises ohne merkliche Selbstinduktion bestehen [88a].

Für den Strom in beiden Zweigen ist also die Impedanz, nicht der Widerstand wie bei stationärem Strom, maßgebend*).

88. Grenzfälle.

a. Ist der Widerstand eines Stromkreises bezw. eines Stücks desselben sehr groß gegenüber der Induktanz, so wird annähernd aus 86 Gl. (2) und (3) und 87 Gl. (3)

$$i_0 = \frac{\mathfrak{E}_{a0}}{w} \text{ bezw. } \frac{\mathfrak{V}_0}{w},$$
$$\varphi = \sphericalangle(i, \mathfrak{E}_a) \text{ bezw. } \sphericalangle(i, \mathfrak{V}) = 0.$$

Das Vektordiagramm von Fig. 145 nimmt die Form von Fig. 152 an, der Strom wird annähernd gleichphasig mit $\mathfrak{E}_a$ bezw. $\mathfrak{V}$, d. h. in jedem Moment proportional $\mathfrak{E}_a$ bezw. $\mathfrak{V}$.

Man sagt in diesem Fall: der Widerstand des Wechselstromkreises sei *„induktionslos"*.

Praktisch induktionslos bei den in der Technik üblichen Wechselzahlen sind alle Glühlampen. Mit großer Annäherung dürfen als

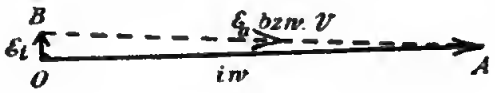


Fig. 152.

induktionslos betrachtet werden alle Drahtleitungen, die keine Spulen enthalten, auch noch die sog. Bogenlampenwiderstände, auf Porzellankerne gewickelte Spulen (Fig. 153**) aus einem Metall von sehr geringem Leitvermögen***). Auch Wechselstrombogenlampen,

*) Gl. (4) gilt aber nur, wenn das magnetische Feld des durch die beiden Zweige gebildeten Stromkreises räumlich in zwei Teile zerfällt, einen vom Strom im einen Zweig und einen vom Strom im anderen Zweige herrührenden. Sie gilt also für zwei Spulen, von denen jede auf einen besonderen Eisenkern gewickelt ist, aber nicht für zwei Spulen auf demselben Eisenkern [vgl. **34 d** Fußnote*)].

**) Aus einem Katalog der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft.

***) Nimmt man, wie es der Wirklichkeit ungefähr entspricht, an, der Radius einer Windung sei = 5 cm, der Drahtradius = 1 mm, das Leitvermögen (Tab. III) = 2,5 mal größer als dasjenige von Quecksilber, so erhält man als Widerstand einer Windung ca. 0,035 Ohm. Bei einer Wechselzahl von 100/sec. wird $\pi n p$ für dieselbe Windung = ca. 8,4 . 10^{-5} Ohm. Damit $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\pi n p}{w}$ auch nur $= \frac{1}{10}$ wird — das würde den kaum beobachtbaren Phasenwinkel von 6° geben —, müßte die Spule mindestens 40 Windungen [**34 e**] haben.

nicht aber ihre Reguliervorrichtungen, dürfen als merklich induktionslos angesehen werden.

Für Laboratoriumszwecke sind bei größeren Stromstärken Bogenlampenwiderstände, bei kleinen Stromstärken Glühlampen die be-

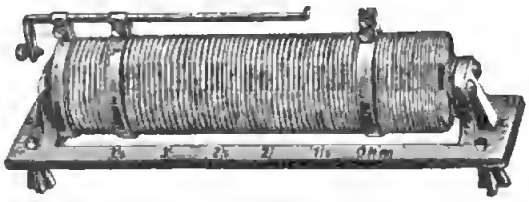


Fig. 153.

Fig. 154.

quemsten induktionslosen Widerstände. Bei letzteren darf nicht außer acht gelassen werden, daß ihr Widerstand sich mit der Stromstärke sehr stark ändert.

b. Ist umgekehrt der Widerstand sehr klein gegen die Induktanz, so wird annähernd

$$i_0 = \frac{\mathfrak{S}_{a0}}{\pi n p} \text{ bezw. } \frac{\mathfrak{V}_0}{\pi n p},$$

$$\sphericalangle (i, \mathfrak{S}_a) \text{ bezw. } \sphericalangle (i, \mathfrak{V}) = 90^0.$$

Das Vektordiagramm, das in diesem Falle die Gestalt Fig. 154 hat, zeigt unmittelbar, daß unter diesen Bedingungen die Amplitude der induzierten EMK E_{i0} nahezu gleich derjenigen der äußeren EMK $\mathfrak{S}_{a0}$ bezw. $\mathfrak{V}_0$ wird.

Annähernd realisieren läßt sich dieser Fall bei den Wechselzahlen der Technik nur durch Spulen von relativ dicken Windungen, die auf möglichst gedrungene, lamellierte [**102**] Eisenkerne gewickelt sind (vgl. **34 d** *).

*) Es liegt die Vermutung nahe, daß auch bei Spulen ohne Eisenkern, aber mit sehr vielen Windungen dieser Grenzfall realisiert sein müsse [**34 c**]. Daß es nicht richtig ist, geht aus den Zahlen hervor, die in **34 d** (Fußnote**) für die

89. Bestimmung der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung

a. An die Wechselstromklemmen K_1 und K_2 (Fig. 155) ist eine Leitung angeschlossen. Es soll bestimmt werden, um welchen Winkel der Strom i in der Leitung gegen die Spannung $\mathfrak{V}$ an den Klemmen in der Phase verschoben ist.

Man schicke den Strom i durch ein Spulenpaar mit horizontaler Achse, zwischen dem sich eine in Fig. 155 nicht eingezeichnete Braun'sche Röhre befindet und das so beschaffen ist, daß es die Verhältnisse in der Leitung nicht merklich verändert. Außerdem lege man an die Klemmen K_1 und K_2 eine zweite Leitung an, in der sich das vertikale Spulenpaar der Anordnung von Fig. 64 befindet. Der Widerstand dieser Leitung, im wesentlichen aus demjenigen der Glühlampe G bestehend, sei sehr groß, so daß durch dieselbe die Spannung an den Klemmen K_1 und K_2 nicht beeinflußt wird, und außerdem induktionslos, so daß der Strom i_1 in dieser Leitung mit der Spannung $\mathfrak{V}$ gleichphasig wird [88a]. Dann ist die vertikale Ablenkung des Lumineszenzflecks $\sim i$, die horizontale $\sim i_1$ und damit $\sim \mathfrak{V}$. Die Kurve auf dem Schirm der Röhre liefert also den Phasenwinkel $\sphericalangle(i, \mathfrak{V})$ [60].

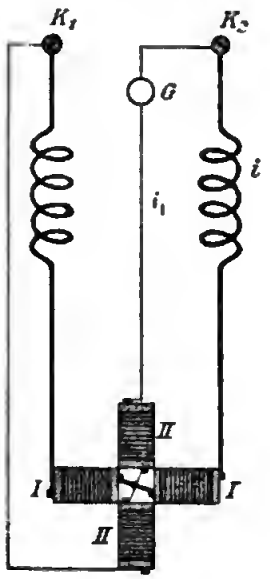


Fig. 155.

Die Methode ist für die Demonstration der Phasenverschiebung vorzüglich geeignet, für die Bestimmung des Phasenwinkels aber ungenauer und umständlicher als die **91**, **92** und **99** angegebenen Verfahren.

b. Dasselbe gilt von den in **59b** und **60** (Anfang) besprochenen Anordnungen, die in derselben Weise wie Fig. 148 die Phasen-

Spulen eines Induktoriums angegeben waren. Für die Sekundärspule mit sehr vielen Windungen aber ohne Eisenkern wird (bei $n = 100$/sec.)

$$\left.\begin{array}{l} \pi n p = 13500 \text{ Ohm} \\ w = 27400 \quad , \end{array}\right\} \operatorname{tg}\varphi = 0{,}49;\ \varphi = 26°\,15'.$$

Für die Primärspule von sehr wenig Windungen aber mit Eisenkern ist dagegen

$$\left.\begin{array}{l} \pi n p = 9{,}11 \text{ Ohm} \\ w = 0{,}23 \quad , \end{array}\right\} \operatorname{tg}\varphi = 39{,}6;\ \varphi = 88°\,33'.$$

(Das folgt durch Rechnung aus **86** Gl. (3). Tatsächlich ist φ im zweiten Falle kleiner [**106**].)

verschiebung zur Darstellung bringen. Fig. 148 wurde mit Hilfe der letzteren Anordnung gewonnen.

90. Bestimmung der Impedanz.

Bei sinusförmigen Schwingungen ist nach 71

$$\mathfrak{E}_0 = 1{,}4\ \mathfrak{E}_{\text{eff}};\quad \mathfrak{V}_0 = 1{,}4\ \mathfrak{V}_{\text{eff}},\ i_0 = 1{,}4\ i_{\text{eff}}.$$

Es folgt also aus 86c für einen ganzen Stromkreis

$$i_{\text{eff}} = \frac{\mathfrak{E}_{\text{aeff}}}{z}$$

und für ein Stück eines Stromkreises aus 87

$$i_{\text{eff}} = \frac{\mathfrak{V}_{\text{eff}}}{z},$$

wenn z die Impedanz des Stromkreises bezw. des Teils, zwischen dessen Enden die Spannung $\mathfrak{V}$ herrscht, bezeichnet. Dieselbe Be-

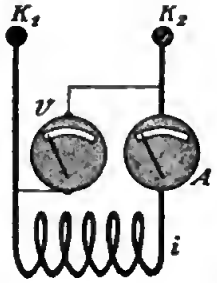


Fig. 156.

ziehung, die nach 86 und 87 zwischen maximalem Strom und maximaler EMK oder Spannung besteht, gilt auch für effektiven Strom und effektive EMK oder Spannung.

Diese Beziehung ergibt unmittelbar eine Methode zur Bestimmung der Impedanz, z. B. einer Spule.

Man schließt die Spule an die Klemmen K_1 und K_2 einer Wechselstromleitung an. Die effektive Spannung $\mathfrak{V}_{\text{eff}}$ an den Enden der Spule messe ein Voltmeter (V Fig. 156), den Strom i_{eff} in der Spule ein Ampèremeter A. Dann ist bei der Wechselzahl, die der betreffende Wechselstrom besitzt, die Impedanz der Spule

$$z = \frac{\mathfrak{V}_{\text{eff}}}{i_{\text{eff}}}.$$

Beispiel.

Die bei dem Versuch in 84 gebrauchte Spule wurde einmal an zwei Klemmen der städtischen Drehstromleitung*) und dann an die Pole einer kleinen Wechselstrommaschine angeschlossen in der Schaltung von Fig. 156.

Man erhielt:

	Drehstromklemmen	Wechselstrommaschine
$\mathfrak{V}_{eff}$	29 Volt	25 Volt
i_{eff}	0,63 Amp.	0,608 Amp.
z**)	46,0 Ohm	41,1 Ohm

Da die Wechselzahl n im ersten Falle annähernd $= 100/_{sec.}$, im zweiten $= 91{,}3/_{sec.}$ war, so verhalten sich die Impedanzen sehr nahe wie die Wechselzahlen (nämlich wie 100 : 88,3) im Einklange mit 88b, da z bei sehr kleinem w annähernd $= \pi n p$ wird.

91. Hintereinander geschaltete induktive Widerstände.

A, B, C (Fig. 157) seien drei Punkte eines Stromkreises. Im Nebenschluß zu AB, BC und AC befindet sich je ein Voltmeter,

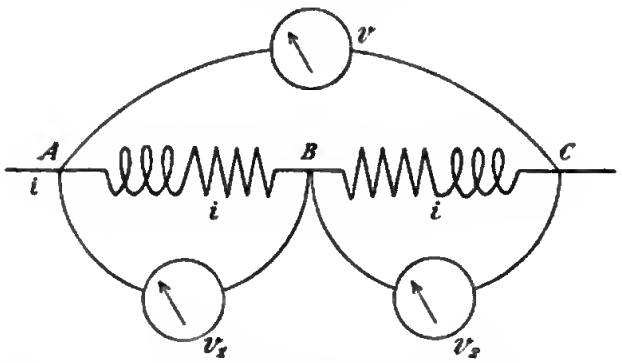


Fig. 157.

dessen Widerstand so hoch sein soll, daß der Strom durch dasselbe vernachlässigt werden kann.

*) Unter Vorschaltung von Widerstand.

**) Bestimmt man den Widerstand nach irgend einer Methode, so ergibt sich aus der Impedanz z die Induktanz $\pi n p$ und der Phasenwinkel φ, letzterer aber nur richtig, wenn die Spule keinen Eisenkern enthält [vgl. 106]. Aus der Induktanz folgt bei bekannter Wechselzahl der Selbstinduktionskoeffizient p. Er ist im vorliegenden Fall ($z = 46$, $w = 0{,}1$ Ohm) $= 0{,}15$ Henry [49].

a. Der Stromkreis sei vom konstanten Strom i durchflossen. Dann ist nach **25 b**

$$\mathfrak{V}_1 = i\,w_1,$$
$$\mathfrak{V}_2 = i\,w_2,$$
$$\mathfrak{V} = i\,w,$$

wenn w_1, w_2, w die Widerstände der Stücke AB, BC und AC und $\mathfrak{V}_1$, $\mathfrak{V}_2$, $\mathfrak{V}$ die Angaben der 3 Voltmeter (s. Fig. 157) sind.

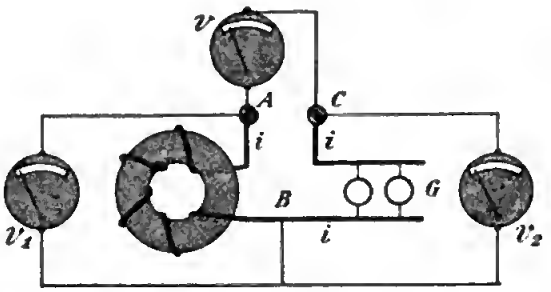


Fig. 158.

Da nach der Definition der Spannung [**3 a**] $\mathfrak{V} = \mathfrak{V}_1 + \mathfrak{V}_2$ sein muß, so folgt

$$w = w_1 + w_2.$$

b. Der Stromkreis sei von dem Wechselstrom i durchflossen. Dann ist nach **90**

$$\mathfrak{V}_{1\text{eff}} = i_{\text{eff}} \cdot z_1,$$
$$\mathfrak{V}_{2\text{eff}} = i_{\text{eff}} \cdot z_2,$$
$$\mathfrak{V}_{\text{eff}} = i_{\text{eff}} \cdot z,$$

wenn z_1, z_2, z die Impedanzen der Stücke AB, BC und AC sind.

Obwohl hier ebenso wie bei Gleichstrom in jedem Moment $\mathfrak{V} = \mathfrak{V}_1 + \mathfrak{V}_2$ sein muß, so ist doch im allgemeinen nicht

$$\mathfrak{V}_{\text{eff}} = \mathfrak{V}_{1\text{eff}} + \mathfrak{V}_{2\text{eff}}$$

und demnach

$$z \text{ nicht} = z_1 + z_2.$$

Wurden z. B. an zwei Klemmen A und C (Fig. 158) der städtischen Drehstromleitung die im Versuch von **84** gebrauchte Spule und die dort benützten Glühlampen G hintereinander angeschaltet, so zeigten die Voltmeter

$$\mathfrak{V}_{1\text{eff}} = 85 \text{ Volt},$$
$$\mathfrak{V}_{2\text{eff}} = 72 \text{ „}$$
$$\mathfrak{V}_{\text{eff}} = 127 \text{ „}$$

also $\mathfrak{V}_{\text{eff}}$ bedeutend kleiner als $\mathfrak{V}_{1\text{eff}} + \mathfrak{V}_{2\text{eff}}$.

c. Der Grund für diese auf den ersten Blick auffallende Erscheinung liegt darin, daß $\mathfrak{V}_1$ und $\mathfrak{V}_2$ im allgemeinen nicht gleichphasig sind, demgemäß nach 62 der effektive Wert ihrer Summe $\mathfrak{V}$

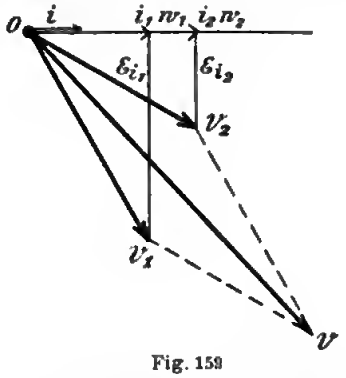


Fig. 159

nicht gleich der Summe ihrer effektiven Werte ist. Das Vektordiagramm ist vielmehr für diesen Fall [nach 87 a] im allgemeinen von der Form desjenigen in Fig. 159.

Für die Impedanzen z, z_1, z_2 folgt aus diesem Diagramm das

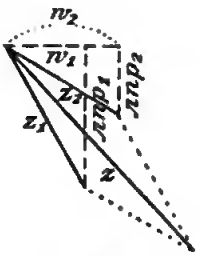


Fig. 160.

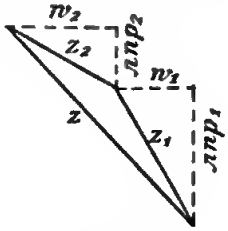


Fig. 161.

Diagramm Fig. 160 oder das noch übersichtlichere Fig. 161 ebenso wie das Diagramm Fig. 149 aus demjenigen von Fig. 145 sich ergab. Diese Diagramme zeigen unmittelbar, wie z aus z_1 und z_2 gefunden wird.

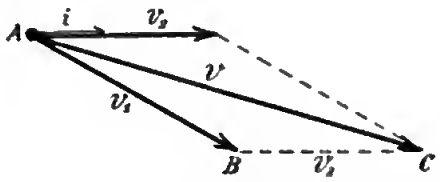


Fig. 162.

d. *Spezieller Fall.* Ist einer der beiden Zweige, etwa BC wie in dem Beispiel b, induktionslos, so tritt an Stelle des Vektordiagramms von Fig. 159 dasjenige von Fig. 162: $\mathfrak{V}_2$ ist gleichphasig

mit i. Aus den Angaben der 3 Voltmeter ist nun das ΔABC zu konstruieren. Damit ist aber auch der Phasenwinkel zwischen dem Strom und der Spannung $\mathcal{V}$ oder auch $\mathcal{V}_1$ gefunden.

Man nennt diese Methode, um den Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung zu finden, die *„Drei-Voltmeter*-Methode".

In dem Beispiel oben erhält man aus den angegebenen Zahlen durch eine elementar-trigonometrische Rechnung

$$\sphericalangle (i, \mathcal{V}) = 39^0\ 37',$$
$$\sphericalangle (i, \mathcal{V}_1) = 72^0\ 18'.$$

92. Nebeneinander*) geschaltete induktive Widerstände.

Ein Stromkreis mit dem Strom i sei in zwei Zweige mit den Strömen i_1 und i_2 geteilt (Fig. 163).

a. Ist der Strom i ein stationärer, so gilt

$$i_1 = \frac{\mathcal{V}}{w_1}, \qquad i_2 = \frac{\mathcal{V}}{w_2}, \qquad i = \frac{\mathcal{V}}{w},$$

wenn $\mathcal{V}$ die Spannung zwischen den Verzweigungspunkten, w_1 und w_2

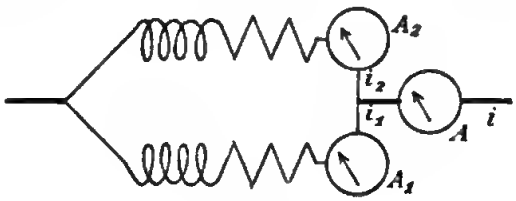


Fig. 163.

die Widerstände der beiden Zweige und w der Widerstand der beiden Zweige zusammen (der Widerstand der Verzweigung) ist.

Da nach **24 b** $i = i_1 + i_2$ sein muß, so folgt

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2}.$$

b. Ist der Strom i ein Wechselstrom, so ist nach **90**

$$i_{1\text{eff}} = \frac{\mathcal{V}_{\text{eff}}}{z_1},$$
$$i_{2\text{eff}} = \frac{\mathcal{V}_{\text{eff}}}{z_2},$$
$$i_{\text{eff}} = \frac{\mathcal{V}_{\text{eff}}}{z},$$

*) Statt „nebeneinander" sagt man häufig *„parallel"*, statt „hintereinander" *„in serie"* schalten.

worin z_1, z_2, z die den Widerständen w_1, w_2, w entsprechenden Impedanzen bedeuten.

Hier ist aber, wie der Versuch **62a** zeigte, im allgemeinen nicht $i_{eff} = i_{1eff} + i_{2eff}$, also auch

$$\frac{1}{z} \text{ nicht} = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}.$$

c. Der Grund ist auch hier, wie schon in **62** auseinandergesetzt wurde, die Phasenverschiebung zwischen i_1 und i_2. Das Vektordiagramm hat hier im allgemeinen die Form von Fig. 164.

d. *Spezieller Fall.* Der Zweig II sei induktionslos. Dann wird

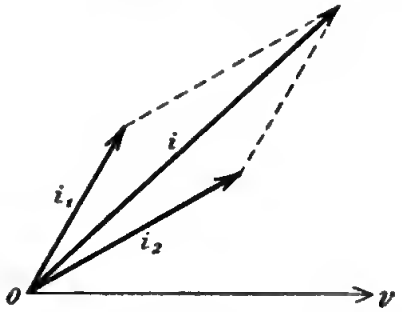


Fig. 164.

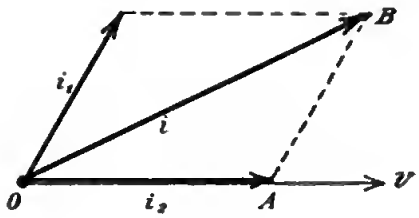


Fig. 165.

i_2 gleichphasig mit $\mathfrak{V}$ und das Vektordiagramm Fig. 164 geht in dasjenige von Fig. 165 über.

Aus den Angaben der 3 Ampèremeter (Fig. 163) kann das Dreieck OAB und daraus der Phasenwinkel $\sphericalangle$ AOB zwischen dem Strom i_1 und der Spannung $\mathfrak{V}$ gefunden werden.

Diese Methode, den Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung zu bestimmen, führt den Namen der *„Drei-Ampèremeter-*Methode“ *).

Die Angaben in **62** für den dortigen Versuch liefern als Phasenwinkel zwischen der Spannung an den Verzweigungspunkten und dem Strom in der Spule $= 73^0\ 45'$.

93. Der Strom beim Schließen eines Wechselstromkreises.

a. Die Beziehungen von **86** und **87** können im ersten Moment, wenn ein Stromkreis geschlossen wird, nicht gelten. Es soll z. B. eine Spule von sehr kleinem Widerstand, aber großem Selbst-

*) Tatsächlich richtet man sich sowohl hier wie bei der Drei-Voltmeter-Methode durch geeignete Schaltung so ein, daß man nur ein einziges Ampère- bezw. Voltmeter braucht.

induktionskoeffizienten an zwei Klemmen, zwischen denen eine Wechselspannung $\mathfrak{V}$ besteht, angeschlossen werden und zwar gerade in dem Moment, in welchem die Spannung zwischen den beiden Klemmen Null ist. Da nach 88 b in diesem Fall zwischen dem Strom i in der Spule und der Spannung $\mathfrak{V}$ an ihren Enden eine Phasendifferenz von annähernd 90° besteht, so müßte der Strom i im Moment des Anschließens seinen Maximalwert i_0 haben. Das ist aber augenscheinlich unmöglich: da der Strom in der Spule vor dem Anschließen Null war, so muß er es auch im ersten Moment nach dem Anschließen sein. Denn momentan, d. h. mit unmeßbar großer Geschwindigkeit kann der Strom nicht zu seinem Maximalwert ansteigen, da sonst nach 38 e eine dem Strom entgegengesetzt gerichtete unmeßbar große EMK in der Spule induziert würde, die ein solches plötzliches Ansteigen des Stroms ausschließen würde.

b. Schon in dem einfacheren Falle, wenn die Spule mit zwei Klemmen von konstanter Spannung $\mathfrak{V}$ verbunden wird, besitzt der Strom nicht gleich im ersten Moment den Wert i_0, der aus dem Ohm'schen Gesetz $i_0 = \frac{\mathfrak{V}}{w}$ [25] folgt. Die beim Anschließen induzierte EMK hat zur Folge, daß der Strom erst allmählich diesen Maximalwert i_0 erreicht. Die Stromkurve, welche angibt, in welcher Weise der Strom zu diesem Maximalwert i_0 ansteigt, hängt, wie die Theorie zeigt, von zwei Größen ab, der Zeitkonstante $\frac{p}{w}$ [86 c] der Spule und der Größe des Maximalwerts i_0 und zwar gilt:

(1) Je größer die Zeitkonstante ist, desto langsamer erfolgt der Anstieg, je kleiner, desto schneller.

In Fig. 166 sind die Kurven gezeichnet

$$\text{A für die Zeitkonstante } \frac{p}{w} = \frac{1}{1500},$$

$$\text{B } \quad \quad \quad \quad = \frac{1}{300},$$

$$\text{C } \quad \quad \quad \quad = \frac{1}{30} \text{ *)},$$

unter der Annahme, daß der Maximalwert $i_0 = 1$ ist.

(2) Ist der Maximalwert nicht $= 1$, sondern $= i_0$, so sind die Ordinaten der Kurven im Verhältnis $i_0 : 1$ zu ändern.

*) Im Falle eines Wechselstromes von 100 Wechseln pro Sekunde würde Spule A eine Phasendifferenz zwischen Strom und Spannung von ca. 10°, B von 45° und C von 85° ergeben [86 c].

Die Beziehung, welche für einen beliebigen Wert von i_0, $\frac{p}{w}$ und eine beliebige Zeit t nach dem Stromschluß den Wert des Stromes i ergibt, ist

$$i = i_0 \left(1 - e^{-\frac{w}{p} t}\right)^*). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

c. Mit Hilfe der angegebenen Beziehung kann auch die Stromkurve gefunden werden in dem Fall, wenn die Spule an Klemmen

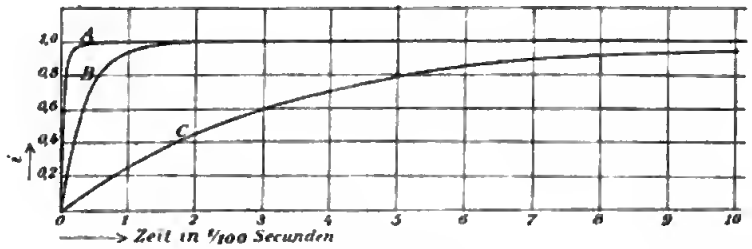


Fig. 166

mit einer Wechselspannung $\mathcal{V}$ angeschlossen wird [61]). Man zeichne zuerst diejenige Stromkurve auf, welche sich aus 86 oder 87 ergeben würde. Diese möge im Moment des Anschlusses den Wert J haben (Fig. 167, dünn ausgezogene Kurve a). Dann zeichne man in der

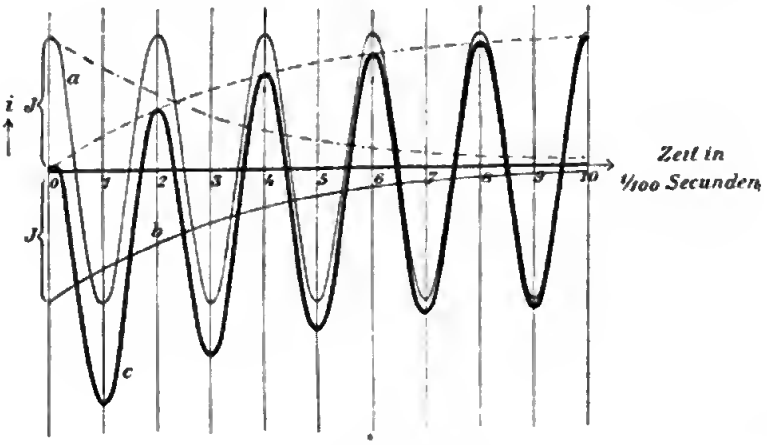


Fig. 167.

unter b angegebenen Weise diejenige Stromkurve, welche dem Maximalwert J und der Zeitkonstante der Spule entspricht (Fig. 167, gestrichelte Kurve), verschiebe diese Kurve um die Strecke J parallel

*) Berechnung mit Hilfe von Tabelle XV. — Das kursive *e* bedeutet hier und in der Folge die Basis der natürlichen Logarithmen.

zur Ordinatenachse, so daß der Anfang der Kurve nicht durch den Nullpunkt, sondern den Punkt $-J$ hindurchgeht (Kurve b in Fig. 164). Endlich bilde man die Resultante der beiden Kurven [62 b]; diese ist dann die gesuchte Stromkurve (Kurve c in Fig. 167). Oder statt dessen einfacher: Man zeichne die Kurve

$$i = J e^{-\frac{w}{p} t}$$

(in Fig. 167 strichpunktiert), subtrahiere die Ordinaten dieser Kurve von denjenigen der Kurve a; die Differenzkurve, welche man auf diese Weise erhält, ist die gesuchte.

Aus der angegebenen Konstruktion und dem in b Gesagten folgt: Die Stromkurve geht umso rascher in die normale Sinuskurve über

(1) je kleiner die Zeitkonstante der Spule,

(2) je kleiner der Wert J ist, der im Moment des Anschlusses den Beziehungen in 86 und 87 entsprechen würde. Erfolgt der Anschluß zufällig so, daß J gerade $= 0$ wäre, so ist die Stromkurve von Anfang an die normale Sinuskurve.

Die Kurve c Fig. 167 stellt in beiden Beziehungen extreme Verhältnisse dar*). Bemerkenswert ist aber, daß der Strom in diesem Fall für kurze Zeit fast doppelt so groß als die spätere Amplitude werden kann.

94. Einfluß induktiver Widerstände auf die Schwingungskurve.

Wenn in einem Stromkreis eine nicht sinusförmige EMK $\mathfrak{E}$ wirkt, so kann dieselbe [54] in eine sinusförmige Grundschwingung $\mathfrak{E}_1$ und ebenfalls sinusförmige Oberschwingungen zerlegt werden. Man kann also schreiben

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_1 + \mathfrak{E}_2 + \mathfrak{E}_3 + \ldots$$

$\mathfrak{E}_2$, $\mathfrak{E}_3$ etc. bedeuten elektromotorische Kräfte, deren Wechselzahl 2-, 3- etc. mal so groß ist als die Wechselzahl der Grundschwingung $\mathfrak{E}_1$.

Der Wechselstrom i, den man durch eine solche EMK bekommt, kann ebenso zerlegt werden:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \ldots,$$

und es gilt für die Wechselzahl von i_2, i_3 etc. im Verhältnis zu derjenigen von i_1 dasselbe, wie für $\mathfrak{E}_2$, $\mathfrak{E}_3$ etc. im Verhältnis zu $\mathfrak{E}_1$.

) $\frac{p}{w} = \frac{1}{30}$, also relativ groß, vgl. S. 155, Fußnote).

Die Form der Kurve von $\mathfrak{E}$ und i hängt ab von dem Verhältnis der Amplituden der Oberschwingungen zu der Amplitude der Grundschwingung. Je kleiner die Amplituden der Oberschwingungen im Verhältnis zu derjenigen der Grundschwingung sind, umsomehr nähert sich die Kurve von $\mathfrak{E}$ bezw. i der Sinusform.

Wendet man die Beziehungen von 86 auf eine EMK der angegebenen Form an, so gelangt man zu folgendem Ergebnis.

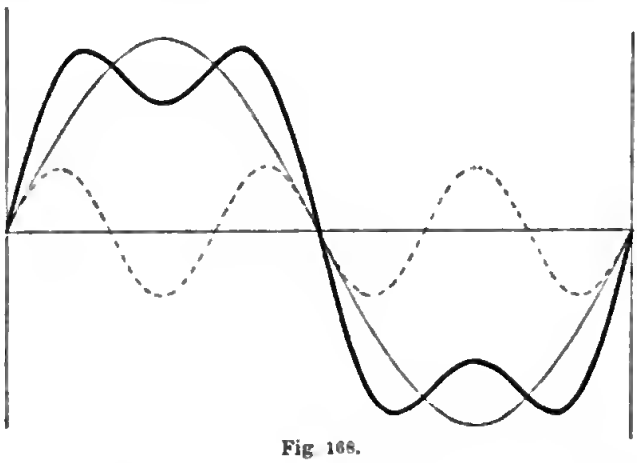


Fig 166.

a. *Induktionsloser Stromkreis* [88a]. Es wird, wenn w der Widerstand des Stromkreises ist,

$$i_{10} = \frac{\mathfrak{E}_{10}}{w}; \qquad i_{20} = \frac{\mathfrak{E}_{20}}{w}; \qquad i_{30} = \frac{\mathfrak{E}_{30}}{w}; \ldots$$

also

$$i_{10} : i_{20} : i_{30}; \ldots = \mathfrak{E}_{10} : \mathfrak{E}_{20} : \mathfrak{E}_{30} \ldots$$

Es verhalten sich die Amplituden der Oberschwingungen von i zur Amplitude der Grundschwingung i_1 wie die Amplituden der Oberschwingungen von $\mathfrak{E}$ zur Amplitude der Grundschwingung $\mathfrak{E}_1$. Das heißt aber nach dem oben Gesagten: Im induktionslosen Stromkreis ist die Form der Stromkurve dieselbe wie diejenige der EMK.

b. *Induktiver Widerstand.* Ist der Widerstand des Stromkreises zum Teil induktiv, so wird die Impedanz umso größer, je größer die Wechselzahl ist [86c]. Je höher also die Wechselzahl einer Oberschwingung ist, umsomehr wird ihre Amplitude herabgedrückt. Das muß zur Folge haben, daß die Amplituden der Oberschwingungen von i im Verhältnis zur Grundschwingung i_1 kleiner werden als die

Amplituden der Oberschwingungen von $\mathfrak{E}$ im Verhältnis zur Grundschwingung $\mathfrak{E}_1$, und zwar umsomehr, je höher die Oberschwingungen sind. Das heißt:

Bei induktivem Widerstand wird die Stromkurve der Sinusform ähnlicher als diejenige der EMK.

Genauer ist [86 c][62])

$$i_{1\,0} = \frac{\mathfrak{E}_{1\,0}}{\sqrt{w^2 + (\pi n p)^2}} \qquad \operatorname{tg}(i_1, \mathfrak{E}_1) = \frac{\pi n p}{w}$$

$$i_{2\,0} = \frac{\mathfrak{E}_{2\,0}}{\sqrt{w^2 + (2\pi n p)^2}} \qquad \operatorname{tg}(i_2, \mathfrak{E}_2) = \frac{2\pi n p}{w} \text{ etc.}$$

Ueberwiegt die Induktanz über den Widerstand bedeutend [88 b], so wird im Grenzfall

$$i_{1\,0} : i_{2\,0} : i_{3\,0} \ldots = \mathfrak{E}_{1\,0} : \frac{1}{2}\,\mathfrak{E}_{2\,0} : \frac{1}{3}\,\mathfrak{E}_{3\,0} \ldots$$

Beispiel.

Fig. 168 zeigt die Kurve*) einer nicht sinusförmigen EMK, die aus einer Grundschwingung (dünn ausgezogene Kurve) und der zweiten Oberschwingung (gestrichelte Kurve) besteht. Identisch damit wäre

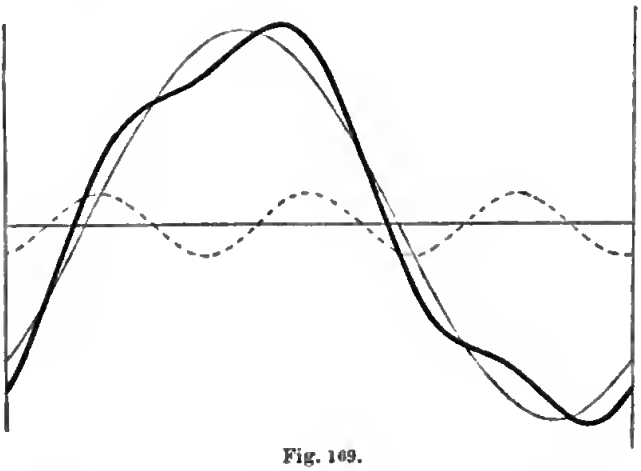


Fig. 169.

die Kurve des Stroms, den man durch diese EMK im induktionslosen Stromkreis bekommen würde.

In Fig. 169 ist die Kurve des Stroms gezeichnet, der durch die EMK von Fig. 168 in einem Stromkreis erzeugt wird, wenn die Induktanz desselben für die Grundschwingung gleich dem Widerstand ist.

*) Diese Kurve ist aus S. Thompson II[55]), S. 541 entnommen; die dortige Stromkurve ist unter etwas anderen Annahmen konstruiert als Fig. 169.

Auch die photographische Aufnahme (Fig. 148, S. 144) bildet einen Beleg für das oben Ausgeführte. Die nach rechts verschobene Stromkurve ist so genau als man das erkennen kann, eine Sinuskurve, während die Kurve der EMK nicht unbeträchtlich von der Sinusform abweicht.

§ 3. Energieverhältnisse.

95. Die entwickelte Wärmemenge.

Nach der Definition der effektiven Stromstärke [43a] gilt für den Wärmeeffekt L_w, welchen der Strom i im Widerstand w entwickelt,

$$L_w = i_{eff}^2 \cdot w.$$

Handelt es sich um den ganzen Stromkreis, so ist

$$i_{eff} = \frac{\mathcal{E}_{eff}}{z} \text{ [90]},$$

$$\frac{w}{z} = \cos(i, \mathcal{E}) = \cos\varphi \text{ (Fig. 149)},$$

also

$$L_w = i_{eff} \cdot \mathcal{E}_{eff} \cdot \cos(i, \mathcal{E}) = i_{eff} \cdot \mathcal{E}_{eff} \cdot \cos\varphi. \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Ebenso folgt für ein Stück eines Stromkreises, zwischen dessen Endpunkten die Spannung $\mathcal{V}$ herrscht [90],

$$L_w = i_{eff} \cdot \mathcal{V}_{eff} \cdot \cos(i, \mathcal{V}) \cdot = i_{eff} \cdot \mathcal{V}_{eff} \cdot \cos\varphi. \quad . \quad . \quad (2)$$

96. Die elektrische Leistung.

Die gesamte elektrische Leistung L des Wechselstroms ist $i\mathcal{E}$ [42a], also nach 85 Gl. (1)

$$L = i\mathcal{E}_a + i\mathcal{E}_i$$
$$= L_a - L_m^*).$$

Der erste Teil

$$L_a = i\mathcal{E}_a$$

ist die elektrische Energie, die von der äußeren EMK $\mathcal{E}_a$ und damit von der Maschine herrührt, der zweite Teil

$$-L_m = i\mathcal{E}_i$$

stellt die elektrische Leistung dar, die auf Rechnung der induzierten

*) Das negative Vorzeichen von L_m mit Rücksicht auf 97.

EMK fällt. Da indes $\mathfrak{E}_i$ nach 85 in der Phase um 90° gegen i verschoben ist, so ist das Produkt $i\mathfrak{E}_i$ im Mittel = 0 [70a]. L_m bedeutet also auf die Dauer keinen Energieverbrauch.

Der erste Betrag $L_a = i\mathfrak{E}$ kann [vgl. 70c] dadurch in zwei Teile getrennt werden, daß man den Strom i in zwei Komponenten

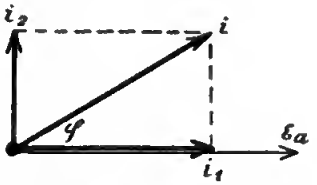


Fig. 170.

zerlegt, eine Komponente i_1 gleichphasig mit $\mathfrak{E}_a$ mit der Amplitude $i_{10} = i_0 \cos(i, \mathfrak{E}_a) = i_0 \cos\varphi$ (Fig. 170) und eine Komponente i_2, die in der Phase um 90° gegen $\mathfrak{E}_a$ verschoben und deren Amplitude $i_{20} = i_0 \sin\varphi$ ist.

Die Leistung der zweiten Komponente $i_2\,\mathfrak{E}_a$ ist wegen der Phasenverschiebung von 90° wieder im Mittel = 0. Man nennt sie deshalb häufig die *„wattlose Stromkomponente"* oder den *„wattlosen Strom"*.

Im Gegensatz dazu wird die erste Stromkomponente i_1 als *„Wattkomponente"* bezeichnet. Ihre elektrische Leistung ist im Mittel [70b] $= \frac{1}{2}\, i_{10} \cdot \mathfrak{E}_{a_0} = \frac{1}{2}\, i_0 \cdot \mathfrak{E}_{a_0} \cdot \cos\varphi = i_{eff} \cdot \mathfrak{E}_{a\,eff} \cdot \cos\varphi$. Also

$$L = L_a = i_{eff} \cdot \mathfrak{E}_{a\,eff} \cdot \cos\varphi. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Ebenso für ein Stück eines Stromkreises

$$L = L_a = i_{eff} \cdot \mathfrak{V}_{eff} \cdot \cos\varphi. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Das heißt:

a. Die mittlere elektrische Leistung des Stromkreises, d. h. die Anzahl Watt, die der Maschine im Mittel entnommen wird, ist nicht gleich dem Produkt der am Voltmeter abgelesenen effektiven Voltzahl und des am Ampèremeter abgelesenen effektiven Stromes, sondern gleich diesem Produkt multipliziert mit dem cosinus des Phasenwinkels zwischen Strom und Spannung bezw. EMK.

Man nennt deshalb häufig $\cos\varphi$ den *„Leistungsfaktor"*.

b. Die Identität des mittleren Betrags von L bezw. L_a mit demjenigen L_w [95] zeigt: Die der Maschine auf die Dauer entzogene elektrische Energie bestimmt sich ausschließlich durch die im

Stromkreis produzierte Wärme, also durch den Ohm'schen Widerstand und die Stromstärke.

97. Die magnetische Energie.

Das letztere Resultat war nicht von vornherein zu erwarten. In der Umgebung jedes von einem Strom durchflossenen Stromkreises ist ein magnetisches Feld vorhanden [28 ff.]. Dieses Feld besitzt eine gewisse Energie W_m [41 b]. Diese muß augenscheinlich in letzter Linie von der Maschine herrühren, da sonst keine Energiequelle im Stromkreis vorhanden ist. Es ist also in hohem Maße auffallend, daß diese Energie bei den Ueberlegungen von 96 nicht auftrat.

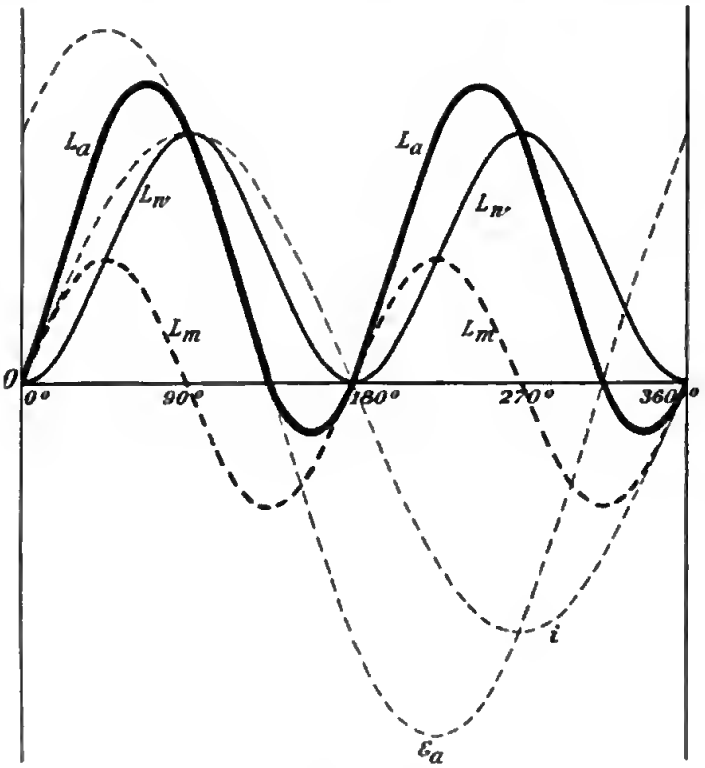


Fig. 171.

a. Warum sie nicht auftrat, übersieht man, wenn man auf die Energieumsetzungen in jedem Moment, nicht nur auf ihre Mittelwerte Rücksicht nimmt. Zu dem Zweck sind in Fig. 171 außer den Kurven für $\mathfrak{E}_a$ und i*) die Kurven für L_a, L_m und L_w gezeichnet

*) Gezeichnet unter der Annahme $w = \pi n p$, also $z = w\sqrt{2}$ und $\varphi = 45°$.

[vgl. 69]. Ihr Verhältnis ist dadurch gegeben, daß in jedem Moment

$$i^2 w = \mathcal{E}_a \cdot i + \mathcal{E}_i \cdot i \text{ [86, Gl. (1)]}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

also

$$L = L_a - L_i$$

oder

$$L_a = L_w + L_i$$

sein muß. Diese Kurven zeigen:

Während der Strom i im Zunehmen begriffen ist, ist L_m positiv, $L_a > L_w$: es wird der Maschine mehr Energie entzogen, als in Wärme verwandelt wird. Die Differenz der beiden Leistungen ist in jedem Moment durch die Kurve L_m gegeben. Während der Strom i abnimmt, ist $L_a < L_w$: es wird mehr Energie in Wärme verwandelt, als der Maschine entzogen wird. Während einiger Zeit ist L_a sogar negativ, d. h. es wird nicht nur keine Energie der Maschine entzogen, sondern ihr sogar Energie vom Stromkreis geliefert.

b. Der Grund für diese Erscheinung ist die Energie des magnetischen Feldes. Mit dem Ansteigen des Stroms geht Hand in Hand eine Zunahme der magnetischen Feldintensität und damit der Energie des magnetischen Feldes. Während der Strom ansteigt, muß also die Maschine außer der in Wärme verwandelten Energie auch noch diese magnetische Energie liefern. Nimmt aber der Strom ab, so verschwindet das magnetische Feld allmählich. Seine Energie gibt es aber durch Vermittlung der von ihm induzierten EMK $\mathcal{E}_i$ als elektrische Leistung L_m dem Stromkreis vollständig wieder zurück. Dieser verwandelt diese Energie teils in Wärme (daher jetzt $L_w > L_a$), teils liefert er sie der Maschine zurück (daher L_a zum Teil negativ).

Die Energie des magnetischen Feldes ist also ein außerordentlich wichtiger Faktor bei dem Energieaustausch zwischen Maschine und Stromkreis; sie bedeutet aber keinen dauernden Energieverlust und trat deshalb in 96 nicht auf.

c. Nach der gegebenen Darstellung soll der Unterschied zwischen der von außen dem Stromkreis zugeführten elektrischen Leistung L_a und dem Wärmeeffekt L_w herrühren von der Zunahme*) der Energie des magnetischen Feldes W_m, d. h. es soll

$$L_m = W_m'$$

sein [42].

*) Wenn $L_a > L_w$.

$W_m = \frac{1}{2} p \cdot i^2$ [41 b] ist das Produkt zweier oszillatorischer Größen $\frac{1}{2} p i$ und i derselben Wechselzahl n und derselben Phase.

Also [69 b]

$$\text{Wechselzahl von } W_m = 2n,$$

$$\text{Amplitude von } W_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} p i_0 \cdot i_0 = \frac{1}{4} \cdot p i_0^2.$$

Für W_m' folgt aus 65 und 66:

$$\text{Wechselzahl von } W_m' = \text{derjenigen von } W = 2n,$$

$$\text{Amplitude von } W_m' = \pi \cdot 2n \times \text{Amplitude von } W_m$$

$$= \frac{\pi n p}{2} \cdot i_0^2.$$

Auf der anderen Seite ist

$$L_m = -i \mathfrak{E}_i = i \cdot p i' \text{ [38 e]},$$

also das Produkt von zwei oszillatorischen Größen i und pi' derselben Wechselzahl, zwischen denen eine Phasendifferenz von 90° besteht [65]. Es ist also nach 69 a

$$\text{Wechselzahl von } L_m = 2n,$$

$$\text{Amplitude von } L_m = \frac{1}{2} \times \text{Amplitude von } i \times \text{Amplitude von } pi'$$

$$= \frac{1}{2} \times i_0 \times \pi n p \cdot i_0 \text{ [66]}$$

$$= \frac{\pi n p}{2} \cdot i_0^2.$$

Wechselzahl und Amplitude von W_m' und L_i sind also gleich. Daß dasselbe von der Phase gilt, ist ebenso leicht zu zeigen.

98. Grenzfälle.

a. Im induktionslosen [88 a] Wechselstromkreis ist $\mathfrak{E}$ und i gleichphasig: es muß die Kurve L_a mit der Kurve L_w zusammenfallen. Die gesamte von der Maschine gelieferte Energie wird auch verbraucht und zwar in Wärme verwandelt.

b. Ist der Ohm'sche Widerstand sehr klein gegen die Induktanz, so wird nahezu [88 b]

$$L_a = L_m$$

und es tritt Fig. 172 an Stelle von Fig. 171. Fast die ganze Energie, welche die Maschine während einer Hälfte der Periode dem Stromkreis liefert, wird ihr während der anderen Hälfte wieder zurückgegeben. Es findet ein fortgesetzter Energieaustausch zwischen Maschine und Stromkreis statt, aber nur ein sehr geringer Energieverbrauch.

Je mehr man sich diesem Falle nähert, umso tiefer rückt die

Kurve L_a, umso größer wird das negative Stück derselben. Je mehr die Verhältnisse im Stromkreis mit denen von Fall a übereinstimmen,

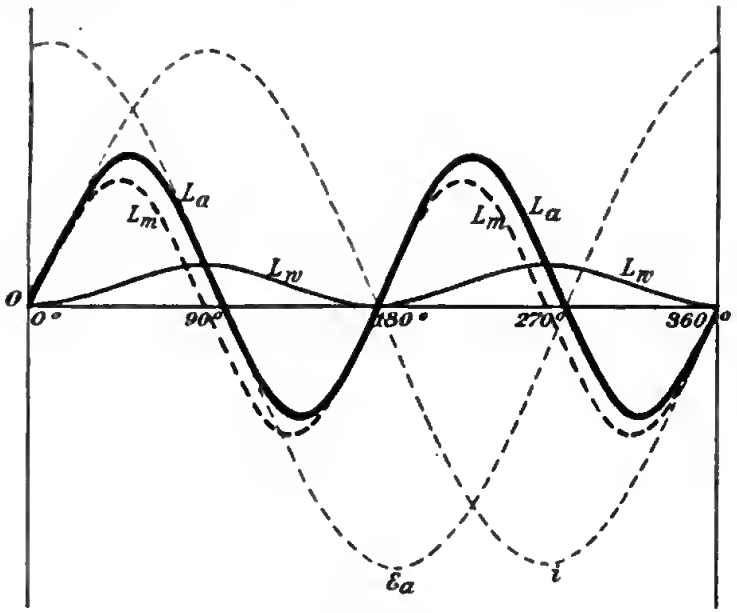


Fig. 172.

umso höher liegt die Kurve L_a, umso kleiner ist ihr negativer Teil und umso größer deshalb der tatsächliche Energieverbrauch.

99. Beispiel.

a. Zur Illustration dieser Verhältnisse mag folgender Versuch dienen (Fig. 173):

An die 2 Klemmen K_1 und K_2 einer Wechsel- oder Drehstromleitung ist die beim Versuch 84 gebrauchte Spule S, ein Ampèremeter A und ein Wattmeter W*) angeschlossen. Im Nebenschluß zu den Klemmen liegt ein Voltmeter V. Mit Hilfe einer Wippe kann die Spule durch eine Reihe von Glühlampen G ersetzt werden.

Die Angaben der 3 Meßinstrumente waren bei meiner Anordnung:

	Amp.$_{eff}$	Volt$_{eff}$	Watt	Amp.$_{eff}$. Volt$_{eff}$
Spule eingeschaltet	3	127	110	381
Glühlampen „	3,2	126	400	403

*) Ueber Konstruktion und Schaltung der Wattmeter vgl. 161.

Im zweiten Falle, wo der Widerstand wesentlich induktionslos und die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung sehr gering ist, stimmt die Wattzahl fast genau mit dem Produkt der effektiven Ampère- und der effektiven Voltzahl überein. Im ersten Falle aber, wo der Widerstand wesentlich induktiv und die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung sehr groß ist, weichen die beiden Zahlen sehr weit voneinander ab. Die Spule verbraucht sehr viel weniger Energie als die Glühlampen.

b. Das Verhältnis der am Wattmeter abgelesenen wirklich verbrauchten Wattzahl zu dem Produkt Amp._{eff} Volt_{eff} kann mit Hilfe

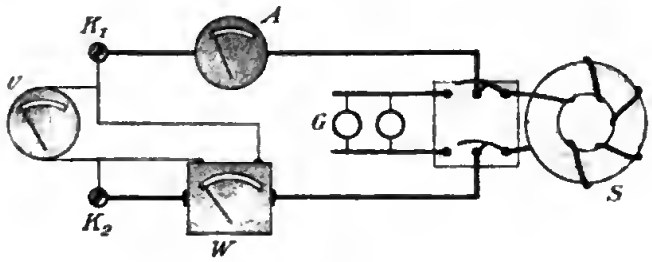


Fig. 173.

der Beziehung **96** dazu dienen, um den Phasenwinkel φ zwischen Strom und Spannung zu bestimmen (*„Wattmetermethode"*).

Es ist nach **96** Gl. (2)

$$\cos\varphi = \frac{\text{Wattzahl}}{\text{Amp.}_{\text{eff}}\ \text{Volt}_{\text{eff}}} \quad \ldots\ldots\ (1)$$

In dem Beispiel oben wird

bei eingeschalteten Glühlampen $\cos\varphi = 6^\circ 58'$
„ eingeschalteter Spule $\cos\varphi = 73^\circ 21'$.

Der erste Wert zeigt die Richtigkeit der Angabe [88a], daß Glühlampen als merklich induktionslos betrachtet werden dürfen. Der zweite Wert steht in guter Uebereinstimmung mit dem **91** und **92** für dieselbe Spule bestimmten.

c. Wie die Messung der Leistung (Wattzahl) eines Wechselstroms zur Bestimmung des Phasenwinkels dienen können, so sind umgekehrt alle Methoden, die den Phasenwinkel messen [**89**, **91** und **92**], ein Mittel, um bei bekannter effektiver Stromstärke und Spannung die Leistung zu bestimmen. Die Methoden **91** und **92** wurden früher zu diesem Zweck auch häufig gebraucht, bevor es gute Wattmeter gab.

§ 4. Induktive Widerstände mit Eisenkernen und deren praktische Verwendung.

100. Vorteile gegen induktionslose Widerstände.

Der häufigste Fall, in dem induktive Widerstände praktische Verwendung finden, ist der, daß Bogenlampen mit Wechselstrom von 120 Volt oder noch höherer Spannung gebrannt werden sollen. Da die Bogenlampen relativ geringen Widerstand haben (für 10 Ampère bestimmte haben bei normalem Brennen etwa einen Widerstand von 3 Ohm), so würden sie bei unmittelbarem Anschluß an die 120voltige Leitung viel zu viel Strom bekommen.

Man hilft sich durch Vorschalten von Widerständen, kann dafür aber entweder induktionslose Widerstände, die in 88a besprochenen Bogenlampenwiderstände, oder induktive Widerstände, sog. *„Drosselspulen"* [108], verwenden.

Die Benützung der Drosselspulen bietet aber gegenüber den Bogenlampenwiderständen einen bedeutenden Vorteil, der aus folgendem Versuch ersichtlich wird.

An die Klemmen K_1 und K_2 einer Wechsel- oder Drehstromleitung ist eine Bogenlampe L angeschlossen, ebenso (Fig. 174) ein Wattmeter W, ein Ampèremeter A und ein Voltmeter V. Durch eine Wippe kann außerdem ein Bogenlampenwiderstand B oder eine Drosselspule eingeschaltet werden.

Die Angaben der Instrumente waren bei einem Versuch

	$Volt_{eff}$	$Amp._{eff}$	Watt
Bogenlampenwiderstand .	122	10	1220
Drosselspule	122	10	580

Man verbraucht bei Benützung der Drosselspule weniger als die Hälfte der Energie, hat also auch weniger als die Hälfte der Kosten*).

Der Grund dafür ergibt sich aus 96 unmittelbar. Bei Benützung des induktionslosen Bogenlampenwiderstands ist der Strom und die Spannung gleichphasig. Die verbrauchte Wattzahl ist also

*) Hier in Straßburg kostet die Hektowattstunde [42c] 4,3 Pfennig. Bei einer täglichen Brenndauer von 5 Stunden würden die monatlichen Kosten sein

bei Bogenlampenwiderstand = 78,69 Mark,
bei Drosselspule = 37,41 „

$=$ Volt$_{eff}$ Amp.$_{eff}$. Bei Verwendung der in der Hauptsache induktiven Drosselspule ist aber eine bedeutende Phasendifferenz zwischen Strom und Spannung vorhanden. Also ist die Anzahl verbrauchter Watt nicht $=$ Volt$_{eff}$. Amp.$_{eff}$, sondern bedeutend geringer $=$ Volt$_{eff}$. Amp.$_{eff}$. cos φ.

Von Interesse für das folgende ist die Verteilung des Energieverbrauchs auf die Bogenlampe und die Vorschaltwiderstände. Um

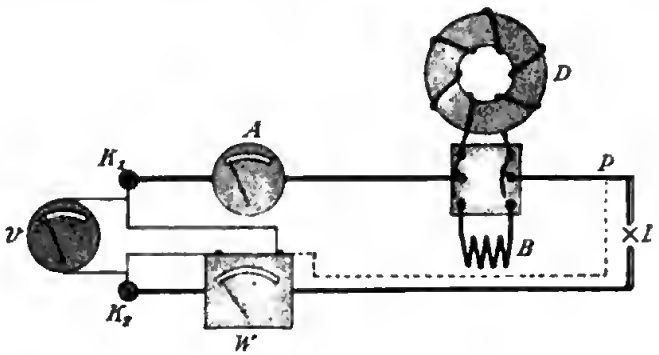


Fig. 174

den Energieverbrauch der Bogenlampe zu bekommen, legt man [vgl. **161**] die bisher mit K_1 verbundene Spannungsleitung des Wattmeters an den Punkt P unmittelbar an der Bogenlampe (gestrichelte Leitung in Fig. 174). Man erhält dann:

Bogenlampe	470	Watt
Bogenlampenwiderstand . .	750	„
Drosselspule	110	„

101. Tatsächlicher Energieverbrauch.

Wenn auch dieser Versuch zeigt, daß die Drosselspule etwa 7mal weniger Energie verbraucht als ein ebenso großer induktionsloser Widerstand, so ist der Energieverbrauch der Drosselspule doch auf-

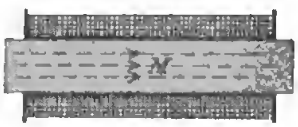


Fig. 175

fallend hoch. Bei einem Widerstand von 0,1 Ohm und einem Strom von 10 Amp. hätte der Energieverbrauch pro Sekunde $i^2w = 10^2 . 0{,}1 = 10$ Watt betragen sollen [**96b**].

Auch bei dem Versuch von **99** verbrauchte die Drosselspule viel

zu viel Energie. Dort war die Stromstärke 3 Amp., der Energieverbrauch pro Sekunde hätte also $3^2 . 0{,}1 = 0{,}9$ Watt sein sollen, war aber tatsächlich 110 Watt.

Bei beiden Versuchen ergab sich also eine Differenz von über 100 Watt, die der Aufklärung bedarf.

Die Differenz zwischen der aus Ohm'schem Widerstand und Stromstärke berechneten und der tatsächlich verbrauchten Leistung wird noch auffälliger, wenn man in dem Versuch von **99** (Fig. 173) die Drosselspule S durch eine Spule mit gerader Achse und einem massiven Eisenzylinder als Kern ersetzt (vgl. den Längsschnitt Fig. 175).

Der Versuch ergab als verbrauchte Leistung 480 Watt, während aus Widerstand (0,6 Ohm) und Strom (6,4 Ampère) nur 24,6 Watt zu erwarten waren.

102. Wirbelströme.

Hier ist aber leicht festzustellen, wo die überschüssige Leistung von 455 Watt jedenfalls zum Teil geblieben ist. Man braucht nur einige Minuten den Strom durch die Spule hindurchgehen zu lassen und dann den Kern aus der Spule herauszunehmen: er ist so heiß geworden, daß kaltes Wasser, in das er gesteckt wird, kräftig aufzischt.

a. Der Grund dafür ist der folgende. In dem Eisenkern war, solange er sich im Innern der vom Wechselstrom durchflossenen Spule befand, ein im wesentlichen zylindrisches magnetisches Wechselfeld [**30 b**] vorhanden. Dadurch wurde [**38 a**] im Innern des Eisenkerns ein zyklisches elektrisches Feld und dadurch eine zyklische Strömung (Fig. 176) induziert. Die Wärmeentwicklung dieser Ströme, die man herkömmlicherweise als „*Wirbelströme*" oder als „*Foucaultströme*" bezeichnet, war es, die den Eisenkern erhitzte. Sie war es auch, die den beobachteten Energieverlust zum größten Teile verschuldet hatte dadurch, daß die Energie des magnetischen Wechselfeldes nicht wieder ganz dem Wechselstromkreis zu gute kam, sondern zum Teil für die Wirbelströme verbraucht wurde.

Daß das im Widerspruch mit **97 b** steht, kann nicht auffallen. Die Beziehungen von **97** fußen auf denjenigen von **86**. Diese sind aber ausdrücklich unter der Voraussetzung [**83**] abgeleitet worden, daß sich in der Nähe des betrachteten Wechselstromkreises keine Leiter befinden, in welchen Ströme induziert werden. Diese Voraussetzung ist hier nicht erfüllt.

b. Man kann die Ströme im Eisenkern dadurch auf ein Minimum reduzieren, daß man die Strombahnen von Fig. 176 durch Isolatoren

unterbricht. Das kann für Laboratoriumszwecke dadurch geschehen, daß man den Kern aus feinen, durch einen Lack voneinander isolierten Drähten herstellt*). Es geschieht in der Technik überall da, wo ein magnetisches Wechselfeld in Eisenkernen entsteht, in der Weise, daß die Kerne aus dünnen, durch Papier voneinander isolierten Blechen gebildet werden. Man nennt solche Eisenkerne *„lamelliert"* oder *„unterteilt"* (Fig. 177). Die Ebenen dieser Bleche müssen möglichst parallel den magnetischen Induktionslinien angeordnet sein.

Daß diese Unterteilung kräftig wirkt, davon überzeugt man sich, wenn man in dem Versuch **99** den massiven Eisenkern durch einen

Fig. 176.

Fig. 177.

solchen aus 0,4 mm dicken Eisendrähten ersetzt. Man erhält nun ganz geringe Erwärmung der Drähte und bei 3,5 Ampère einen Energieverbrauch von nur 95 Watt, ein Beweis, daß der große Energieverbrauch oben zum größten Teil von den Wirbelströmen herrührte.

Immerhin ist auch jetzt noch eine nicht unbedeutende Differenz $95 - 3{,}5^2 \cdot 0{,}6 = 88$ Watt vorhanden. Daß diese nicht herrührt von den Strömen in den einzelnen Eisendrähten, wird deshalb wahrscheinlich, weil die Verwendung von feinstem Blumendraht an Stelle der 0,4 mm dicken Drähte jene Differenz kaum herabsetzt. Dasselbe gilt von der Differenz, die in **99** und **100** bei der Drosselspule beobachtet wurde; bei ihr ist durch feinste Lamellierung des Eisenkerns der Energieverbrauch durch Wirbelströme fast ganz vermieden.

Der Grund für diese Differenz ist auch überwiegend ein anderer.

*) Daß dadurch die Ströme von Fig. 176 unmöglich werden, ist unmittelbar klar. Daraus folgt aber keineswegs, daß deshalb die Energieverluste durch Wirbelströme verschwinden oder auch nur kleiner würden als im massiven Kern. Es muß jetzt in jedem einzelnen Draht eine Strömung induziert werden. Wie sich der gesamte Energieverbrauch dieser Ströme in den einzelnen Drähten zu demjenigen im massiven Kern verhält, ist nicht ohne weiteres zu übersehen; daß der erstere unter allen Umständen kleiner sein sollte als der letztere, ist keineswegs selbstverständlich, wie es häufig dargestellt wird, auch gar nicht allgemein richtig. (Vgl. die ausführliche Behandlung der Frage in Kap. V, § 3, insbesondere **131**.)

103. Die Erscheinung der Hysteresis.

a. Es war bisher überall angenommen worden, daß die magnetische Permeabilität für eine bestimmte Eisensorte auch eine konstante Größe ist. Schickt man also durch eine Spule mit Eisenkern einen Strom, den man von Null an allmählich auf einen Maximalbetrag i_0 anwachsen und dann wieder auf Null zurücksinken läßt, so ist nach **31c** und **27** Gl. (1) zu erwarten, daß der magnetische Induktionsfluß Q_m durch die Spule hindurch immer proportional mit i anwächst und abnimmt. Trägt man also als Abszissen die Werte von i, als Ordinaten diejenigen von Q_m auf, so müßte man als Kurve für Q eine Gerade, etwa die in Fig. 178 strichpunktierte, erhalten.

Tatsächlich erhält man aber Kurven wie die in Fig. 178 stark ausgezogene, und zwar entspricht der untere Ast OA den Werten, die sich beim Ansteigen von i, der obere Ast denjenigen, die sich bei abnehmendem i ergaben.

b. Schickt man Wechselstrom durch die Spule, so nimmt die Kurve für Q_m die Form Fig. 179 an. Der Zweig OA entspricht dem

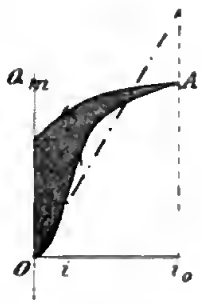


Fig. 178.

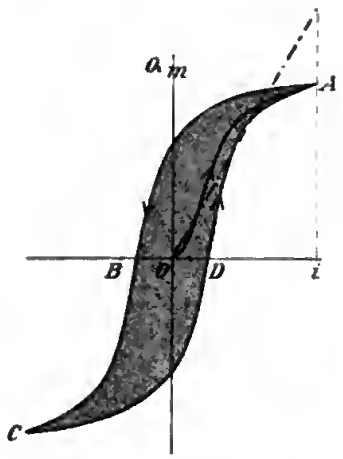


Fig. 179.

ersten Ansteigen des Stromes. Q_m ist nicht mehr annähernd proportional dem Strom i, insbesondere geht Q_m nicht mehr gleichzeitig mit i durch Null hindurch, sondern erst zu einer Zeit, in der der Strom i schon die Größe OB bezw. OD erreicht hat. Der magnetische Induktionsfluß ist also gegen den Strom i in der Phase verspätet: daher die Bezeichnung dieser Erscheinung als *„Hysteresis"*, der Kurve Fig. 179 als *„Hysteresiskurve"*.

104. Energieverlust durch Hysteresis.

a. Nimmt man keine Rücksicht darauf, daß Q_m auch bei sinusförmigem Strom i nicht genau sinusförmig ist [**107**], so läßt sich einfach zeigen, daß schon diese Phasenverschiebung von Q_m gegen i einen Energieverlust bedingt.

Der Phasenwinkel zwischen Q_m nnd i liegt tatsächlich zwischen 0 und 90° (Fig. 179). Für die induzierte EMK $\mathfrak{E}_i$ gilt stets $\mathfrak{E}_i = -\frac{N}{v} \cdot Q_m'$ [**38 d**]; sie ist also [**65**] stets gegen Q_m nm 90° in der Phase verspätet, demnach im vorliegenden Falle gegen i um einen Winkel, der zwischen 90° und 180° liegt. Für die

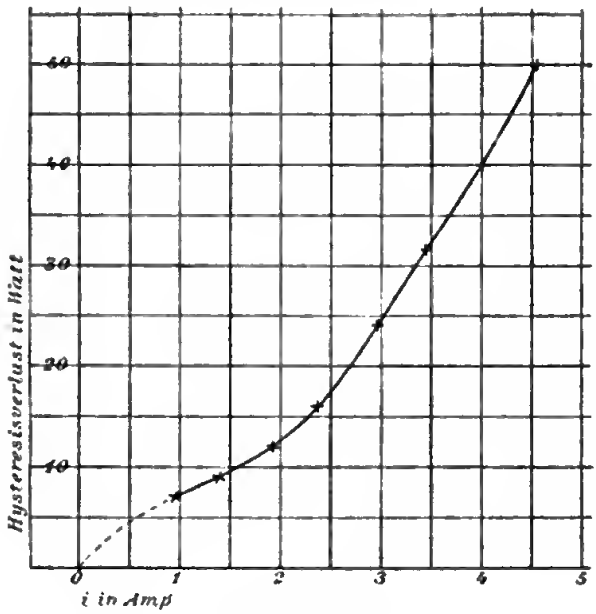


Fig. 180.

Leistung $L_m = -i\,\mathfrak{E}_i$ [**96**] folgt daraus, daß ihr Mittelwert nicht mehr Null, sondern eine positive Größe ist, nämlich $= -i_{eff} \cdot \mathfrak{E}_{i\,eff} \cos(\mathfrak{E}_i, i)$ [**70 c**] ($\cos(\mathfrak{E}_i, i)$ aber negativ).

Sobald also der magnetische Induktionsfluß gegen den Strom um einen Winkel verspätet ist, der zwischen 0 und 90° liegt, bedeutet auch diejenige Leistung, welche zum Aufbau des magnetischen Feldes verwendet wird [**97**], einen dauernden Energieverlust.

b. Die Theorie zeigt[64]), daß der tatsächliche Energieverbrauch während einer Periode des Wechselstroms der in Fig. 179 getonten Fläche proportional ist, gleichgültig welche Gestalt die Schwingungskurve von i und Q_m hat. Dieser Energieverlust war es in der Hauptsache, der bei den Versuchen in **99**, **100** und **102 b** beobachtet wurde.

c. Die theoretische Behandlung wird besonders dadurch erschwert, daß der Energieverlust durch Hysteresis nicht proportional mit i^2_{eff} ist. Daß er es nicht ist, geht aus der Kurve Fig. 180, die durch Versuche mit der in Fig. 186 abgebildeten Drosselspule ermittelt wurde, hervor. Wäre er i^2_{eff} proportional, etwa $= h\, i^2_{eff}$, so wäre der gesamte Energieverlust — durch Hysteresis und Joule'sche Wärme [95] —

$$= (w + h)\, i^2_{eff},$$

und es könnte für die meisten Zwecke der Einfluß der Hysteresis auf den Energieverbrauch einfach als Vermehrung des Widerstandes w um den Betrag h aufgefaßt werden.

105. Einfluß der Hysteresis auf die Induktanz.

Nach **103a** ist das Verhältnis $\frac{Q_m}{i}$ nicht konstant. Nach **34b** ist aber $\frac{Q_m}{i}$ nichts anderes als $v \cdot p$, wenn p den Selbstinduktionskoeffizienten der Spule bedeutet. Es muß also aus **103a** und **86c** geschlossen werden:

Die Impedanz[65]) von Spulen mit Eisenkernen ist auch bei derselben Wechselzahl keine konstante Größe, sondern von der Stromamplitude abhängig.

Ein einfacher Versuch (Fig. 181) bestätigt das. Die bei den früheren Versuchen benützte Drosselspule*) mit nebengeschaltetem

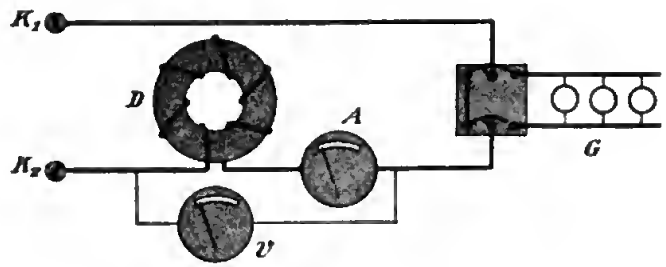


Fig. 181.

Voltmeter V und vorgeschaltetem Ampèremeter A wird an die Wechselstromklemmen K_1 und K_2 angeschlossen. Durch eine Wippe kann außerdem eine Anzahl Glühlampen G geschaltet werden.

*) Aber mit Kartonblättern zwischen den beiden Teilen des Eisenkerns [108].

Ein Versuch ergab:

	$Volt_{eff}$	$Amp._{eff}$	$z = \frac{Volt_{eff}}{Amp._{eff}}$ [90]
Glühlampen eingeschaltet	60	5	12 Ohm
„ ausgeschaltet	125	12,2	10,3 Ohm

Die Impedanz der Drosselspule wird also in der Tat bei verschiedener Stromstärke verschieden.

106. Einfluß der Hysteresis auf die Phasenverschiebung.

Eine Drosselspule, deren Eisenkern aus zwei Hälften besteht, zwischen welche Kartonblätter geschoben werden können [vgl. **108** und Fig. 186), werde an die Stelle der Spule S in Fig. 173 gebracht. Aus den Angaben der Meßinstrumente ist dann einerseits die Impedanz der Spule [**90**], anderseits die Phasenverschiebung zwischen dem Wechselstrom in der Spule und der Spannung an ihren Endpunkten [**99**] zu entnehmen.

a. Nach **27 d**, **34 c** und **86 c** soll die Induktanz $\pi n p$ und damit auch die Impedanz z der Drosselspule am größten sein, wenn der Eisenkern geschlossen ist, umso kleiner, je weiter die beiden Teile des Eisenkerns voneinander abstehen. Das bestätigt der Versuch, der bei Verwendung der in Fig. 186 abgebildeten Spule und einem Strom von 3 Ampère die Werte der Kurve z in Fig. 182 lieferte.

b. Nach der Beziehung [**86 c**]

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\pi n p}{w} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

ist aber auch zu erwarten, daß der Phasenwinkel φ zwischen Strom und Spannung am größten ist bei geschlossenem Eisenkern, und umso kleiner wird, je mehr Kartonblätter zwischen die beiden Hälften des Eisenkerns geschoben sind. Der Versuch (Kurve φ Fig. 182) zeigt genau das Gegenteil: die Phasenverschiebung ist am kleinsten beim geschlossenen Eisenkern, sie ist selbst dann noch größer als bei geschlossenem Kern, wenn die beiden Hälften des Kerns durch 5 Kartonblätter entsprechend einem Abstand von ca. 1 cm voneinander getrennt sind.

Der Widerspruch dieses Versuchsresultats und der Gl. (1) ist nicht etwa darin begründet, daß die Gleichung [**96**, Gl. (2)]

$$\cos \varphi = \frac{L}{i_{eff} \cdot \mathfrak{V}_{eff}}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

auf welcher die Bestimmung des Phasenwinkels φ im vorliegenden Fall beruhte, nicht mehr gelten würde. Diese Gleichung ist die Folge von **42** Gl. (2) und von **70 c** bezw. **71**. Die erste dieser Beziehungen gilt aber für jeden linearen quasistationären Stromkreis und die zweite ist eine rein mathematische Beziehung, die ganz allgemein gilt, solange i und $\mathfrak{V}$ sinusförmig sind. Das ist hier gewiß nicht genau der Fall **[107]**, aber die Abweichung von der Sinusförmigkeit ist nicht so

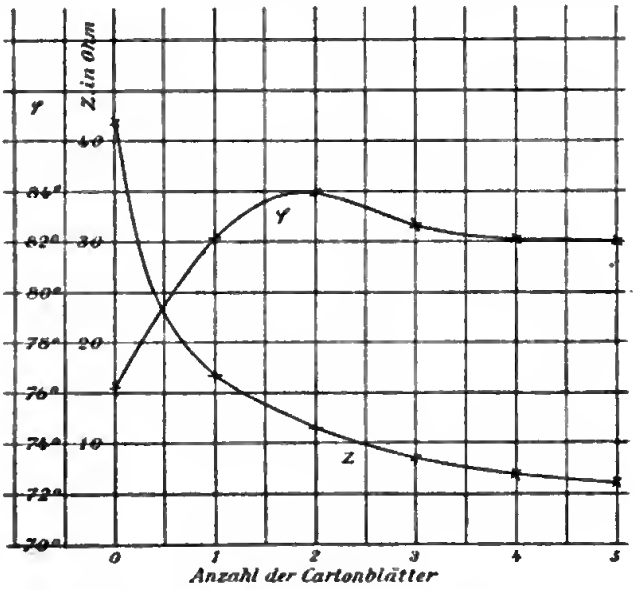


Fig. 182.

groß, daß der Widerspruch auf Rechnung dieser Abweichung gesetzt werden dürfte.

Der Grund für den Widerspruch liegt vielmehr darin, daß die Anwendung der Gl. $\operatorname{tg}\varphi = \pi n p w$ auf den vorliegenden Fall unzulässig ist. Bei der Ableitung dieser Beziehung **[85, 86]** war die Voraussetzung*) gemacht, daß das magnetische Feld des Wechselstroms in jedem Moment dem Wechselstrom proportional sei. Das trifft aber nach **103** bei Spulen mit Eisenkernen nicht zu.

c. Eine Erklärung dafür, warum bei dem Versuch in **a** der Phasenwinkel zunahm, trotzdem die Induktanz abnahm, läßt sich aus früheren Beziehungen überhaupt nicht ableiten. Es hängt diese Erscheinung zusammen mit der rein empirisch festgestellten Tatsache, daß bei einem geschlossenen Eisenkern der Hysteresisverlust L_h im

*) Diese Voraussetzung steckt darin, daß für $\mathfrak{E}_i$ in **85** die Gl. $\mathfrak{E}_i = -p i'$ in **38 e** verwendet wurde.

Verhältnis zum magnetischen Induktionsfluß und damit [**34**, Gl. (1)] zum Selbstinduktionskoeffizienten und zur Induktanz der Spule größer ist als bei einem offenen Eisenkern. Da im vorliegenden Fall die in der Spule verbrauchte Leistung L merklich identisch ist mit dem Hysteresisverlust L_h im Eisenkern [**101** und **104**], ferner annäherd $\mathfrak{V}_{eff} = i_{eff} \cdot \pi n p$ [**88 b**], so wird aus Gl. (2)

$$\cos \varphi = \frac{1}{i_{eff}^2} \cdot \frac{L_h}{\pi n p},$$

d. h. cos φ wird umso größer, φ also umso kleiner, je größer der Hysteresisverlust im Verhältnis zur Induktanz ist, also nach dem gesagten φ kleiner beim geschlossenen als beim offenen Kern.

d. Die praktischen Regeln, welche hieraus folgen, sind:

(1) Große Induktanz und damit Impedanz erzielt man durch einen geschlossenen, große Phasenverschiebung durch einen offenen Eisenkern.

(2) Bei Spulen mit Eisenkernen darf man den Phasenwinkel nicht aus Induktanz und Widerstand durch die Beziehung $\operatorname{tg} \varphi = \pi n p w$ berechnen*).

107. Einfluß der Hysteresis auf die Schwingungskurve.

Da der magnetische Induktionsfluß Q_m nicht proportional dem Strome ist, so kann die Kurve für Q_m keine Sinuskurve sein, wenn

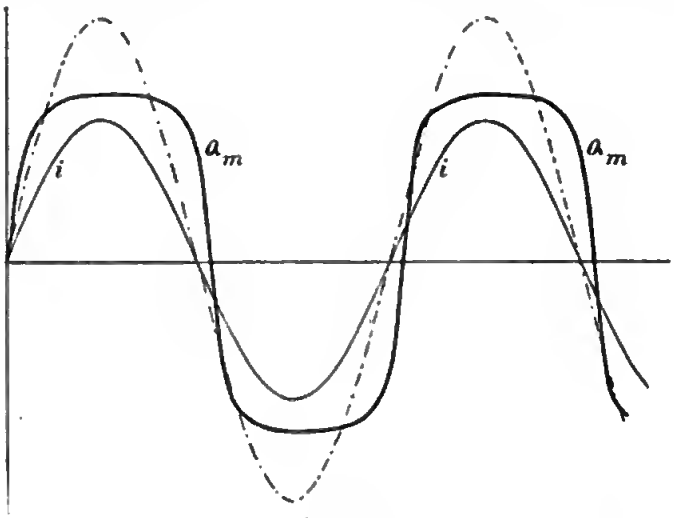


Fig. 183

*) Bei der im Versuch **106 a** benützten Spule mit geschlossenem Eisenkern (w = 0,1 Ohm) würde z. B. aus dieser Beziehung folgen

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{42}{0{,}1} = 420; \quad \varphi = 89° 52'.$$

während dort gemessen wurde $\varphi = 76° 14'$ entsprechend $\operatorname{tg} \varphi = 4{,}1$!

die Stromkurve eine Sinuskurve ist. Sie würde vielmehr bei der Hysteresiskurve von Fig. 179 die Form von Fig. 183*) bekommen. Ist Q_m nicht sinusförmig, so ist es auch die durch Q_m induzierte EMK $\mathfrak{E}_i$ nicht. Da aber in jedem Moment nach 86 Gl. (1) $iw = \mathfrak{E}_a + \mathfrak{E}_i$ sein muß, so folgt daraus: man müßte eine nicht sinusförmige äußere EMK $\mathfrak{E}_a$ anwenden, damit die gesamte EMK $\mathfrak{E}_a + \mathfrak{E}_i$ sinusförmig wird und nach Voraussetzung einen sinusförmigen Strom lieferte.

Umgekehrt: ist die äußere EMK $\mathfrak{E}_a$ sinusförmig, wie es bei den meisten Wechselstrommaschinen jedenfalls annähernd der Fall ist, so erhält man wegen der Hysteresis keinen sinusförmigen Strom.

Diese Deformierung der Stromkurven kann direkt gezeigt werden, wenn man nach einem der in 59 angegebenen Verfahren die Strom-

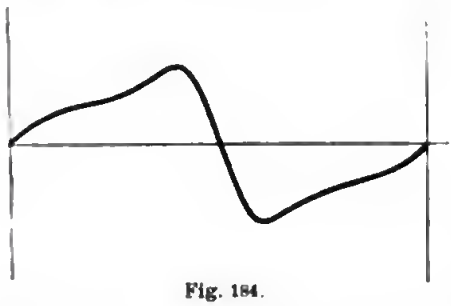


Fig. 184.

Fig. 185.

kurve aufnimmt. Man bekommt Kurven wie die in Fig. 184 abgebildete. Indirekt läßt sich die Deformierung auch durch die in Fig. 155 angegebene Anordnung nachweisen. Verwendet man dort als induktiven Widerstand eine Spule mit Eisenkern, so erhält man keine Ellipse wie bei sinusförmigem Strom [60], sondern Kurven wie diejenige in Fig. 185, die auf eine starke Deformierung des Stromes hinweist[66]).

108. Technische Konstruktion der Drosselspulen.

a. Das Bestreben der Technik geht natürlich dahin, die Drosselspulen so zu konstruieren, daß sie möglichst wenig Energie verbrauchen.

(1) Damit der Verbrauch an Joule'scher Wärme möglichst klein wird [43 und 25 b], erteilt man den Spulen möglichst wenig Windungen und fertigt sie aus möglichst dicken Kupferdrähten.

(2) Der Energieverbrauch durch Wirbelströme wird durch Verwendung dünner, voneinander isolierter Eisenbleche vermieden [102].

*) Die strichpunktierte Kurve entspricht der strichpunktierten in Fig. 179.

(3) Damit der unvermeidliche Hysteresisverlust nicht unnötig groß wird, werden die Kerne der Spulen so gedrungen und aus so weichem Eisen gebaut, daß die Spulen für normale Verwendung [100]

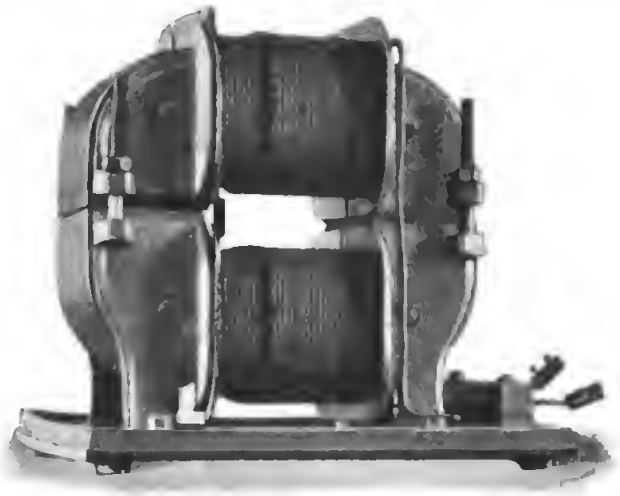


Fig. 186.

auch dann schon genügende Impedanz haben, wenn die Kerne keinen geschlossenen Ring bilden, sondern die beiden Hälften durch Kartonblätter voneinander getrennt sind.

Fig. 187.

b. Ausgeführte Drosselspulen sind in den Fig. 186 und 187 dargestellt. Die Spule in Fig. 186 ist von der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft, diejenige in Fig. 187 von Siemens & Halske gebaut. Die

erstere Form ist für alle möglichen Laboratoriumsversuche besonders geeignet.

c. Reguliert kann die Impedanz solcher Spulen dadurch werden, daß man Kartonblätter verschiedener Zahl und Dicke zwischen die beiden Hälften (vgl. Fig. 186) des Eisenkerns schiebt. Je größer der Raum ist, durch den die beiden Hälften voneinander getrennt sind, umso größer wird der magnetische Widerstand des magnetischen Kreises [27 d], umso kleiner die Impedanz der Spule [106 a].

Kapitel V[67]).

Der magnetische Kreis geringer Wechselzahl*).

§ 1. Beziehungen für den magnetischen Induktionsfluß.

109. Scheinbarer Widerspruch mit dem „Ohm'schen Gesetz" für magnetische Kreise.

Ein Eisenring aus feinen Eisendrähten ist mit einer Spule S_1 (Fig. 188) bewickelt. Wird Strom durch die Spule geschickt, so gilt für den Induktionsfluß Q_m im Eisenring [27]

$$Q_m = \frac{\mathfrak{M}}{w_m}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

wenn $\mathfrak{M} = \frac{N_1 i_1}{v}$ [32 c] die MMK, N_1 bezw. i_1 Windungszahl bezw. Strom von S_1 und w_m den magnetischen Widerstand des Eisenrings bezeichnet.

Das sollte auch dann noch gelten, wenn i_1 ein Wechselstrom, $\mathfrak{M}$ demnach eine oszillatorische MMK ist. Es sollte also die Amplitude von Q_m dieselbe bleiben, wenn die Amplitude von i_1 und damit von $\mathfrak{M}$ konstant gehalten wird. Damit scheint aber der folgende Versuch im Widerspruch zu stehen.

Auf dem Eisenring seien außer der Spule S_1, die unter Vorschaltung von einigen Glühlampen und eines Ampèremeters A an eine Wechselstromleitung K_1 K_2 angeschlossen wird, noch zwei Spulen vorhanden; eine Spule S_2, die nur aus wenigen Windungen eines sehr dicken Kupferdrahts besteht und durch einen Stromschlüssel geöffnet oder kurzgeschlossen werden kann, und eine Spule S_3. Diese kann durch eine Wippe entweder mit einem Hitzdrahtvoltmeter V oder einer kleinen Glühlampe G**) verbunden werden und dient nur

*) Im ganzen Kapitel ist auf die Hysteresis keine Rücksicht genommen.

**) 5 Kerzen, 120 Volt.

dazu, ein Maß für die Amplitude des Induktionsflusses im Eisenring zu liefern [67].

Wird nun der Strom durch S_1 geschlossen, während S_2 offen ist, so brennt die Glühlampe G hell; das Voltmeter zeigt in einem Versuch 114 Volt. Wird aber S_2 geschlossen, so erlischt die Lampe fast vollständig; die Angabe des Voltmeters fällt auf 71 Volt. Das heißt: Die Amplitude des Induktionsflusses Q_m im Eisenring muß bedeutend geringer geworden sein*), trotzdem der Strom in S_1, wie das Ampèremeter A zeigte, tatsächlich konstant gehalten wurde und auch der magnetische Widerstand sich nicht merklich geändert haben kann.

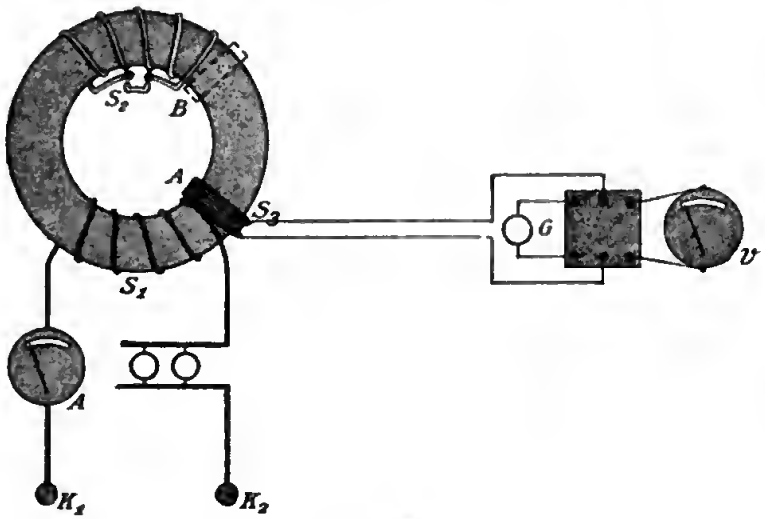


Fig. 188.

Tatsächlich liegt aber in diesem Versuch, ähnlich wie in dem analogen von 84, nicht ein wirklicher Widerspruch mit der Gl. (1) vor. Die Gleichung gilt auch in diesem Fall, wenn sie richtig angewandt wird.

110. Die induzierte MMK.

a. Solange die Spule S_2 offen war, war die einzige MMK, die in dem magnetischen Kreise wirkte, diejenige, welche vom Strome in S_1 herrührte**). Es galt demnach wirklich die Beziehung

$$Q_m w_m = \mathfrak{M}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\mathfrak{M} = \frac{N_1 i_1}{v}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

*) Durch die Anordnung von 60 läßt sich auch nachweisen, daß durch das Schließen von S_2 Q_m in der Phase verspätet wird.

**) Der schwache Strom in S_2 hat keine in Betracht kommende Wirkung.

Es war also — analog den Verhältnissen im induktionslosen elektrischen Wechselstromkreis [88a] — der magnetische Induktionsfluß Q_m gleichphasig mit der MMK, d. h. mit i_1 (vgl. das Vektordiagramm Fig. 189).

b. Sobald die Spule S_2 geschlossen wird, wird in ihr durch den Induktionsfluß Q_m eine EMK $\mathfrak{E}_2$ und demnach ein Strom i_2 induziert. Dieser Strom liefert für den magnetischen Kreis ebenfalls eine MMK.

Fig. 189.

Sie soll als *„induzierte MMK"* $\mathfrak{M}_i$ bezeichnet werden, im Gegensatz dazu die vom Strom i_1 erzeugte als *„äußere MMK"* $\mathfrak{M}_a$.

Jetzt ist also die MMK $\mathfrak{M}$ der Gl. (1), d. h. die gesamte MMK nicht mehr identisch mit der vom Strom i_1 herrührenden $\mathfrak{M}_a$, sondern es ist

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_i ,$$

also

$$Q_m w_m = \mathfrak{M} = \mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_i \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

c. Der Betrag von $\mathfrak{M}_i$ ergibt sich nicht unmittelbar. Es ist

$$\mathfrak{E}_2 = - \frac{N_2}{v} \cdot Q_m' \ [38d]^*), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

daher

$$\mathfrak{E}_{2\,0} = \frac{\pi n N_2}{v} \cdot Q_{m\,0} \ [66],$$

$$\sphericalangle \, (\mathfrak{E}_2, Q_m) = 90^0 \ [65].$$

Nun ist aber

$$\mathfrak{M}_i = \frac{N_2 i_2}{v} . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Amplitude und Phase von $\mathfrak{M}_i$ hängt also direkt von der Amplitude und Phase von i_2 ab, die nach 86c aus der Amplitude und Phase von $\mathfrak{E}_2$ erst zu bestimmen ist**).

*) N_2 = Windungszahl der Spule S_2.

**) Streng genommen muß außer dieser induzierten MMK, die von dem Strom in der Spule S_2 herrührt, noch eine weitere vorhanden sein. Der oszillatorische magnetische Kreis induziert nach 37 ein oszillatorisches elektrisches Feld. Dieses muß nach 35 Anlaß zu einem oszillatorischen magnetischen Feld und damit auch zu einer MMK längs des magnetischen Kreises geben. Bei den niederen Wechselzahlen der Technik erreicht aber diese MMK keinesfalls eine in Betracht kommende Größe [vgl. 83]; bei schnellen Schwingungen wird ihr Einfluß besprochen werden [273].

111. Magnetischer Induktionsfluß und äußere MMK. Einfachster Fall.

Damit man möglichst einfache Verhältnisse bekommt, soll vorerst angenommen werden, daß die Spule S_2 kurzgeschlossen oder daß an ihre Enden eine induktionslose Leitung angelegt wird. Durch diese Annahme ist jedenfalls annähernd erreicht, daß alle Induktionslinien des Stromes von S_2 im Eisenring verlaufen.

a. Dann ist im Stromkreis von S_2 $\mathfrak{E}_2$ die einzige EMK und es gilt [88a]

$$i_2 = \frac{\mathfrak{E}_2}{w_2}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Daraus und aus 110 Gl. (5) und (4) folgt

$$\mathfrak{M}_i = -\frac{1}{v^2} \cdot \frac{N_2^2}{w_2} \cdot Q_m',$$

oder, wenn

$$\frac{1}{v^2} \cdot \frac{N_2^2}{w_2} = p_m \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

gesetzt wird,

$$\mathfrak{M}_i = -\, p_m \cdot Q_m'.$$

Das heißt [66] bezüglich der Amplitude

$$\mathfrak{M}_{i_0} = \pi n p_m \cdot Q_{m_0},$$

bezüglich der Phase [65]

$$\sphericalangle\,(\mathfrak{M}_i, Q_m) = 90^0.$$

Die induzierte MMK ist in der Phase um 90^0 gegen den Induktionsfluß Q_m verspätet (vgl. Fig. 190).

b. Für den Induktionsfluß Q_m im magnetischen Kreis folgt daraus

$$\begin{aligned} Q_m w_m &= \mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_i \text{ [110 Gl. (3)]} \\ &= \mathfrak{M}_a - p_m \cdot Q_m', \end{aligned}$$

genau wie für den elektrischen Wechselstromkreis galt

$$\begin{aligned} i w &= \mathfrak{E}_a + \mathfrak{E}_i \text{ [86 Gl. (1)]} \\ &= \mathfrak{E}_a - p i' \text{ [87 Gl. (2)]}. \end{aligned}$$

Das Vektordiagramm für den magnetischen Kreis muß demnach die Form Fig. 191 annehmen, genau entsprechend den Fig. 145 und 146 für den elektrischen Wechselstromkreis. Aus diesem Vektordiagramm erhält man wie in 86c die Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} Q_{m0} &= \frac{\mathfrak{M}_{a0}}{z_m}, \\ z_m &= \sqrt{w_m^2 + (\pi n p_m)^2} \\ \operatorname{tg} \varphi_m &= \operatorname{tg} (Q_m, \mathfrak{M}_a) = \frac{\pi n p_m}{w_m}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (3)$$

Diese Gleichungen sagen aus: durch die Rückwirkung des Stroms in der Spule S_2 wird [vgl. 86 b]

(1) der Induktionsfluß in der Phase gegen die äußere MMK verschoben,

(2) die Amplitude des Induktionsflusses herabgedrückt. Bezeichnet

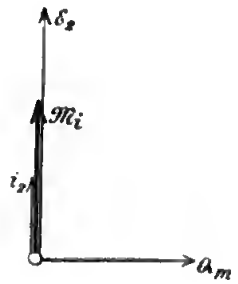


Fig. 190.

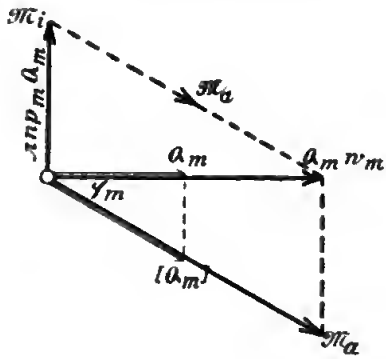


Fig. 191.

man den Induktionsfluß bei offener Spule S_2 mit $[Q_m]$, bei geschlossener Spule mit Q_m, so ist

$$Q_{m0} = [Q_{m0}] \cos \varphi_m.$$

Der Versuch von **109** findet damit also eine vollkommene Erklärung.

c. Man erspart sich im folgenden Weitläufigkeiten, wenn man, ähnlich wie in **86 c**, folgende Bezeichnungen einführt:

p_m = *„magnetischer Selbstinduktionskoeffizient“*,

$\pi n p_m$ = „induktiver magnetischer Widerstand“ bezw. *„magnetische Induktanz“*,

w_m = *„magnetischer Widerstand“*, auch Ohm'scher magnetischer Widerstand, Reluktanz genannt,

z_m = „scheinbarer magnetischer Widerstand“, oder *„magnetische Impedanz“*.

Die Beziehung zwischen diesen Größen ist in Fig. 192, entsprechend der Fig. 149, dargestellt.

d. Für ein Stück eines magnetischen Kreises, zwischen dessen Enden die magnetische Spannung $\mathfrak{V}_m$ besteht, folgt in derselben Weise wie in 87

$$Q_{m_0} = \frac{\mathfrak{V}_{m_0}}{z_m},$$

wenn Q_m den magnetischen Induktionsfluß in dem Stück, z die magnetische Impedanz desselben bedeutet.

Daraus ergibt sich [vgl. 87 b] für eine Verzweigung eines oszillatorischen magnetischen Kreises der Satz: Die Amplitude des

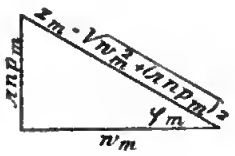


Fig. 192.

Induktionsflusses in den beiden Zweigen verhalten sich umgekehrt wie die magnetischen Impedanzen derselben.

112. Magnetischer Induktionsfluß und äußere MMK. Allgemeiner Fall.

a. Es werde an die Spule S_2 eine Leitung angeschlossen; Widerstand von Spule und Leitung sei w_2. Die äußere Leitung soll aber nicht induktionslos sein, sondern ein kräftiges magnetisches Feld erzeugen, dessen Induktionslinien nicht im Eisenring verlaufen. Das heißt aber, sie soll einen beträchtlichen Selbstinduktionskoeffizienten p_2 besitzen.

Zwar gilt dann noch

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{N_2}{v} \cdot Q_m',$$

d. h. $\mathcal{E}_2$ um 90° in der Phase gegen Q_m verspätet, und

$$\mathfrak{M}_i = \frac{N_2 i_2}{v},$$

d. h. $\mathfrak{M}_i$ gleichphasig mit i_2.

Es gilt aber nicht mehr

$$i_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{w_2}.$$

i_2 ist [86] nicht mehr gleichphasig mit $\mathcal{E}_2$, sondern in der Phase verspätet; außerdem ist seine Amplitude kleiner, als dem Wider-

stand w_2 entsprechen würde. Ist die Amplitude von i_2 bei induktionslosem Widerstand $[i_{20}]$, so ist jetzt

$$i_{20} = [i_{20}] \cdot \cos \varphi_2,$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \operatorname{tg} (i_2, \mathcal{E}_2) = \frac{\pi n p_2}{w_2} \text{ (vgl. Fig. 193).}$$

Es ist also jetzt $\mathfrak{M}_i$ nicht mehr um 90^0 gegen Q_m verschoben, sondern um $90^0 + \varphi_2$, so daß das Vektordiagramm für Q_m, $\mathfrak{M}_a$ und $\mathfrak{M}_i$ die Gestalt von Fig. 194 oder Fig. 195 (stark ausgezogene Linien) erhält.

b. Da das Δ OAB (Fig. 195) jetzt nicht mehr rechtwinklig ist, so ergeben sich für den Phasenwinkel $\sphericalangle (Q_m, \mathfrak{M}_a)$ und das Verhältnis

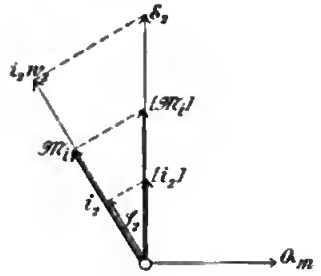


Fig. 193.

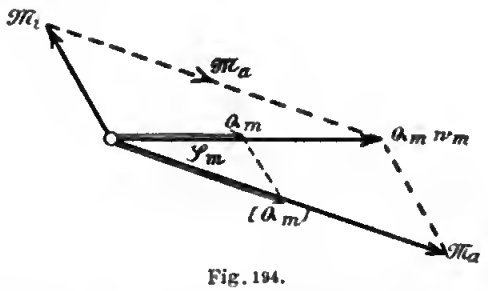


Fig. 194.

der Amplitude von Q_m und $\mathfrak{M}_a$ nicht mehr die einfachen Beziehungen wie in **111**.

Man kann aber die dortigen übersichtlichen Verhältnisse wieder herstellen in folgender Weise:

In Fig. 195 sind die Vektordiagramme von Fig. 191 und Fig. 194 vereinigt (die Buchstaben von Fig. 191 mit eckigen Klammern). Es ist

$$\begin{aligned} OB &= O[B] \cos \varphi_2 \\ &= \pi n p_m \cdot Q_{m0} \cos \varphi_2 \text{ (vgl. Fig. 191).} \end{aligned}$$

Man fälle nun von B das Lot BC auf die Verlängerung von OA. Dann ist

$$\begin{aligned} BC &= OB \cos \varphi_2 = \pi n p_m \cdot \cos^2 \varphi_2 \cdot Q_{m0} \\ OC &= OB \sin \varphi_2 = \pi n p_m \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \cdot Q_{m0}, \end{aligned}$$

also

$$AC = AO + OC = (w_m + \pi n p_m \cdot \sin \varphi_2 \cos \varphi_2) \cdot Q_{m0}.$$

Setzt man

$$w_m = w_m + \pi n p_m \cdot \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\pi n p_m = \pi n p_m \cdot \cos^2 \varphi_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

so wird

$$\begin{aligned} AC &= w_m \cdot Q_{m0} \\ BC &= \pi n p_m \cdot Q_{m0}. \end{aligned}$$

Die Beziehung zwischen Q_m und $\mathfrak{M}_a$ läßt sich nun statt durch das schiefwinklige Δ OAB durch das rechtwinklige Δ BAC (Fig. 196) darstellen und aus diesem folgt wie in **111**:

$$\left.\begin{aligned} Q_{m\,0} &= \frac{\mathfrak{M}_{a\,0}}{\mathfrak{z}_m} \\ \mathfrak{z}_m &= \sqrt{\mathfrak{w}_m{}^2 + (\pi\, n\, \mathfrak{p}_m)^2} \\ \operatorname{tg}(Q_m, \mathfrak{M}_a) &= \operatorname{tg} \varphi_m = \frac{\pi\, n\, \mathfrak{p}_m}{\mathfrak{w}_m} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (3)$$

c. Die Größen $\mathfrak{w}_m$ und $\pi\, n\, \mathfrak{p}_m$, durch deren Einführung sich formell die Beziehungen von **111** aufrecht erhalten ließen, spielen

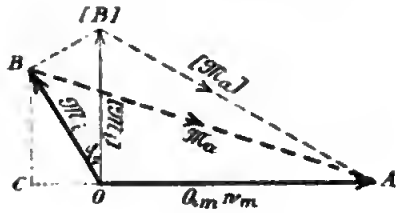


Fig. 195.

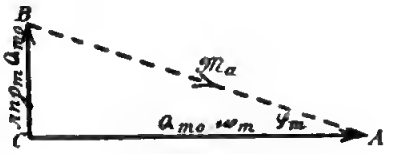


Fig. 196

durchaus die Rolle eines magnetischen Widerstands bezw. einer magnetischen Induktanz.

Vergleicht man ihren Wert [Gl. (1) und (2) oder Fig. 197] mit dem wirklichen magnetischen Widerstand $\mathfrak{w}_m$ und der magnetischen Induktanz $\pi\, n\, \mathfrak{p}_m$ von **111**, so kann man das Resultat auch so aussprechen:

Gegenüber dem Fall **111** hat der magnetische Widerstand des magnetischen Kreises eine scheinbare Vermehrung, die magnetische

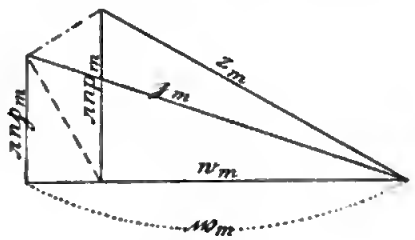


Fig 197.

Induktanz bezw. der magnetische Selbstinduktionskoeffizient desselben eine Verminderung erfahren.

113. Allgemeines Ergebnis.

a. Die Spule S_2 hat unter allen Umständen folgende Wirkung auf den magnetischen Kreis:

(1) Der Induktionsfluß Q_m wird gegen die äußere MMK $\mathfrak{M}_a$ um einen $\sphericalangle\, \varphi_m$ in der Phase verspätet.

(2) Die Amplitude des Induktionsflusses wird geschwächt.

Ist sie $= [Q_{m_0}]$, wenn S_2 nicht vorhanden oder nicht geschlossen ist, $= Q_{m_0}$, wenn an S_2 irgend eine Leitung angeschlossen wird, so gilt

$$Q_{m_0} = \eta \cdot [Q_{m_0}],$$

worin

$$\eta = \frac{w_m}{\delta_m}$$

gesetzt ist.

Die Beziehung zwischen Q_m und $[Q_m]$ drückt das Vektordiagramm Fig. 198 aus. In diesem ist der stumpfe Winkel bei Q_m im allgemeinen Falle $= 90^0 + \varphi_2$, unter den Bedingungen von **111** $= 90^0$ und dann $\eta = \cos \varphi_m$.

b. Man kann diese Tatsache auch so ausdrücken. Gleichgültig, ob der Fall von **111** oder derjenige von **112** vorliegt, jedenfalls kommt durch die Rückwirkung der Spule S_2 zu dem magnetischen Widerstand des Kreises noch eine magnetische Induktanz hinzu.

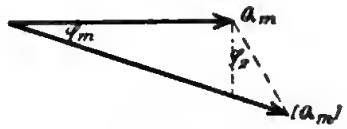


Fig. 198.

Dabei bleibt der magnetische Widerstand selbst ungeändert, wenn die magnetischen Induktionslinien des Stromkreises von S_2 alle dem magnetischen Kreis angehören. Ist das nicht der Fall, so ist die Folge auch eine Vermehrung des magnetischen Widerstands [**112** Gl. (1)].

114. Energieverhältnisse.

a. Im elektrischen Wechselstromkreis ist die pro Zeiteinheit verbrauchte Energie $= w i^2_{eff}$ [**43**].

Die während einer halben Periode dem Stromkreis entnommene und ihm wieder zurückgegebene Energie, der *„Energieaustausch"*, ist $= 1{,}2 \cdot p i^2_0$ [**41b** und **97**], in der Sekunde also

$$= \frac{1}{2} n p i_0^2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \pi n p \cdot i_0^2 = \frac{1}{\pi} \cdot \pi n p \cdot i^2_{eff}.$$

Es bestimmt sich also die verbrauchte Energie durch den Widerstand, die ohne Energieverlust umgesetzte Energie durch die Induktanz.

b. Im oszillatorischen magnetischen Kreis liegen die Verhältnisse gerade umgekehrt. Der Energieaustausch ist bedingt

durch den magnetischen Widerstand; die magnetische Induktanz ist ein Maß für den Energieverbrauch bezw. die nach außen abgegebene Energie.

c. Beim Beweis mögen die allgemeineren Verhältnisse von **112** vorausgesetzt werden. Der magnetische Kreis des Eisenrings besitzt im Moment, in welchem der Induktionsfluß Q_m in ihm herrscht, die Energie $\frac{1}{2} \cdot w_m \cdot Q_m^2$ [**41a**]. Die von ihm während einer halben Periode aufgenommene und auch wieder abgegebene Energie ist also $= \frac{1}{2} w_m \cdot Q_m^2{}_0$; also der Energieaustausch pro Sekunde

$$= n \cdot \frac{1}{2} w_m Q_m^2{}_0 = w_m \cdot n Q_m^2{}_{eff}{}^{68}).$$

Auf der anderen Seite ist im vorliegenden Fall die verbrauchte Energie identisch mit der an den Stromkreis von S_2 abgegebenen und von diesem verbrauchten, also [**95** und **96**]

$$= i_{2eff} \mathcal{E}_{2eff} \cdot \cos \varphi_2$$
$$= \frac{\mathcal{E}_2^2{}_{eff}}{z_2} \cdot \cos \varphi_2 = \frac{\mathcal{E}_2^2{}_{eff}}{w_2} \cdot \cos^2 \varphi_2 \text{ [86c].}$$

Nun ist nach **110c**

$$\mathcal{E}_{20} = \frac{N_2 \cdot \pi n}{v} \cdot Q_{m_0},$$

demnach die verbrauchte Energie

$$= \pi n \left[\frac{1}{v^2} \cdot \frac{N_2^2}{w_2} \cdot \cos^2 \varphi_2 \right] \cdot \pi n \, Q_m^2{}_{eff}.$$

Der Ausdruck in der Klammer ist [**112** Gl. (2) und **111** Gl. (2)] nichts anderes als p_m.

Es ist also die pro Sekunde verbrauchte Energie

$$= \pi n p_m \cdot \pi n Q_m^2{}_{eff}.$$

Dieser Ausdruck ist hauptsächlich deshalb wertvoll, weil er nicht nur im Falle von **112**, für den er abgeleitet wurde, sondern auch in allen denjenigen Fällen gilt, in welchen zwischen magnetischem Induktionsfluß Q_m und äußerer MMK $\mathcal{M}_a$ eine Beziehung von der Form der Gl. (3) in **112** besteht*). Wodurch die magnetische Induktanz und die Aenderung des magnetischen Widerstands veranlaßt ist, ob durch Ströme, welche der magnetische Kreis wie in **111** und **112** in einer Spule oder einem anderen Leiter induziert, oder durch Wirbelströme [**102**] im magnetischen Kreis selbst, ist gleichgültig.

*) Der Beweis ist an der Hand von **104a** leicht zu erbringen[69]).

§ 2. Verallgemeinerung.

115. Kurzgeschlossene Spule im magnetischen Wechselfeld.

a. Die Annahme, daß der magnetische Kreis durch einen geschlossenen Eisenring gebildet sei, war in **110** der Einfachheit wegen gemacht. Es ändert sich nur der Wert des magnetischen Widerstands w_m, wenn der Eisenring einen schmalen Schlitz erhält [**27 d**] und dieser von der Spule S_2 umschlossen wird (Fig. 199).

Auch dann repräsentiert der Innenraum der Spule außer seinem magnetischen Widerstand noch eine magnetische Induktanz von dem in **111** angegebenen Betrage. Dazu kann nach **112** noch eine Vermehrung des magnetischen Widerstands kommen, wenn nicht alle

Fig 199.

Fig. 200.

magnetischen Induktionslinien der Spule dem magnetischen Kreis des Eisenrings angehören (Fig. 200).

b. Der Eisenring spielt in dieser Anordnung keine andere Rolle. als die, dafür zu sorgen, daß alle Induktionslinien in der Richtung der Spulenachse durch die Spule hindurchtreten. Verschafft man sich annähernd dieselben Verhältnisse dadurch, daß man die Spule in ein beliebiges Wechselfeld bringt, aber die Achse parallel den Induktionslinien orientiert, so muß auch noch qualitativ dasselbe gelten.

Und stellt man endlich die Spule so in ein beliebiges Wechselfeld, daß die Achse nicht parallel den Induktionslinien liegt, so muß das Gesagte für die Komponente des Induktionsflusses in der Richtung der Spulenachse noch annähernde Gültigkeit haben.

Das Resultat ist also: Eine kurzgeschlossene Spule wirkt in einem beliebigen Wechselfelde so, als ob der Innenraum der Spule für die Komponente des Induktionsflusses in der Richtung der Spulenachse eine Vermehrung des magnetischen Widerstandes erfahren hätte. Diese Vermehrung besteht bei Spulen mit wenig Windungen vorwiegend darin, daß zu dem Ohm'schen magnetischen Widerstand noch eine magnetische Induktanz hinzutritt.

c. Die Größe dieser magnetischen Induktanz ist in dem speziellen Falle, wenn die Spule einen Eisenkern umgab, mitgeteilt worden. Es war [111 Gl. (2)]

$$\pi n p_m = \pi n \cdot \frac{1}{v^2} \cdot \frac{N^2}{w} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

wenn N Windungszahl und w elektrischer Widerstand der Spule ist. Der elektrische Selbstindnktionskoeffizient p einer Spule ist in diesem speziellen Falle [84 c]

$$p = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{N^2}{w_m},$$

wenn w_m den magnetischen Widerstand des Eisenkerns bedeutet. Die Einführung dieses Ausdrucks in Gl. (1) liefert

$$\pi n p_m = \pi n p \cdot \frac{w_m}{w} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

und als magnetische Impedanz

$$z_m = w_m \sqrt{1 + \left(\frac{\pi n p}{w}\right)^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Die Gleichungen (2) und (3), die nnr für den speziellen Fall, für den sie eben abgeleitet wurden, streng gelten, behalten noch annähernde Gültigkeit für Spulen in einem beliebigen magnetischen Wechselfeld [76]).

Anch in diesem Falle bestimmt sich die Amplitnde des magnetischen Induktionsflusses in der Richtung der Spulenachse so, als ob der magnetische Widerstand im Innern der Spule im Verhältnis $\sqrt{1 + \left(\frac{\pi n p}{w}\right)^2} : 1$ vermehrt worden wäre. Außerdem erleidet der magnetische Induktionsfluß durch die magnetische Indnktanz der Spule eine Phasenverschiebung.

116. Metallröhren im magnetischen Wechselfeld.

Es ändert sich in den Anordnungen von **111** und **112** und in denjenigen von Fig. 199 und 200 nichts Wesentliches, wenn an Stelle der Spule eine Metallröhre gesetzt wird, die den Eisenkern bezw. den Schlitz umgibt. Eine Röhre kann ja stets als eine Spule mit einer einzigen Windung bezw. mit einer Anzahl nebeneinander geschalteter Windungen aufgefaßt werden.

Die in der Röhrenwand induzierten Stromlinien müssen dann Kreise sein, deren Achse die Röhrenachse ist [38 a]. Für eine solche Strömung folgt aber aus **25**: es muß umso genauer, je dünnwandiger die Röhre ist, der elektrische Widerstand der Röhre

$$w = \frac{\text{Länge einer Stromlinie}}{\text{Leitvermögen} \times \text{Querschnitt}} = \frac{2\pi r}{\sigma \cdot l d} \quad [71])$$

sein, wenn r Radius, d Wandstärke, l Länge und σ Leitvermögen des Röhrenmetalls ist.

Die magnetische Induktanz des Innenraums der Röhre ergibt sich dann aus **111** Gl. (2) als

$$\pi n p_m = \frac{\pi n l}{v^2} \cdot \frac{d\sigma}{2\pi r},$$

d. h.: Metallröhren besitzen für ein magnetisches Wechselfeld in der Richtung ihrer Achse eine magnetische Induktanz, die bei genügend dünner Röhrenwand der Dicke und dem Leitvermögen der Röhre proportional ist.

117. Metallscheiben im magnetischen Wechselfeld.

In der Anordnung von Fig. 199 werde der Schlitz durch eine massive Metallscheibe ausgefüllt. Dann wird in derselben eine zyklische Strömung induziert [**38a**]. Die Rückwirkung dieser Strömung auf das magnetische Wechselfeld in der Scheibe bezw. dem Eisen-

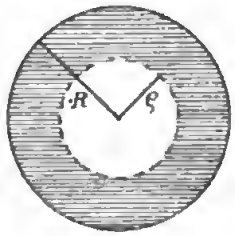


Fig. 201.

kern muß sich in genau derselben Weise äußern, wie die zyklische Strömung in der Spule [**111** u. **112**] oder Röhre [**116**]. Es muß unter allen Umständen zu dem magnetischen Widerstand der Scheibe noch eine magnetische Induktanz hinzukommen.

Allein nach dem Ergebnis von **112** ist zu erwarten, daß in diesem Fall auch noch eine Vermehrung des Ohm'schen magnetischen Widerstands erfolgen wird. Um das einzusehen, denke man sich aus der Metallscheibe vom Radius R einen Zylinder vom Radius ρ herausgeschnitten. Durch das magnetische Wechselfeld in diesem Zylinder wird dann in der in Fig. 201 schraffierten Röhre eine elektrische Strömung induziert [**38a**]. Die magnetischen Induktionslinien dieser Ströme [**30**] verlaufen aber durchaus nicht alle im Zylinder vom Radius ρ, sondern zum großen Teil auch außerhalb desselben in der in Fig. 201 schraffierten Röhre selbst.

Für den Induktionsfluß in dem Zylinder mit dem Radius ρ liegen also qualitativ die Verhältnisse von **112** vor: er muß außer seiner

magnetischen Induktanz auch noch einen vermehrten magnetischen Widerstand besitzen. Dasselbe muß dann aber auch für die ganze Metallscheibe gelten.

118. Beliebiger Leiter im magnetischen Wechselfeld.

a. Was in 117 von kreisförmigen Metallscheiben gezeigt wurde, muß qualitativ jedenfalls auch von beliebig begrenzten Metallplatten gelten. Sie müssen für die Induktionslinien eines magnetischen Wechselfelds, die senkrecht auf ihre Oberfläche auftreffen, bezw. die Komponente des Induktionsflusses senkrecht zu ihrer Oberfläche, eine bedeutende magnetische Impedanz repräsentieren, und zwar umso mehr, je größer cet. par. ihr Leitvermögen ist. Kupferplatten sind deshalb ein bequemes Mittel, um den Induktionslinien eines magnetischen Wechselfelds den Weg zu verlegen, um sie z. B. in irgend einem Körper, z. B. einem Eisenzylinder, zusammenzudrängen oder auch, um sie vom Eindringen in irgend einen Körper abzuhalten.

b. Qualitativ ähnliche Verhältnisse wird man aber wohl überall erhalten, wenn man Leiter beliebiger Form so in ein magnetisches Wechselfeld bringt, daß in ihnen Ströme induziert werden. Die Rückwirkung dieser Ströme wird im allgemeinen eine Schwächung und Phasenverschiebung des Induktionsflusses an der betreffenden Stelle zur Folge haben, d. h. die Leiter werden für die sie durchdringenden Induktionslinien eines magnetischen Wechselfelds einen erhöhten, zum Teil induktiven magnetischen Widerstand besitzen.

Obwohl die Größe dieses Widerstands für einen beliebig gestalteten Leiter nicht angegeben werden kann, so ist doch wahrscheinlich, daß er umso größer wird, je stärker die im Leiter induzierten Ströme sind. Diese werden aber unter sonst gleichen Umständen umso kräftiger, je größer cet. par. das Leitvermögen des Leiters und je größer die Wechselzahl des Wechselfelds und damit die induzierte EMK ist.

119. Experimentelle Bestätigung.

a. Ein Ring aus feinen Eisendrähten*), der eine mit Wechselstrom beschickte Wicklung trägt, ist an einer Stelle aufgeschnitten (Fig. 202). In dem Schlitze befinden sich in genau symmetrischer

*) Durchmesser des Ringes 30 cm, Dicke 5,5 cm, Breite des Schlitzes 11 cm.

Stellung zwei gleiche Spulen S_1 und S_2. Vor S_1 kann eine Kupferplatte*) oder eine kurzgeschlossene Spule**) geschoben werden.

Für diese Anordnung liefert die oben entwickelte Anschauung folgendes:

(1) Da die Kupferplatte oder kurzgeschlossene Spule eine Vermehrung des magnetischen Widerstands in dem Raume, den sie ausfüllt bezw. umschließt, hervorruft, so muß die Amplitude des Induktionsflusses durch S_1 geschwächt werden, wenn vor S_1 die Kupferplatte oder kurz geschlossene Spule geschoben wird (s. Fig. 202).

Dem entspricht der Versuch: ein an S_1 angeschaltetes Hitzdrahtvoltmeter zeigte, ehe die Platte oder Spule vor S_1 war, 36 Skalenteile, nachdem die Spule vor S_1 gebracht war, 29, und als die Platte vor S_1 stand, 17 Skalenteile.

(2) Da der Induktionsfluß durch S_2 zu demjenigen durch S_1 sich umgekehrt verhält wie die magnetische Impedanz, der die Induktions-

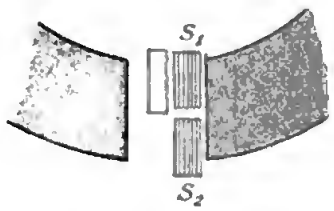


Fig. 202.

linien auf dem Wege durch S_2, zu der magnetischen Impedanz, der sie auf dem Wege durch S_1 begegnen [**111 d**], so muß eine vor S_1 geschobene Metallplatte oder kurzgeschlossene Spule eine Vermehrung des Induktionsflusses durch S_2 zur Folge haben, vorausgesetzt, daß der gesamte Induktionsfluß im Eisenring konstant gehalten wird.

Tatsächlich zeigt das an S_2 angeschlossene Voltmeter, ehe die Platte oder Spule vor S_1 steht, 36 Skalenteile, wenn die Spule vor S_1 ist, 37, und wenn die Platte sich vor S_1 befindet, 39 Skalenteile. Daß diese Zahlen quantitativ mit denjenigen von (1) nicht übereinstimmen, kann nicht auffallen, wenn man bedenkt, daß es sich bei dieser Anordnung keineswegs um eine einfache Verzweigung des gesamten Induktionsflusses zwischen S_1 und S_2 handelt, wie es **111 d** voraussetzt.

(3) Da der magnetische Widerstand der Spule und Platte jeden-

*) Dicke 3,5 cm.

**) Fünf parallele Kreise aus Kupferdraht von 5 mm Durchmesser. Radius der Kreise 4,5 cm.

falls zum Teil induktiv ist, so muß der Induktionsfluß durch S_1 gegen denjenigen durch S_2 in der Phase verschoben sein, wenn vor S_1 die Kupferplatte oder Spule steht. Die Phasenverschiebung muß größer sein, wenn die Spule sich vor S_1 befindet, da diese nach **115 b** vorwiegend induktiven magnetischen Widerstand besitzt, ohne gleichzeitig den Ohm'schen magnetischen Widerstand stark zu vermehren. Sie muß relativ klein sein, dafür aber der Unterschied in der Amplitude der Induktion relativ groß, wenn die Kupferplatte vor S_1 ist, da diese nicht nur induktiven magnetischen Widerstand liefert, sondern auch den Ohm'schen magnetischen Widerstand bedeutend vermehrt [**117**].

Auch das läßt sich leicht nachweisen. Man schließt an S_1 und S_2 je ein Paar gleicher Spulen in der Anordnung von Fig. 64 an [**60**]. Auf dem Schirm der Röhre erscheint dann Fig. 203, Strom in S_1 und S_2 gleichphasig, wenn weder Metallplatte noch Spule vor S_1 steht;

Fig. 203.

Fig. 204.

Fig. 205.

Fig. 204, relativ geringe Phasenverschiebung, großer Unterschied in der Amplitude, wenn die Metallplatte, Fig. 205, größere Phasenverschiebung, aber geringerer Unterschied in der Amplitude, wenn die kurzgeschlossene Spule sich vor S_1 befindet.

b. Sog. *elektromagnetische Schirmwirkung.* Die Eigenschaft von Spulen, Röhren, Metallplatten etc., den Induktionslinien eines magnetischen Wechselfelds in der Richtung ihrer Achse eine hohe magnetische Impedanz entgegenzusetzen, wird häufig als *„Schirmwirkung"* bezeichnet.

Zur Illustration dieser Eigenschaft dient gewöhnlich etwa der folgende Versuch (Fig. 206):

Die schon bei den Versuchen von **45 a** verwendete Spule S_1 (Fig. 206) mit einem Kern aus feinen Eisendrähten wird mit Wechselstrom beschickt. Nahe dem Ende derselben befindet sich eine zweite Spule S_2 mit vielen Windungen, die an eine kleine Glühlampe angeschlossen ist. Wird der Strom durch S_1 geschlossen, so leuchtet die Glühlampe hell: die von S_1 erzeugten magnetischen Induktions-

linien oszillieren in großer Dichte durch die Spule S_2 hindurch und induzieren dort eine kräftige EMK.

Wird nun eine Kupferplatte P oder kurzgeschlossene Spule zwischen S_1 und S_2 geschohen, so erlischt die Glühlampe fast vollständig: durch die große magnetische Impedanz, welche die Kupferplatte und kurzgeschlossene Spule*) für das Wechselfeld besitzt, wird der Induktionsfluß durch S_2 auf ein Minimum reduziert.

In diesem Fall hat die Bezeichnung „Schirmwirkung", die Anschauung, daß die Kupferplatte die Spule S_2 gegen die aus der

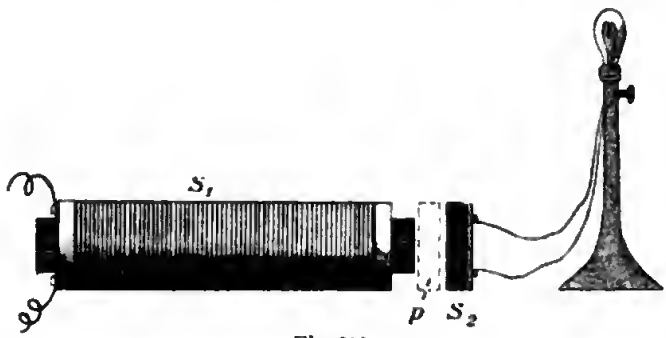


Fig. 206.

Spule S_1 austretenden magnetischen Induktionslinien schirme, manches für sich. Es sprechen gegen diese Anschauung aber folgende Bedenken:

(1) Auch wenn man die Kupferplatte von der Spule S_1 aus gesehen hinter die Spule S_2 stellt, brennt die Glühlampe sehr viel weniger hell**). Das ist bei der Anschauung, daß die Kupferplatte eine sehr hohe magnetische Impedanz besitze, selbstverständlich, bei der Anschauung einer Schirmwirkung in hohem Maße auffallend.

(2) Unter den in **a** beschriebenen Versuchen hätte die Anschauung der Schirmwirkung nur für den Versuch **a** (1) eine Erklärnng geliefert.

*) Dimensionen in den Fußnoten von S. 194. Ein einfacher Ring aus Kupferdraht von 1 mm Radius übt keine merkbare Wirkung aus, da bei ihm der Widerstand relativ zur Induktanz zu groß ist, als daß die magnetische Impedanz des Ringes [115 c] einen bedeutenden Betrag bekommen könnte. Ebenso wenig geht der Versuch mit einer dünnen Scheibe aus Zinkblech (Dicke 1,5 mm, Radius 14 cm).

**) Ersetzt man die Glühlampe durch ein Voltmeter, so zeigte dasselbe z. B. in einem Versuch:

Kupferplatte nicht vorhanden	: 42	Volt
„ vor S_2	: 3,5	„
„ hinter S_2	: 28	„

(3) Es gibt eine von den besprochenen durchaus verschiedene Erscheinung, für welche die Bezeichnung „Schirmwirkung" ebenfalls gebräuchlich und tatsächlich zutreffend ist. Auf diese letztere Erscheinung, die erst später Besprechung finden wird, soll im folgenden die Bezeichnung elektromagnetische Schirmwirkung beschränkt werden.

120. Scheinbare Reflexion von magnetischen Induktionslinien.

Die Anordnung von **119b** soll in folgender Weise abgeändert werden[72]). Die Glühlampe wird durch ein Hitzdrahtvoltmeter (ohne Vorschaltwiderstand) ersetzt. Die Spule S_2 wird so in das magnetische Feld der Spule S_1 gestellt, daß ihre Ebene möglichst mit der Richtung der magnetischen Induktionslinien zusammenfällt, also keine magnetischen Induktionslinien durch S_2 hindurchtreten (vgl. Fig. 207), demgemäß keine EMK in S_2 induziert wird, das Voltmeter keinen Ausschlag zeigt. Nun werde die Kupferplatte, so wie es in Fig. 207 angegeben ist, in das Feld gestellt: sofort zeigt sich ein Ausschlag im Voltmeter, bei einem Versuch z. B. 17 Skalenteile. Es müssen also jetzt magnetische Induktionslinien durch die Spule S_2 hindurchtreten.

Der Grund dafür ist der, daß in der Kupferplatte durch das magnetische Wechselfeld Ströme induziert werden; die magnetischen

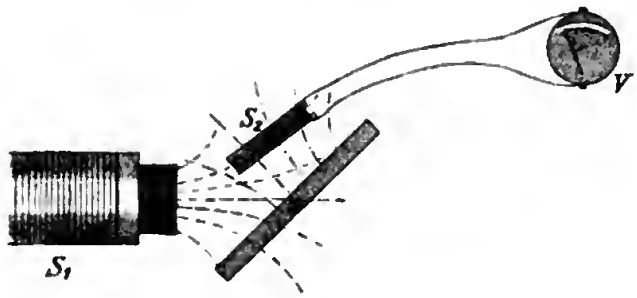


Fig. 207.

Induktionslinien dieser Ströme (in Fig. 207 strichpunktiert) gehen durch die Spule S_2 hindurch.

Die Wirkung aber ist dieselbe, wie wenn die magnetischen Induktionslinien an der Kupferplatte reflektiert würden. Tatsächlich hat aber der Vorgang nach dem Gesagten mit der Reflexion elektromagnetischer Wellen nichts zu tun.

§ 3. Metallzylinder im magnetischen Wechselfeld.

Besondere Besprechung verdient der Fall, daß ein Metallzylinder sich in einem — ohne Vorhandensein des Metallzylinders — homogenen magnetischen Feld befindet, dessen Richtung der Achse des Zylinders parallel ist. Das läßt sich annähernd realisieren dadurch, daß man einen geraden Metallzylinder als Kern in eine mit Wechselstrom beschickte Spule mit gerader Achse bringt [32 d].

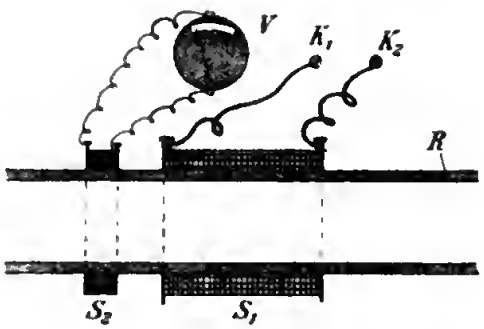


Fig. 208.

Es trifft auch sehr annähernd zu, wenn man einen geschlossenen Metallring mit einer Wicklung versieht und durch diese einen Wechselstrom schickt, vorausgesetzt, daß der Radius des Ringes groß ist gegen seine Dicke [32 e].

121. Versuch.

a. Eine gerade Spule S_1 wird an die Wechselstromklemmen K_1 und K_2 angeschlossen. Als Kern besitzt dieselbe eine Eisenröhre R, auf welcher sich eine zweite Spule, S_2, befindet, die mit einem Hitzdrahtvoltmeter V von hohem Widerstand verbunden ist (Fig. 208). Wird Wechselstrom durch S_1 geschickt, so zeigt das Voltmeter 115 Volt: durch den Strom in S_1 wird in der Eisenröhre ein zylindrisches magnetisches Feld erregt, welches in S_2 eine EMK induziert.

Nun werde in den Innenraum der Röhre ein massiver Eisenkern hineingebracht. Man sollte dann erwarten, daß dadurch die Amplitude des magnetischen Induktionsflusses in S_1 und S_2 und damit der Ausschlag des Voltmeters bedeutend größer wird, da durch das Einführen des Eisenkerns der magnetische Widerstand im Innern von S_1 und S_2 bedeutend kleiner geworden sein muß [27]. Tatsächlich zeigt aber der Versuch durchaus keine merkbare Aenderung des Ausschlags am Voltmeter. Das heißt: die Amplitude des mag-

netischen Induktionsflusses durch S_1 und S_2 kann durch das Einführen des Eisenkerns nicht größer geworden sein.

b. Woran das liegt, geht aus folgendem Versuch hervor. Man wickle auf den Eisenkern eine Lage dünnen isolierten Kupferdrahts, schließe die beiden Enden desselben an das Voltmeter an und bringe nun den Eisenkern mit Wicklung in die Eisenröhre hinein (Fig. 209). Das Voltmeter zeigt durchaus keinen Ausschlag, wenn der Strom durch S_1 geschlossen wird, selbst dann nicht, wenn es ohne Vorschaltwiderstand gebraucht und demgemäß sehr empfindlich ist (1 Skalenteil = 0,1 Volt). Das heißt aber: die in der Wicklung des massiven Eisenkernes induzierte EMK und demnach auch die Amplitude des Induktionsflusses in dem massiven Eisenkerne muß außerordentlich klein sein*).

c. Dasselbe muß auch eintreten, wenn der Eisenkern und die Röhre zu einem einzigen massiven Zylinder verbunden sind. Denn

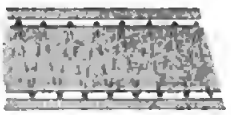


Fig. 209.

durch diese Verbindung wird weder an dem magnetischen noch auch an dem dadurch induzierten elektrischen Feld etwas geändert. Das magnetische Feld ist aus Symmetriegründen ein zylindrisches, das dadurch induzierte elektrische ein zyklisches [**38a**], sowohl wenn der Kern und die Röhre getrennt, als wenn sie verbunden sind; die Trennungsschicht wird also durch keine Induktionslinien durchsetzt. Der Kern behält also auch nach der Vereinigung seine magnetischen Induktionslinien und seine Stromlinien, ebenso die Röhre die ihrigen.

Da im Falle eines stationären Stromes in S_1 das magnetische Feld im Innenraum jedenfalls annähernd homogen wäre [**32d**], so muß die Verteilung der magnetischen Induktionslinien bei oszillatorischem Strom eine ganz andere, insbesondere das magnetische Feld im Innern fast unmerklich sein.

122. Notwendigkeit einer ungleichförmigen Verteilung der magnetischen Induktion.

a. Daß sich überhaupt ein Unterschied zwischen stationärem und oszillatorischem Feld ergab, ist ganz allgemein darin begründet,

*) Wenn der massive Zylinder mit seiner Wicklung sich ohne die Eisenröhre im Innern der Spule S_1 befindet, so zeigt das Voltmeter 30 Volt.

daß bei stationärem Zustand das magnetische Feld ausschließlich durch den Strom in der Spule S_1 bestimmt ist. Bei oszillatorischem Feld werden aber in dem Eisenzylinder selbst Ströme induziert: das magnetische Feld hängt nicht mehr ausschließlich von dem Strom in der Spule S_1, sondern auch von diesen induzierten Strömen ab.

b. Für die Behandlung der Frage, warum durch diese Ströme die magnetische Induktion ungleichförmig wird, soll angenommen werden, daß der Eisenzylinder (Radius r) nicht gerade, sondern zu einem Ring von dem gegen r sehr großen Radius R gebogen und mit der Spule S_1 bewickelt sei. Ein kurzes Stück des Eisenrings darf dann doch als ein geradliniger Zylinder, das magnetische Feld in ihm als ein zylindrisches, das dadurch induzierte Stromfeld als ein zyklisches betrachtet werden*).

Aus dem Eisenzylinder denke man sich zwei sehr dünnwandige Röhren mit den Radien r_1 und r_2 (Fig. 210) herausgeschnitten und die

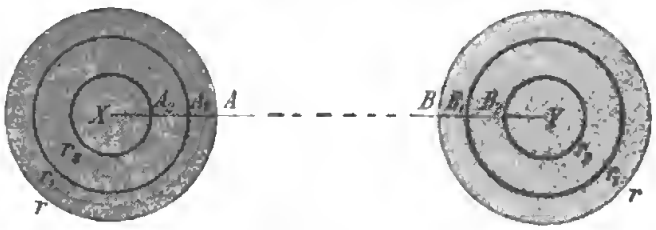


Fig. 210

Wandstärken derselben (d_1 und d_2) so bemessen, daß der Querschnitt q der beiden Röhren derselbe ist $\left(\frac{d_1}{d_2} = \frac{r_2}{r_1}\right)$. Gleich ist dann für beide Röhren einmal der magnetische Widerstand w_m und dann die von dem Strom in S_1 herrührende äußere MMK $\mathfrak{M}_a$. Verschieden aber ist bei beiden Röhren die induzierte MMK $\mathfrak{M}_{i_1}$ und $\mathfrak{M}_{i_2}$, welche durch die im Eisenring induzierte Strömung erzeugt wird. Denn $\mathfrak{M}_{i_1}$ bestimmt sich durch die Anzahl Stromlinien Q_{s_1}, welche durch die Röhre r_1 hindurchtreten**), d. h. die

*) Die Resultate, die sich für den zum Ring gebogenen Zylinder ergeben, gelten streng auch noch für einen unendlich langen geradlinigen Zylinder und mit größter Annäherung für die mittleren Partieen eines genügend langen geradlinigen Zylinders [vgl. **32 d**].

**) Das ist in folgender Weise zu verstehen. Man lege durch die Mitte des Eisenrings eine Ebene (Querschnitt in Fig. 210 XY). Diese schneidet aus den Röhren r_1 und r_2 Kreise aus, deren Querschnitte in Fig. 210 die Punkte $A_1 B_1$ bezw. $A_2 B_2$ sind. Q_{s_1} (bezw. Q_{s_2}) ist dann die Anzahl Stromlinien, welche durch

Stromlinien, welche in dem Raume zwischen der Röhre r_1 und der Ringoberfläche verlaufen, $\mathfrak{M}_{i_2}$ durch die Stromlinien Q_{s_2}, welche von der Röhre r_2 umspannt werden. Q_{s_1} und Q_{s_2} unterscheiden sich aber um die Zahl von Stromlinien Q_s, welche in dem Raum zwischen den beiden Röhren r_1 und r_2 sich befinden.

Es ist also [31 a]

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{M}_{i_1} &= \frac{1}{v} Q_{s_1} \\ \mathfrak{M}_{i_2} &= \frac{1}{v} Q_{s_2} = \frac{1}{v} (Q_{s_1} + Q_s) = \mathfrak{M}_{i_1} + \frac{1}{v} Q_s \end{aligned}\right| \quad . \; . \; (1)$$

Für den magnetischen Induktionsfluß (Q_{m_1} bezw. Q_{m_2}) in den beiden Röhren gilt [110 Gl. (3)]

$$\left.\begin{aligned} Q_{m_1} \cdot w_m &= \mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_{i_1} \\ Q_{m_2} \cdot w_m &= \mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_{i_2} = \mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_{i_1} + \frac{1}{v} Q_s \end{aligned}\right| \quad . \; . \; (2)$$

Bezeichnet man ferner mit $\mathfrak{M}_1$ und $\mathfrak{M}_2$ die magnetische Induktion im Abstand r_1 und r_2 von der Achse, so ist

$$Q_{m_1} = q\,\mathfrak{M}_1; \; Q_{m_2} = q\,\mathfrak{M}_2$$

und es folgt aus den Gleichungen (2)

$$\frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{M}_1} = \frac{\mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_{i_1} + \frac{1}{v} Q_s}{\mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_{i_1}}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3)$$

d. h. die magnetische Induktion im Abstand r_1 und r_2 ist verschieden, und zwar unter sonst gleichen Umständen umso mehr, je größer Q_s ist.

123. Einfluß von Leitvermögen, Permeabilität und Wechselzahl.

Die Anzahl Stromlinien Q_s, welche in dem Raume zwischen den Röhren mit den Radien r_1 und r_2 verlaufen, bestimmt sich in folgender Weise.

Es sei ρ der Radius einer Stromlinie, $\mathfrak{S}$ die EMK, E die elektrische Feldintensität und $\mathfrak{S}$ die Strömung längs derselben. Dann ist

$$\mathfrak{S} = -\frac{1}{v} Q_m' \; [37\,c],$$

---

den Kreis $A_1 B_1$ (bezw. $A_2 B_2$) hindurchgehen (im Sinne von 31 a). Der kurze Ausdruck oben rechtfertigt sich dadurch, daß wegen der zyklischen Form des Stromfeldes dieselbe Anzahl Stromlinien durch jeden beliebigen Kreis hindurchgeht, den man parallel der Ringebene auf den Röhren r_1 bezw. r_2 zieht.

wenn Q_m die Anzahl magnetischer Induktionslinien ist, welche durch die Stromlinie hindurchtreten. Ferner ist

$$\mathfrak{S} = 2\pi\rho \,.\, E \;[4],$$
$$\mathfrak{S} = \sigma E \;[22],$$

also

$$\mathfrak{S} = -\frac{1}{v} \,.\, \frac{\sigma}{2\pi\rho} \,.\, Q_m'. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Daraus folgt:

a. Da die Strömung längs irgend einer Stromlinie dem Leitvermögen σ des Zylinders proportional ist, so muß auch die Gesamtzahl Q_s der Stromlinien in dem Raum zwischen den Röhren r_1 und r_2 unter sonst gleichen Umständen dem Leitvermögen proportional werden.

b. Für die Amplitude der Strömung $\mathfrak{S}$ längs irgend einer Stromlinie ergibt Gl. (1) und **66**

$$\mathfrak{S}_0 = \frac{1}{v} \,.\, \frac{\pi n \sigma}{2\pi\rho} \,.\, Q_{m0};$$

sie wird unter sonst gleichen Umständen der Wechselzahl proportional. Es muß also auch die Amplitude von Q_s durch die Wechselzahl bedingt sein.

c. Endlich ist der magnetische Induktionsfluß Q_m durch eine Stromlinie bei derselben magnetischen Feldintensität der Permeabilität des Ringes proportional. Es muß also auch die Permeabilität für die Größe von Q_s und damit für die Verteilung der magnetischen Induktion auf dem Querschnitt des Zylinders eine Rolle spielen.

124. Verteilung der magnetischen Induktion. Allgemeines.

Es geht aus den Ueberlegungen von **123** hervor, daß die Verteilung der magnetischen Induktion auf einem Querschnitt umso weniger gleichförmig wird, je größer das Produkt aus Leitvermögen, Permeabilität und Wechselzahl ist. Wie aber die Verteilung von diesem Produkt abhängt, kann elementar nicht entwickelt werden.

Die Theorie ergibt allgemein das folgende [73]).

a. Die Amplitude der magnetischen Induktion ist am größten an der Oberfläche des Zylinders und nimmt nach der Achse zu kontinuierlich ab*). In der Phase ist

*) Sehr häufig wird gesagt, durch die induzierte Strömung werden die magnetischen Induktionslinien aus dem Innern des Zylinders an die Oberfläche gedrängt. Das wäre richtig, wenn die magnetischen Induktionslinien an der Oberfläche durch die induzierte Strömung dichter würden als

die magnetische Induktion im Innern gegenüber derjenigen an der Oberfläche verzögert, und zwar nimmt die Phasenverschiebung nach dem Innern des Zylinders kontinuierlich zu.

b. Der Einfluß des Leitvermögens σ, der Permeabilität μ und Wechselzahl n auf Amplitude und Phase der magnetischen Induktion im Zylinder macht sich nur insofern geltend, als dadurch der Betrag einer einzigen Größe $\varkappa$ bedingt ist. Diese Größe $\varkappa$ ist definiert durch

$$\varkappa = r \sqrt{\frac{\pi n \sigma \mu}{8 v^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

(r Radius des Rings bezw. Zylinders).

Für die numerische Berechnung empfiehlt es sich die Gl. (1) zu schreiben

$$\varkappa = t \, . \, r \sqrt{n}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

wo

$$t = \sqrt{\frac{\pi \sigma \mu}{8 v^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

nur vom Material des Zylinders abhängt und für die wichtigsten Materialien aus Tabelle IV am Schluß des Buches entnommen werden kann.

125. Verteilung der magnetischen Induktion: I. Grenzfall.

Einfache Formeln für die Verteilung der magnetischen Induktion auf einem Zylinderquerschnitt liefert die Theorie nur für zwei Grenzfälle, wenn nämlich $\varkappa$ eine große oder sehr kleine Zahl ist.

Ist $\varkappa$ **groß** gegen 1, mindestens = 6, so besteht zwischen der Amplitude $\mathfrak{M}_1$ der magnetischen Induktion an der Oberfläche des Zylinders und derjenigen ($\mathfrak{M}_\beta$) in der Tiefe β cm unter der Oberfläche die Beziehung

$$\frac{\mathfrak{M}_\beta}{\mathfrak{M}_1} = e^{-\frac{2\varkappa}{r} \cdot \beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

---

ohne Vorhandensein dieser Strömung. Daß dies nicht der Fall ist, geht aus **122** Gl. (1) hervor: Man denke sich den Radius der Röhre r_1 so lange wachsen, bis er gleich r wird. Dann wird die Anzahl Stromlinien Q_{s_1}, die zwischen der Ringoberfläche und der Röhre verlaufen, schließlich Null und es gilt dann für den Indnktionsfluß Q_{m_1} in der Röhre (bezw. an der Oberfläche) [**122** Gl. (1) und (2)] $Q_{m_1} \, . \, w_m = 2\Re_a$, d. h. aber: der Induktionsfluß an der Oberfläche bestimmt sich wie bei stationärem Feld. Die magnetischen Induktionslinien sind dort also nicht dichter, sondern genau ebenso dicht, wie wenn die induzierte Strömung im Innern nicht vorhanden wäre.

Die Formel setzt aber voraus, daß β sehr klein gegen r ist, stellt nur für die Oberflächenschicht das Verhältnis $\frac{\mathfrak{M}_\beta}{\mathfrak{M}_1}$ und damit die magnetische Induktion genügend richtig dar*).

a. Für welchen Zylinderradius die Bedingung für die Gültigkeit dieser Formel, $\varkappa$ mindestens $= 6$, erfüllt ist, hängt von der Wechselzahl und dem Material (der Größe **f** [**124 b**]) ab. Auf dem Gebiet der technischen Wechselzahlen, $n = 100/_{sec.}$, ist für Eisen mittlerer Permeabilität ($\mu : \mu_0 = 1000$) und mittlerem Leitvermögen ($\sigma : \sigma_{Hg} = 8$)

$$\varkappa = 6{,}5 \cdot r,$$

für Kupfer

$$\varkappa = 0{,}54 \cdot r.$$

Daraus folgt: Die Gl. (1) stellt die magnetische Induktion im Gebiete der technischen Wechselzahlen richtig dar für Eisenzylinder von mindestens 1 cm, für Kupferzylinder von mindestens 12 cm Radius.

b. Ein anschauliches Bild davon, wie die Amplitude der magnetischen Induktion von der Oberfläche eines Zylinders nach dem Innern abnimmt, erhält man, wenn man $\mathfrak{M}_\beta : \mathfrak{M}_1$ nach Gl. (1) durch eine Kurve darstellt, als deren Abszissen die Werte von β, als deren Ordinaten die Werte von $\frac{\mathfrak{M}_\beta}{\mathfrak{M}_1}$ aufgetragen werden.

Die Ordinaten dieser Kurve müssen nach Gl. (1) einer Potenz von e proportional sein, deren Exponent der betreffenden Abszisse (β) proportional ist. Solche Kurven nennt man *„Exponentialkurven"*. Sie treten im Gebiet der elektromagnetischen Schwingungen an den verschiedensten Stellen auf**). Ihre Konstruktion ist mit Hilfe der Tabelle XV am Schluß des Buches ohne Rechnung möglich.

c. In Fig. 211 ist die Kurve für die Abnahme der magnetischen Induktion ($\mathfrak{M}_\beta : \mathfrak{M}_1$) unter der Annahme einer Wechselzahl $100/_{sec.}$ angegeben, und zwar für Eisen ($\mu : \mu_0 = 1000$ $\sigma : \sigma_{Hg} = 8$) und für Kupfer.

Die Kurve für Eisen zeigt, daß bei Eisenzylindern, deren Radius größer als 1 cm [**a**] ist, das magnetische Feld praktisch auf eine äußerst dünne Oberflächenschicht beschränkt bleibt. Eine experimen-

*) Ist $\beta : r = 0{,}1$, so wird der Fehler, der von dieser Seite herrührt, ca. 5%. Auf eine Oberflächenschicht, deren Dicke $= 1/_{10}$ des Radius ist, kann die Formel also eben noch angewandt werden.

) Schon die Kurven in **93, Fig. 166, können unmittelbar aus Exponentialkurven abgeleitet werden.

telle Bestätigung dieses Ergebnisses enthielt der Versuch **121**; er bewies, daß die Eisenröhre mit Eisenkern, die sich nach **121 c** wie ein massiver Eisenzylinder verhält, tatsächlich im Innern ein merkbares magnetisches Feld nicht besaß.

Man nennt diese Erscheinung häufig *„Randwirkung. Hautwirkung* oder *Skin-Effekt“*.

d. Bemerkenswert an der Beziehung Gl. (1) ist das folgende. Da $\varkappa_1 r = f\sqrt{n}$. [**124** Gl. (2)] nur vom Material und der Wechselzahl abhängt, so muß bei demselben Material und derselben Wechselzahl auch die magnetische Induktion $\mathfrak{M}_\beta$ relativ zu derjenigen $\mathfrak{M}_1$ an der Oberfläche in derselben Tiefe β dieselbe sein, gleichgültig,

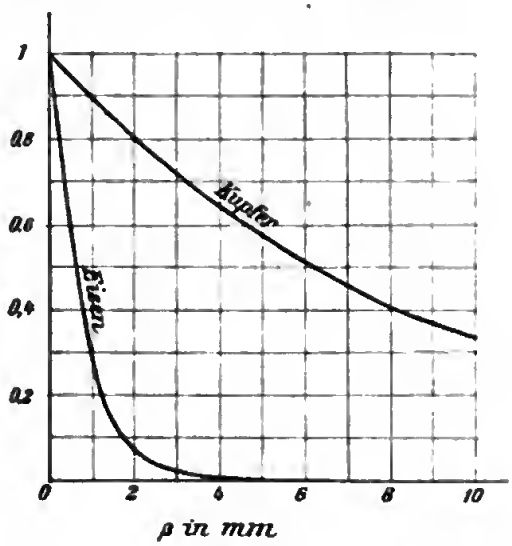


Fig. 211.

wie groß der Radius r des Zylinders ist — vorausgesetzt, daß die Bedingung für die Gültigkeit von Gl. (1) erfüllt ist [**a**]. Bei Eisen z. B. und einer Wechselzahl von $100/_{sec.}$ ist in der Tiefe 1 mm unter der Oberfläche die magnetische Induktion ca. $^1/_4$ derjenigen an der Oberfläche (vgl. Fig. 211), gleichgültig, ob der Radius des Zylinders 1 cm oder 10 cm ist. Die Kurve in Fig. 211 stellt die Abnahme der magnetischen Induktion für den einen Fall so gut dar wie für den anderen.

Die Verhältnisse gewinnen ein wesentlich anderes Aussehen, wenn man sich fragt: wie verhält sich die Abnahme der Induktion relativ zum Radius? Von diesem Standpunkt aus würde in dem eben angezogenen Beispiel das Ergebnis lauten: Bei einem Eisenzylinder von 1 cm Radius ist die magnetische Induktion $^1/_4$ derjenigen an der

Oberfläche erst in einer Tiefe von $^1/_{10}$ des Radius, bei einem Eisenzylinder von 10 cm schon in einer Tiefe von $^1/_{100}$ des Radius. Trägt man demnach als Abszissen die Tiefe β als Teil des Radius, d. h. die Werte β/r auf, so werden die Kurven für $\mathfrak{M}_\beta/\mathfrak{M}_1$ ganz verschieden für verschiedene Zylinderradien r. In Fig. 212 sind die Kurven für Eisenzylinder ($\mu : \mu_0 = 1000$, $\sigma : \sigma_{Hg} = 8$) und einem Zy-

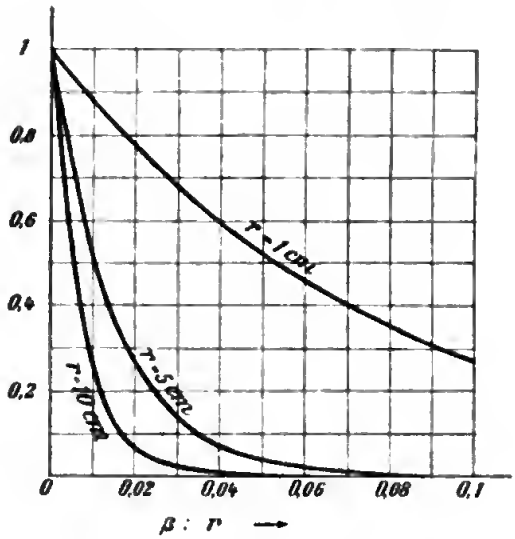


Fig. 212.

linderradius von 1, von 5 und von 10 cm gezeichnet. Die Kurven zeigen unmittelbar: die Abweichung von der gleichförmigen Verteilung der magnetischen Induktion ist unter sonst gleichen Umständen umso größer, je größer der Radius des Zylinders ist.

126. Verteilung der magnetischen Induktion. II. Grenzfall.

$\varkappa$ beträchtlich kleiner als 1.

a. Dann gilt annähernd

$$\frac{\mathfrak{M}_\varrho}{\mathfrak{M}_2} = 1 + \varkappa^4 \left(\frac{\varrho}{r}\right)^4$$

($\mathfrak{M}_\varrho$ = Amplitude der magnetischen Induktion im Abstand ϱ von der Zylinderachse, $\mathfrak{M}_2$ dasselbe in der Achse).

Daraus folgt für die Amplitude $\mathfrak{M}_1$ der magnetischen Induktion an der Oberfläche

$$\frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_2} = 1 + \varkappa^4.$$

Da $\varkappa$ beträchtlich kleiner als 1 vorausgesetzt wurde, so muß $\varkappa^4$ noch kleiner als $\varkappa$ sein. Der Unterschied zwischen der Amplitude der magnetischen Induktion an der Oberfläche und derjenigen in der Achse ist unbedeutend, die Verteilung der magnetischen Induktion nahezu gleichförmig auf dem ganzen Querschnitt.

b. Setzt man die technische Wechselzahl $n = 100/_{sec.}$ voraus, so gilt die obige Beziehung für Eisendrähte ($\mu : \mu_0 = 1000$, $\sigma : \sigma_{Hg} = 8$) bei einem Radius von etwa $^1/_2$ mm an abwärts. Ist $r = 0{,}1$ cm, so wird [125a] $\varkappa = 0{,}65$, $\varkappa^4 = 0{,}18$, also

$$\frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_2} = 1{,}18.$$

Bei $r = 0{,}05$ cm aber wird $\varkappa = 0{,}32$, $\varkappa^4 = 0{,}010$, also

$$\frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_2} = 1{,}01.$$

Der Unterschied zwischen der magnetischen Induktion an der Oberfläche und derjenigen in der Achse beträgt im letzteren Falle nur 1%, kommt also praktisch nicht in Betracht.

Bei Eisendrähten also von einem halben Millimeter Radius an abwärts darf im Gebiet der technischen Wechselzahlen die magnetische Induktion als gleichförmig über den Querschnitt verteilt betrachtet werden.

127. Magnetischer Widerstand und magnetische Induktanz von Metallzylindern in magnetischen Wechselfeldern.

Mehr als die Verteilung der magnetischen Induktion auf einem Querschnitt eines Zylinders interessiert gewöhnlich der gesamte magnetische Induktionsfluß Q_m durch einen Zylinderquerschnitt.

Die Theorie zeigt, daß man diesen gesamten Induktionsfluß in seiner Abhängigkeit von der äußeren MMK $\mathfrak{M}_a$ durch Gleichungen derselben Form wie diejenigen in **112b** darstellen kann.

$$\left.\begin{aligned} Q_{m_0} &= \frac{\mathfrak{M}_{a_0}}{\mathfrak{z}_m} \\ \mathfrak{z}_m &= \sqrt{\mathfrak{w}_m^2 + (\pi n \mathfrak{p}_m)^2} \\ \operatorname{tg}(Q_m, \mathfrak{M}_a) &= \frac{\pi n \mathfrak{p}_m}{\mathfrak{w}_m} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Die Größen $\mathfrak{w}_m$ und $\pi n \mathfrak{p}_m$ spielen darin durchaus die Rolle eines magnetischen Widerstands bezw. einer magnetischen Induktanz; es

soll deshalb $\pi n \mathfrak{p}_m$ als magnetische Induktanz, $\mathfrak{w}_m$ als „*effektiver*" magnetischer Widerstand*) des Zylinders für die betreffende Wechselzahl bezeichnet werden.

a. Bezüglich der Größe von $\mathfrak{w}_m$ und $\pi n \mathfrak{p}_m$ ist folgendes von vornherein wahrscheinlich:

(1) Würden im Metallzylinder keine Ströme induziert, so würden für den magnetischen Induktionsfluß die Beziehungen von **27** gelten, d. h. es wäre

$$\mathfrak{w}_m = w_m; \quad \pi n \mathfrak{p}_m = 0.$$

Daß tatsächlich $\mathfrak{w}_m$ von w_m und $\pi n \mathfrak{p}_m$ von Null verschieden ist, rührt von den induzierten Strömen und ihrer magnetischen Wirkung her. Es ist deshalb anzunehmen, daß der Betrag von $\pi n \mathfrak{p}_m$ und der Unterschied zwischen $\mathfrak{w}_m$ und w_m umso größer ausfallen wird, je stärker die magnetische Wirkung der induzierten Ströme ist. Nach **122** Gl. (3) ist aber ein Maß dafür die Ungleichförmigkeit der magnetischen Induktion auf dem Zylinderquerschnitt**). Es ist also zu erwarten, daß im Grenzfall II, wo die magnetische Induktion ziemlich gleichförmig auf dem Querschnitt war, $\pi n \mathfrak{p}_m$ klein, $\mathfrak{w}_m$ nahezu $= w_m$ ist, während im Grenzfall I ein großer Unterschied zwischen $\mathfrak{w}_m$ und w_m und eine bedeutende Größe von $\pi n \mathfrak{p}_m$ wahrscheinlich ist, da in diesem Grenzfall die magnetischen Induktionslinien sehr ungleichförmig über den Querschnitt verteilt sind.

(2) Die Verteilung der magnetischen Induktionslinien auf dem Zylinderquerschnitt hängt nach **123** vom Leitvermögen, der Permeabilität des Zylinders und der Wechselzahl der Schwingung, nach **125 d** auch vom Zylinderradius ab. Es ist deshalb wahrscheinlich, daß dasselbe auch für die Größe von $\mathfrak{w}_m$ und $\pi n \mathfrak{p}_m$ gilt.

b. Dem entspricht das Resultat der Theorie[67]), welche für die Berechnung des effektiven Widerstands und der magnetischen Induktanz $\pi n \mathfrak{p}_m$ folgende Regeln ergibt.

Man berechne zuerst den magnetischen Widerstand w_m [**27 a**] und die Größe $\varkappa$ [**124**]. Erhält man $\varkappa$ als große Zahl und damit Grenzfall I [**125**], so ist umso genauer, je größer $\varkappa$ ist:

$$\mathfrak{w}_m = \pi n \mathfrak{p}_m = \varkappa w_m, \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

*) Im Anschluß an die Bezeichnung von Lord Kelvin für die entsprechende Größe auf elektrischem Gebiet [**233 a**].

**) Q_s ist unter sonst gleichen Umständen umso größer, je größer $\frac{\mathfrak{R}_2}{\mathfrak{R}_1}$, d. h. je größer der Unterschied der magnetischen Induktion in verschiedenem Abstand von der Zylinderachse ist.

also

$$\mathfrak{z}_m = w_m \cdot \varkappa / 2.$$

Wird $\varkappa$ beträchtlich kleiner als 1, liegt also Grenzfall II [126] vor, so gilt umso genauer, je kleiner $\varkappa$ ist,

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{w}_m &= w_m\left(1 + \frac{\varkappa^4}{3}\right) \\ \pi n p_m &= \varkappa^2 w_m \left(1 - \frac{\varkappa^4}{6}\right) \end{aligned}\right| \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

oder wenn $\varkappa$ so klein ist, daß die Vernachlässigung von $\varkappa^4/3$ gegen 1 gestattet ist,

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{w}_m &= w_m \\ \pi n p_m &= \varkappa^2 w_m \end{aligned}\right| \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3a)$$

also annähernd

$$\mathfrak{z}_m = w_m$$

Trifft keiner der beiden Grenzfälle zu, so ist immer noch $\pi n p_m$ und $\mathfrak{w}_m$ proportional mit w_m. Die Proportionalitätsfaktoren, d. h. die Größen $\mathfrak{w}_m/w_m$ bezw. $\pi n p_m/w_m$, müssen aber dann aus den Kurven der Tab. V am Schluß des Buches entnommen werden und zwar geben die Kurven A $\mathfrak{w}_m$ w_m, die Kurven B $\pi n p_m/w_m$ für die verschiedenen Werte von $\varkappa$.

c. Aus diesen Regeln bezw. dem Verlauf dieser Kurven folgt:

(1) Der effektive magnetische Widerstand $\mathfrak{w}_m$ für eine Schwingung ist stets größer als der magnetische Widerstand w_m für stationäres Feld.

(2) Ist $\varkappa$ sehr klein, so unterscheidet sich die magnetische Impedanz $\mathfrak{z}_m$ nur wenig vom magnetischen Widerstand w_m; die Amplitude des magnetischen Induktionsflusses ist also merklich dieselbe wie bei stationärem Feld. Die Phasenverschiebung zwischen magnetischem Induktionsfluß und äußerer MMK ist sehr klein. Je größer $\varkappa$ wird, umso größer wird die magnetische Impedanz, umso kleiner die Amplitude des magnetischen Induktionsflusses; umso mehr nähert sich der Phasenwinkel zwischen Induktionsfluß und äußerer MMK 45°*).

*) $tg\,(Q_m, \mathfrak{M}_a) = \frac{\pi n p_m}{\mathfrak{w}_m}$ [Gl. (1)] wird im Grenzfall I [Gl. (2)] zu $tg\,(Q_m, \mathfrak{M}_a) = 1$.

128. Beispiele: Eisenstäbe und -drähte.

a. Nach **125a** tritt der Grenzfall I ($\varkappa$ groß) im Gebiet der technischen Wechselzahlen ein bei Eisenstäben etwa von 1 cm Radius an aufwärts. Für einen Eisenzylinder z. B. von 5 cm Radius ($\mu : \mu_0 = 1000$, $\sigma : \sigma_{Hg} = 8$, $n = 100/\text{sec.}$) wird annähernd

$$w_m = \pi n p_m = 32{,}5\ w_m,$$
$$\mathfrak{z}_m = 50\ w_m,$$
$$\sphericalangle\,(Q_m, \mathfrak{M}_a) = 45^0.$$

Ein solcher Zylinder besitzt also scheinbar einen 50mal größeren magnetischen Widerstand für das oszillatorische Feld als für ein stationäres.

b. Dünne Eisendrähte, etwa von 1 mm Radius an abwärts, repräsentieren nach **126b** den Grenzfall II: $\varkappa$ klein gegen 1. Es ist z. B. unter den sonstigen Bedingungen von **a** für einen Eisendraht von

	1 mm	0,5 mm Radius
$w_m =$	1,06 w_m	1,004 w_m
$\pi n p_m =$	0.4 w_m	0,105 w_m
$\mathfrak{z}_m =$	1,13 w_m	1,01 w_m
$\sphericalangle\,(Q_m, \mathfrak{M}_a) =$	17°	6°

Ein solcher Draht und auch ein Bündel*) aus solchen Drähten verhält sich in einem oszillatorischen Feld merklich wie in einem stationären; die Wirkung der Ströme ist sehr unbedeutend.

129. Erhöhung des magnetischen Induktionsflusses in Spulen durch Metallkerne.

a. Es geht schon aus diesen Zahlen hervor, daß die Wirksamkeit von Eisenkernen in Spulen bei oszillatorischem Strom sehr verschieden sein kann von derjenigen bei Gleichstrom.

Bei Gleichstrom gilt für den magnetischen Induktionsfluß Q_m in einer Ringspule oder auch sehr langen geraden Spule

$$Q_m = \frac{\mathfrak{M}_a}{w_m} \quad [27\,a].$$

*) Eine einfache Ueberlegung zeigt, daß die Beziehungen **127**, Gl. (2) und (3), wenn sie für einen einzelnen Stab bezw. Draht gelten, auch für ein Bündel von isolierten Drähten oder Stäben ihre Gültigkeit behalten.

Bezeichnet man also den magnetischen Widerstand des Innern der Spule ohne Kern durch w_{m_0}, mit Kern durch w_m, so gilt für die Erhöhung G des magnetischen Induktionsflusses durch den Kern

$$G = \frac{w_{m_0}}{w_m} = \frac{\mu}{\mu_0} \quad [27\,a],$$

wenn μ die Permeabilität des Kernes ist.

Bei Wechselstrom ist die Amplitude des magnetischen Induktionsflusses ohne Metallkern $= \mathfrak{M}_{a_0}/w_{m_0}$ [27], mit Metallkern $= \mathfrak{M}_{a_0}/\mathfrak{z}_m$ [127 Gl. (1)], demgemäß die Erhöhung G der Amplitude des magnetischen Induktionsflusses durch den Kern

$$G = \frac{w_{m_0}}{\mathfrak{z}_m} = \frac{w_{m_0}}{w_m\,(\mathfrak{z}_m/w_m)} = \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{1}{\frac{\mathfrak{z}_m}{w_m}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Man kann das so aussprechen: der Kern wirkt bei Wechselstrom so, wie wenn er nicht seine Permeabilität μ, sondern die kleinere Permeabilität $\mu : \frac{\mathfrak{z}_m}{w_m}$ besäße.

b. Auf Eisendrähte bezw. -stäbe angewandt, ergibt dies folgendes:

Bei dünnen Eisendrähten (Grenzfall II in **126** und **127 b**) ist $\mathfrak{z}_m/w_m$ nahezu $= 1$. Es gilt also wenigstens annähernd

$$G = \frac{\mu}{\mu_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Dünne Eisendrähte nützen bei Wechselstrom fast ebensoviel wie bei stationärem Strom.

Bei dickeren Eisenzylindern aber ist annähernd $\mathfrak{z}_m/w_m = \varkappa\sqrt{2}$, (Grenzfall I, **125** und **127 b**) also

$$G = \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{1}{\varkappa\sqrt{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Die Wirkung eines solchen Kerns kann bei Wechselstrom sehr viel (in dem Beispiel **128 a** z. B. 50mal) geringer sein als bei Gleichstrom. Wenn man als Kerne von Spulen, die für variabeln Strom

berechnet sind, niemals massive Eisenstäbe, sondern immer Bündel von Eisendrähten verwendet, so geschieht das nicht nur, um den Energieverbrauch durch die Wirbelströme [**102**] herabzudrücken, sondern ebensosehr aus dem Grunde, weil massive Eisenkerne ihren Zweck, den magnetischen Induktionsfluß zu erhöhen, bei Wechselstrom nur in äußerst mangelhafter Weise erfüllen.

c. Für Kerne aus nicht ferromagnetischem Metall ($\mu = \mu_0$ [**15e**]) wird annähernd

$$G = \frac{1}{\mathfrak{z}_m / w_m}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

also kleiner als 1. Solche Kerne drücken die Amplitude des magnetischen Induktionsflusses herab. Sie verhalten sich einem magnetischen Wechselfeld gegenüber so, als ob ihre Permeabilität $= \mu_0 : \mathfrak{z}_m / w_m$, d. h. kleiner als diejenige der Luft wäre, d. h. sie verhalten sich wie diamagnetische Körper [**15e**].

d. Eine experimentelle Bestätigung dieser Beziehungen erhält man am einfachsten in folgender Weise. Man bestimme durch die Anordnung **90** (Fig. 156) die elektrische Impedanz und damit, wenn der Widerstand bekannt ist, die elektrische Induktanz einer Spule, einmal, wenn sie keinen Kern hat, und dann, wenn sie die verschiedenen Kerne enthält, deren Wirkung man vergleichen will. Der elektrischen Induktanz ist der Selbstinduktionskoeffizient [**86c**] und diesem der magnetische Induktionsfluß in der Spule [**34a**] proportional. Die elektrische Induktanz der Spule liefert also ein Maß für die Amplitude des magnetischen Induktionsflusses und damit für die magnetische Impedanz des Spulenkernes in den verschiedenen Fällen.

Ein Versuch mit der schon in **101** und **102** benützten geradlinigen Spule und einer Wechselzahl $100/_{sec.}$ lieferte folgendes:

	Induktanz in Ohm	G.
Spule ohne Kern	2,1	—
Massiver Eisenkern	20,5	9,7
Eisendrähte vom Radius = 0,9 mm	46.6	22.1
„ „ „ = 0,35 „	41.6	19,7
Massiver Kupferkern	1,7	0,81
Kern aus Eisenpulver	5.5	2.7

Qualitativ*) bestätigen diese Zahlen die Beziehungen oben insofern als der magnetische Induktionsfluß am größten ist bei den Kernen aus Eisendrähten, erheblich kleiner bei dem massiven Kern und am kleinsten bei dem Kupferkern, bei diesem kleiner als ohne Kern. Der Kern aus Eisenpulver, das sich in einer Glasröhre befand, wurde mit Rücksicht auf späteres untersucht; die Beziehungen oben geben für dessen Wirkung keinen Anhalt.

130. Metallscheiben.

Aehnliche Ueberlegungen und Beziehungen wie für Metallringe oder längere Metallzylinder gelten auch für Metallscheiben, wenn sie sich so in einem magnetischen Wechselfeld befinden, daß die magnetische Induktion senkrecht zu ihrer Oberfläche gerichtet ist und ohne Vorhandensein der Scheibe homogen wäre.

a. Am einfachsten werden die Beziehungen in dem Fall, wenn eine Metallscheibe aus nicht ferromagnetischem Material ähnlich wie die Spule in Fig. 199 den Luftschlitz eines aufgeschlitzten lamellierten Eisenringes, der mit einer Wechselstromspule bewickelt ist, gerade ausfüllt. Dann ist nach **27 d** der magnetische Widerstand des magnetischen Kreises annähernd identisch mit demjenigen der Scheibe, und es gelten für die Verteilung der magnetischen Induktion auf dem Querschnitt und für die Amplitude des magnetischen Induktionsflusses die Beziehungen von **124** ff. bezw. **127**, wenn man in die Formel für $\varkappa$ [**124** Gl. (1)] Leitvermögen und Permeabilität der Scheibe einsetzt[74]).

b. Weniger einfach aber praktisch wichtiger ist der Fall, daß die Metallscheibe sich in Luft, d. h. in einem magnetischen Kreis befindet, dessen magnetischer Widerstand gegen den magnetischen Widerstand und eventuell die magnetische Impedanz der Scheibe nicht vernachlässigt werden kann. Auch dann muß durch die Wirkung der Ströme in der Metallscheibe die Gleichförmigkeit der magnetischen Induktion gestört und die Amplitude des magnetischen

*) Eine quantitative Uebereinstimmung mit den oben abgeleiteten Resultaten kann nicht erwartet werden, da diese sich auf den Fall einer Ringspule mit geschlossenem Kern beziehen, die Versuche aber mit einer relativ kurzen Spule und kurzem Kern angestellt wurden. In diesem Falle hängt aber die Amplitude des magnetischen Induktionsflusses nicht nur von der magnetischen Impedanz des Spulenkerns, sondern auch vom magnetischen Widerstand des magnetischen Feldes außerhalb der Spule ab. Außerdem war die Permeabilität des Eisens nicht dieselbe: daher G größer bei den dickeren als bei den dünneren Drähten.

Induktionsflusses durch die Scheibe herabgedrückt werden. Es ist aber von vornherein zu erwarten, daß beides in weit geringerem Maße der Fall sein wird als in der Anordnung a.

Die Berechnung der Wirkung einer Scheibe läßt sich durchführen, wenn man annimmt, daß der magnetische Kreis, dessen Induktionslinien die Scheibe durchsetzen, überall denselben Querschnitt hat. Die Theorie [75]) zeigt dann, daß man die Verteilung der magnetischen Induktionslinien und die Amplitude des magnetischen Induktionsflusses annähernd richtig bekommt, wenn man die Beziehungen von **124** ff. und **127** verwendet und in den Ausdruck von $\varkappa$ das Leitvermögen der Scheibe, aber statt ihrer Permeabilität die Größe

$$\mu \cdot \frac{1}{1 + \frac{l}{d} \cdot \frac{\mu_0}{\mu}}$$

einsetzt, worin d die Dicke der Scheibe, l die mittlere Länge einer Induktionslinie in Luft bedeutet. Ist die Scheibe aus einem nicht ferromagnetischem Metall ($\mu = \mu_0$), so geht diese Größe, da in allen praktisch in Betracht kommenden Fällen l sehr groß sein wird gegen d, annähernd über in

$$\mu_0 \cdot \frac{d}{l}.$$

Es wird also [**124** Gl. (1)]

$$\varkappa = r \sqrt{\frac{\pi n \sigma \mu_0 d}{8 \cdot l \cdot v^2}}$$

und es folgt aus **124** ff. und **127**:

Die Wirkung der Scheibe auf das magnetische Wechselfeld wird unter sonst gleichen Umständen umso bedeutender, je größer die Wechselzahl des Feldes, das Leitvermögen und die Dicke der Scheibe ist. Daß das nicht nur in dem speziellen Falle, für den es abgeleitet wurde, sondern allgemein gilt, ist in hohem Maße wahrscheinlich.

c. *Experimentelle Bestätigung.* Eine 2 bis 3 cm dicke Kupferscheibe wird in den Luftschlitz des in **119a** verwendeten Eisenringes gebracht (Fig. 213). Durch die Wicklung des Ringes wird Wechselstrom geschickt. Eine kleine Spule S, die aus einer großen Zahl sehr dünner Windungen gebildet und an ein Hitzdrahtvoltmeter angeschlossen ist, kann an die Kupferscheibe angelegt werden. Wird sie in der Mitte der Scheibe angelegt (Stellung A, Fig. 213), so zeigt das Voltmeter 17, wird sie nach dem Rande der Scheibe ver-

schoben (Stellung B), 18 Skalenteile, also um ca. 6% mehr als in der Mitte. Entfernt man die Kupferscheibe ganz und bringt nun die kleine Spule S in die Stellungen A und B, so zeigt das Voltmeter in beiden Stellungen 45 Skalenteile. Der Versuch beweist also, daß die Kupferscheibe das an sich homogene magnetische Wechselfeld so veränderte, daß der magnetische Induktionsfluß im Innern der Scheibe geringer wurde als am Rande, ähnlich wie dies in **121** ff. von längeren Metallzylindern festgestellt wurde.

Aus dem Versuch ging aber auch gleichzeitig hervor, daß durch die Metallscheibe die Amplitude des gesamten magnetischen Induktionsflusses in dem magnetischen Kreis verkleinert wurde. Trotzdem der Strom in der Bewicklung des Eisenringes und damit die äußere MMK längs des magnetischen Kreises konstant gehalten wurde, war die Amplitude des magnetischen Induktionsflusses sowohl an der Stelle A

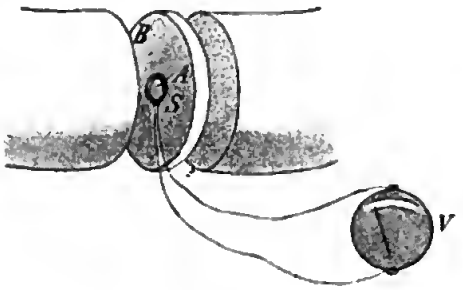


Fig. 213.

als der Stelle B im Verhältnis 17 bis 18 zu 45 geringer als ohne Vorhandensein der Scheibe. Diese Wirkung von Metallscheiben läßt sich aber weit auffallender durch die Anordnungen von **119** demonstrieren.

131. Energieverbrauch durch Wirbelströme in Metallzylindern oder -ringen [76]).

a. Da der magnetische Induktionsfluß in Metallzylindern, die sich unter den Bedingungen von **122b** in einem magnetischen Wechselfeld befinden, nach **127** aus der äußeren MMK durch Beziehungen der Form von **112** Gl. (3) abgeleitet werden kann, so muß für einen magnetischen Kreis, der durch einen solchen Metallzylinder gebildet wird, die Beziehung von **114** gelten

$$L = \pi n p_m \cdot \pi n Q_m{}^2_{eff}, \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

wo unter L in diesem Fall der Energieverbrauch durch Wirbelströme zu verstehen ist. Es ist also bei einer bestimmten Wechsel-

zahl und hei demselben magnetischen Induktionsfluß der Energieverbrauch durch Wirhelströme der magnetischen Induktanz des Kerns proportional.

Führt man die äußere MMK $\mathfrak{M}_a$ ein [127 Gl. (1)], so geht die Gl. (1) über in

$$L = \frac{\pi n p_m}{\mathfrak{z}_m^2} \cdot \pi n \mathfrak{M}_a^2{}_{eff}, \quad \ldots \quad (2)$$

eine Beziehung, die einen Vergleich des Energieverlustes hei derselhen äußeren MMK, d. h. hei demselhen Strom in der magnetisierenden Spule gestattet. Bei derselhen äußeren MMK braucht der Energieverlust keineswegs mit der magnetischen Induktanz des Kerns zuzunehmen. Liegt z. B. der Grenzfall I [125] vor, so wird Gl. (2) zu

$$L = \frac{1}{2\pi n p_m} \cdot \pi n \mathfrak{M}_a^2{}_{eff} \text{ [127 Gl. (2)]}, \quad \ldots \quad (2a)$$

d. h. der Energieverlust wird umso kleiner, je größer die magnetische Induktanz ist.

b. *Spezieller Fall:* dünne Eisendrähte. Für diese gilt nach 127 Gl. (3) annähernd

$$\pi n p_m = \varkappa^2 \cdot w_m.$$

Entnimmt man den Wert von $\varkappa$ aus 124 b, denjenigen von w_m aus 27 a, und bezeichnet man die Länge des Kerns mit l, den Querschnitt mit q, so folgt aus Gl. (1)

$$L = r^2 n^2 f^2 \cdot \pi w_m Q_m^2{}_{eff} = r^2 (\pi n)^2 \cdot \mathfrak{z} \cdot \frac{l}{q} \cdot \frac{1}{8 \nu^2} \cdot Q_m^2{}_{eff}^{*}).$$

Der Energieverbrauch ist bei dünnen Eisendrähten cet. par. dem Quadrat des Radius proportional. Wählt man also die Drähte immer dünner, so nimmt der Energieverbrauch durch Wirhelströme sehr rasch ab. Trotzdem kann der durch Verkleinerung des Drahtradius erreichte Vorteil praktisch illusorisch sein, da schon

*) Führt man C.G.S.-Einheiten [48 und 49] ein, bedenkt man, daß $\pi^2 \mathfrak{z}$ annähernd $= 10^{-3}$ [Tab. III] ist, so wird der Energieverbrauch für ein Stück des Kerns von 1 cm Länge [$l = 1$) und 1 cm² Querschnitt ($q = 1$) annähernd

$$L = r^2 (\pi n)^2 \cdot 2 Q_m^2{}_{eff}\, 10^{-3} \text{ C.G.S.} = r^2 (\pi n)^2 \cdot Q_m^2{}_0 \cdot 10^{-3} \text{ C.G.S.}$$
$$= r^2 (\pi n)^2 \cdot Q_m^2{}_0 \cdot 10^{-10} \text{ Watt.}$$

Setzt man $4\pi Q_{m0} = \mathfrak{B}_0$ gleich der Maximalzahl der technischen Induktionslinien, so folgt die in der Technik gebräuchliche Formel $L = \left[\frac{r n \mathfrak{B}_0}{4 \cdot 10^5}\right]^2$ Watt [77]).

bei mäßig dünnen Drähten der Verlust durch Hysteresis denjenigen durch Wirbelströme so sehr überwiegt, daß der letztere ganz gleichgültig ist.

c. *Beispiel:* In **128** sind die Werte der magnetischen Induktanz $\pi n \mathfrak{p}_m$ und Impedanz $\mathfrak{z}_m$ angegeben für einen massiven Eisenzylinder und für Bündel aus Eisendrähten von 1 bezw. 0,5 mm Radius. Aus diesen Werten und a Gl. (1) folgt: Bei demselben Induktionsfluß verhält sich der Energieverbrauch in den drei Fällen wie

$$325 : 4 : 1,$$

wenn der magnetische Widerstand w_m der Drahtbündel für stationäres Feld derselbe ist wie derjenige des massiven Zylinders. Der Energieverbrauch ist also beim massiven Zylinder ganz außerordentlich viel größer als bei den Bündeln aus Drähten.

Ganz anders werden aber die Verhältnisse bei derselben MMK, d. h. bei demselben Strom in der magnetisierenden Spule. Dann verhält sich der Energieverbrauch in den drei Fällen nach Gl. (2) und den Zahlen in **128** wie

$$\frac{32,5}{50^2} : \frac{0,42}{1,14^2} : \frac{0,1}{1,01^2} = 13 : 32 : 10.$$

Der massive Kern verbraucht sogar weniger als der Kern aus Drähten von 1 mm Radius. Der Grund dafür ist natürlich der, daß nach **129** der magnetische Induktionsfluß in dem massiven Kern sehr viel geringer ist als in den Drähten.

d. *Experimentelle Bestätigung.* Die in **129 d** gebrauchte Spule wird an die Klemmen einer Wechselstromleitung angeschlossen und der Reihe nach mit denselben Kernen wie in dem Versuch **129 d** versehen. Durch ein Wattmeter wird der Energieverbrauch in der Spule bestimmt, während durch Vorschaltwiderstand der Strom konstant gehalten wird (bei dem folgenden Versuch 2,70 Amp.).

Die Zahlen, die direkt am Wattmeter abgelesen wurden, sind in Kolumne I der folgenden Tabelle zusammengestellt. Die Spule ohne Kern verbraucht 5 Watt. Zieht man diese von den Zahlen der Kolumne I ab, so erhält man den Energieverbrauch in den verschiedenen Kernen allein bei demselben Strom in der Spule: Kolumne II. Diese Werte endlich mit den Zahlen in **129** dividiert geben ein Maß für den Energieverbrauch der verschiedenen Kerne bei demselben Induktionsfluß: Kolumne III.

	I Watt	II Watt	III Watt
Spule ohne Kern	5	—	—
Massiver Eisenkern	112	107	12
Eisendrähte Radius = 0,9 mm . .	127	122	5,5
„ „ = 0,35 „ . .	91	86	4,4
Massiver Kupferkern	6	1	1,2
Kern aus Eisenpulver	7	2	0,73

Diese Zahlen enthalten eine qualitative Bestätigung des oben Angegebenen.

132. Eisenbleche.

Da die Kerne von Drosselspulen und Transformatoren fast stets aus Eisenblechen zusammengesetzt sind, so ist die Frage von besonderem Interesse, wie sich Eisenbleche einem magnetischen Wechselfeld gegenüber verhalten, dessen Induktionslinien der Ebene der Bleche parallel sind.

a. Die Resultate, zu denen man durch die Theorie[77]) gelangt, sind ganz ähnlich denen bei Eisenzylindern.

Bei dicken Eisenplatten ist die magnetische Induktion am größten an der Oberfläche, sie nimmt nach dem Innern der Platte stark ab. Die magnetische Impedanz bei dicken Platten ist demgemäß auch viel größer als der magnetische Widerstand bei konstantem Feld.

Bei dünnen Eisenblechen ist die Verteilung der magnetischen Induktion auf einem Querschnitt nicht sehr verschieden von derjenigen bei stationärem Feld, demgemäß auch die magnetische Impedanz annähernd gleich dem magnetischen Widerstand.

b. Die magnetische Induktanz dünner Bleche kann auch hier wie bei dünnen Drähten auf die Form gebracht werden

$$\pi n p_m = \varkappa_1^2 . w_m ,$$

und zwar ist $\varkappa_1$ von ganz ähnlicher Form wie bei Drähten, nämlich

$$\varkappa_1 = 0{,}8\, d \sqrt{\frac{\pi n \sigma \mu}{8 \nu^2}}$$

(d = Blechdicke), während für Drähte war:

$$\varkappa = r \sqrt{\frac{\pi n \sigma \mu}{8 \nu^2}} .$$

c. Entsprechend muß man den Energieverbrauch durch Wirbelströme aus den Ausdrücken von **131 b** erhalten, indem man r durch 0,8 . d ersetzt*). Es gilt also für dünne Bleche: der Energieverbrauch durch Wirbelströme ist unter sonst gleichen Umständen dem Quadrat der Blechdicke proportional.

*) Für den Energieverbrauch in einem Kubikzentimeter des Kerns erhält man also aus den Gleichungen in der Fußnote von S. 216

$$L = (0{,}8 \,.\, d)^2 \,.\, (\pi n)^2 \,.\, Q_m{}^2{}_0 \,.\, 10^{-3} \text{ C.G.S.}$$
$$= (0{,}8 \,.\, d)^2 \,.\, (\pi n)^2 \,.\, Q_m{}^2{}_0 \,.\, 10^{-10} \text{ Watt.}$$

Kapitel VI.

Der technische Transformator[78]).

133. Bestandteile des Transformators.

Die Anordnung von **109** besitzt alle wesentlichen Bestandteile eines Transformators:

a) Eine oder mehrere Spulen, denen von außen Wechselstrom zugeführt wird: *„Primärspule (Primärwicklung)"*;

b) einen Eisenkern, in dem durch den Primärstrom ein magnetisches Wechselfeld erzeugt wird: *„Transformatorkern"*;

c) eine zweite oder mehrere Spulen, in denen durch das magnetische Wechselfeld eine oszillatorische EMK induziert wird: *„Sekundärspule (Sekundärwicklung)"*.

Ein idealer Transformator wäre ein solcher, bei dem alle magnetischen Induktionslinien der Primär- und Sekundärspule im Eisenkern verlaufen und dessen Kern hysteresisfrei ist. Ein solcher soll im folgenden vorerst vorausgesetzt werden.

§ 1. Der unbelastete Transformator.

134. Verhältnis der sekundären zur primären Spannung.

Die Verhältnisse im Transformator werden sehr einfach, solange der Transformator *„unbelastet"* oder nicht merklich *„belastet"* ist, d. h. solange der Sekundärwicklung kein Strom entnommen wird oder höchstens ein so geringer, daß seine Einwirkung auf das magnetische Feld des Transformators unmerklich bleibt. Von einem solchen Transformator sagt man häufig wie von einem unbelasteten Motor, er „laufe leer". Man bezeichnet in diesem Sinne den Strom im Primärkreis bei unbelasteter Sekundärspule gewöhnlich als *„Leerlaufstrom"*.

Ist dieser Leerlaufstrom $= i_1$, der dadurch im Transformatorkern hervorgerufene magnetische Induktionsfluß $= Q_m$ und die dadurch im Sekundärkreis induzierte EMK $= \mathfrak{S}_2$, so folgt aus **38 d**:

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{1}{v} N_2 \cdot Q_m',$$

$$\mathcal{E}_{20} = \frac{\pi n N_2}{v} \cdot Q_{m0} \text{ [66]}.$$

Für die im Primärkreis induzierte EMK $\mathcal{E}_i$ gilt

$$\mathcal{E}_i = -\frac{1}{v} N_1 \cdot Q_m',$$

$$\mathcal{E}_{i0} = \frac{\pi n N_1}{v} Q_{m0}.$$

(N_2 = Windungszahl der sekundären, N_1 der primären Spule).

Nun überwiegt bei jedem einigermaßen richtig gebauten Transformator die Induktanz des unbelasteten Transformators bei weitem den Widerstand. Es liegt also für die Primärspule der Fall von 88b vor, und es ist mit großer Annäherung

$$\mathcal{E}_{i0} = \mathcal{V}_{10}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

wenn $\mathcal{V}_1$ die Spannung zwischen den Enden der Primärspule bedeutet.

Legt man andererseits an die Enden der Sekundärspule ein Voltmeter oder einen anderen hohen Widerstand, so gilt für die Spannung $\mathcal{V}_2$ zwischen den Sekundärpolen in diesem Fall merklich*)

$$\mathcal{V}_{2\text{eff}} = \mathcal{E}_{2\text{eff}}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Es ist demnach

$$\frac{\mathcal{V}_{2\text{eff}}}{\mathcal{V}_{1\text{eff}}} = \frac{N_2}{N_1}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Man nennt $\frac{\mathcal{V}_{2\text{eff}}}{\mathcal{V}_{1\text{eff}}}$ häufig das *„Transformations-* oder *Umsetzungsverhältnis"*. Es ist beim unbelasteten Transformator = dem Verhältnis der Windungszahlen von Sekundär- und Primärspule. Besitzt also die Sekundärspule mehr Windungen als die primäre, so wird der Strom *„hinauftransformiert"*, d. h. in einen solchen von höherer Spannung verwandelt. Im umgekehrten Fall wird die Spannung *„heruntertransformiert"*.

135. Experimentelle Bestätigung.

Fast alle Erscheinungen, die im folgenden zur Sprache kommen werden, lassen sich an dem in Fig. 214 abgebildeten Transformator-

*) Ist W_2 dieser Widerstand, w_2 der Widerstand der Sekundärwicklung, so ist $\mathcal{V}_{2\text{eff}} = i_{2\text{eff}} \cdot W_2$, $\mathcal{E}_{2\text{eff}} = i_{2\text{eff}} (W_2 + w_2)$ [88a bezw. 90]. So lange w_2 klein ist gegen W_2, ist also annähernd $\mathcal{V}_{2\text{eff}} = \mathcal{E}_{2\text{eff}}$.

modell*) zeigen. Dasselbe besteht im wesentlichen aus sechs gleichen auf einen lamellierten Eisenkern gewickelten Spulen.

a. Daß die Sekundärspannung bei gleichbleibender Primärspule und -spannung jedenfalls annähernd der Windungszahl proportional ist, ergibt schon der folgende Versuch.

Zur Primärspule wird eine der sechs Spulen des Modells Fig. 214 gemacht und mit der Wechselstromleitung von ca. 120 Volt verbunden. Ist nun die Sekundärwicklung auch nur eine einzige Spule, so brennt eine an dieselbe angeschaltete 120voltige kleine (5kerzige) Glühlampe**) gerade ebensogut wie eine ebenso große Glühlampe, die zum

Fig. 214.

Vergleich direkt an die Wechselstromleitung von 120 Volt angelegt ist. Besteht die Sekundärwicklung aber aus 2 (bezw. 3, 4, 5) hintereinander geschalteten Spulen, besitzt sie also doppelte (bezw. 3-, 4-, 5fache) Windungszahl, so brennen auch 2 (bezw. 3, 4, 5) hintereinander geschaltete 120voltige Glühlampen ungefähr ebensogut wie die an die Wechselstromleitung direkt angeschlossene Vergleichslampe. Daraus folgt: bei 2-, 3- etc.facher Windungszahl wird auch die Sekundärspannung 2-, 3- etc.mal so groß.

*) Das auch für die Versuche mit Drehfeldern und Drehstrommotoren geeignet ist [vgl. 167 ff.].

**) Der Strom in diesen kleinen Lampen ist so gering, daß er keine merkliche Belastung der Sekundärwicklung bedingt.

Benützt man umgekehrt zwei Spulen als Primärwicklung, eine als sekundäre, so brennt eine an die Sekundärwicklung angelegte 120voltige Glühlampe nicht mehr. Wird diese aber durch eine 60voltige ersetzt, so brennt diese ebenso hell wie zwei zum Vergleich hintereinander an die Wechselstromleitung von 120 Volt angeschlossene ebensolche Lampen.

b. Wie weit die Beziehung von **134** Gl. (3) tatsächlich gilt, davon überzeugt man sich, wenn man sowohl an die Enden der primären als an diejenigen der sekundären Wicklung ein Voltmeter anlegt.

Bei dem Modell Fig. 214 ergaben sich auf diese Weise folgende Zahlen.

Anzahl der Primär-Spulen	Anzahl der Sekundär-Spulen	$\mathfrak{E}_{1\,\mathrm{eff}}$ Volt	$\mathfrak{E}_{2\,\mathrm{eff}}$ Abgelesen Volt	$\mathfrak{E}_{2\,\mathrm{eff}}$ Aus 134 berechnet Volt	Abgelesen in % des berechneten
5	1	129	22,5	25,8	87 %
4	1	129	28	32,2	87 „
3	1	129	38,5	43	88 „
2	1	129	56,5	64,5	88 „
1	1	129	119,5	129	93 „
1	2	129	230	258	89 „
1	3	129	340	387	88 „
1	4	129	451	516	87,5 „
1	5	129	572	645	89 „
2	4	129	234	258	91 „
4	2	129	56,5	64,5	88 „

Die beobachtete Sekundärspannung ist also in allen Fällen ungefähr 90 % von derjenigen Spannung, die nach der Beziehung in **134** zu erwarten war. Der Grund für diese Abweichung wird sich später ergeben [**143**]; bei technischen Transformatoren ist eine solche Abweichung nicht oder fast nicht vorhanden.

c. Die Tabelle oben zeigt auch, daß für das Umsetzungsverhältnis nur das Verhältnis der Windungszahlen entscheidend ist.

Man erhält fast genau dieselbe Sekundärspannung, wenn man 1 primäre und 2 sekundäre, als wenn man 2 primäre und 4 sekundäre Spulen verwendet, ebenso beim umgekehrten Verhältnis.

d. Durch einen Transformator mit sehr vielen Sekundärwicklungen lassen sich sehr hohe Spannungen erreichen. Als solcher kann jedes Induktorium benützt werden, durch dessen Primärspule Wechselstrom geschickt wird.

Man erreicht auf diese Weise mit Induktoren mittlerer Größe bequem Funken von 1 cm zwischen Kugeln von etwa 1 cm Radius, entsprechend etwa einer Spannung von 30000 Volt [Tab. XIX]*). Außerdem lassen sich in diesem Fall bedeutend größere sekundäre Stromstärken erreichen als beim Betrieb mit einer konstanten EMK und Unterbrecher. Es können demnach auch bedeutend höhere Kapazitäten geladen werden und man erhält ganz besonders kräftige Lichteffekte, wenn man an die Sekundärspule evakuierte Röhren anschließt**).

136. Phasenverhältnisse.

Bei unbelastetem Sekundärkreis gilt für den Induktionsfluß Q_m im Transformatorkern (magnetischer Widerstand $= w_m$) [110a]

$$Q_m = \frac{\mathfrak{M}_a}{w_m} \text{ und } \mathfrak{M}_a = \frac{N_1 i_1}{v},$$

d. h. Q_m ist gleichphasig mit der MMK $\mathfrak{M}_a$ und also mit i_1. Daraus folgt

a. für den Sekundärkreis:

$$\mathfrak{E}_2 = -\frac{N_2}{v} Q_m',$$

also

$$\sphericalangle(\mathfrak{E}_2, Q_m) = \sphericalangle(\mathfrak{E}_2, i_1) = 90^0 \text{ (Fig. 215).}$$

$\mathfrak{E}_2$ ist gegen i_1 um 90^0 in der Phase verzögert.

b. für den Primärkreis:

$$\mathfrak{E}_1 = -\frac{N_1}{v} Q_m',$$

also

$$\sphericalangle(\mathfrak{E}_1, i_1) = 90^0$$

und

$$\mathfrak{E}_{i0} = \frac{\pi n N_1}{v} Q_{m0} = \frac{\pi n \cdot N_1^2}{v^2 \cdot w_m} i_{10} = \pi n p_1 \cdot i_{10} \text{ [34c].}$$

*) Besonders günstig ist die Verwendung höherer Wechselzahlen als der in der Technik üblichen. Da die Stromamplitude in der Primärspule bei derselben Primärspannung annähernd umgekehrt proportional der Wechselzahl ist [88b], so kann man der Primärspule um so höhere Spannungen zumuten, je höher die Wechselzahl ist. Mit ca. 1000 Wechseln pro Sekunde erreicht man zum mindesten dieselben Sekundärspannungen, wie bei Benützung von unterbrochenem Gleichstrom[78a]).

**) Vorsicht, da die Elektroden der Röhren sehr heiß werden und diese hochgespannten Wechselströme in hohem Maße lebensgefährlich sind!

Da der Widerstand w_1 der Primärspule jedenfalls sehr klein ist gegen die Induktanz, so hat das Vektordiagramm etwa die Gestalt von Fig. 216.

Fig. 215.

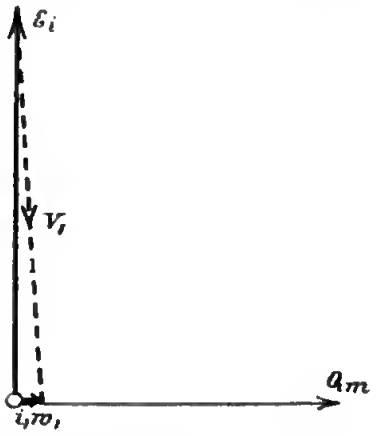


Fig. 216.

§ 2. Der belastete Transformator[79]).

137. Induktionsfluß im Transformatorkern.

Sobald der Transformator merklich belastet ist, sobald also ein merklicher Strom in der Sekundärspule fließt, wird durch diesen Strom das magnetische Wechselfeld im Transformatorkern beeinflußt, und zwar liegen dann genau die in **111** ff. besprochenen Verhältnisse vor. Die Wirkung des Sekundärstromkreises besteht also (vgl. Fig. 198) darin [**113**], daß

a. der Induktionsfluß Q_m in der Phase gegen die äußere MMK $\mathfrak{M}_a$ und damit gegen den Primärstrom i_1 um einen Winkel φ_m verspätet wird;

b. die Amplitude des Induktionsflusses bei demselben Primärstrom kleiner wird als beim unbelasteten Transformator. Ist sie für einen bestimmten Primärstrom beim unbelasteten Transformator $= [Q_m]_0$, beim belasteten Transformator für denselben Primärstrom $= Q_{m0}$, so ist

$$Q_{m0} = \eta_i [Q_m]_0.$$

In **111** ff. ist angegeben, wie die Größen η_i und φ_m (oder an ihrer Stelle w_m und p_m) aus den Größen des Sekundärkreises sich berechnen lassen. Sind sie bestimmt, so braucht man sich im übrigen um den Sekundärkreis nicht zu kümmern.

138. Die sekundäre EMK.

Bezüglich des Sekundärkreises soll deshalb nur eine Frage besprochen werden: Welche Folgen hat diese Aenderung des Induktionsflusses für die im Sekundärkreis induzierte EMK $\mathcal{E}_2$?

Für diese gilt allgemein [38d]

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{N_2}{v} Q_m'. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

In der Phase ist $\mathcal{E}_2$ gegen Q_m um 90°, demgemäß gegen $\mathcal{M}_a$ und damit gegen den Primärstrom nicht mehr wie beim unbelasteten Transformator um 90°, sondern um $90° + \varphi_m$ verspätet.

Für die Amplitude von $\mathcal{E}_2$ folgt [66]

$$\mathcal{E}_{20} = \frac{\pi n N_2}{v} \cdot Q_{m0} = \eta \cdot \frac{\pi n N_2}{v} \cdot [Q_m]_0 \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$
$$= \eta\,[\mathcal{E}_2]_0,$$

wenn $[\mathcal{E}_2]$ die EMK bei unbelastetem Transformator bedeutet. D. h.: bei demselben Primärstrom wird die Amplitude der sekundären EMK gegenüber derjenigen beim unbelasteten Transformator im Verhältnis $\eta : 1$ verkleinert, oder umgekehrt: damit man beim belasteten Transformator dieselbe sekundäre EMK bekommt wie beim unbelasteten, muß der Primärstrom beim belasteten Transformator größer sein und zwar im Verhältnis $1 : \eta$.

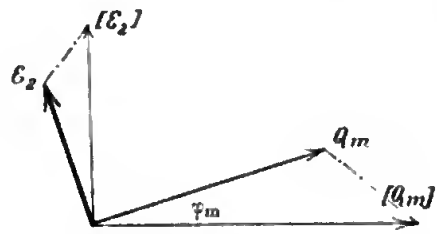


Fig. 217.

In Fig. 217 sind die Vektordiagramme für den belasteten (stark ausgezogen) und unbelasteten (schwach ausgezogen, s. Fig. 215) Transformator bei demselben Primärstrom gegeben.

139. Der Primärkreis.

a. Die induzierte EMK $\mathcal{E}_i$ (Fig. 218) ergibt sich wieder [vgl. 134] aus der Beziehung

$$\mathcal{E}_i = -\frac{N_1}{v} \cdot Q_m'. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Der Phasenwinkel, um den sie gegen i_1 verspätet ist, beträgt also nicht 90°, sondern wie bei $\mathfrak{E}_2$ $90^0 + \varphi_m$.

Ihre Amplitude wird

$$\mathfrak{E}_{i_0} = \frac{\pi n N_1}{v} Q_{m_0} = \eta \cdot [\mathfrak{E}_i]_0 \quad \ldots\ldots (2)$$
$$= \eta \cdot \pi n p_1 \cdot i_{1_0},$$

d. h. sie ist für denselben Primärstrom ηmal kleiner als beim unbelasteten Transformator, oder: um dieselbe induzierte EMK $\mathfrak{E}_i$ zu

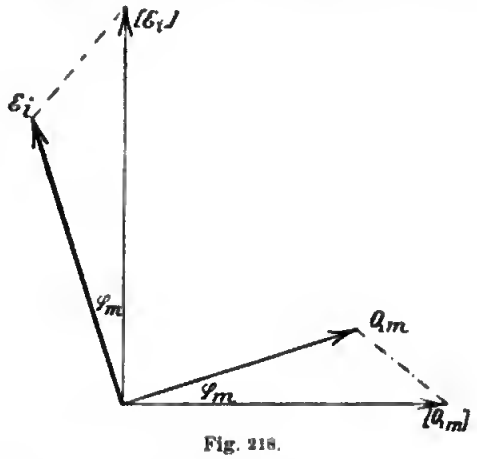


Fig. 218.

liefern, muß der Primärstrom beim belasteten Transformator im Verhältnis $1 : \eta$ größer sein als beim unbelasteten.

b. Das Vektordiagramm, das jetzt im Primärkreis die Beziehung zwischen Stromstärke i_1, Spannung $\mathfrak{V}_1$ und induzierter EMK $\mathfrak{E}_i$ wieder-

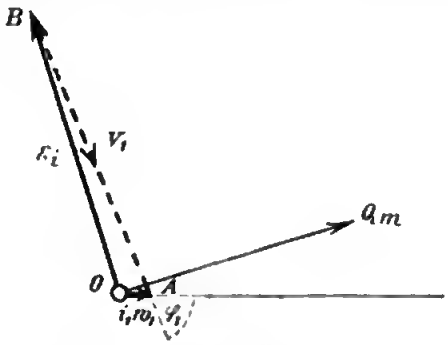


Fig. 219.

gibt, hat die Form von Fig. 219. Die Verhältnisse liegen also wesentlich anders als beim gewöhnlichen Wechselstromkreis (Fig. 151) oder, was auf dasselbe hinauskommt, beim unbelasteten Transformator (Fig. 216). Sie sind dagegen ganz analog den Verhältnissen von 112[80]).

Ein Vergleich der Diagramme von Fig. 216 und 219 zeigt unmittelbar: Die Belastung der Sekundärspule hat eine Verminderung der Phasendifferenz φ_1 zwischen Primärstrom i_1 und der Primärspannung $\mathfrak{V}_1$ zur Folge.

c. Will man formal dieselben übersichtlichen Beziehungen zwischen dem Strom i_1 und der Spannung $\mathfrak{V}_1$, wie sie in Fig. 215 oder

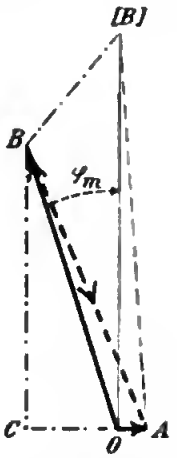


Fig. 220.

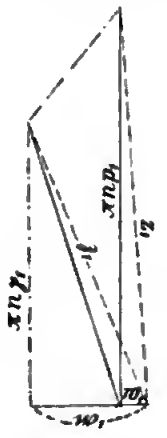


Fig. 221.

142 zum Ausdruck kamen, wieder herstellen, so braucht man nur das in 112 angegebene Verfahren zu befolgen.

Man vereinige die Vektordiagramme Fig. 216 und 219 in Fig. 220.

Dann ist [139 Gl. (2)]

$$OC = \mathfrak{E}_{i_0} \cdot \sin \varphi_m = \pi n p_1 \cdot \eta_1 \sin \varphi_m \cdot i_{1_0}$$
$$BC = \mathfrak{E}_{i_0} \cdot \cos \varphi_m = \pi n p_1 \cdot \eta_1 \cos \varphi_m \cdot i_{1_0}$$

Setzt man

$$\left.\begin{aligned} w_1 &= w_1 + \pi n p_1 \cdot \eta_1 \sin \varphi_m \\ \pi n p_1 &= \pi n p_1 \cdot \eta_1 \cos \varphi_m, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

so wird

$$AC = w_1 \cdot i_{1_0}$$
$$BC = \pi n p_1 \cdot i_{1_0},$$

und aus dem ΔABC ergeben sich formal dieselben Beziehungen zwischen i_1 [87 a und Fig. 151] und $\mathfrak{V}_1$ wie beim gewöhnlichen Wechselstromkreis oder beim unbelasteten Transformator, nämlich

$$\left.\begin{aligned} i_{1_0} &= \frac{\mathfrak{V}_{1_0}}{\mathfrak{z}_1} \\ \mathfrak{z}_1 &= \sqrt{w_1^2 + (\pi n p_1)^2} \\ \operatorname{tg} \varphi_1 &= \operatorname{tg} (i_1, \mathfrak{V}_1) = \frac{\pi n p_1}{w_1}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Man kann die Beziehung des jetzigen „effektiven" Widerstandes (w_1) und der jetzigen Induktanz ($\pi n p_1$) zu den früheren (w_1 bezw.

$\pi n p_1$), die in Fig. 221 noch besonders dargestellt ist, analog 112c so aussprechen: Die Belastung der Sekundärspule hat für die primäre die Wirkung, daß ihr Widerstand eine scheinbare Vermehrung (um $\pi n p_1 . \eta \sin \varphi_m$), ihre Induktanz bezw. ihr Selbstinduktionskoeffizient eine scheinbare Verminderung (im Verhältnis $\eta \cos \varphi_m : 1$) erfährt.

Diese Auffassung ist für spätere Zwecke von Vorteil.

140. Die tatsächlichen Betriebsverhältnisse der technischen Transformatoren.

a. Die Verhältnisse, unter denen die in der Technik gebrauchten Transformatoren arbeiten, sind im wesentlichen durch folgende Punkte charakterisiert.

a_1. Die Primärspule ist an eine Wechselstromleitung konstanter Spannungsamplitude und Wechselzahl angeschlossen: $\mathfrak{V}_{10}$ konstant.

a_2. Der Widerstand w_1 der Primärspule ist so klein, daß nicht nur bei Leerlaufstrom, wie bis jetzt angenommen wurde [134], sondern auch bei maximaler Belastung, d. h. bei der höchsten zulässigen Stromstärke, $i_{1\text{eff}} . w_1$ immer noch sehr klein ist gegen $\mathfrak{V}_{1\text{eff}}$.

a_3. Genau dasselbe gilt für die Sekundärspule. Ihr Widerstand ist so klein, daß selbst bei maximaler Belastung $i_{2\text{eff}} . w_2$ sehr klein ist gegen $\mathfrak{V}_{2\text{eff}}$.

Wie weit a_2 und a_3 zutrifft, geht aus der folgenden Tabelle hervor. Die drei darin aufgeführten Transformatoren gehören ganz verschiedenen Typen an. Aehnliches gilt für alle brauchbaren Transformatoren.

Tabelle 1*).

	Primär				Sekundär			
	w_1 Ohm	$i_{1\text{eff}}$ Maximal Amp.	$i_{1\text{eff}} . w_1$	$\mathfrak{V}_{1\text{eff}}$ Volt	w_2 Ohm	$i_{2\text{eff}}$ Maximal Amp.	$i_{2\text{eff}} . w_2$	$\mathfrak{V}_{2\text{eff}}$ bei maximaler Belastung Volt
Westinghouse-Transformator für 6500 Watt .	5,95	2,77	16,5	2400	0,011	64,7	0,71	98,6
Kapp-Transformator für 4000 Watt .	11,38	1,75	19,9	2400	0,024	40,89	0,83	97,1
Swinburne-Igeltransformator für 3000 Watt .	24	1,57	37,6	2400	0,051	30,2	1,54	99

*) Die folgenden Angaben über technische Transformatoren sind den Büchern von J. A. Fleming[58]) und C. P. Feldmann[58]) über Transformatoren entnommen.

b. Aus a_2 folgt, daß in dem ΔOAB (Fig. 219 bezw. 220), welche Winkel es auch haben mag, immer die Seite OA sehr klein ist gegen Seite AB, und daraus, daß die Seiten OB und AB nahezu gleich sein müssen. Da AB der Vektor von $\mathfrak{V}_1$ ist, OB derjenige von $\mathfrak{E}_1$, so heißt das unter der Voraussetzung a_1: die Amplitude der in der Primärwicklung induzierten EMK $\mathfrak{E}_1$ muß immer annähernd dieselbe sein.

Daraus folgt nach **139** Gl. (2): Es muß die Amplitude des Induktionsflusses Q_m im Transformatorkern annähernd konstant sein. Dann muß aber nach **138** Gl. (2) auch die Amplitude von $\mathfrak{E}_2$ annähernd konstant werden.

Wegen der Bedingung a_3 unterscheidet sich aber die Amplitude von $\mathfrak{E}_2$ nur sehr wenig von derjenigen von $\mathfrak{V}_2$, der Spannung an den Enden der Sekundärspule [S. 221 Fußnote]. Was von $\mathfrak{E}_2$ gilt, muß also mit nahezu derselben Genauigkeit von $\mathfrak{V}_2$ gelten.

Das Ergebnis ist also: Beim technischen Transformator, dessen Primärspule an eine konstante Spannungsamplitude angeschlossen ist, ist die Amplitude des Induktionsflusses im Transformatorkern und ebenso der Spannung zwischen den Enden der Sekundärspule für alle zulässigen Belastungen annähernd konstant.

c. Die Richtigkeit dieses Ergebnisses bei denselben Transformatoren, auf die sich Tab. 1 bezieht, zeigt die folgende Tab. 2. Ebenso liegen die Verhältnisse bei allen technischen Transformatoren.

Tabelle 2.

	Westinghouse-Transformator 6500 Watt	Kapp-Transformator 4000 Watt	Swinburne-Igel-transformator 3000 Watt
Leerlauf	101 Volt	99 Volt	101,8 Volt
Mittlere Belastung .	100 „	98,1 „	100,3 „
Maximale Belastung .	98,6 „	97,1 „	99 „

d. Unter den angegebenen Bedingungen vereinfachen sich die Beziehungen im ganzen Transformator bedeutend.

Die Gleichungen (3) in **139** z. B. werden bei einigermaßen beträchtlicher Belastung zu

$$w_1 = \pi n p_1 . \eta \sin \varphi_m,$$
$$\pi n p_1 = \pi n p_1 . \eta \cos \varphi_m.$$

Daraus

$$\mathfrak{z}_1 = \eta_i \cdot \pi n p_1,$$
$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi_m}.$$
$$\varphi_1 = 90^0 - \varphi_m{}^*).$$

Die effektive Impedanz ($\mathfrak{z}_1$) und der Phasenwinkel (φ_1) im Primärkreis bestimmen sich also durch die in **113** definierten Größen η_i und φ_m in äußerst einfacher Weise.

Bei induktionsloser Belastung der Sekundärspule vereinfachen sich die Verhältnisse noch weiter.

Da jetzt $\eta_i = \cos \varphi_m$ **[113a]**, so drückt sich alles durch den Winkel φ_m aus.

$$w_1 = \pi n p_1 \cdot \sin \varphi_m \cos \varphi_m,$$
$$\pi n p_1 = \pi n p_1 \cdot \cos^2 \varphi_m,$$
$$\mathfrak{z}_1 = \pi n p_1 \cdot \cos \varphi_m$$

und demnach

$$i_{10} = \frac{\mathfrak{V}_{10}}{\pi n p_1} \cdot \frac{1}{\cos \varphi_m} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Außerdem folgt aus **111** Gl. (2) und (3) und **88a**, daß bei konstanter Amplitude der Sekundärspannung

$$\operatorname{tg} \varphi_m \backsim i_{2\,\mathrm{eff}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$
$$\backsim L_2 \; [96]$$

ist. Der Winkel φ_m wird also umso größer, je größer die Belastung der Sekundärspule ist.

141. Einfluß der Hysteresis.

a. Die Vernachlässigung der Hysteresisverluste **[104]** im Transformatorenkern bedeutet nur einen kleinen Fehler bei den Transformatoren mit offenem Eisenkern **[106c]**, z. B. den Igeltransformatoren **[149]**. Bei dem Igeltransformator z. B., auf den sich die Angaben in **140** Tabelle 1 und 2 beziehen, ist für Leerlauf

$$\cos \varphi_1 = 0{,}07,$$
$$\varphi_1 = \text{ca. } 86^0.$$

*) Das folgt auch unmittelbar aus der Fig. 220, wenn OA sehr klein ist gegen AB.

Für ihn gibt also das Leerlaufdiagramm Fig. 216 die wirklichen Verhältnisse gut wieder; die Phasenverschiebung φ_1 beträgt bei Leerlauf tatsächlich annähernd 90°.

Die Phasenverschiebung nimmt dann, so wie es **140 d** verlangt, mit zunehmender (induktionsloser) Belastung ab. Für (induktionslose) Maximalbelastung erreicht cos φ_1 nicht ganz den Wert 0,9, φ_1 sinkt also nicht ganz auf 25° (vgl. Fig. 222, Kurve I).

b. Bei den Transformatoren mit geschlossenem Eisenkern aber müssen nach **106 c** die Hysteresisverluste bedeutend sein. So lange der Transformator nicht belastet ist, spielen sie und nicht die Wärmeentwickelung des Leerlaufstroms für den Energieverbrauch die entscheidende Rolle. Die Folge davon muß nach **106 c** sein, daß der Phasenwinkel bei Leerlauf oder schwacher Belastung in hohem Maße

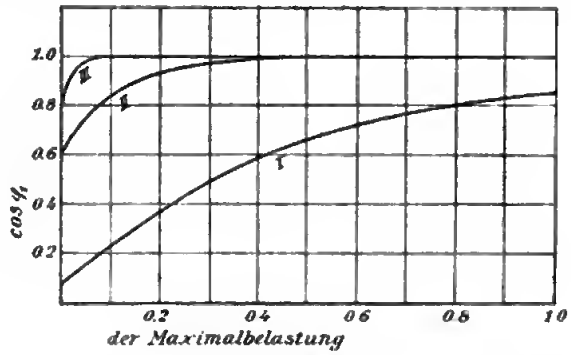


Fig. 222

von den Hysteresisverlusten abhängt und viel kleiner wird, als nach **136 b** zu erwarten wäre. Tatsächlich schwankt bei Transformatoren mit geschlossenem Eisenkern cos φ_1 für Leerlauf zwischen 0,5 und 0,8 entsprechend einem Phasenwinkel von ca. 60° und 37°.

Eine Folge davon ist, daß bei diesen Transformatoren, wenn sie induktionslos belastet sind, mindestens für mittlere Belastungen cos φ_1 praktisch = 1, Strom und Spannung im Primärkreis praktisch gleichphasig werden. Fig. 222, in der cos φ_1 in seiner Abhängigkeit von der (induktionslosen) Belastung für den Westinghouse- und Kapp-Transformator von **140**, Tabelle 1 und 2, dargestellt ist, zeigt, daß das bei dem Kapp-Transformator (Kurve II) etwa für die halbe, beim Westinghouse-Transformator (Kurve III) schon für $^1/_{10}$ der Maximalbelastung eintritt.

Ist dieser Zustand einmal erreicht, dann werden die Verhältnisse im Transformator besonders einfach. Es wird, wie man sich leicht überzeugt, der Primärstrom dem sekundären annähernd proportional.

142. Energieverhältnisse. Automatische Regulierung der Energiezufuhr.

a. Daß die ganze im Sekundärkreis verbrauchte Energie schließlich von der Wechselstrommaschine, an welche der Primärkreis angeschlossen ist, herrühren muß, ist selbstverständlich. Nur in der Wechselstrommaschine wird ja dauernd elektrische Energie erzeugt.

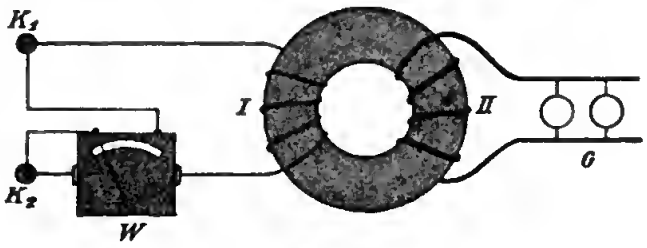


Fig. 223.

Die Verhältnisse im Transformator müssen also so liegen, daß, je mehr Energie der Sekundärkreis verbraucht, umso mehr Energie der Maschine im Primärkreis entnommen wird. Der Transformator muß also die Energiezufuhr nach den Bedürfnissen der Energieabnahme automatisch regulieren.

b. Daß er das tatsächlich tut, zeigt ein einfacher Versuch.

Die Primärwicklung I (vier Spulen des in Fig. 214 abgebildeten Modells) wird unter Einschaltung eines Demonstrationswattmeters W (Fig. 223) an die Wechselstromklemmen K_1 und K_2 von 120 Volt angelegt. An die Sekundärwicklung II (zwei Spulen) können 60voltige Glühlampen G angeschaltet werden. Sind keine Lampen angeschaltet,

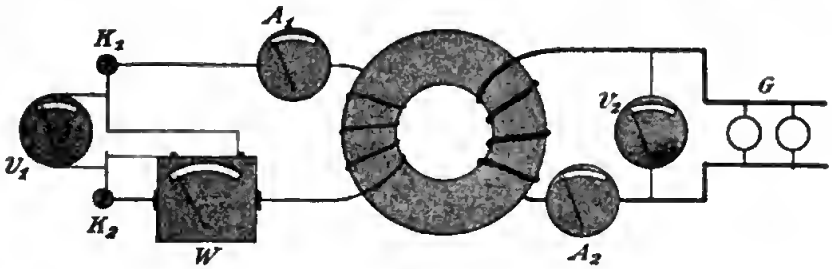


Fig. 224.

so zeigt das Wattmeter ca. 40 Watt an, einen Energieverlust, der in erster Linie durch Hysteresis verursacht ist. Wird dann allmählich eine Glühlampe nach der anderen in die Sekundärleitung parallel zu den übrigen eingeschaltet, so steigt mit jeder neu hinzukommenden Lampe der Ausschlag des Wattmeters. Obwohl also am Primärkreis nichts geändert wurde, steigt doch die Energiezufuhr von selbst, wenn der Sekundärspule mehr Energie entnommen wird.

Genauere Messungen mit der aus Fig. 224 unmittelbar verständlichen Schaltung (W ist ein Präzisionswattmeter) ergibt folgeude Tabelle, aus der die automatische Regulierung der Energiezufuhr auch quantitativ ersichtlich ist.

Tabelle 3.

Anzahl der Lampen	$\mathfrak{P}_{2\text{eff}}$ Volt	$i_{2\text{eff}}$ Amp.	$L_2{}^*) = i_{2\text{eff}} \cdot \mathfrak{P}_{2\text{eff}}$ Watt	$\mathfrak{P}_{1\text{eff}}$ Volt	$i_{1\text{eff}}$ Amp.	$i_{1\text{eff}} \cdot \mathfrak{P}_{1\text{eff}}$ Watt	L_1 Watt	$\cos\varphi_1 = \frac{L_1}{i_{1\text{eff}} \cdot \mathfrak{P}_{1\text{eff}}}$	φ_1	$L_1 - L_2$ Watt
0	64	0	0	128	0,41	52	35	0,67	52°	35
1	60,5	0,96	58	126	0,86	108	98	0,90	25	40
2	59	1,61	95	126	1,20	151	140	0,93	22	45
3	56	2,29	128	128	1,53	196	181	0,94	19	53

Der rasche Abfall der Sekundärspannung zeigt aber, daß das Modell die tatsächlichen Verhältnisse [**140 c**] beim technischen Transformator nur sehr unvollkommen wiedergibt. Um einen Begriff von den Beziehungen bei einem solchen — und zwar mit geschlossenem Eisenkern — zu geben, ist die folgende auf den Kapp-Transformator von **140** bezügliche Tabelle beigefügt.

Tabelle 4.

$\mathfrak{P}_{2\text{eff}}$ Volt	$i_{2\text{eff}}$ Amp.	L_2 Watt	$\mathfrak{P}_{1\text{eff}}$ Volt	$i_{1\text{eff}}$ Amp.	$i_{1\text{eff}} \cdot \mathfrak{P}_{1\text{eff}}$ Watt	L_1 Watt	$\cos\varphi_1 = \frac{L_1}{i_{1\text{eff}} \cdot \mathfrak{P}_{1\text{eff}}}$	φ_1 ca.	$L_1 - L_2$ Watt	Wirkungsgrad $= \frac{L_2}{L_1} \cdot 100$ %
99,0	0	0	2400	0,145	348	152	0,61	52°	152	0
99,0	1,00	99	„	0,160	384	265	0,66	49	166	37.4
98,9	2,89	286	„	0,229	549	445	0,81	36	159	64,3
98,8	4,87	481	„	0,304	729	640	0,88	28	159	75,2
98,8	7,17	708	„	0,374	897	868	0,97	14	160	81,6
98.0	10,81	1060	„	0,519	1245	1225	0,98	11	165	86,5
98.6	14,63	1443	„	0,675	1620	1609	0,99	8	166	89.7
98,2	18,52	1819	„	0,831	1994	1988	1,00	0	169	91,5
98,0	22,25	2183	„	0,981	2354	2358	1,00	0	178	92,5
97,9	25,95	2541	„	1.136	2726	2745	1,01**)	0	204	92,6
97,7	29,80	2912	„	1,288	3091	3100	1,00	0	188	94,0
97,4	35,27	3436	„	1,520	3648	3658	1,00	0	222	93,9
97.1	40,89	3971	„	1,750	4200	4207	1,00	0	236	94,4

*) Vgl. **88 a** und **96**.

**) Dieser unmögliche Wert zeigt nur, daß die Beobachtungen der Tabelle nicht genau genug sind, um $\cos\varphi_1$ auf 1% genau zu liefern.

In dieser Tabelle ist die automatische Regulierung der Energiezufuhr im Primärkreis nach dem Energieverbrauch im Sekundärkreis sehr gut zu verfolgen.

c. Wie diese automatische Regulierung qualitativ zu stande kommt, ergibt eine einfache Ueberlegung.

Die elektrische Leistung L_1, die vom Primärkreis der Maschine entnommen wird, ist

$$L_1 = i_{1\,eff} \cdot \mathfrak{V}_{1\,eff} \cdot \cos \varphi_1 \text{ [96]}.$$

Nun hat die Belastung der Sekundärspule bei gleichbleibender Primärspannung $\mathfrak{V}_1$ zur Folge, daß

(1) $i_{1\,eff}$ größer [**139a** und **140b**], also $\mathfrak{z}_1$ kleiner [**139** Gl. (4)],
(2) φ_1 kleiner [**139b**], also $\cos \varphi_1$ auch größer wird.

Beides wirkt also zusammen, um die Energiezufuhr des Primärkreises zu steigern. Verkleinerung der effektiven Impedanz $\mathfrak{z}_1$ und des Phasenwinkels φ_1 sind also die Mittel, durch welche die automatische Regulierung erreicht wird.

In den Tabellen 3 und 4 oben, welche beide die Beziehungen bei wesentlich induktionsloser Belastung wiedergeben, ist die Zunahme des Primärstroms und die Abnahme des Phasenwinkels gut zu verfolgen.

d. Der quantitative Nachweis, daß bei hysteresisfreiem Eisenkern genau ebenso viel Energie dem Primärkreis zugeführt als im Sekundärkreis verbraucht wird, ist elementar zu erbringen.

Der Ausdruck für L_1 geht bei Benützung der Gl. (4) in **139** über in

$$L_1 = i_1^2{}_{eff} \cdot \mathfrak{w}_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Der Energieverbrauch im Primärkreis wird also durch den effektiven Widerstand $\mathfrak{w}_1$ ebenso bestimmt wie beim gewöhnlichen Wechselstromkreis durch den Ohm'schen Widerstand w_1 [**96b**].

Setzt man den Wert von $\mathfrak{w}_1$ aus **139** Gl. (3) ein, so wird

$$L_1 = i_1^2{}_{eff} \cdot w_1 + \pi n p_1 \cdot \eta_1 \cdot \sin \varphi_m \cdot i_1^2{}_{eff}.$$

Der erste Betrag ist die in der Primärwicklung als Joule'sche Wärme verbrauchte Leistung. Der zweite Betrag ist aber nichts anderes als die Leistung des Sekundärkreises.

Es ist nämlich

$$\pi n p_1 \cdot \eta_1 \cdot \sin \varphi_m \cdot i_1^2{}_{eff} = \pi n p_1 \cdot \eta_1 \cdot i_{1\,eff} \times \sin \varphi_m \cdot i_{1\,eff}.$$

$$\pi n p_1 \cdot \eta_1 \cdot i_{1\,eff} = \mathfrak{E}_{i\,eff} = \frac{\pi n N_1}{v} \cdot Q_{m\,eff} \text{ [139 Gl. (2)]}.$$

Andererseits

$$Q_{m\,0} = \frac{\mathfrak{M}_{s\,0}}{\mathfrak{z}_m}\ [112\,b] = \frac{N_1\, i_{1\,0}}{v \cdot \mathfrak{z}_m},$$

also

$$i_{1\,eff} = Q_{m\,eff}\,\frac{v \cdot \mathfrak{z}_m}{N_1};$$

außerdem

$$\sin \varphi_m = \frac{\pi n p_m}{\mathfrak{z}_m}.$$

Setzt man das oben ein, so erhält man

$$\pi n p_1 \cdot \eta_1 \cdot \sin \varphi_m \cdot i_1{}^2{}_{eff} = \pi n p_m \cdot \pi n Q_m{}^2{}_{eff}.$$

Das ist aber nach **114 c** die von dem magnetischen Kreis des Transformators an die Sekundärwicklung in der Sekunde abgegebene und von dieser verbrauchte Energie.

§ 3. Streuung des Transformators.

143. Streuung beim unbelasteten Transformator.

Wenn sämtliche magnetische Induktionslinien der Primär- und Sekundärspule im Transformatorkern verlaufen, wie es in **133** und bisher immer vorausgesetzt wurde, so muß es gleichgültig sein, wie die Spulen auf dem Transformatorkern angeordnet sind.

Das stimmt jedoch schon beim unbelasteten Transformator nicht genau. Nimmt man z. B. bei dem Modell Fig. 214 als Primärspule Spule 1, als sekundäre einmal Spule 2 und dann Spule 3, so zeigt ein an diese Spulen angelegtes Voltmeter bei

Spule 2	Spule 3
117 Volt	106 Volt,

wenn Spule 1 an die Wechselstromklemmen von 128 Volt angeschaltet wird.

Da die Amplitude der in der Sekundärspule induzierten EMK proportional der Amplitude des Induktionsflusses im Innern der betreffenden Spule ist, so folgt daraus: Die Amplitude des Induktionsflusses ist in Spule 3, also in weiterer Entfernung von der primären Spule, geringer als in Spule 2, d. h. in der unmittelbaren Nähe der Primärspule. Nun sind die magnetischen Induktionslinien geschlossene Kurven [28], es können also keine im Transformatorkern endigen. Der Unterschied der Induktionslinienzahl in Spule 3 und 2 kann also nur daher rühren, daß ein Teil der Induktionslinien aus dem Eisen-

kern heraus in die Luft tritt, daß, wie man sagt, der Transformator „*Streuung*“ besitzt.

Diese Streuung ist auch der Grund, warum schon in Spule 2 die EMK nicht 128 Volt ist, wie man wegen Gleichheit der Windungszahlen der Primär- und Sekundärspule erwarten sollte [**134**]. Ebenso ist sie für die Differenz der beobachteten und berechneten Zahlen in der Tabelle **135 b** verantwortlich zu machen.

144. Streuung beim belasteten Transformator. Eine einzige Primär- und Sekundärspule.

a. Wird in der Anordnung von **143** die Sekundärspule (Spule 2 bezw. 3) dadurch belastet, daß man Glühlampen an dieselbe anschließt, so erhält man folgende Zahlen:

$i_{2\,\mathrm{eff}}$ Amp.	$\mathfrak{V}'_{2\,\mathrm{eff}}$ Spule 2 Volt	$\mathfrak{V}'_{2\,\mathrm{eff}}$ Spule 3 Volt	
unbelastet	117	106	1,10
0,95	115	103	1,12
1,7	114	99,5	1,14
2,4	111	97,5	1,14
3,1	109	96	1,13
3,8	108	94	1,15
4,4	107	91	1,18

Die Zahlen der vierten Spalte geben das Verhältnis der sekundären Spannung von Spule 2 zu derjenigen von Spule 3. Sie sind direkt ein Maß für die Streuung und zeigen, daß die Streuung des Transformators mit der Belastung zunimmt.

Sehr groß ist die Zunahme allerdings nicht. Der gedrungene Eisenkern des Transformatormodells läßt eine starke Streuung, die relativ dünnen Drähte der Spulen eine sehr starke Belastung nicht zu.

b. Weit auffallender wird die Zunahme der Streuung mit der Belastung, wenn man die Anordnung von **109** (Fig. 188), die einen viel dünneren Eisenkern und eine Sekundärspule S_2 aus viel kräftigerem Draht besitzt, zu folgendem Versuch verwendet.

Die Spule S_2 wird vorerst nicht geschlossen. Die an die verschiebbare Spule S_3 (Fig. 188) angeschlossene 120voltige Glühlampe brennt ungefähr gleich hell, ob sich S_3 an der Stelle A oder B be-

findet. Das an S_3 angeschlossene Voltmeter zeigt bei Stellung A 114, bei Stellung B 102 Volt. Das heißt: Der Induktionsfluß an der Stelle A ist nur wenig stärker als an der Stelle B, die Streuung also gering.

Nun wird die Spule S_2 kurz geschlossen. Das Voltmeter zeigt nun, bei derselben Stromstärke in S_1, für Stellung A 71, für Stellung B 8 Volt. Eine an S_3 angeschlossene 65voltige Glühlampe brennt hell bei der Stellung A, erlischt aber sofort, wenn die Spule S_3 in die Stellung B verschoben wird.

Der Grund dafür ergibt sich aus **111** unmittelbar. Dadurch, daß die Spule S_2 kurz geschlossen wurde, hat der Eisenring, *und* zwar speziell der von S_2 umgebene Teil desselben, eine sehr hohe magnetische Impedanz erhalten. Die magnetischen Induktionslinien werden also jetzt, da ihnen der Eisenring einen viel größeren Widerstand entgegensetzt, in weit größerer Menge in die Luft austreten, insbesondere den von S_2 umgebenen Teil des Eisenrings umgehen.

Genauer erhält man folgende Beziehung, wenn man annehmen darf, daß die Richtung der Induktionslinien in Luft — die „Gestalt des Streufeldes" — sich durch das Schließen der Spule S_2 nicht merklich ändert. Es sei Q_m die

Fig. 225.

Anzahl der Induktionslinien, die durch S_2 hindurch verlaufen, Q_1 der Induktionsfluß und w_{m_1} der magnetische Widerstand des Streufeldes (vgl. Fig. 225). Dann ist, so lange S_2 offen ist:

$$\frac{Q_{1\,o}}{Q_{m\,o}} = \frac{w_m}{w_{m_1}} \quad [27\,c],$$

wenn S_2 kurz geschlossen ist:

$$\frac{Q_{1\,o}}{Q_{m\,o}} = \frac{z_m}{w_{m_1}} \quad [111\,d],$$

d. h. aber: es verhält sich die Streuung, für die $\frac{Q_{1\,o}}{Q_{m\,o}}$ ein Maß ist, bei kurzgeschlossener zu derjenigen bei offener Spule wie die magnetische Impedanz des von S_2 umgebenen Teils des Eisenrings (z_m) zu dem magnetischen Widerstand desselben Teils. Da die magnetische Impedanz stets größer ist als der magnetische Widerstand, so muß auch die Streuung bei geschlossener Spule S_2 größer sein als bei offener.

145. Streuung beim belasteten Transformator. Mehrere Primär- und Sekundärspulen.

Von dem Transformatormodell (Fig. 214) sollen nun als Primärspulen vier, als Sekundärspulen zwei benützt werden, und zwar in zwei Schaltungen:

	Schaltung A	Schaltung B
Primärspule	1 + 2 + 4 + 5	1 + 2 + 3 + 4
Sekundärspule	3 + 6	5 + 6

Bei Schaltung B liegen also sämtliche Primär- und Sekundärspulen nebeneinander, bei Schaltung A wechseln primäre und sekundäre miteinander ab.

Schließt man die Primärwicklung an die Wechselstromleitung von 128 Volt an, so erhält man für die Sekundärspannung bei verschiedenem Sekundärstrom folgende Zahlen.

$i_{2\,\mathrm{eff}}$ Amp.	$\mathfrak{V}'_{2\,\mathrm{eff}}$ Schaltung A Volt	$\mathfrak{V}'_{2\,\mathrm{eff}}$ Schaltung B Volt	$\mathfrak{V}'_{2(A)} : \mathfrak{V}'_{2(B)}$
unbelastet	64	61	1,05
2,2	56,5	43	1,31
3,0	53	30,5	1,74
3,3	51,5	23	2,24

Sie zeigen, daß die Schaltung B schon bei unbelastetem Transformator ungünstiger ist als Schaltung A und daß die Differenz mit der Belastung rasch wächst.

Hier liegen die Verhältnisse folgendermaßen (vgl. Fig. 226 und 227). Bei Schaltung B (Fig. 226) ist nur ein einziges großes Streufeld vorhanden. Für die Größe der Streuung ist nach **144 b** maßgebend die magnetische Impedanz der zwei hintereinander geschalteten Sekundärspulen, also die doppelte magnetische Impedanz einer einzigen Sekundärspule.

Bei Schaltung A (Fig. 227) sind zwei Streufelder vorhanden. Für jedes derselben ist maßgebend die magnetische Impedanz einer einzigen Sekundärspule, also nur die Hälfte der magnetischen Impedanz in Schaltung B. Daß dafür zwei Streufelder vorhanden sind, macht nichts aus, da es nur auf das Verhältnis der durch die Sekundärspulen gehenden Induktionslinien zu den durch die Luft gehenden ankommt. Dieses Verhältnis ändert sich aber nicht, wenn statt einem einzigen Streufeld beliebig viele vorhanden sind.

Wohl aber kommt in Betracht, daß bei Schaltung A die Gestalt des Streufeldes eine ganz andere ist als bei Schaltung B. Daß die Länge der Induktionslinien bei Schaltung A im allgemeinen kleiner ist, würde eine Verkleinerung des magnetischen Widerstands des

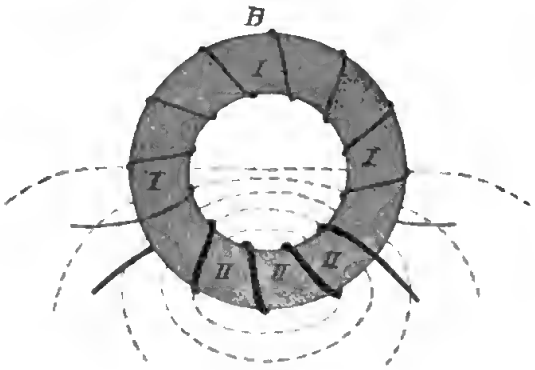


Fig. 226.

Streufeldes im Falle A ergeben. Das wird aber mehr als aufgehoben dadurch, daß im Falle B das Streufeld sehr große Ausdehnung, also sehr großen Querschnitt hat, während die Induktionslinien im Falle A sehr eng konzentriert sind. Es ist deshalb wahrscheinlich, daß der Widerstand des Streufeldes im Falle A eher größer ist als im Falle B. Das trifft tatsächlich auch zu.

Das Resultat ist also: Die magnetische Impedanz des von den Spulen umschlossenen Teils des Transformatorkerns ist im Falle B

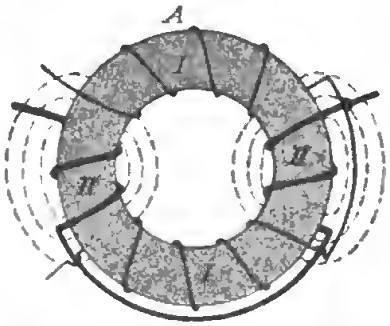


Fig. 227.

doppelt so groß als bei Schaltung A, der Widerstand des Streufeldes kleiner. Beides muß nach **144 b** zusammenwirken, um die Streuung bei Schaltung A gegenüber derjenigen bei Schaltung B zu verkleinern.

Diese allerdings nur qualitative Betrachtung zeigt, daß es stets möglich ist, die Streuung auf einen sehr geringen Betrag zu re-

duzieren. Man braucht nur die Primär- und Sekundärwicklung in möglichst viele Spulen zu spalten und die Primär- und Sekundärspulen abwechslungsweise auf dem Transformatorkern anzuordnen.

Bei den technischen Transformatoren ist das geschehen, mit dem Erfolg, daß die Streuung praktisch fast vollkommen zu vernachlässigen ist, wenigstens bei den Transformatoren mit geschlossenem Eisenkern. Schon bei der Schaltung A in dem Transformatormodell oben ist das erreicht: 128 Volt Primärspannung geben, wie die Tabelle zeigt, sekundär 64 Volt bei einem Verhältnis der Windungszahlen 2 : 1, also so genau, als die Spannung an den Voltmetern abzulesen ist, den theoretisch [**134**] verlangten Wert.

146. Energieverlust durch Streuung.

Die Streuung besteht nach **144** darin, daß der Primärkreis ein magnetisches Feld erzeugt, das zum Teil vom Sekundärkreis nicht benützt wird. Zwar bedeutet die Energie, die ein Wechselstromkreis zum Aufbau seines magnetischen Feldes verwendet, an sich keinen Energieverlust, da beim Zusammenfallen dieses Feldes dessen Energie dem Stromkreis wieder zu gute kommt [**97**]. Für den Transformator aber bedingt Streuung stets einen Energieverlust und zwar aus zwei Gründen.

a. Verläuft das Streufeld zum Teil in Eisen, so verbraucht es wegen der Hysteresis und eventuell wegen der Wirbelströme auch Energie [**104** und **102**].

b. Es werde zunächst angenommen, daß keine Streuung vorhanden ist. Der Induktionsfluß durch die Sekundärwicklung sei Q_m und liefere dort eine gewisse Leistung L_2. Nun werde die Schaltung so geändert, daß nicht alle Induktionslinien durch die Sekundärspule hindurchgehen, daß also Streuung vorhanden ist. Dadurch wird bei demselben Primärstrom der Induktionsfluß durch die Sekundärspulen und die in diesen entwickelte Leistung geringer*). Um sie auf die frühere Höhe zu bringen, muß man also den Primärstrom steigern. Diese Steigerung des Primärstroms hat aber eine höhere Wärmeentwickelung in der Primärspule selbst, in den Ankerspulen der Wechselstrommaschine und in den Leitungen, welche Primärspule und Maschine verbinden, zur Folge, bedeutet also eine Erhöhung des Energieverlustes.

*) Die Frage, wie die Verhältnisse im Transformator durch die Streuung geändert werden, läßt sich an der Hand der Beziehungen von **139** leicht beantworten.

Als Illustration des Energieverlustes durch Streuung kann der folgende Versuch dienen. In der Anordnung von **142 b** (Fig. 224), wird das Transformatormodell einmal in der Schaltung A (Fig. 227) und dann in der Schaltung B (Fig. 226) gebraucht. Man erhält dann folgende Zahlen:

	L_2 Watt	L_1 Watt	$L_2 - L_1$ Watt
Schaltung A . .	94	139	45
Schaltung B . .	94	148	54

Um dieselbe Leistung im Sekundärkreis zu erhalten, muß bei Schaltung B dem Primärkreis 9 Watt = ca. 6 % mehr zugeführt werden.

§ 4. Technische Konstruktion der Transformatoren.

147. Geschlossener oder offener Transformatorkern.

Für die Frage nach dem Bau des Transformatorkerns liegen die Verhältnisse nicht ganz so einfach wie bei der Drosselspule. Augenscheinlich ist von zwei Transformatoren derjenige der bessere, der im Verlauf desselben (größeren) Zeitraumes, etwa eines Jahres, bei derselben Energieabgabe am wenigsten Energie für sich verbraucht. Da der Transformator keineswegs das ganze Jahr hindurch belastet ist, so gibt für die Brauchbarkeit der mittlere „*Wirkungsgrad*“ $\left(= \frac{\text{sekundäre}}{\text{primäre}} \text{ Leistung}\right)$ des belasteten Transformators allein kein Maß. Ebenso wesentlich ist dabei der Energieverbrauch bei Leerlauf.

Ein Vergleich der Transformatoren mit geschlossenem und derjenigen mit offenem Eisenkern nach diesen Gesichtspunkten ergibt folgendes.

a. *Leerlaufverlust.* Der Energieverbrauch bei Leerlauf, Primärstrom $[i_1]$, ist [**96**]

$$= \mathcal{V}_{1\text{eff}}\,[i_{1\text{eff}}] \cos \varphi_1.$$

Nach **141** ist nun bei Transformatoren mit geschlossenem Eisenkern $\cos \varphi_1$ relativ groß, bei Transformatoren mit offenem Kern sehr klein. Auf der anderen Seite ist aber, wie die folgende Zusammenstellung Tab. 1 zeigt, der Leerlaufstrom $[i_1]$ bei ersteren viel kleiner als bei letzteren, weil die geschlossenen Eisenkerne eine sehr hohe Impedanz liefern [vgl. **106 d**]. Das Zusammenwirken der beiden Faktoren hat

die Wirkung, daß die Leerlaufverluste bei den Transformatoren mit offenem Kern und denjenigen mit geschlossenem sich nicht bedeutend unterscheiden.

Tabelle 1.

		$[i_{1\,eff}]$*) Amp.	$\cos \varphi_1$	L_1 Watt
Geschlossener Eisenkern	Westinghouse-Transformator 6500 Watt	0,05	0,79	95
	Kapp-Transformator 4000 Watt	0,145	0,61	152
Offener Eisenkern	Swinburne-Igeltransformator 6000 Watt	1,194	0,053	156
	Swinburne-Igeltransformator 3000 Watt	0,74	0,063	112

b. *Wirkungsgrad.* Der Wirkungsgrad bei Belastung ist bei den drei schon früher als Beispiele benützten Transformatoren der folgende:

Tabelle 2.

		Mittlere Belastung	Maximale Belastung
Geschlossener Eisenkern	Westinghouse-Transformator 6500 Watt	95,8%	96,9%
	Kapp-Transformator 4000 Watt	91,8%	94,4%
Offener Eisenkern	Swinburne-Igeltransformator 3000 Watt	91,1%	94%

Danach steht der Igeltransformator zwar dem Westinghousetransformator beträchtlich nach**), unterscheidet sich aber von dem Kapp'schen Transformator, der auch geschlossenen Eisenkern hat, nur äußerst wenig.

c. Bis jetzt wurden nur die Verluste im Transformator selbst in Betracht gezogen. Allein wenn es sich um die Frage handelt, welche Art von Transformatoren bei einer Energieübertragung am vorteilhaftesten ist, so muß offenbar auf die Energieverluste in der Leitung zwischen der Maschine und dem Transformator Rücksicht genommen werden. Es ist also derjenige von zwei Transformatoren der bessere,

*) $\mathfrak{E}'_{1\,eff} = 2400$ Volt.

**) Zu bedenken ist dabei allerdings, daß der Westinghouse-Transformator für höhere Leistung gebaut ist und im allgemeinen die Transformatoren für höhere Leistung besseren Wirkungsgrad ergeben.

bei dessen Verwendung die ganze Anlage am wenigsten Energie verbraucht. Dafür aber gibt weder der im Laboratorium ermittelte Leerlaufverlust noch Wirkungsgrad des Transformators allein ein richtiges Maß.

Ist w der Widerstand der Leitung (eventuell auch noch der Ankerspulen der Wechselstrommaschine), so ist die in derselben verlorene Leistung $= i_{1\,eff}^2 w$.

Nun ist der Leerlaufstrom bei den Transformatoren mit offenem Kern größer als bei denen mit geschlossenem Kern (Tab. 1): also ist bei Leerlauf der Verlust in den Leitungen bei den ersteren größer.

Bei mittlerer Belastung ist $\cos \varphi_1$ kleiner bei den Transformatoren mit offenem Kern (vgl. Fig. 222). Um also bei derselben Spannung dem Transformator eine bestimmte Leistung ($\mathfrak{P}_{1\,eff}\, i_{1\,eff} \cos \varphi_1$) zuzuführen, muß der Primärstrom stärker genommen werden. Bei mittlerer Belastung ist für den Igeltransformator von 3000 Watt $\cos \varphi = 0{,}7$, für die Transformatoren mit geschlossenem Kern $= 1$. Der Primärstrom muß also bei ersterem im Verhältnis 1 zu 0,7 größer sein als bei den letzteren. Dadurch wird aber der Energieverlust in der Leitung ungefähr doppelt so groß als bei Transformatoren mit geschlossenem Eisenkern.

Sowohl bei Leerlauf als bei Belastung stellt sich also in dieser Beziehung der Transformator mit offenem Eisenkern entschieden ungünstiger. Da er in den unter a und b besprochenen Beziehungen jedenfalls keine Vorteile bietet, so fällt der ganze Vergleich zu Ungunsten der Transformatoren mit offenem Kreis aus.

Dazu kommen noch andere Nachteile, insbesondere größere Streuung und dadurch bedingter [144 f.] größerer Abfall der Sekundärspannung, allerdings auch Vorteile. Das Resultat im ganzen aber ist, daß gegenwärtig nur ganz wenig Transformatoren mit offenem Eisenkreis gebaut werden.

148. Ausgeführte Transformatoren mit geschlossenem Kern.

a. Transformatoren für *einfachen Wechselstrom*. Die durch das Modell Fig. 214 dargestellte Transformatorform, bei welcher der Kern aus einem Eisenring besteht, auf welchen die primären und sekundären Spulen gewickelt sind, wird häufig als „Ringtransformator" bezeichnet, aber gegenwärtig kaum mehr gebaut. Eine im Wesen nur wenig davon abweichende, aber leichter auszuführende Form ist der Transformator von Fig. 228*) der Firma Ganz & Co. in Budapest bezw. Helios in Köln. Fig. 229*) ist eine Außenansicht des montierten

*) Aus Graetz l. c., S. 385 bezw. 386, Fig. 339 bezw. 341.

Transformators. Der Form Fig. 228 in jeder Beziehung ähnlich ist der Transformator von Kapp, der in Fig. 230*) abgebildet ist.

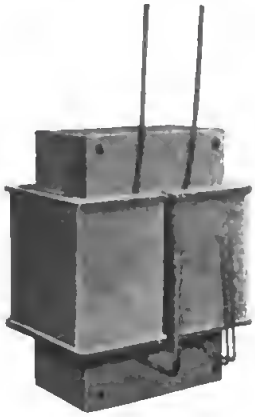


Fig. 228.

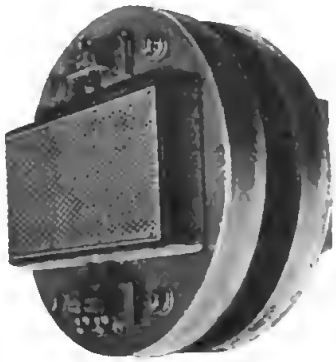


Fig. 229.

Als Umkehrung des Ringtransformators kann die in Fig. 231**) wiedergegebene Form eines „Schalen- oder Manteltransformators“

Fig. 230.

aufgefaßt werden. Die Primär- und Sekundärwicklung bilden einen Ring, um den die Transformatorbleche B herumgewickelt sind.

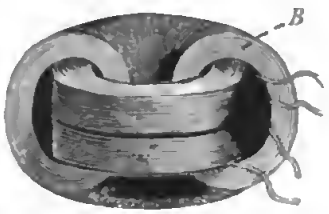


Fig. 231.

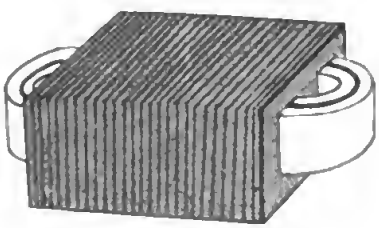


Fig. 232.

*) Nach G. Kapp, Transformatoren[35]), Fig. 150, S. 264.
**) Aus Thompson[33]) II, Fig. 503, S. 696.

Die Anordnung des Westinghousetransformators ist aus der schematischen Fig. 232*) zu ersehen. Den ausgeführten Transformator gibt Fig. 233**). Nur wenig in der Anordnung davon

Fig. 233.

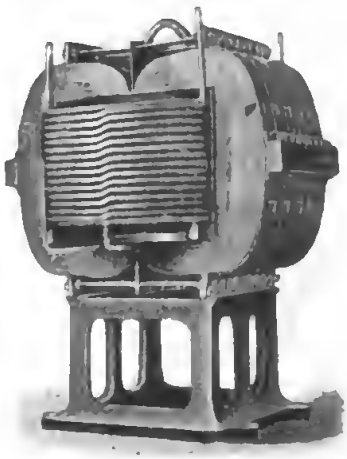


Fig. 234.

verschieden ist der Transformator von Ferranti in Fig. 234***), der für besonders hohe Spannungen konstruiert ist. Im letzteren liegt die Ebene der Spulenwindungen horizontal; die Ankerbleche sind

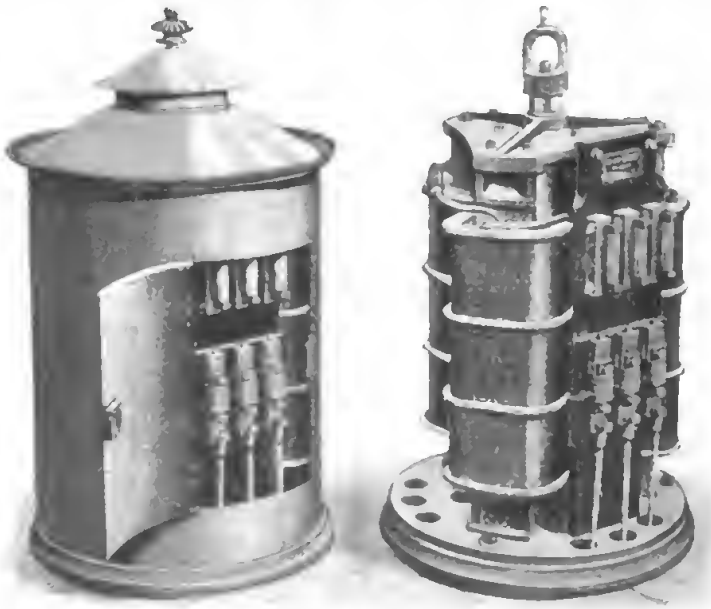


Fig. 235.

*) Nach Thompson[55]) II, Fig. 508, S. 699.
**) Aus Fleming[58]) II, Fig. 34. S. 172.
***) Aus Thompson[55]) II, Fig. 513, S. 701.

durch den Innenraum der Spulen hindurchgesteckt und dann zu geschlossenen Kreisen zusammengebogen. Die Isolation der Spulen wird bei diesem Transformator durch feste Materialien bezw. Luft gebildet. Gewöhnlich wird aber für Spannungen von 10000 Volt an Oelisolation verwandt.

b. Für *Drehstrom* (Dreiphasenstrom) müssen wenigstens so viel magnetische Kreise als Phasen vorhanden sein. Eine der dafür gebrauchten Transformatorformen besitzt als Kern drei vertikal oder auch horizontal gestellte Zylinder, die an ihren Enden durch Eisenjoche miteinander verbunden sind und auf denen sich die Primär- und Sekundärspulen der drei Phasen befinden.

Fig. 235*) zeigt die Ausführung von Siemens & Halske, links mit dem zum Aufstellen im Freien bestimmten Gehäuse.

149. Ausgeführter Transformator mit offenem Kern.

Von der hier fast ausschließlich in Betracht kommenden Form, dem Igeltransformator von Swinburne, stellt Fig. 236 einen schematischen Querschnitt, Fig. 237**) eine Außenansicht dar.

Der zylindrische Kern besteht aus Eisendrähten, die nahe den Enden der Spulen frei endigen und nach außen umgebogen sind, um

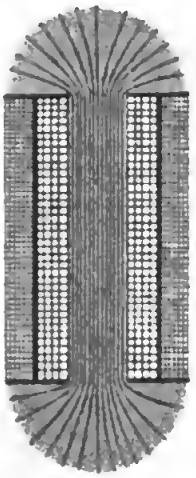


Fig. 236.

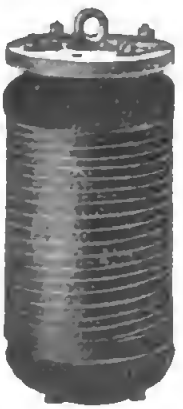


Fig. 237.

den magnetischen Induktionslinien wenigstens noch eine Strecke weit einen Weg von geringem magnetischen Widerstand in Eisen zu geben. Es soll dies verhüten, daß die Induktionslinien schon vorher aus dem Eisenkern austreten und so eine starke magnetische Streuung verursachen.

*) Aus Kapp, Transformatoren[78]), Fig. 133, S. 249.

**) Aus Thompson[55]) II, Fig. 512, S. 701.

150. Vorteile der Transformation.

Hier in Straßburg produziert die elektrische Zentrale Drehstrom von ca. 3000 $Volt_{eff}$. An die Drehstrommaschinen sind angeschlossen die Primärspulen von Transformatoren, die überall in der Stadt verteilt sind. Die Sekundärwicklung jedes Transformators versorgt dann die in der Nähe gelegenen Häuser mit Strom von ca. 120 $Volt_{eff}$. Man kann sich nun in diesem und ähnlichen Fällen fragen: weshalb wird der ganze Umweg mit der Transformation gemacht? weshalb wird nicht einfach in der Zentrale Strom von derjenigen Spannung, die nachher in den Häusern gebraucht wird, hergestellt?

a. Eine einfache Ueberlegung zeigt indes, daß überall da, wo es sich um Energieübertragung auf einigermaßen große Entfernung handelt, die Verwendung von hohen Spannungen unerläßlich ist.

In Straßburg werden ca. 600000 Watt gebraucht. Der Strom i_{eff} muß also bei

3000 Volt mindestens 200 Amp.
120 „ „ 5000 „

betragen. Nun ist der Energieverbrauch in den Leitungen, deren Widerstand w sei, $= i_{eff}^2 w$. Daraus folgt aber, daß derselbe bei 120 Volt $\frac{5000^2}{200^2}$ = ca. 600mal größer wird als bei 3000 Volt. Die Verwendung von 120 Volt wäre also in dieser Beziehung außerordentlich viel ungünstiger als diejenige von 3000 Volt.

Man kann dem dadurch begegnen, daß man bei 120 Volt den Leitungsquerschnitt 600mal größer nimmt. Was das ungefähr bedeutet, zeigt folgender Ueberschlag. Es soll angenommen werden, daß sowohl bei 120 Volt als bei 3000 Volt nur 5 % der Gesamtleistung d. h. 30000 Watt in den Leitungen verbraucht werden darf. Dann gilt für den Widerstand w, den die Leitungen höchstens haben dürfen,

$$\text{bei } 3000 \text{ Volt } w < \frac{30000}{200^2} = 0{,}75 \text{ Ohm},$$

$$\text{„ } 120 \text{ „ } w < \frac{30000}{5000^2} = 0{,}0012 \text{ Ohm}.$$

Nun mag die mittlere Entfernung der verschiedenen Stadtteile von der Zentrale in Straßburg etwa 1 km betragen, also für Hin- und Rückleitung = 2 km, wenn vorerst angenommen wird, daß nur je eine Hin- und Rückleitung vorhanden ist. Da ein Kupferdraht von 1 m Länge und 1 mm^2 Querschnitt ca. $\frac{1}{55}$ Ohm Widerstand hat (Tab. III),

so bestimmt sich daraus der Querschnitt der Leitungen

bei 3000 Volt zu mindestens 48 mm²,
„ 120 „ „ „ 30000 „ .

Nimmt man als spezifisches Gewicht des Kupfers 8,8, als Preis eines Kilos 2 Mark, so erhält man als Gesamtgewicht des Kupfers der 2 km langen Leitung und als Kosten allein für das Kupfer

bei 3000 Volt 422 kg entsprechend 844 Mark,
„ 120 „ 264000 „ „ 528000 „ .

Wenn auch diese Zahlen und die ganze Ueberlegung ziemlich willkürlich sind, so gehen sie doch einen ungefähren Begriff davon, wie viel ungünstiger die ganze Anlage würde, wenn direkt 120 Volt von den Maschinen der Zentrale produziert würden.

Daß man in Straßburg Dreiphasenstrom und deshalb nicht zwei, sondern drei Leitungen benützt, ändert an dem oben Ausgeführten nichts; es läßt sich leicht beweisen, daß bei Dreiphasenstrom die Querschnitte der drei Kabel zusammen = dem Querschnitte der zwei Kabel zusammen bei Wechselstrom sein müssen.

b. Es ist aus dem Gesagten zu entnehmen, daß bei Energieübertragung auf einigermaßen beträchtliche Entfernung — auf sehr große Entfernungen noch viel mehr — die Verwendung von hohen Spannungen unumgänglich ist.

Auf der anderen Seite aber ist die direkte Benützung von hohen Spannungen in den Häusern ausgeschlossen wegen der Isolationsschwierigkeiten und der großen Gefahr. Wechselströme der gebräuchlichen Wechselzahl, deren Spannung einige hundert Volt übersteigt, sind unbedingt lebensgefährlich.

Die Transformation ermöglicht, für die Energieübertragung hohe Spannungen und gleichzeitig für den Gebrauch im Hause niedrige Spannungen zu benützen.

c. Für *Gleichstrom* liegen die Bedürfnisse im ganzen wie bei Wechselstrom: hohe Spannungen für Uebertragung, niedrige für den Gebrauch. Aber die Befriedigung dieses Bedürfnisses ist dort sehr schwer, da .

(1) nur schwer Gleichstrommaschinen für hohe Spannungen gebaut werden können;

(2) die Verwandlung von hoher Spannung in niedrige besondere Maschinen erfordert, welche Wartung und mehr Energie brauchen als ein Wechselstromtransformator und außerdem wegen der bewegten Teile der Abnützung unterworfen sind.

Dem Vorteil der einfachen Transformierbarkeit ist es in erster Linie zuzuschreiben, daß der Wechsel- und Drehstrom fast überall, wo es sich um Energieübertragung auf größere Entfernung handelt, den Gleichstrom verdrängt hat.

§ 5. Einspulige Transformatoren.

151. Anordnung.

Von den bisher besprochenen Transformatoren sind in mancher Beziehung verschieden diejenigen, bei denen nur eine einzige auf

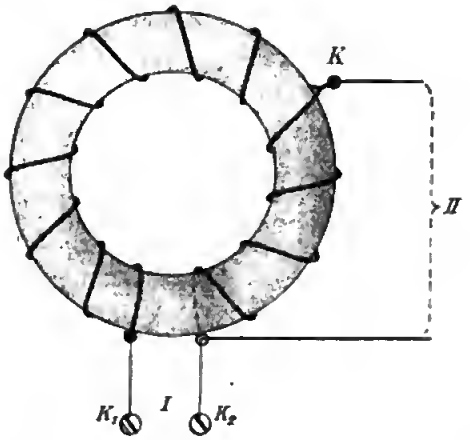


Fig. 238.

einen Eisenkern gewickelte Spule vorhanden ist. Entweder wird den Enden dieser Spule ($K_1 K_2$ Fig. 238) der Strom zugeführt, von irgend

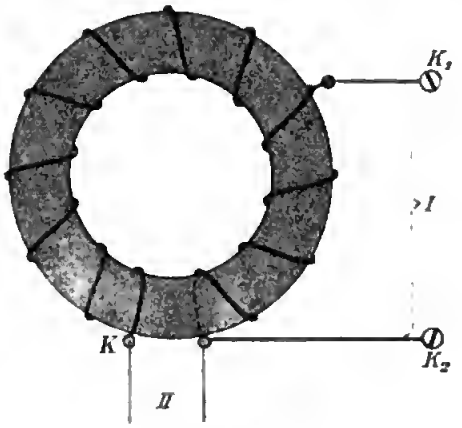


Fig. 239.

einem Teil der Spule (K K_2 Fig. 238) der transformierte Strom entnommen, oder ist die Anordnung gerade umgekehrt (Fig. 239).

Es ist für das folgende bequem, auch in diesem Falle mit Primärspule denjenigen Teil der gesamten Spule zu bezeichnen, an dessen Enden die Stromzuleitung angeschlossen ist (also in Fig. 238 die ganze Spule, in Fig. 239 den Teil K_1K_2), mit Sekundärspule denjenigen Teil der gesamten Spule, der den transformierten Strom liefert (in Fig. 238 K_2K, in Fig. 239 die gesamte Spule K_2K).

152. Verhältnis zum zweispuligen Transformator. Magnetische und galvanische Koppelung.

a. Gegeben sei ein zweispuliger Transformator (Fig. 240), dessen Sekundärspule S_2 unmittelbar neben den Teil AB der Primärspule gewickelt ist, so wie es Fig. 241 andeutet. Nun werde die Sekundär-

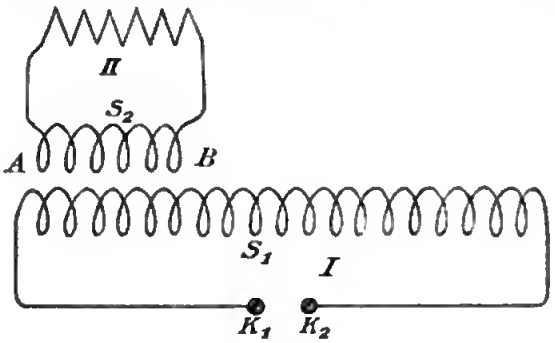


Fig. 240.

spule S_2 mit dem Teil AB der Primärspule vereinigt, so daß das Ganze zu dem einspuligen Transformator von Fig. 242 wird. Da durch diese Vereinigung, vorausgesetzt daß der Strom in den beiden Spulen derselbe geblieben ist, an dem magnetischen Induktionsfluß im Eisenkern sich nichts ändert, so liegt es nahe zu vermuten, daß die Anordnung von Fig. 242 sich in der Wirkung von derjenigen

Fig. 241.

von Fig. 240 überhaupt nicht unterscheide, demgemäß die Beziehungen des zweispuligen Transformators ohne weiteres auf den einspuligen übertragen werden dürfen.

Das ist indes nicht richtig. Beim zweispuligen Transformator wirken Primär- und Sekundärkreis nur durch Vermittelung des magne-

tischen Wechselfelds aufeinander: ihre Wechselwirkung ist eine reine *„magnetische Koppelung"* *). Könnte man das magnetische Wechselfeld entfernen oder ersetzt man es durch ein konstantes magnetisches Feld, indem man durch die Primärspule konstanten Strom schickt, so hört auch jede Wirkung der beiden Kreise aufeinander auf; in dem Sekundärkreis fließt kein Strom mehr.

Anders liegen die Verhältnisse beim einspuligen Transformator (Fig. 242). Schickt man hier durch die Primärspule AE konstanten

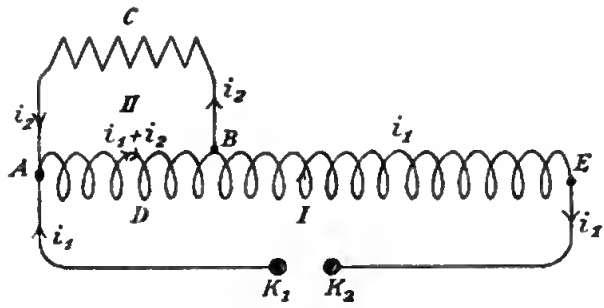


Fig. 242.

Strom, so hört zwar auch hier jede magnetische Beeinflussung der beiden Stromkreise auf. Trotzdem fließt auch im Sekundärkreis ein Strom. Der Grund dafür ist der: Zwischen den Punkten A und B besteht, sobald Strom durch die Primärspule geht, eine gewisse Spannung $\mathfrak{P}$ [25b]. Diese hat notwendig auch einen Strom i_2 in der Leitung ACB, also dem Sekundärkreis, zur Folge. Da ferner dieser Strom i_2 auch durch den Teil ADB des Primärkreises fließt, so müssen sich auch die Verhältnisse in diesem modifizieren.

Es besteht also eine Wechselwirkung der beiden Stromkreise, ohne daß das magnetische Feld dabei irgendwelche Rolle spielt. Man nennt diese Einwirkung von zwei Stromkreisen, die einen Teil der Leitung gemeinsam haben, *„galvanische Koppelung"*.

b. Genauer gelten für die galvanische Koppelung von Fig. 242 bei konstantem Strom folgende Beziehungen:

in Leitung ACB $$i_2 w_2 = \mathfrak{P}$$

($\mathfrak{P}$ Spannung von B gegen A, w_2 Widerstand, i_2 Strom der Leitung ACB), in Leitung ADB (Widerstand = w)

$$(i_1 + i_2)\, w = -\mathfrak{P}.$$

*) Man bezeichnet nach dem Vorgange von M. Wien [81]), zwei Stromkreise als „magnetisch gekoppelt", wenn die magnetischen Induktionslinien des einen Stromkreises durch den anderen hindurchgehen und demnach [33 und 37] jede Aenderung des Stroms im einen eine EMK im anderen induziert.

Aus beiden Gleichungen folgt

$$i_2 (w + w_2) = - i_1 w. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Denkt man sich nun den Sekundärkreis vom primären isoliert, so müßte, damit in ihm derselbe Strom zu stande kommt, eine EMK $\mathfrak{E}_g$ in ihm wirksam sein, die sich aus

$$i_2 (w + w_2) = \mathfrak{E}_g$$

oder mit Rücksicht auf Gl. (1) aus

$$\mathfrak{E}_g = - i_1 w \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

bestimmt.

Das Ergebnis bei konstantem Strom ist also: Man darf den Sekundärkreis nur dann als von dem primären isoliert betrachten, wenn man in ihm eine von der galvanischen Koppelung herrührende EMK $\mathfrak{E}_g = - i_1 w$ zu der schon vorhandenen EMK hinzufügt.

c. Dasselbe Resultat gilt auch noch, wenn die Anordnung Fig. 242 von einem Wechselstrom durchflossen ist, d. h. im Falle des einspuligen Transformators[82]). Auch hier erhält man den Strom in der Sekundärspule richtig, wenn man zu der von dem magnetischen Feld, also von der magnetischen Koppelung herrührenden EMK $\mathfrak{E}_2$ die durch die galvanische Koppelung bedingte EMK $\mathfrak{E}_g = - i_1 w$ addiert.

Es ist nämlich in der Leitung ACB

$$i_2 w_2 = \mathfrak{P} - p_2 i_2' \quad [87 \text{ Gl. (1)}]$$

(p_2 Selbstinduktionskoeffizient der Leitung ACB), in der Leitung ADB

$$(i_1 + i_2) w = - \mathfrak{P} + \mathfrak{E}_2,$$

wenn $\mathfrak{E}_2$ die durch das magnetische Feld in der Sekundärspule induzierte EMK bedeutet. Daraus folgt

$$\begin{aligned} i_2 (w + w_2) &= \mathfrak{E}_2 - p_2 i_2' - i_1 w \\ &= \mathfrak{E}_2 - p_2 i_2' + \mathfrak{E}_g, \end{aligned}$$

während beim zweispuligen Transformator der Strom in der Sekundärspule durch die Gleichung

$$i_2 (w + w_2) = \mathfrak{E}_2 - p_2 i_2' \quad [87 \text{ Gl. (2)}]$$

dargestellt wird.

In derselben Weise kann gezeigt werden, daß man die Vorgänge im Primärkreis richtig bekommt, wenn man die dortigen elektromotorischen Kräfte um die von der Stromkoppelung mit dem Sekundärkreis herrührende EMK $- i_2 w$ vermehrt.

d. Von besonderem Interesse ist die Frage: Unter welchen Bedingungen wird die durch die Stromkoppelung veranlaßte EMK so klein, daß sie gegen die durch das magnetische Feld induzierte

praktisch vernachlässigt werden kann, daß demnach die Beziehungen des zweispuligen Transformators auf den einspuligen angewandt werden dürfen?

Der Strom in der Primärspule sei i_1. Dann ist [38e]

$$\mathfrak{E}_2 = - p_{12} i_1',$$

wenn p_{12} den wechselseitigen Induktionskoeffizienten der beiden Spulen [33] bedeutet. Also [66]

$$\mathfrak{E}_{20} = \pi n p_{12} \cdot i_{10}.$$

Für die durch die galvanische Koppelung veranlaßte EMK $\mathfrak{E}_g$ folgt aus Gl. (2)

$$\mathfrak{E}_{g0} = w \cdot i_{10}.$$

Die Amplituden der beiden EMK verhalten sich also wie $w : \pi n p_{12}$. Wenn also der Widerstand w des gemeinsamen Teiles der beiden Spulen klein ist gegen ihren wechselseitigen Induktionskoeffizienten, multipliziert mit πn, kann der Einfluß der galvanischen Koppelung gegen denjenigen der magnetischen Koppelung vernachlässigt werden.

Bei den in der Technik gebrauchten einspuligen Transformatoren ist diese Bedingung erfüllt: sie haben wie die zweispuligen Transformatoren relativ wenige Windungen aus dickem Kupferdraht (w sehr klein), die auf einen möglichst gedrungenen Kern aus weichem Eisen (w_m sehr klein, deshalb p_{12} groß [33b]) gewickelt sind. Für sie sind also die für den zweispuligen Transformator in § 1 und 2 abgeleiteten Beziehungen noch mit großer Annäherung brauchbar.

153. Umsetzungsverhältnis des unbelasteten Transformators.

Daß die Beziehungen für den zweispuligen Transformator auch für den einspuligen annähernde Gültigkeit haben, soll in einem Falle experimentell kontrolliert werden. Für das Verhältnis von sekundärer ($\mathfrak{V}_{2\,\mathrm{eff}}$) zu primärer Spannung ($\mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}}$), das Umsetzungsverhältnis beim unbelasteten Transformator ergab sich in 134

$$\frac{\mathfrak{V}_{2\,\mathrm{eff}}}{\mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}}} = \frac{N_2}{N_1}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Der Strom muß also in der Anordnung Fig. 239 im Verhältnis der Windungszahlen hinauftransformiert, in der Anordnung Fig. 238 in demselben Verhältnis heruntertransformiert werden.

a. Zum experimentellen Nachweis, daß dies annähernd richtig ist, kann das Modell Fig. 214 benützt werden.

Um das Hinauftransformieren zu zeigen, schließe man etwa Spule 1 an die Wechselstromleitung an. Als Sekundärspule verwende man der Reihe nach die Spulen $1+2$, $1+2+3$ etc. und lege in Nebenschluß zu der Sekundärspule ein Voltmeter von hohem Widerstand*). Man erhält dann bei einer Primärspannung von 126 Volt folgende Zahlen:

Sekundärspule	$\mathfrak{P}'_{2\text{eff}}$	$\mathfrak{P}'_{2\text{eff}} : \mathfrak{P}'_{1\text{eff}}$	$N_2 : N_1$
$1+2$	252 Volt	2,0	2
$1+2+3$	367 „	2,9	3
$1+2+3+4$	475 „	3,8	4
$1+2+3+4+5$	583 „	4,6	5
$1+2+3+4+5+6$	702 „	5,6	6

Zur Demonstration des Heruntertransformierens benütze man als Primärspule sämtliche sechs Spulen des Modells hintereinander, als Sekundärspule der Reihe nach Spule 1, $1+2$ etc. Die Zahlen, die ein an die Enden angelegtes Hitzdrahtvoltmeter ergab, waren bei einer Primärspannung von 126 Volt:

Sekundärspule	$\mathfrak{P}'_{2\text{eff}}$	$\mathfrak{P}'_{1\text{eff}} : \mathfrak{P}'_{2\text{eff}}$	$N_1 : N_2$
1	20 Volt	6,3	$6:1=6$
$1+2$	42 „	3,0	$6:2=3$
$1+2+3$	63,5 „	2,0	$6:3=2$
$1+2+3+4$	85 „	1,5	$6:4=1{,}5$
$1+2+3+4+5$	107 „	1,2	$6:5=1{,}2$

Die Zahlen stimmen mit der Beziehung Gl. (1) noch besser als diejenigen für den zweispuligen Transformator in **135 b.**

b. Zur Demonstration der Wirkung von einspuligen Transformatoren kann auch jede Drosselspule dienen, vorausgesetzt, daß man an der Wicklung, abgesehen von den Enden, noch irgendwo eine Klemme K anbringt (Fig. 243). Legt man hier an die Außenklemmen K_1 und K_2 die Primärleitung von 120 Volt an, so ist an den Klemmen

*) Handelt es sich nur darum, ganz qualitativ das Hinauf- und Hinuntertransformieren zu demonstrieren, so empfiehlt es sich, das Voltmeter durch Glühlampen zu ersetzen [vgl. **135 a**].

K und K_1 bezw. K und K_2 ein Strom von 60 Volt zu entnehmen. Wird umgekehrt die Primärleitung von 120 Volt an die Klemmen

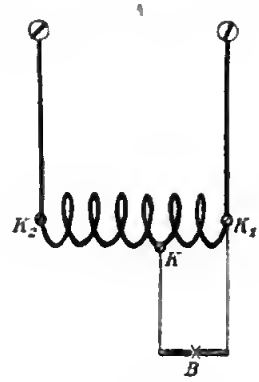


Fig. 243

K und K_1 bezw. K und K_2 angeschlossen, so besteht zwischen den Endklemmen K_1 und K_2 eine Spannung von 240 Volt.

154. Praktische Verwendung.

Praktische Verwendung finden einspulige Transformatoren besonders beim Betrieb von Wechselstrombogenlampen, die an eine Leitung von 120 Volt angeschlossen werden sollen. Um die für die Lampen erforderliche niedrige Spannung [vgl. **100**] herzustellen, wird statt einer vorgeschalteten Drosselspule und mit denselben Vorteilen, wie diese sie bietet, häufig ein einspuliger Transformator, sog. *„Lampentransformator"* oder *„Spartransformator"* auch *„Autotransformator"* genannt, verwendet. Bei der einfachsten Anordnung*) wird die Primärleitung von 120 Volt an die Endklemmen (K_1 und K_2 Fig. 243) angelegt und die Innenklemme K so angebracht, daß zwischen ihr und K_1 die für die Bogenlampe nötige Spannung herrscht.

In neuster Zeit verwendet man einspulige Transformatoren unter dem Namen „Divisoren" auch für den Betrieb von Osmiumlampen (Glühlampen mit Osmiumdrähten statt Kohlefäden), welche für die Spannung von 40 Volt gebaut sind.

*) Statt dessen werden häufig etwas kompliziertere Schaltungen, bei denen insbesondere auch noch induktionslose Widerstände (sog. „Beruhigungswiderstände") Verwendung finden, benützt.

Kapitel VII.

Leistung mechanischer Arbeit durch Wechsel- und Drehströme[83]).

§ 1. Wechselstromkreis im konstanten Magnetfeld. Synchronmotoren.

155. Ruhender Wechselstromkreis.

Die Kraft in einer bestimmten Richtung oder das Drehmoment um eine bestimmte Achse, das ein Stromkreis in einem magnetischen Felde erfährt, ist nach 44 ff. proportional dem Strom und der magnetischen Induktion in dem betreffenden Momente und an der betreffenden Stelle. Ist also das Feld konstant, der Strom im Stromkreis ein Wechselstrom, so wird die Kraft bezw. das Drehmoment selbst oszillatorisch. Der Stromkreis muß im Tempo des Wechselstroms Schwingungen ausführen.

Die Amplitude dieser Schwingung wird aber, wie die Mechanik lehrt, umso kleiner, je größer cet. par. die Masse bezw. das Trägheitsmoment des Stromkreises und je größer die Wechselzahl der auf den Stromkreis wirkenden Kraft ist. Bei einer Wechselzahl von 100/sec. sind die meisten Stromkreise, wenn sie nicht absichtlich extrem leicht gebaut sind, viel zu träge, um eine Schwingung von sichtbarer Amplitude zu geben; sie machen scheinbar überhaupt keine Bewegung.

Schließt man z. B. in den Anordnungen von Fig. 47 und 48 die Spulen S_1 an eine Wechselstromleitung an, während durch die Spulen S Gleichstrom geschickt und dadurch ein konstantes magnetisches Feld erzeugt wird, so beobachtet man bei Anordnung Fig. 47 keine Anziehung oder Abstoßung, bei Anordnung Fig. 48 keine Drehung. Nur ein leichtes Brummen zeigt in beiden Fällen, daß die Spulen S_1 doch unter dem Einfluß des Wechselstroms kleine Schwingungen machen.

156. Rotierender Wechselstromkreis.

a. Auch in der Anordnung von Fig. 63 beobachtet man keine Drehung der Ankerspule, wenn durch dieselbe Wechselstrom, durch den Elektromagneten Gleichstrom geleitet wird. Nun soll aber die Ankerspule durch einen kleinen Wassermotor vermittels einer Schnurverbindung in Rotation versetzt werden. Steigert man allmählich die Tourenzahl, so gelangt man zu einem Punkt, wo man das Wasser des Wassermotors abstellen kann, ohne daß die Ankerspule aufhörte zu rotieren. Sie ist jetzt sogar im stande, den kleinen Motor, durch den sie vorher getrieben wurde, nun ihrerseits zu treiben*). Die Anordnung repräsentiert also jetzt das Modell eines Wechselstrommotors.

b. Ueber das Funktionieren dieses Motors gibt folgender Versuch Aufschluß.

Die Spule befinde sich anfänglich in der Stellung Fig. 244. Durch dieselbe werde zunächst konstanter Strom in der Richtung des ungefiederten kleinen Pfeils hindurchgeschickt. Die Spule sucht dann in die Lage Fig. 245 zu kommen, da in dieser Lage am meisten Induktionslinien durch dieselbe hindurchtreten [44 d]; sie rotiert also in der Richtung des gefiederten Pfeils. Im Moment, wo die Spule die Stellung Fig. 245 erreicht, werde der Strom in der Spule kommu-

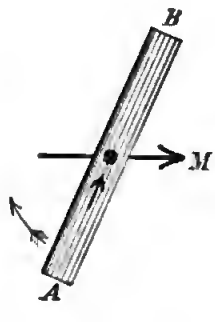


Fig. 244.

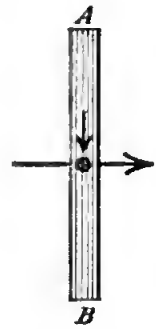


Fig. 245.

tiert. Die Spule schießt vermöge ihrer lebendigen Kraft etwas über die Stellung Fig. 245 hinaus in die Lage Fig. 246. Bei der jetzigen Stromrichtung gehen aber am meisten Induktionslinien durch die Spule

*) Mit Wechselstrom von 100 Wechseln in der Sekunde ist der Versuch kaum zu machen, da die Spule 50 Umdrehungen in der Sekunde ausführen müßte. Ich verwende zu demselben den Wechselstrom einer Wechselstrommaschine, die ich langsam laufen lasse.

hindurch, wenn sie sich in der Lage Fig. 247 befindet. Sie wird also jetzt diese Stellung zu erreichen suchen, d. h. in der Richtung des gefiederten Pfeils weiter rotieren. Wird beim Passieren der Stellung Fig. 247 der Strom in der Spule wieder kommutiert, so wiederholt sich der ganze Vorgang. Man erhält also, wenn man immer im

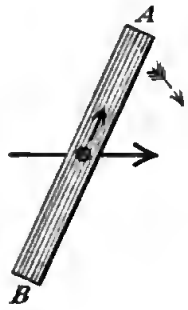


Fig. 246.

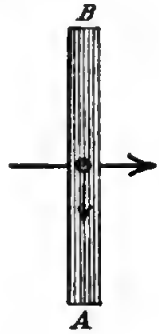


Fig. 247.

richtigen Moment den Strom kommutiert — was bei einiger Uebung leicht zu erreichen ist —, eine dauernde Rotation der Ankerspule.

Dasselbe muß gelten, wenn an Stelle des kommutierten Gleichstroms Wechselstrom verwendet wird, vorausgesetzt, daß dieser immer gerade dann seine Richtung wechselt, wenn die Ankerspule die Lagen Fig. 245 und 247 passiert. Daraus erklärt sich also, wie das Modell oben als Wechselstrommotor verwendet werden konnte.

c. Notwendig ist nicht, daß die Ankerspule die Lage von Fig. 245 und 247 genau in demselben Moment passiert, in welchem der Wechselstrom durch 0 hindurchgeht. Ein dauerndes Drehmoment ist auch dann vorhanden, der Motor besitzt auch dann *„Zugkraft“*, wenn der Anker um irgend einen Winkel δ früher oder später die Lage Fig. 245 oder 247 erreicht, vorausgesetzt, daß die Größe dieses Winkels einen gewissen Betrag nicht übersteigt. Notwendig ist nur, daß die Umdrehung der Ankerspule dieselbe Periode hat wie der Wechselstrom.

Uebersteigt der Phasenwinkel einen gewissen Betrag, so kehrt sich das Vorzeichen des Drehmoments um; der Motor muß sofort stehen bleiben. Um das zu zeigen, braucht man nur das Modell, wenn es als Motor läuft, durch Anlegen des Fingers etwas zu bremsen. Es bleibt stehen und kommt nicht wieder in Gang, wenn man den Finger entfernt hat. Das Modell tut also nur so lange Dienste als Motor, als seine Umdrehung dieselbe Periode wie der Wechselstrom hat, solange es, wie man sagt, mit dem Wechselstrom *„synchron“* läuft.

157. Synchronmotoren.

Als Synchronmotor kann nicht nur das Modell, von dem bisher die Rede war, sondern jede der in Kapitel III § 2 beschriebenen Wechsel- oder Drehstrommaschinen verwendet werden. Man übersieht das unmittelbar, wenn man eine analoge Ueberlegung wie diejenige von 156 auf dieselben anwendet. Sie haben aber dieselbe Eigenschaft wie das Modell: sie wirken als Motor nur, so lange sie synchron sind mit der Wechsel- oder Drehstrommaschine, die ihnen den Strom liefert und die in diesem Falle häufig im Gegensatz zu der als Motor benützten Maschine als *„Generator"* bezeichnet wird.

Diese Eigenschaft hat zwei Unannehmlichkeiten*) zur Folge:

a. Man braucht eine besondere Vorrichtung, um den Motor anfänglich in synchrone Rotation zu versetzen.

b. Wird ein solcher Wechselstrommotor etwa durch momentane starke Ueberlastung aus dem Synchronismus herausgebracht, so steht er still. Abgesehen von einer Betriebsstörung hat das die Wirkung, daß der Strom sehr stark anwächst und die Ankerwicklungen oder die Leitung beschädigen kann. Das gilt aber nur bei starker Ueberlastung. Innerhalb gewisser Grenzen besitzt ein Synchronmotor die Fähigkeit, die Energiezufuhr und Zugkraft automatisch nach der Belastung zu regulieren und dadurch kleine Störungen des synchronen Ganges auszugleichen [84]).

§ 2. Wechselstromkreis im magnetischen Wechselfeld derselben Wechselzahl.

158. Bestimmung der Vorzeichen.

Nach 47 ist die Kraft K oder das Drehmoment Θ, das ein Wechselstromkreis an irgend einer Stelle des magnetischen Wechselfelds erfährt, proportional einmal dem momentanen Strom i und dann dem magnetischen Induktionsfluß in dem betreffenden Moment und an der betreffenden Stelle; also

$$\frac{K}{\Theta} \sim i\, Q_m.$$

Der Proportionalitätsfaktor ist positiv, wenn die Richtung von K bezw. Θ diejenige ist, in welcher der Induktionsfluß Q_m durch den Stromkreis hindurch zunimmt.

*) Dazu kommt, daß man eine besondere Gleichstromquelle braucht, um das magnetische Feld zu erregen.

a. Voraussetzung dieser Beziehung ist, daß die Vorzeichen von i und Q_m im Verhältnis der Korkzieherregel zu einander stehen. Im vorliegenden Falle ist sowohl i als Q_m oszillatorisch. Es empfiehlt sich deshalb die Richtung, in welcher man eine dieser Größen positiv zählen will, willkürlich festzulegen. Am besten geht man für die folgenden Ueberlegungen vom magnetischen Feld, also Q_m, aus. Zählt man Q_m etwa in der Richtung des doppelten Pfeils in Fig. 128 als positiv, so muß der Strom im Stromkreis in der Richtung des einfachen Pfeils als positiv gerechnet werden.

Dem Vorzeichen Beachtung zu schenken, ist im vorliegenden Falle besonders wichtig, weil davon auch die Bestimmung des Phasenwinkels zwischen i und Q_m, auf den es im folgenden ankommt, abhängt.

b. Ergibt sich bei der obigen Festsetzung das Produkt $i\,Q_m$ als positiv, so folgt daraus: Die Kraft K oder das Drehmoment Θ wird in derjenigen Richtung positiv, in welcher der Induktionsfluß durch den Stromkreis zunimmt, d. h. der Stromkreis sucht sich so zu bewegen bezw. zu drehen, daß er möglichst viel Induktionslinien umspannt. Wird das Produkt $i\,Q_m$ negativ, so sucht sich der Stromkreis so einzustellen, daß von den Induktionslinien des magnetischen Feldes möglichst wenige durch ihn hindurchgehen.

159. Einfluß der Phase.

Sowohl K als Θ bestimmen sich als das Produkt zweier oszillatorischer Größen i und Q_m. Es gelten für K und Θ also die Beziehungen von **69**, nach denen während einer vollen Periode im allgemeinen nicht nur die Größe, sondern auch das Vorzeichen von K und Θ wechselt und zwar in verschiedener Weise je nach dem Phasenwinkel zwischen i und Q_m.

Da indes in allen praktisch wichtigen Fällen der Wechselstromkreis diesen raschen Schwankungen der Kraft oder des Drehmoments nicht in merkbarer Weise folgt [**155**], so interessiert nur der Mittelwert der Kraft oder des Drehmoments, der wirklich zur Beobachtung kommt. Nach **70c** ist aber der Mittelwert von K und Θ

$$\sim i_0\, Q_{m0} \cos(i, Q_m),$$

wobei der Proportionalitätsfaktor unter den Voraussetzungen von **158** positiv ist.

Bezüglich des Vorzeichens von K und Θ folgt daraus: K und Θ werden positiv, wenn der Phasenwinkel zwischen Strom- und Wechselfeld zwischen 0 und $\pm$ 90° liegt, sie werden negativ, wenn

derselbe zwischen 90 und 270° liegt. Im ersten Falle stellt sich also der Wechselstromkreis so ein, daß der Induktionsfluß durch ihn ein Maximum, im letzteren so, daß er ein Minimum wird.

Bezüglich der Größe der Kraft oder des Drehmoments ergibt die Beziehung oben: sie wird umso größer, je näher der Phasenwinkel $\sphericalangle (i, Q_m)$ bei 0 oder 180° liegt. Sie wird 0, wenn die Phasenverschiebung $\pm$ 90° beträgt.

160. Experimentelle Bestätigung.

a. Daß das Gesagte richtig ist, kann mit der Anordnung Fig. 47 nachgewiesen werden. Die Spule S wird unter Vorschaltung hoher induktionsloser Widerstände (Glühlampen) an eine Phase einer dreiphasigen Drehstromleitung angeschlossen und dadurch ein magnetisches Wechselfeld hergestellt. Wird nun die Spule S_1 ebenfalls unter Vorschaltung großer induktionsloser Widerstände an dieselbe Phase angelegt, und zwar so, daß der Strom, falls er ein Gleichstrom wäre,

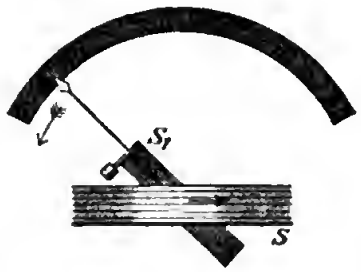


Fig. 248.

in S und S_1 dieselbe Richtung hätte, so wird $\sphericalangle (i, Q_m)$ annähernd $= 0$. Man beobachtet Anziehung der beiden Spulen, und zwar bei einem Versuch um ca. 6 cm. Wurde der Strom in S_1 oder S_2 kommutiert [$\sphericalangle (i, Q_m) = 180°$], so wurde S_1 nach oben abgestoßen, und zwar um ca. 2,4 cm.

Nun wurde S_1 nicht an dieselbe Phase wie S, sondern an die um 120° dagegen verschobene Phase des Drehstroms angelegt [$\sphericalangle (i, Q_m) = 120°$]. S_1 wird ebenfalls nach oben abgestoßen, aber nur um 1 cm. Wurde der Strom in S_1 kommutiert [$\sphericalangle (i, Q_m) = 300°$], so wurde S_1 wieder angezogen, aber nicht wie oben um 6, sondern nur um 1,2 cm.

Der Versuch bestätigt also das in **159** bezüglich der Kraft K Ausgeführte sowohl bezüglich des Vorzeichens als auch wenigstens qualitativ bezüglich der Größe.

b. Um dasselbe für das Drehmoment zu beweisen, werden

die Spulen S und S_1 der Anordnung Fig. 48 genau in derselben Weise mit den Drehstromklemmen verbunden wie die Spulen S und S_1 der Anordnung Fig. 47. Nur empfiehlt es sich, S_1 durch ein seitlich angebrachtes Gewicht anfänglich gegen S um ca. 45° zu neigen (Fig. 248)*). Wird dann der Strom in S in der Richtung des einfachen Pfeils als positiv gerechnet, so ist derjenige in S_1 in der Richtung des Doppelpfeils als positiv zu zählen [158]. Es ergab sich bei einer Phasendifferenz

$\sphericalangle(i, Q_m =)$	0°	: Ablenkung	nach	links**)	um ca.	7,7°
„	180°	„	„	rechts	„ „	8,8°
„	120°	„	„	„	„ „	5,3°
„	300°	„	„	links	„ „	4,4°,

also auch bezüglich des Drehmoments eine qualitative Bestätigung von **159.**

161. Praktische Verwendung: Leistungsmesser (Wattmeter).

Die letztere Anordnung hat praktische Verwendung gefunden. Die Spule S möge in irgend eine Wechselstromleitung $K_1 L K_2$ (Fig. 249) eingeschaltet werden, in welcher der Strom i vorhanden sein möge. An die Endklemmen K_1 und K_2 derselben Wechselstromleitung werde die Spule S_1 unter Vorschaltung eines sehr hohen induktionslosen Widerstands angeschlossen.

Dann ist der magnetische Induktionsfluß, den der Strom i in der Spule S durch S_1 hindurch schickt, in jedem Moment dem Strom i proportional [**31c**]. Der Strom in S_1 ist andererseits pro-

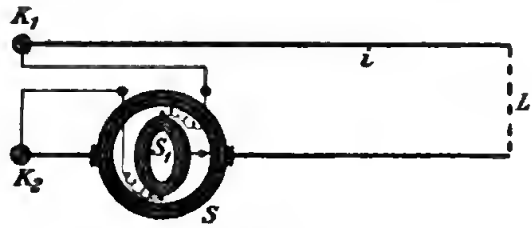


Fig. 249.

portional der Spannung $\mathfrak{V}$ zwischen den Klemmen K_1 und K_2 [**88a**]. Demnach gilt für das Drehmoment Θ, das die Spule S_1 im Mittel erfährt [**159**],

$$\Theta \backsim i_0 \, . \, \mathfrak{V}_0 \cos (i, \mathfrak{V}).$$

*) Tatsächlich wurde einfach das Demonstrationswattmeter Fig. 250 verwandt.

**) Das heißt Richtung des gefiederten Pfeiles von Fig. 248.

Dieser Ausdruck ist aber proportional der Leistung, welche in der Leitung $K_1 L K_2$ verbraucht wird [96]. Man

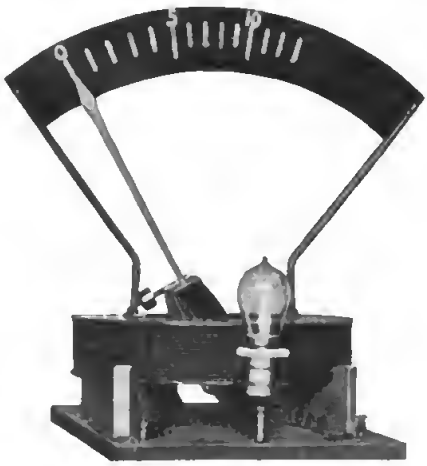


Fig. 250.

hat also nur an der Spule S_1 einen Zeiger, der über einer Skale spielt, und eine Feder oder ein Gewicht anzubringen, das die Spule

Fig. 251.

in ihre Ruhelage zurückzudrehen sucht. Dann gibt die an der Skale abgelesene Ablenkung ein Maß für das auf die Spule ausgeübte Dreh-

moment Θ und damit für die in der Leitung verbrauchte Leistung. Wird die Skale empirisch geeicht, so zeigt ein solches Instrument bei der Schaltung von Fig. 249 unmittelbar an, wie viel Watt in der betreffenden Leitung verloren gehen.

Ein für Demonstrationszwecke bestimmtes einfaches Modell eines Wattmeters ist in Fig. 250 abgebildet. Die kleine 5kerzige Glühlampe liefert den oben erwähnten induktionslosen Widerstand. Ein Skalenteil bedeutet 100 Watt. Ein Präzisionswattmeter der Firma Hartmann & Braun für 250 Kilowatt stellt Fig. 251 dar*).

162. Geschlossener Leiterkreis im magnetischen Wechselfeld.

Besondere Besprechung verdient der spezielle Fall, daß der Wechselstrom durch das magnetische Wechselfeld selbst, in welchem sich der Stromkreis befindet, induziert wird, daß es sich also einfach um einen geschlossenen Leiterkreis in einem magnetischem Wechselfeld handelt.

Die im Leiterkreis induzierte EMK ist dann [**37c** und **65**] um 90° gegen das magnetische Wechselfeld in der Phase verspätet. Der Strom im Leiterkreis, der immer etwas Selbstinduktion besitzt, ist wieder gegen die EMK in der Phase verspätet [**86c**] um einen Winkel zwischen 0 und 90°. Demnach muß die Phasendifferenz zwischen dem induzierten Wechselstrom und dem Wechselfeld zwischen 90° und 180° liegen. Daraus folgt aber [**158b** und **159**]: Ein geschlossener Leiterkreis sucht sich im magnetischen Wechselfelde so einzustellen, daß möglichst wenig magnetische Induktionslinien durch ihn hindurchgehen.

163. Experimentelle Bestätigung. Versuche von Elihu Thomson.

a. In der Anordnung von Fig. 47 wird die Spule S_1 kurz geschlossen und S an die Klemmen der Wechselstromleitung angelegt. Wird dann der Strom durch S geschlossen, so wird S_1 kräftig in die Höhe gestoßen.

Auf diese Erscheinung hat Elihu Thomson[84b]) eine Reihe effektvoller Versuche gegründet.

(1) Die Spule S_1 wird durch einem Ring aus einem oder mehreren dicken Kupferdrähten ersetzt. Fließt ein genügend kräftiger Wechselstrom durch die Spule S_1, so schwebt der Ring frei in der Luft, wenn durch passend angebrachte Schnüre dafür gesorgt wird, daß er nicht seitlich ausweichen kann (Fig. 252).

*) Aus einem Katalog der Firma Hartmann & Braun[84a]).

(2) Eine ähnliche Spule*) wie diejenige in Fig. 252, aber mit längerem Eisenkern, steht vertikal. Ueber den Eisenkern ist ein Aluminiumring geschoben. Wird relativ schwacher Wechselstrom durch die Spule geleitet, so wird der Ring emporgehoben und schwebt in der Luft — das zeigt die nebenstehende Fig. 253, die nach einer Momentphotographie angefertigt wurde. Sucht man ihn herunterzudrücken,

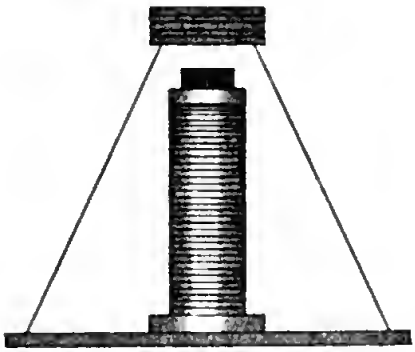


Fig. 252.

Fig. 253.

so fühlt man einen Widerstand, wie wenn man dabei eine Feder zusammendrücken müßte. Wenn aber die Spule direkt an die Wechselstromklemmen von 120 Volt angeschlossen wird, so fliegt der Ring hoch in die Luft.

(3) In den Luftzwischenraum des schon bei dem Versuch von **119a** benützten Eisenrings werden Metallscheiben, -ringe oder -kugeln gebracht. Sobald Wechselstrom durch die Wicklung des Rings geschickt wird, rollen sie aus dem Luftzwischenraum im Eisenring davon.

b. Ein Leiterkreis, etwa ein Metallring oder eine kurz geschlossene Spule, die um eine Achse drehbar ist, muß sich nach **162** im mag-

*) Bei meinen Versuchen: Länge des ganzen Eisenkerns = 49 cm, Durchmesser 3,6 cm; Eisendrähte von 0,4 mm Durchmesser; Windungszahl der Spule = 90; Kupferdraht von 3 mm Durchmesser. An dem Eisenkern sind drei Glasstäbe befestigt, die eine Reibung des Aluminiumringes an den Eisendrähten verhindern. Bei Anschluß an 120 Volt wird der Aluminiumring (Serviettenring) ca. 2 m hoch in die Luft geschleudert.

netischen Wechselfeld so einstellen, daß die Ebene des Rings oder der Spule den magnetischen Induktionslinien an der betreffenden Stelle parallel wird. Bei dieser Stelle ist ja der magnetische Induktionsfluß durch den Ring bezw. die Spule ein Minimum.

Zur Demonstration dieser Erscheinung kann die Anordnung von Fig. 48, d. h. das Demonstrationswattmeter von Fig. 250 verwendet werden, nachdem man die Glühlampe entfernt und die bewegliche Spule kurz geschlossen hat. Wie auch anfänglich die Lage der beweglichen Spule war, d. h. auf welche Seite man auch das Seitengewicht G angebracht hatte, immer sucht sich die bewegliche Spule mit ihrer Ebene vertikal zu stellen, sobald der Wechselstrom durch S_1 geschlossen wird.

Kräftigere Effekte erzielt man mit dem oben **a** (3) erwähnten, bewickelten Eisenring. Ein in den Luftzwischenraum gebrachter dicker Kupferring wird mit großer Gewalt in die Stellung gedreht, in welcher seine Ebene den Induktionslinien des Wechselfelds in dem Luftzwischenraum parallel ist.

164. Wechselstrommesser von Fleming.

Die ebenfalls von El. Thomson herrührende Anordnung **163b** wurde von J. A. Fleming in folgender Weise praktisch verwertet.

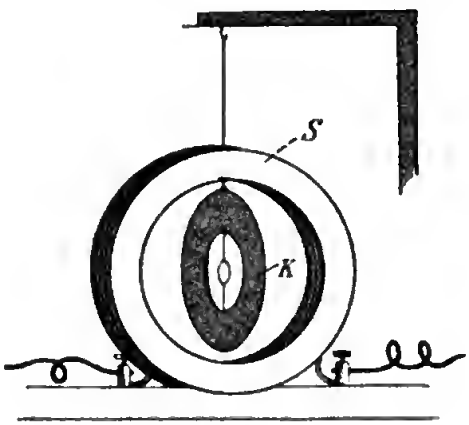


Fig. 254.

Im Innern einer vertikalen Spule S (Fig. 254) hängt ein um eine vertikale Achse drehbarer Metallring K. Derselbe ist durch eine bifilare Aufhängung oder irgend eine entsprechende Vorrichtung so eingestellt, daß seine Ebene mit derjenigen der Spule S einen Winkel von ca. 45° bildet. Wird ein Wechselstrom i durch die Spule S

geschickt, so wird im Innern derselben ein magnetisches Wechselfeld erregt, welches den Metallring senkrecht zur Ebene der Spule S einzustellen sucht. Das Drehmoment, für welches der an einer Skala abgelesene Drehungswinkel ein Maß gibt, ist proportional i_0^2, da sowohl die Amplitude des Induktionsflusses durch den Ring als auch der in dem Ring induzierte Strom unter sonst gleichen Umständen der Amplitude des Wechselstroms i proportional wird.

165. Repulsionsmotor.

Derselbe Versuch bildet den Ausgangspunkt für einen von El. Thomson konstruierten Wechselstrommotor, einen sog. „Repulsionsmotor".

a. Das Prinzip desselben ist das folgende (Fig. 255). Auf einem Ankerkern A befinden sich drei Spulen, deren Ebenen miteinander

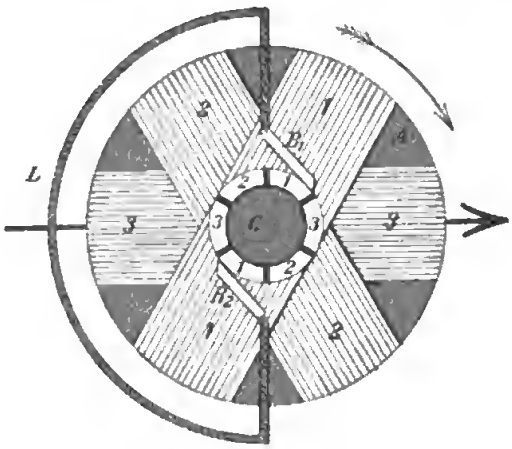


Fig. 255.

je einen Winkel von 60° bilden. Anfang und Ende der Wicklung jeder Spule führen zu einer Lamelle eines Kollektors C [73], der genau wie bei Gleichstrommaschinen konstruiert ist. Auf diesem schleifen zwei Bürsten B_1 und B_2, die durch eine dicke metallische Leitung L miteinander verbunden sind. Dieser Anker befindet sich in einem magnetischen Wechselfeld.

Die Stellung der Spule 1 sei diejenige von Fig. 255: ihre Ebene stehe nahezu senkrecht zu den Induktionslinien (ungefiederter Pfeil) des magnetischen Wechselfelds. Die Bürsten schleifen eben auf dem zur Spule 1 gehörigen Kommutatorteil: die Spule 1 ist also durch die Leitung L kurz geschlossen. Die Folge davon ist, daß nach **162** die Spule sich so zu stellen sucht, daß ihre Ebene den Induktionslinien

des magnetischen Wechselfeldes parallel wird. Sie wird sich also in der Richtung des gefiederten Pfeils bewegen. Kurz aber, bevor sie die Stellung erreicht hat, in der ihre Ebene parallel den Induktionslinien ist, verlassen die Bürsten den zur Spule 1 gehörigen Kommutatorteil. Dadurch wird die Spule 1 geöffnet und erfährt überhaupt kein Drehmoment mehr. Dafür aber schließen die Bürsten nun die Spule 2 kurz und der ganze Vorgang wiederholt sich nun bei dieser Spule u. s. f. Man erhält also fortgesetzt ein Drehmoment auf den Anker.

Zur Demonstration genügt ein der Fig. 255 genau nachgebildetes Modell eines solchen Ankers. Wird es in den Luftzwischenraum des bei dem Versuch **119a** benützten bewickelten Eisenrings gebracht und die Wicklung des Eisenrings mit Wechselstrom beschickt, so fängt es zu rotieren an.

b. Dieses Modell eines Wechselstrommotors unterscheidet sich aber sehr zu seinem Vorteil von demjenigen in **156a**. Dieses letztere ging nicht von selbst an, und wenn der Anker dort nur wenig gebremst wurde, stand er still. Das Modell von Fig. 255 dagegen fängt sofort zu laufen an, wenn der Strom durch die Wicklung des Eisenringes geschlossen wird. Und wenn es so stark durch Anlegen des Fingers gebremst wird, daß es nur etwa eine Umdrehung in der Sekunde macht, so läuft es trotzdem auch bei dieser geringen Umdrehungszahl. Die Umdrehungszahl braucht also in keinem bestimmten Verhältnis zur Wechselzahl des Stromes zu stehen: es ist das Modell eines *„asynchronen"* Wechselstrommotors*).

§ 3. Das magnetische Drehfeld.

166. Das einfache Drehfeld. Herstellung durch zweiphasigen Wechselstrom.

Die meisten asynchronen Wechselstrommotoren beruhen aber auf einem ganz anderen Prinzip, auf der Verwendung eines sog. magnetischen *„Drehfelds"*.

Ein solches Drehfeld war schon bei einem früher beschriebenen Versuch vorhanden. In **60d** waren zwei gleiche Spulenpaare, deren Achsen senkrecht zueinander standen (Fig. 64), mit zwei Wechselströmen beschickt worden von gleicher Amplitude, aber einer Phasen-

*) Im Gegensatz zu den asynchronen Wechselstrommotoren, bei denen mehrphasiger Wechselstrom verwendet wird, nennt man solche, bei denen man nur einphasigen Wechselstrom braucht, häufig auch *„Einphasenmotoren"*.

differenz von 90°. Der Lumineszenzfleck einer Braun'schen Röhre, die in der in Fig. 64 gezeichneten Weise zwischen die Spulenpaare gebracht war, beschrieb dann unter dem Einfluß des resultierenden magnetischen Felds der beiden Spulen einen Kreis, dessen Zentrum die Ruhelage des Lumineszenzflecks war.

Aus diesem Versuch folgt aber [5c]: Da die Größe der Ablenkung des Lumineszenzflecks aus der Ruhelage immer dieselbe ist, so muß auch die Intensität des magnetischen Feldes zwischen den Spulen immer dieselbe sein. Da die Richtung der Ablenkung aber in jedem Moment verschieden ist, so muß die Richtung des magnetischen Feldes sich kontinuierlich ändern, es muß sich drehen. Tatsächlich dreht sich das Feld mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit. Das folgt aus dem Bild auf dem Schirm der Braun'schen Röhre nicht, ergibt sich aber aus der in **60a** angegebenen Konstruktion, die sich in diesem Falle sehr vereinfacht, oder durch Rechnung[49]).

Die beschriebene Anordnung*) liefert damit die einfachste Form eines Drehfelds: ein magnetisches Feld, in dem die Größe der Feldintensität oder Induktion konstant bleibt, dessen Induktionslinien aber mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit rotieren. Ein solches Feld soll im folgenden als *„einfaches Drehfeld"* bezeichnet werden.

Die Umdrehungszahl des Feldes steht im vorliegenden Falle in sehr einfacher Beziehung zu der Wechselzahl des Wechselstroms. Die Konstruktion von **60a** oder eine entsprechende einfache Rechnung[49]) zeigt, daß das Feld während einer vollen Periode des Wechselstroms eine volle Umdrehung macht.

167. Das einfache Drehfeld. Herstellung durch Dreiphasenstrom.

a. Man kann ein ebensolches Drehfeld auch noch auf andere Weise erhalten. Man schließe drei gleiche Spulen, deren Achsen miteinander einen Winkel von 120° bilden (Fig. 256), in Dreiecks- oder Sternschaltung [75c] an die drei Klemmen einer dreiphasigen Drehstromleitung an**). Auch in diesem Falle ist durch Konstruktion oder einfache Rechnung leicht festzustellen, daß das Feld mit konstanter Intensität und gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit ro-

*) Eine im Prinzip damit übereinstimmende Anordnung wurde 1885 von Galileo Ferraris verwandt zur Konstruktion seines Drehstrommotors, nachdem W. Baily schon 1879 eine ähnliche Anordnung, aber nicht mit Wechselstrom sondern kommutiertem Gleichstrom, benützt hatte.

**) Unter Vorschaltung gleicher, genügend hoher Widerstände. — Fig. 256 zeigt Sternschaltung.

tiert, daß also auch die Schaltung Fig. 256 ein einfaches Drehfeld*) liefert.

Wird zwischen die Spulen eine Braun'sche Röhre gebracht, deren Achse senkrecht zur Ebene der drei Spulenachsen steht, so ist auch bei dieser Anordnung die Kurve, welche der Lumineszenzfleck beschreibt, ein Kreis[85]), vorausgesetzt, daß der Drehstrom genau sinusförmig ist. Ist er das nicht, so besteht die Kurve in einem Kreis mit mehr oder wenig leichten, von den Oberschwingungen [59] her-

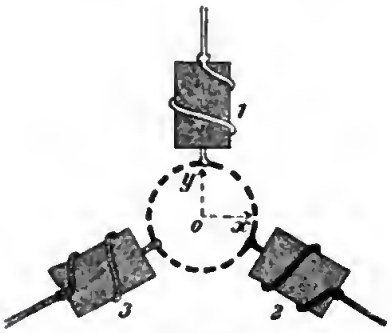


Fig. 256.

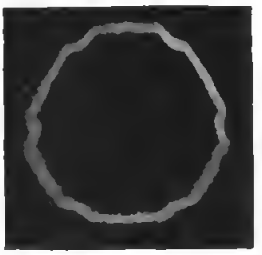


Fig. 257.

rührenden Kräuselungen[42]). Der von der städtischen Zentrale in Straßburg gelieferte Drehstrom gab z. B. die Kurve Fig. 257.

b. In welchem Verhältnis hier Umdrehungszahl des Feldes und Wechselzahl des Wechselstromes steht, zeigt, abgesehen von Konstruktion oder Rechnung, ein einfacher Versuch.

Es beruht auf folgender Ueberlegung. In dem Moment, in welchem der Strom in Spule 3 (Fig. 256) gerade 0 ist, ist er in den Spulen 1 und 2 gleich, aber von entgegengesetzter Richtung, wie z. B. aus der Kurvendarstellung Fig. 99, S. 116 unmittelbar folgt. Man kann also das Bild der Induktionslinien für diesen Moment erhalten, wenn man durch die Spulen 1 und 2 denselben konstanten Strom, aber in entgegengesetzter Richtung, hindurchschickt. Fig. 258 stellt eine photographische Aufnahme des mit Eisenfeile [5b] erhaltenen Bildes dar.

Nach $\frac{1}{3}$ der ganzen Periode des Wechselstromes ist der Strom in der Spule 1 Null, demgemäß in den Spulen 2 und 3 gleich und ent-

*) Allgemein gilt, daß man ein einfaches Drehfeld dann erhält, wenn man n-Spulen symmetrisch im Kreise anordnet und sie der Reihe nach an die n-Phasen eines n-phasigen Drehstromes anschließt. Praktisch verwendet werden aber nicht mehr als drei Phasen.

gegengesetzt. Das Induktionslinienbild, das man jetzt in derselben Weise wie Fig. 258 erhält, ist in Fig. 259 reproduziert. Ein Vergleich

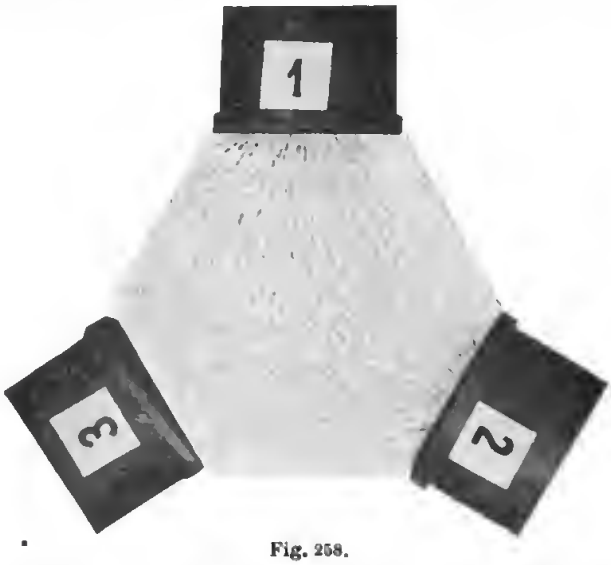


Fig. 258.

der beiden Bilder von Fig. 258 und 259 lehrt, daß das magnetische Feld während $^1/_3$ der Periode des Wechselstroms auch $^1/_3$ einer ganzen Umdrehung gemacht hat. Es macht also während einer vollen Periode des Wechselstroms eine volle Umdrehung wie das Drehfeld von 166.

Fig. 259.

c. Wenn für jede Phase statt einer einzigen Spule ein Spulenpaar, entsprechend der Anordnung Fig. 64 bei Zweiphasenstrom,

verwendet wird, und die Spulen jedes Paares so verbunden werden, wie es in Fig. 260 angegeben ist, so ändert sich nichts Wesentliches.

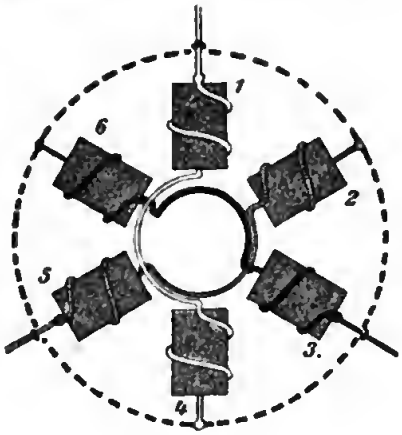


Fig. 260.

Man bekommt dann für den Moment, in dem der Strom in den Spulen 1 und 4 Null ist, das Induktionslinienbild von Fig. 261; es zeichnet sich vor demjenigen in Fig. 259 nur durch größere Homogenität aus [vgl. **30**, Fig. 30 und 31].

Fig. 261.

d. Ein einfaches Drehfeld kann noch in anderer Weise erhalten werden.

Es war in **32 e** gezeigt worden, daß man ein geradliniges Magnetfeld dadurch herstellen kann, daß man auf einen Eisenring zwei

gleiche Spulen wickelt und durch dieselben den gleichen Strom, aber in entgegengesetzter Richtung, hindurchschickt. Auf dieselbe Weise erhält man natürlich ein geradliniges magnetisches Wechselfeld, wenn der Strom in den Spulen ein Wechselstrom ist.

Wickelt man nun auf einen Eisenring*) drei gleiche Spulen und verteilt sie auf demselben symmetrisch, so entsteht im Innenraum des Eisenringes annähernd ein einfaches Drehfeld, wenn die drei Spulen in entsprechender Weise an die drei Phasen eines Drehstroms angeschlossen werden.

Um das zu zeigen, kann wieder das in Fig. 214 abgebildete Modell benützt werden. Man verbindet (Fig. 262) die Spulen $1 + 2$, $3 + 4$ und $5 + 6$ und legt $1 + 2$ an die erste, $3 + 4$ an die zweite

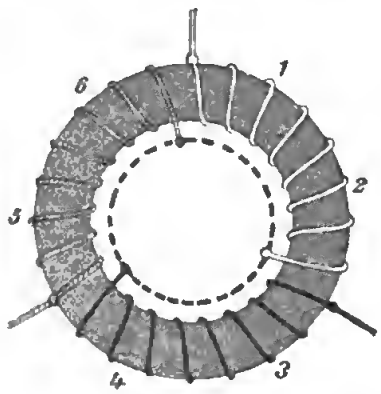


Fig. 262**).

und $5 + 6$ an die dritte Klemme einer Drehstromleitung an. Man braucht dann nur durch die Mitte des Rings eine Braun'sche Röhre (Achse senkrecht zur Ebene des Rings) hindurch zu stecken: sobald der Strom geschlossen wird, erscheint auf dem Schirm der Röhre eine kreisförmige Figur***).

Will man auch hier ein Bild davon bekommen, wie das Feld in den verschiedenen Momenten aussieht und in welcher Beziehung seine Umdrehungszahl zur Wechselzahl des Wechselstromes steht, so kann man in genau derselben Weise verfahren wie in **c**. In den Innenraum des Ringes wird ein Blatt Zeichenpapier mit Eisenfeile gebracht. Das Bild, das auf demselben sich zeigt in dem Moment, in

*) Der natürlich lamelliert sein muß [102].

**) Sternschaltung.

***) Die Feldintensität bleibt in diesem Falle nicht ganz konstant[86]), ebenso die Umdrehungsgeschwindigkeit nicht.

welchem der Strom in den Spulen 1 + 2 Null ist, ist dasjenige von Fig. 263; 1/3 der Periode später, wo der Strom in den Spulen

Fig. 263.

3 + 4 Null ist, tritt an Stelle davon das Bild von Fig. 264. Der Vergleich der Fig. 263 und 264 beweist, daß das Feld in 1/3 der

Fig. 264.

Periode sich um 120° gedreht hat. Auch hier entspricht eine ganze Umdrehung des Feldes einer ganzen Periode des Wechselstroms.

e. Auch hier wird, um das Feld möglichst homogen zu gestalten, die Anordnung mit drei Spulen vorteilhaft durch eine solche mit sechs ersetzt. Die Schaltung (Fig. 265) ist genau entsprechend derjenigen

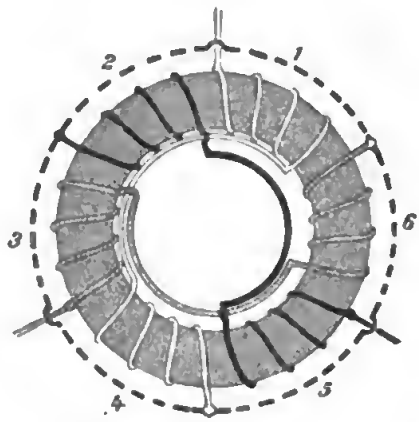


Fig. 265.

von Fig. 260. Das Bild der Induktionslinien für den Moment, in welchem der Strom in den Spulen 1 und 4 Null ist, ist in Fig. 266

Fig. 266.

reproduziert. Es hat gegenüber demjenigen von Fig. 263 an Homogenität gewonnen und ist außerdem nach beiden Seiten symmetrisch geworden.

168. Mehrpoliges Drehfeld.

a. Die Schaltung der sechs Spulen von Fig. 260 soll nun in diejenige von Fig. 267 umgeändert werden. Durch die Spulen 1 und 4

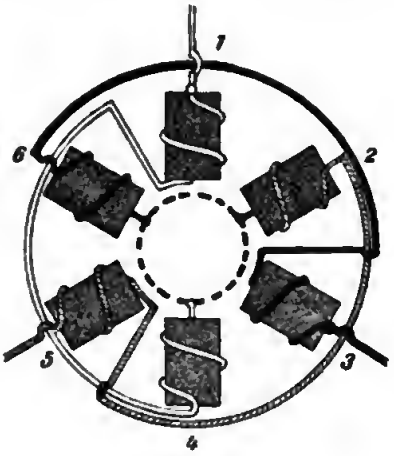


Fig. 267.

wird die erste, durch 2 und 5 die zweite und durch 3 und 6 die dritte Phase eines Drehstroms geschickt. Wird nun eine Braun'sche Röhre so angebracht, daß ihre Achse durch den gemeinsamen Schnitt-

Fig 268.

punkt der drei Spulenachsen hindurchgeht und senkrecht steht auf der Ebene der drei Spulenachsen, so bleibt der Fleck vollkommen in Ruhe.

Den Grund dafür sieht man sofort ein, wenn man die Induktionslinien für irgend einen Moment durch Eisenfeile darstellt. Fig. 268 ist das Bild in dem Moment, in welchem der Strom in den Spulen 1 und 4 Null ist. Das Feld hat also ziemlich genau die Gestalt wie bei vierpoligen Feldmagneten (Fig. 94). Im Zentrum des Ringes ist ein Feld nicht vorhanden; die Induktionslinien verlaufen längs der Ringperipherie.

b. Dieser Fall unterscheidet sich aber nicht nur durch die Form des Feldes, sondern auch durch die Umdrehungszahl von demjenigen in **167 c.** Das Induktionslinienbild für einen um $^1/_3$ der Periode späteren Moment, wenn der Strom der zweiten Phase in den Spulen 2

Fig 269.

und 5 Null ist, ist nämlich dasjenige in Fig. 269; es erscheint gegen dasjenige in Fig. 268 nur um 60° gedreht. Da auch in diesem Fall die Umdrehungsgeschwindigkeit des Feldes nahezu gleichförmig ist, so folgt:

Das Feld macht während einer ganzen Periode des Wechselstroms nur eine halbe Umdrehung: also bei einer Wechselzahl von 100 nur 25 Umdrehungen in der Sekunde.

c. Eine Abänderung der Schaltung von Fig. 265 in diejenige von Fig. 270 liefert ein Drehfeld derselben Form und Umdrehungszahl wie dasjenige von Fig. 268.

In Fig. 271 ist der Verlauf der Induktionslinien dargestellt für den Moment, wo die Spulen 1 und 4 stromlos sind, in Fig. 272 für einen um $^1/_3$ der Periode späteren Moment. Ein Vergleich der

beiden Figuren ergibt auch hier nur eine Drehung des Feldes um 60° während $\frac{1}{3}$ der Wechselstromperiode, also nur eine halbe Umdrehung während einer ganzen Stromperiode.

d. Auch in den Anordnungen von Fig. 267 und 270 kann die

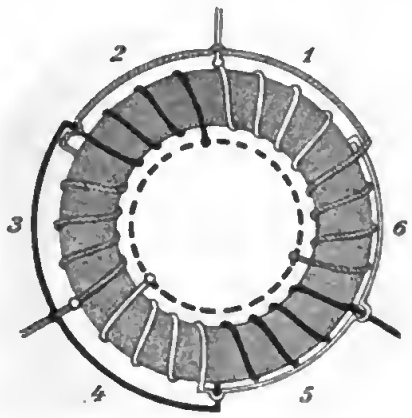


Fig. 270.

Anzahl der Spulen verdoppelt werden, wenn man z. B. Spule 1 und 4, 7 und 10 so verbindet wie die Spulen 1 und 4 in Fig. 260, die Spulen 1 und 7 dagegen so wie die Spulen 1 und 4 in Fig. 267.

Fig. 271.

Dadurch ändert sich ebensowenig etwas Wesentliches, wie durch die Verdoppelung der Spulenzahl in Fig. 260 gegenüber derjenigen in Fig. 256 (oder Fig. 265 und Fig. 262).

e. Bezüglich der Umdrehungszahl von vielpoligen Drehfeldern kann folgendes allgemein bewiesen und übrigens schon durch eine sehr einfache Ueberlegung plausibel gemacht werden: Wenn man n . 3 Spulen symmetrisch im Kreise anordnet und die 1., 4., 7. etc.

Fig. 272.

an die erste, die 2., 5., 8. an die zweite und die 3., 6., 9. etc. an die dritte Phase eines dreiphasigen Drehstromes anschließt, so macht das entstehende Drehfeld $\frac{1}{n}$ Umdrehung während einer vollen Periode des Drehstroms.

169. Wirkung eines Drehfelds auf Metallzylinder.

Die drei Spulen der Anordnung Fig. 256 werden horizontal gelegt und mitten zwischen dieselben ein kleiner Hohlzylinder aus Kupfer gebracht, der mit vertikaler Achse zwischen Spitzen läuft. Sobald der Drehstrom in den Spulen geschlossen wird, fängt der kleine Zylinder an lebhaft zu rotieren.

Bringt man ebenso in den Innenraum des Modells Fig. 214 einen größeren Kupferzylinder, der sich um eine vertikale Achse drehen kann, so gerät derselbe in außerordentlich rasche Rotation, wenn durch das Modell Drehstrom geschickt wird in irgend einer der Schaltungen von 167 oder 168, die ein Drehfeld ergibt.

a. Daß ein Drehmoment überhaupt zu stande kommen muß, zeigt in dem übersichtlichsten Fall, wenn das Drehfeld homogen ist

und mit konstanter Winkelgeschwindigkeit sich dreht, schon eine einfache Ueberlegung.

Man denke sich den Hohlzylinder durch eine Reihe Metallstäbe, die durch zwei Metallringe oben und unten verbunden sind, so wie es bei den Drehstrommotoren [174] häufig der Fall ist, ersetzt (Fig. 273). Je zwei Stäbe und der zwischen ihnen liegende Teil des Ringes bilden dann ein Rechteck.

In einem bestimmten Moment habe das magnetische Feld die Richtung des einfachen Pfeils in Fig. 274, also senkrecht zum Rechteck II. Dann ist der Induktionsfluß durch das Rechteck II im Maximum, wenn er in der Richtung vom Innern des Zylinders nach außen als positiv gerechnet wird; er ist im Abnehmen im Rechteck I, im Zunehmen im Rechteck III, wenn das magnetische Feld in der

Fig. 273.

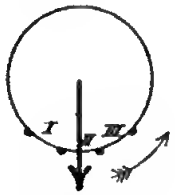


Fig. 274.

Richtung des gefiederten Pfeils rotiert. Demgemäß ist [37 c] die im Rechteck I induzierte EMK positiv, die im Rechteck II Null, die im Rechteck III negativ.

Nach unserer Voraussetzung befindet sich im Innern des Zylinders kein Eisen. Man macht deshalb keinen großen Fehler, wenn man annimmt, daß in den Rechtecken die Induktanz sehr klein ist gegen den Widerstand. Jedenfalls soll diese Annahme der Einfachheit wegen gemacht werden. Dann ist der Strom in den Rechtecken gleichphasig mit der induzierten EMK, also positiv (bezüglich der Induktionslinien des Feldes) in Rechteck I, Null in II, negativ in III. Während auf Rechteck II kein Drehmoment ausgeübt wird, sucht sich Rechteck I nach 44 e so einzustellen, daß der Induktionsfluß durch dasselbe möglichst groß ist. Das ist der Fall, wenn es sich an der Stelle von II befindet; diese Stellung sucht es also zu erreichen. Rechteck III dagegen sucht von der Stelle II möglichst weit wegzukommen, damit möglichst wenig Induktionslinien durch dasselbe hindurchgehen. Es wird also das Rechteck I dem Felde nachlaufen, das Rechteck III

vor dem Felde davonlaufen: beide haben das Bestreben, sich in der Umdrehungsrichtung des Feldes zu drehen.

Da dasselbe für beliebige Rechtecke gelten muß, so folgt daraus, daß ein derartiger Zylinder in einem Drehfeld in der Umdrehungsrichtung des Feldes rotieren muß.

b. Die Größe des Drehmoments mit Hilfe der früher angegebenen Formeln elementar zu berechnen, ist kaum möglich, wenn es sich um einen Hohlzylinder aus Metall (s. o.) oder die Form von Fig. 273 handelt. Es empfiehlt sich deshalb von einer anderen Anordnung, die ebenfalls bei gewissen Ankern von Drehstrommotoren annähernd realisiert ist, auszugehen.

Der Zylinder, der sich im Drehfeld befindet, sei so beschaffen, daß in ihm selbst Ströme durch das Drehfeld nicht induziert werden. Er sei aber bewickelt mit s linearen Stromkreisen, die in sich geschlossen, aber voneinander isoliert sind. Das soll in der einfachsten Weise ge-

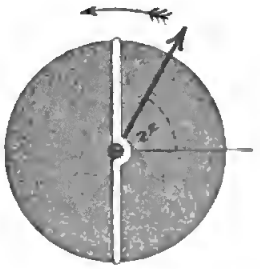


Fig. 275.

schehen sein: jeder Stromkreis bestehe in einem den Zylinder umfassenden Rechteck (in Fig. 275 ist einer gezeichnet), dessen Fläche $= 2\,r\,h$ ist, wenn r den Radius, h die Länge des Zylinders bedeutet.

Ist $\mathfrak{B}$ die Induktion des homogenen Drehfelds, so ist der Induktionsfluß Q_m durch einen Stromkreis in dem Moment, in welchem seine Normale mit der Feldrichtung den $\sphericalangle\,\vartheta$ bildet [46],

$$Q_m = 2\,r\,l\,.\,\mathfrak{B}\,.\cos\vartheta = Q_{m_0}\,.\cos\vartheta.$$

Da das Drehfeld mit gleichmäßiger Winkelgeschwindigkeit rotiert, so ist Q_m oszillatorisch. Seine Wechselzahl sei n entsprechend n/2-Umdrehungen des Feldes in der Sekunde.

Dieser Induktionsfluß induziert im Stromkreis eine EMK $\mathfrak{E} = -\frac{1}{v}\,.\,Q_m'$ und es ist nach **51** Gl. (3) und **66 c**

$$\mathfrak{E} = \frac{\pi\,n}{v}\,.\,Q_{m_0}\sin\vartheta.$$

Der Widerstand w eines Stromkreises soll als so groß vorausgesetzt werden, daß die EMK $\mathfrak{E}$ nur einen sehr geringen Strom i zur Folge hat, dessen magnetische Wirkung vernachlässigt werden kann. Dann gilt für i

$$i = \frac{\mathfrak{E}}{w} = \frac{\pi n}{w \cdot v} \cdot Q_{m_0} \cdot \sin \vartheta.$$

Das Drehmoment auf diesen Stromkreis ist nach 46

$$= - \frac{i}{v} Q_{m_0} \cdot \sin \vartheta = - \frac{\pi}{w \cdot v^2} \cdot n Q_m{}^2{}_0 \cdot \sin^2 \vartheta,$$

also selbst oszillatorisch.

Trotzdem ist die Summe der Drehmomente auf alle Stromkreise konstant. Das Drehmoment nämlich auf einen zweiten Stromkreis, der mit dem vorigen den $\sphericalangle 90°$ bildet, erhält man, wenn man sin ϑ durch cos ϑ ersetzt. Es ist also

$$= - \frac{\pi}{w \cdot v^2} \cdot n Q_m{}^2{}_0 \cdot \cos^2 \vartheta;$$

das Drehmoment auf beide Stromkreise zusammen also

$$= - \frac{\pi}{w \cdot v^2} \cdot n Q_m{}^2{}_0 = \text{konstant}.$$

Sind s Stromkreise auf den Zylinder gewickelt, so ergibt sich also das gesamte Drehmoment

$$\Theta = - \frac{\pi}{w \cdot v^2} \cdot \frac{s}{2} \cdot n Q_m{}^2{}_0$$

$$= - \frac{2 \pi r^2 h^2 \cdot s}{w \cdot v^2} \cdot n \mathfrak{M}^2{}_0.$$

Er ist proportional der Umdrehungszahl des Drehfeldes und dem Quadrat der Induktion.

Dieses Resultat gilt tatsächlich auch für die Zylinderform Fig. 273 und auch für einen metallenen Hohlzylinder[87]). Voraussetzung ist aber auch hier, daß die in den Zylindern induzierten Ströme keine in Betracht kommende magnetische Wirkung ausüben. Außerdem müssen, soll die Beziehung für das Drehmoment bestehen bleiben, diese Zylinder oben und unten durch Ringe oder Scheiben von sehr geringem Widerstand begrenzt sein.

170. Die Drehfeldkomponente. Allgemeines.

Der Versuch **169** zeigte, daß ein drehbarer Metallzylinder stets zum Nachweis eines Drehfelds dienen kann. Er kann dafür ein sehr empfindlicher Indikator werden, wenn er leicht drehbar aufgehängt ist. Allerdings scheint er auf den ersten Blick von zweifelhafter Brauchbarkeit zu sein.

a. Nimmt man nämlich zwei zueinander senkrechte Spulenpaare und leitet durch dieselben zwei Wechselströme, die weder von gleicher Amplitude noch um 90° in der Phase gegeneinander verschoben sind, so dreht ein zwischen die Spulen gebrachter Metallzylinder sich auch. Trotzdem kann hier ein Drehfeld weder im Sinne von **167** noch in dem von **168** vorhanden sein. Eine Braun'sche Röhre zeigt zwischen den Spulen auch keinen Kreis, sondern im Einklang mit **60a** eine Ellipse.

Daß trotzdem eine Drehung zu stande kommt, findet in folgender Tatsache eine Erklärung. Jedes Feld, das wie das vorliegende aus zwei senkrechten homogenen Wechselfeldern ungleicher Amplitude und Phase besteht — in dem also die Braun'sche Röhre eine Ellipse liefert*) —, kann auch bezüglich seiner mechanischen Wirkung auf einen Metallzylinder in folgende Komponenten zerlegt werden:

(1) ein reines Wechselfeld,

(2) ein einfaches Drehfeld[88]).

Daß das erstere kein Drehmoment auf einen Metallzylinder ausübt, folgt aus einer an **169a** und **b** anschließenden Ueberlegung. Die Drehmomente, welche die einzelnen Rechtecke erfahren, heben sich in den beiden Hälften des Zylinders auf.

Für die letztere Komponente, die *„Drehfeldkomponente"* gilt aber genau das in **169** Gesagte. Sie war es, welche die Drehung des Zylinders in dem Versuch oben herbeiführte.

b. Bezüglich der Größe dieser Drehfeldkomponente zeigt die Rechnung folgendes:

Die Amplituden der magnetischen Induktion in den beiden zueinander rechtwinkligen homogenen Wechselfeldern, die in dem Versuch oben durch die Ströme in den beiden Spulenpaaren hervorgerufen wurden, seien $M_{1\,0}$ und $M_{2\,0}$. Dann erfährt ein in das Feld gebrachter Metallzylinder ein Drehmoment

$$\vartheta \sim M_{1\,0}\, M_{2\,0} \sin (M_1, M_2),$$

wenn $\sphericalangle (M_1, M_2)$ den Phasenwinkel zwischen den beiden Wechselfeldern bedeutet.

171. Drehfeldkomponente. Praktische Verwendung.

An die Wechselstromklemmen K_1 und K_2 Fig. 155 ist eine Leitung angeschlossen, in welche das Spulenpaar I eingeschaltet ist. Das

*) Ein solches Drehfeld wird auch als *„elliptisches"*, ein einfaches Drehfeld als *„kreisförmiges"* bezeichnet.

von demselben erzeugte Magnetfeld M_1 wird dann proportional dem Strom i in der Leitung. An dieselben Klemmen K_1 und K_2 wird auch das Spulenpaar II angelegt, aber so, daß der Strom in demselben gegen die Spannung $\mathcal{V}$ an den Klemmen um 90° in der Phase verschoben ist [vgl. 88b]. Dann ist das vom Spulenpaar II erzeugte Feld M_2 um 90° in der Phase gegen $\mathcal{V}$ verschoben.

Ein zwischen die Spulenpaare gebrachter Metallzylinder erfährt dann ein Drehmoment Θ, für das nach **170b** gilt

$$\begin{aligned}\Theta &\sim M_{1\,0}\, M_{2\,0} \sin (M_1, M_2)\\ &\sim i_0\, \mathcal{V}_0 \sin [(i, \mathcal{V}) \pm 90^0]\\ &\sim i_0\, \mathcal{V}_0 \cos (i, \mathcal{V}).\end{aligned}$$

Dieser letzte Ausdruck ist aber [96] proportional der Leistung in der Leitung zwischen den Klemmen K_1 K_2. Der in der Leitung verbrauchten Wattzahl wird also das Drehmoment proportional.

Diese Anordnung hat in verschiedener Weise Anwendung gefunden.

a. *Wattstundenzähler* nach dem Prinzip von *Ferraris*. Man läßt den Metallzylinder zwischen den Spulen unter dem Einfluß der Drehfeldkomponente rotieren. Die Geschwindigkeit, mit welcher der Zylinder läuft, d. h. die Anzahl Umdrehungen in der Sekunde, wird tatsächlich dem Drehmoment und damit der in der Sekunde ver-

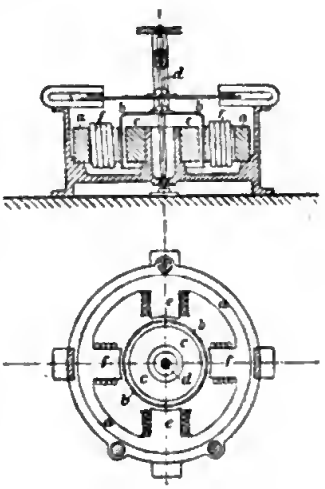


Fig. 276.

brauchten Energie proportional. Die an einem Zählwerk abgelesene Gesamtzahl von Umdrehungen gibt also ein Maß für die gesamte in der betreffenden Zeit verbrauchte Energie, d. h. für die Anzahl Wattstunden [**42c**].

Fig. 276 zeigt Grund- und Aufriß eines solchen Wattstundenzählers der Firma Siemens & Halske: a ist ein Eisenring, auf dem die Spulenpaare e und f mit ihren Kernen befestigt sind; c ist ein fester Eisenzylinder, b der drehbare Aluminiumzylinder, d dessen Achse.

b. *Wattmeter* nach *Ferraris.* Dem auf den Zylinder ausgeübten Drehmoment wirkt die Spannung einer Feder entgegen. Dann ergibt die Drehung des Zylinders, die an einem mit dem Zylinder verbundenen Zeiger und einer Skale abgelesen wird, ein Maß für das Drehmoment und damit für die Wattzahl.

c. *Ampère(Volt-)meter* nach *Ferraris.* Die Stromstärke eines Wechselstromes (und damit nach **43a** auch die Spannung zwischen zwei Punkten einer Wechselstromleitung) kann mit Hilfe einer Drehfeldkomponente in folgender Weise bestimmt werden. Man verzweigt den Strom zwischen den Spulenpaaren I und II, und zwar so, daß die Ströme i_1 und i_2 in den beiden Spulenpaaren irgend eine Phasenverschiebung bekommen, was durch Verwendung von induktiven und induktionslosen Widerständen stets geschehen kann*).

Dann ist bei derselben Wechselzahl das Verhältnis der Amplituden von i_1 und i_2 und ihre Phasendifferenz konstant. Die Amplitude sowohl von i_1 als von i_2 wird [**87b**] proportional der Amplitude des der Verzweigung zugeführten Stromes i. Es *muß* daher das Drehmoment auf den zwischen den Spulen befindlichen Metallzylinder proportional i^2_0 werden, und demnach ein Maß für die effektive Stromstärke geben. Würde man den Zylinder rotieren lassen und mit einem Zählwerk verbinden, so würde man einen Zähler für die effektive Stromstärke, einen Elektrizitätszähler für Wechselstrom, erhalten.

172. Erzeugung von Drehfeldkomponenten durch Leiter in einem magnetischen Wechselfeld.

Es geht aus **170** hervor, daß die Rotation eines drehbaren Metallzylinders nicht als Beweis für das Vorhandensein eines einfachen Drehfelds, sondern nur als Beweis für das Vorhandensein einer Drehfeldkomponente betrachtet werden darf. Allein auch in seiner Eigenschaft

*) Der Gedanke, durch Verzweigung desselben Wechselstroms zwischen induktionslosen und induktiven Widerständen (event. auch Kondensatoren Kap. VIII) ein Drehfeld herzustellen, ist häufig für die Konstruktion von Einphasenmotoren benützt worden.

als Reagens auf Drehfeldkomponenten*) wird die Brauchbarkeit des Zylinders durch folgenden Versuch in Frage gestellt.

a. Die schon früher [**45a**] gebrauchte Spule mit Eisenkern wird horizontal gelegt und ihre Wicklung an die Wechselstromklemmen angeschlossen. In das von der Spule hervorgerufene Wechselfeld wird ein an einem Faden aufgehängter kleiner Kupferzylinder gebracht. Befindet er sich in der Verlängerung der Spulenachse Stellung A, Fig. 277, so dreht er sich nicht, im Einklang mit **170a**, wonach ein einfaches Wechselfeld kein Drehmoment gibt. Wird aber der Zylinder in die Stellung B gerückt, wo das Feld bezüglich des Zylinders nicht mehr symmetrisch ist, so gerät er in lebhafte Rotation, obwohl hier ebenfalls nur ein reines Wechselfeld vorhanden zu sein scheint.

Es liegt nahe, diesen Versuch so zu deuten: In der Stellung A ist das magnetische Wechselfeld symmetrisch in beiden Hälften des Zylinders, die Drehmomente, die auf die beiden Hälften ausgeübt werden, heben sich auf [**169a**]. In der Stellung B ist aber das

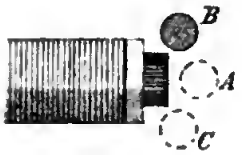


Fig. 277.

Fig. 278.

Wechselfeld im Zylinder nicht mehr symmetrisch; die Drehmomente in beiden Hälften heben sich nicht mehr auf, so daß im ganzen doch ein Drehmoment bestehen bleibt.

Was indes bei diesem Versuch das Wesentliche[89]) ist, mag ein übersichtlicher Versuch — der in Fig. 273 ist nur scheinbar einfach — zeigen.

b. In dem Luftzwischenraum des schon in **119a** benützten Eisenrings wird ein relativ homogenes magnetisches Wechselfeld hergestellt, indem durch die Wicklung des Eisenringes Wechselstrom geschickt wird. Weder der zwischen Spitzen laufende noch der aufgehängte Kupferzylinder zeigt darin eine Rotation. Nun wird in den Luftzwischenraum eine kurzgeschlossene Spule**) S (Fig. 278) gebracht. Man erhält auch jetzt keine Rotation, wenn die Windungen der Spule

*) Der Nachweis, daß ein magnetisches Feld eine Drehfeldkomponente besitzt, kann übrigens auch durch die Anordnung 67 erbracht werden: wenn bei keiner Stellung der Spule die in derselben induzierte EMK verschwindet, so muß eine Drehfeldkomponente vorhanden sein.

**) Vgl. S. 194 Fußnote **).

senkrecht oder parallel zu den magnetischen Induktionslinien stehen. Aber sobald man die Spule schief gegen die Induktionslinien stellt (Fig. 278), fängt auch der zwischen Spitzen laufende Kupferzylinder mit großer Geschwindigkeit zu rotieren an.

Hier ist die Erklärung für die Erscheinung unmittelbar dem in **115 b** Gesagten zu entnehmen. Das Wechselfeld, das, ehe sich die Spule in demselben befand, nach Amplitude und Richtung durch die Strecke O A (Fig. 279) dargestellt sein möge, kann in zwei Komponenten zerlegt werden: eine in der Richtung der Spulenwindungen O B, und eine senkrecht dazu O C. Die erstere Komponente wird durch die Spule nicht

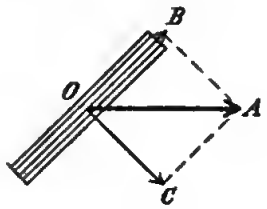


Fig 279.

geändert, wohl aber die zweite O C. Für diese besitzt nach **115 b** der Innenraum der Spule eine gewisse magnetische Induktanz. Diese Komponente erfährt also, abgesehen von einer Schwächung der Amplitude, eine Phasenverschiebung. Die Resultante der beiden Komponenten O B und O C ist also jetzt nicht mehr ein reines Wechselfeld, sondern besitzt nach **169** eine Drehfeldkomponente. Diese Drehfeldkomponente war es, welche die Rotation des Zylinders verursachte.

Daß eine solche wirklich vorhanden ist, kann direkt dadurch nachgewiesen werden, daß man an Stelle des Kupferzylinders eine Braun'sche Röhre bringt. Sobald die Spule S schief steht, zeigt dieselbe eine Ellipse, also eine Drehfeldkomponente*).

c. Der Grund, weshalb im Versuch **a** der Zylinder in der unsymmetrischen Stellung B sich drehte, ist ein ganz ähnlicher. Es ist auch dort eine Drehfeldkomponente vorhanden, verursacht durch die induzierten Ströme in dem Zylinder selbst.

Man kann sich auch hier die Feldintensität an jedem Punkte der Zylinderoberfläche zerlegt denken in zwei Komponenten: eine längs der Zylinderoberfläche und eine senkrecht dazu. Die erstere wird durch die Anwesenheit des Zylinders nicht berührt. Für die

*) Es ist nach **117** zu erwarten, daß man die Erscheinung auch erhält, aber weniger auffallend, wenn die Spule durch eine Kupferplatte ersetzt wird. Das bestätigt sich durchaus.

zweite aber, deren Induktionslinien die Zylinderwandung senkrecht durchsetzen, besitzt diese Wandung wie jede Metallplatte [118] eine gewisse magnetische Induktanz. Diese Komponente wird deshalb gegen die andere in der Phase verzögert und liefert mit ihr zusammen eine Drehfeldkomponente.

Daß eine solche wirklich vorhanden ist, zeigt auch hier die Braun'sche Röhre. Wenn man in der Anordnung Fig. 277 statt des kleinen drehbaren Zylinders einen größeren Zylinder aus dickerem Kupfer in die Stellung B bringt, erscheint bei einer neben diesem Zylinder befindlichen Braun'schen Röhre eine Ellipse zum Zeichen, daß hier — und deshalb auch bei dem kleinen Zylinder — eine Drehfeldkomponente entstanden ist.

d. Aehnlich wie in dem Versuch **b** bekommt man in einem Wechselfeld im allgemeinen immer Drehfeldkomponenten, sobald man irgendwelche Metallstücke hineinbringt, weil immer die durch die Metalle hindurchgehenden Induktionslinien gegen die anderen in der Phase verschoben sind.

Zur Demonstration dieser Erscheinung wird zweckmäßig der aufgeschnittene und bewickelte Eisenring wie in **b** verwendet. In den Luftzwischenraum wird der aufgehängte Metallzylinder oder auch eine Braun'sche Röhre gebracht. Werden dann Metalle irgendwelcher Form, Platten, Zylinder oder Aehnliches, ebenfalls in das Wechselfeld gehalten, so zeigt der aufgehängte Metallzylinder oder die Braun'sche Röhre Drehfeldkomponenten an. Nur bei ganz speziellen Lagen kann die Drehfeldkomponente verschwinden.

§ 4. Drehstrommotoren.

173. Die Feldmagnete.

a. Die Feldmagnete, bei diesen Motoren „*Ständer*", „*Stator*" oder auch „*primäre Wicklung*" genannt, werden stets so gebaut, daß ein mehrpoliges Drehfeld [168] entsteht. Einmal läßt sich dadurch ein besserer Nutzeffekt erreichen, und dann kann dadurch die Umdrehungszahl des Feldes [168e] und damit auch die reguläre Tourenzahl des Ankers [179a (2)] auf eine für praktische Zwecke erwünschte Größe gebracht werden. Einer Wechselzahl $100/_{sec.}$ würde bei einfachem Drehfeld eine Umdrehungszahl $50/_{sec.} = 3000$ pro Minute entsprechen, die für die meisten Zwecke zu hoch ist. Durch Verwendung eines mehrpoligen Feldes kann dieselbe auf die Hälfte bezw. den 3., 4. etc. Teil herabgedrückt werden.

Sollen die Spulen nach dem Schema von **168 a** angeordnet werden, so werden sie aus den in **72 b** besprochenen Gründen stets mit Eisen-

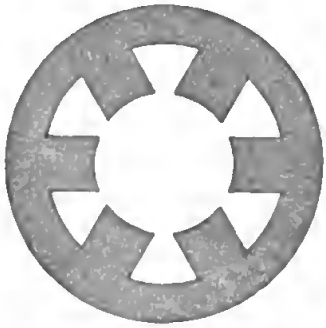


Fig. 280.

kern versehen und die Kerne durch einen gemeinsamen Eisenring verbunden. Fig. 280 zeigt schematisch die Anordnung für sechspolige Feldmagnete*). Fig. 281 gibt eine Abbildung von einem derartig

Fig. 281.

ausgeführten Feldmagneten (einpferdiger Motor der Firma C. und E. Fein, Stuttgart).

*) Wegen mancher Uebelstände, besonders großer Streuung, wird diese Form gegenwärtig nie mehr gebaut.

Wenn die Spulen um einen gemeinsamen Eisenring gewickelt werden sollen nach dem Schema von 168c, so wird der Ring stets mit Nuten oder Löchern zur Aufnahme der Wicklungen versehen [72c].

Fig. 284.

Der in Fig. 282 abgebildete Drehstrommotor der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft besitzt so konstruierte Feldmagnete*).

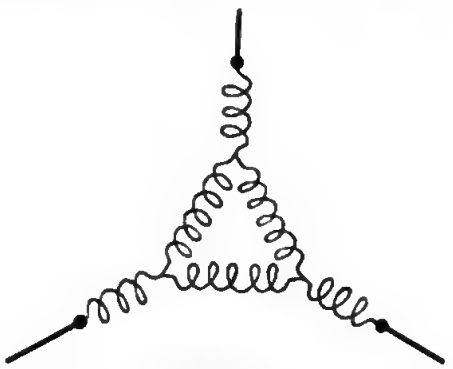


Fig. 283.

b. Die Wicklungen der verschiedenen Phasen können wie bei den Drehstrommaschinen [74] in Stern- oder Dreieckschaltung miteinander verbunden sein. Vorteilhafter ist aber die durch von Dolivo-Dobro-

*) An Stelle davon wird besonders bei größeren Motoren fast stets eine dem Trommelanker [76a] analoge Wicklung gebraucht, bei der die Erregerspulen auf der inneren Fläche eines Hohlzylinders angebracht sind.

wolsky und gleichzeitig durch Görges vorgeschlagene Schaltung Fig. 283*), die eine Kombination der Stern- und Dreieckschaltung darstellt. Durch diese *„Kombinationsschaltung"* kann erreicht werden, daß die Größe des Induktionsflusses durch den Anker fast genau konstant bleibt während der Drehung des Feldes. Bei den beiden anderen Schaltungen ist dieser in 169 vorausgesetzte ideale Fall nicht genau realisiert: es findet dort außer einer Rotation des Feldes auch noch eine periodische Aenderung der Intensität statt.

174. Der Anker.

Der Anker, hier auch *„Läufer"*, *„Rotor"* oder *„sekundärer Teil"* genannt, stimmt in der einfachsten Form des *„Kurzschlußankers"* wesentlich mit derjenigen von Fig. 273 überein. Die Strom führenden

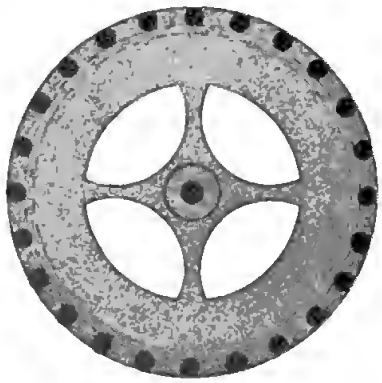


Fig. 284.

Teile des Ankers, die *„Ankerleiter"*, sind Kupferstäbe, die an ihren beiden Enden durch starke Kupferringe miteinander verbunden sind. Das Innere des von den Kupferstäben gebildeten Zylinders ist stets von lamelliertem Eisen ausgefüllt, das gewöhnlich die Form eines Hohlzylinders hat. Die magnetischen Induktionslinien verlaufen dann fast ganz in Eisen, abgesehen von dem schmalen Zwischenraum zwischen Anker und Feldmagneten.

Die Ankerleiter liegen fast immer in Nuten oder Löchern, die durch die Ankerbleche hindurchgestanzt sind. Der Anker hat also im Querschnitt ungefähr die Gestalt von Fig. 284. Der Grund für diese Konstruktion ist derselbe wie in 72 c: der Luftraum zwischen Feldmagneten und Anker kann sehr stark reduziert werden.

*) Die aber in der Technik kaum benützt wird.

In Fig. 285 ist ein derartiger Kurzschlußanker*) wiedergegeben. Diese Kurzschlußanker zeichnen sich durch hervorragende Einfachheit

Fig. 285.

der Konstruktion aus und besitzen den Vorteil, keiner Stromzuführung von außen zu bedürfen.

175. Aenderung des magnetischen Felds durch die Ankerströme[90]).

Die Ueberlegung von **169 b** liefert das Drehmoment auf den Anker richtig für den Fall, daß die Ankerleiter einen sehr hohen Widerstand haben und deshalb die in ihnen induzierten Ströme so schwach werden, daß sie keinen merkbaren Einfluß auf das magnetische Feld ausüben. Dieser Fall ist aber praktisch ohne jede Bedeutung, da in demselben Maße auch das Drehmoment auf den Anker, also die Zugkraft des Motors unmerklich wird. Beim Anker des technischen Drehstrommotors sind im Gegenteil die Ankerleiter sehr dicke Kupferdrähte, ihr Widerstand ist also sehr klein, der in ihnen induzierte Strom sehr groß. Außerdem ist noch das Innere des Motors fast ganz mit Eisen ausgefüllt, so daß der durch die Ankerströme hervorgerufene magnetische Induktionsfluß relativ sehr groß wird, jedenfalls so groß, daß er gegen den von den Feldmagneten herrührenden nicht vernachlässigt werden darf**).

Es muß deshalb vor allem die Frage nach dem magnetischen Feld der Ankerströme in Angriff genommen werden.

*) Der Anker des Motors Fig. 282.

) Wie gefährlich eine solche Vernachlässigung auch da, wo es sich nur um qualitative Resultate handelt, sein kann, zeigte das Beispiel von **172 a und **c**: Dort hätte die Vernachlässigung der magnetischen Induktanz des Kupferzylinders, d. h. der Ströme im Kupferzylinder, ein qualitativ unrichtiges Resultat gegeben.

a. Um möglichst einfache Verhältnisse zu schaffen, sollen folgende Annahmen gemacht werden:

(1) Das Feld der Primärströme sei ein einfaches homogenes Drehfeld D_1. Sämtliche Induktionslinien desselben sollen durch den Anker hindurchgehen, die Streuung also vernachlässigt werden.

(2) Der Anker habe die Form von Fig. 273 bezw. 275. Der Induktionsfluß durch das von zwei benachbarten Ankerleitern gebildete Rechteck, soweit er von dem Drehfeld D_1 der Feldmagnete herrührt, sei Q_{m_1}.

(3) Das Feld mache U_1, der Anker U_2 Umdrehungen in der Sekunde. Da es nur auf die relative Geschwindigkeit beider an-

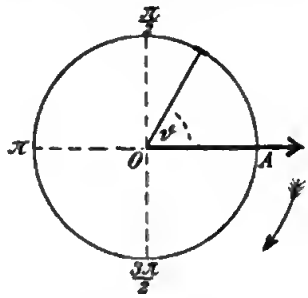


Fig 286.

kommt, so soll alles so behandelt werden, als ob der Anker still stände, das magnetische Feld D_1 aber $U = U_1 - U_2$ Umdrehungen in der Sekunde machen würde. — $\frac{U}{U_1}$ wird häufig als der *„Schlipf"* oder die *„Schlüpfung"* des Ankers bezeichnet.

In einem bestimmten Moment habe das Drehfeld der Feldmagnete die Richtung OA (Fig. 286). Dann gilt für den Induktionsfluß Q_{m_1} durch ein Rechteck, dessen Normale mit dieser Richtung den $\sphericalangle \vartheta$ bildet,

$$Q_{m_1} = Q_{m_1 0} \cdot \cos \vartheta,$$

wenn $Q_{m_1 0}$ der Induktionsfluß durch das Rechteck bei A ist.

Wird die Peripherie des Ankers in eine Ebene ausgebreitet und über jedem Punkte der Peripherie der Induktionsfluß Q_{m_1} durch das Rechteck an der betreffenden Stelle als Ordinate aufgetragen, so muß man also für Q_{m_1} die Kurve, die in Fig. 287 gezeichnet ist, erhalten. Vorausgesetzt ist dabei, daß der Induktionsfluß dann als positiv gerechnet wird, wenn er aus dem Innern des Ankers nach außen erfolgt und daß die Richtung des Drehfelds in dem Moment, welchen Fig. 287 darstellt, OA (Fig. 286) ist.

b. Die Kurve Q_{m_1} in Fig. 287 drückt nicht nur die Verteilung des Induktionsflusses auf die einzelnen Ankerrechtecke längs der Ankerperipherie in einem bestimmten Moment aus. Sie stellt auch den Induktionsfluß für ein bestimmtes Ankerrechteck während einer ganzen Umdrehung des Feldes dar [**50b**].

Für die EMK, die dadurch in einem bestimmten Rechteck während einer Umdrehung des Feldes induziert wird, muß also das in **51** Ausgeführte gelten: ihre Kurve muß die in Fig. 287 gestrichelte sein

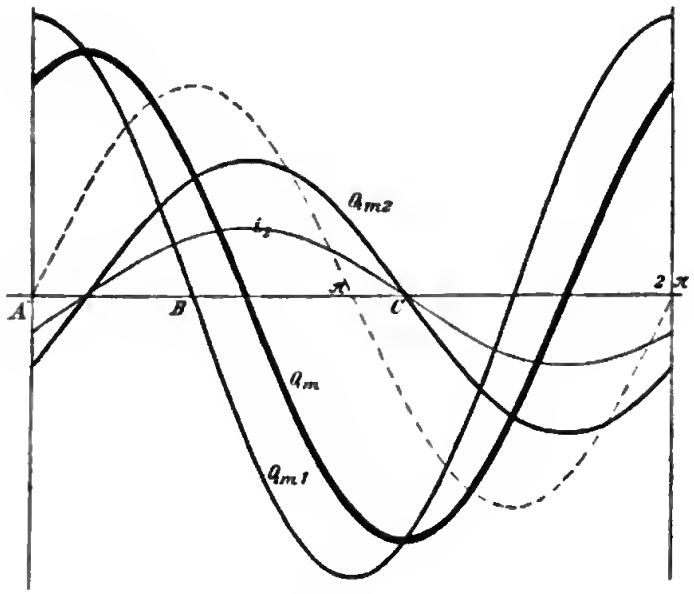


Fig. 287.

(entsprechend Fig. 51, S. 71). Da die Induktanz in den Ankerrechtecken gegen den Widerstand nach dem oben Gesagten jedenfalls nicht vernachlässigt werden darf, so ist der Strom i_2 in einem Rechteck gegen die durch Q_{m_1} induzierte EMK in der Phase verschoben. Die Kurve also, die den Strom für dasselbe Rechteck darstellt während einer ganzen Umdrehung, muß etwa die Lage der Kurve i_2 in Fig. 287 bekommen.

Der Induktionsfluß Q_{m_2} durch das Rechteck, der durch diesen Strom hervorgerufen wird, ist proportional dem Strom i_2 in dem Rechteck: seine Kurve ist also etwa die Kurve Q_{m_2} in Fig. 287.

Sowohl die Kurve i_2 als Q_{m_2} in Fig. 287 stellen gleichzeitig auch die Verteilung der induzierten Ströme i_2 bezw. des durch sie hervorgerufenen magnetischen Induktionsflusses Q_{m_2} längs der Peripherie des Ankers dar in dem Moment, in welchem O A (Fig. 286) die

Richtung des Drehfeldes D_1 ist, vorausgesetzt, daß die Drehung des Drehfelds in der Richtung des gefiederten Pfeiles erfolgt.

c. Genau ebenso wie das Drehfeld D_1 einen sinusförmigen Induktionsfluß Q_{m_1} zur Folge hatte, kann man sich den sinusförmigen Induktionsfluß Q_{m_2} hervorgebracht denken durch ein Drehfeld D_2, das mit gleicher Geschwindigkeit wie D_1 rotiert. Dieses Drehfeld D_2 muß mit D_1 einen Winkel bilden, welcher gleich dem Phasenwinkel zwischen Q_{m_2} und Q_{m_1} — dargestellt in Fig. 287 durch die Strecke BC — also jedenfalls größer als 90° ist.

Die magnetische Wirkung der Ankerströme äußert sich also darin, daß zu dem Drehfeld der Feldmagnete D_1 noch ein induziertes Drehfeld D_2 hinzukommt.

Beide Drehfelder setzen sich zu dem resultierenden Drehfeld D zusammen, welches durch die Ankerrechtecke den Induktionsfluß $Q_m = Q_{m_1} + Q_{m_2}$ (Fig. 287) ergibt.

176. Das Vektordiagramm.

Geht man von diesem resultierenden Drehfeld D und dem resultierenden Induktionsfluß Q_m aus, so vereinfachen sich die Verhältnisse wesentlich.

a. Jetzt gilt für die gesamte in einem Ankerrechteck induzierte EMK $\mathcal{E}_2$ und den Strom i_2 in demselben

$$\mathcal{E}_2 = \frac{1}{v} \cdot Q_m', \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

$$i_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{w_2}, \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

wenn Q_m der gesamte Induktionsfluß durch das betreffende Rechteck ist.

Diese Gleichungen werden also jetzt ebenso wie diejenigen in **169 b** (das dortige i bezw. $\mathcal{E}$ ist jetzt $= i_2$ bzw. $\mathcal{E}_2$). Aber sie geben jetzt, wo Q_m den resultierenden Induktionsfluß bedeutet, die tatsächlichen Verhältnisse richtig wieder.

Aus diesen Gleichungen folgt [**66** und **55 a**] bezüglich der Amplitude

$$\mathcal{E}_{2\,0} = \pi \cdot 2\,U \cdot Q_{m_0},$$

$$i_{2\,0} = \frac{\pi \cdot 2\,U}{w_2} \cdot Q_{m_0},$$

bezüglich der Phase: $\sphericalangle\,(\mathcal{E}_2, Q_m) = \sphericalangle\,(i_2, Q_m) = 90°$.

Der von i_2 herrührende Induktionsfluß Q_{m_2} ist proportional i_2, also ebenfalls um 90° in der Phase gegen Q_m verspätet. Seine

Amplitude wird ebenso wie diejenige von i_2 proportional der Amplitude von Q_m und der Größe U, also

$$Q_{m_{20}} \sim U \,.\, Q_{m_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Das Vektordiagramm, das die Beziehung zwischen Q_{m_1}, Q_{m_2} und Q_m darstellt, nimmt also die Form von Fig. 288 an. Es zeigt ebenso, wie teilweise schon die Kurvendarstellung Fig. 287: Die Wirkung

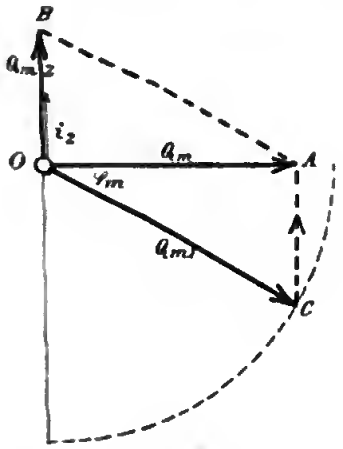


Fig. 288.

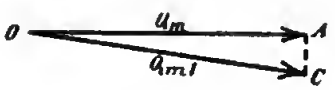


Fig. 289.

Fig. 290.

der Ankerströme ist die, den Induktionsfluß, der ohne dieselben Q_{m_1} wäre, in der Phase um einen Winkel φ_m zu verschieben und seine Amplitude auf den Wert

$$Q_{m_0} = Q_{m_{10}} \,.\, \cos \varphi_m$$

herabzudrücken.

b. Der Phasenwinkel φ_m, um den der Induktionsfluß in der Phase verschoben wurde, bestimmt sich durch die Beziehung

$$\operatorname{tg} \varphi_m = \frac{Q_{m_{20}}}{Q_{m_0}}$$

oder, da

$$Q_{m_{20}} \sim U \,.\, Q_{m_0} \text{ [Gl. (3)]},$$

so wird

$$\operatorname{tg} \varphi_m \sim U \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

d. h. proportional der Schlüpfung.

Ist also U sehr klein, d. h. läuft der Motoranker beinahe ebenso rasch wie das Drehfeld, so ist das Vektordiagramm von der Form Fig. 289. Das Gegenstück dazu bietet der Fall, wenn der Motor eben im Begriff ist anzulaufen, wo U seinen Maximalwert U_1 erreicht. Dann geht das Vektordiagramm von Fig. 288 in ein Fig. 290 ähnliches über.

c. Nach **a** gelten die Gleichungen von **169 b**, wenn in ihnen unter Q_m der resultierende Induktionsfluß verstanden wird. Es muß demnach auch das dort für die Zugkraft Θ abgeleitete Resultat für die jetzigen Verhältnisse Gültigkeit haben, wenn in ihm $2U$ für n eingeführt wird. Es ist also

$$\Theta \sim U \,.\, Q_{m_0}^2.$$

Bedenkt man, daß in dem Vektordiagramm Fig. 288 $OA = Q_{m_0}$, $AC = OB = Q_{m_0 0}$ also $\sim U \,.\, Q_{m_0}$ [Gl. (3)] ist, so übersieht man unmittelbar, daß die Zugkraft des Motors dem Inhalt des ΔOAC proportional ist.

177. Rückwirkung auf die Primärstromkreise.

Das Drehfeld D_1, das im Motor ohne die Ankerströme vorhanden wäre, ist hervorgerufen durch einfache Wechselfelder in den einzelnen Spulen der Feldmagnete. Der oszillatorische magnetische Induktionsfluß $\overline{Q}_{m_1}$, der dem Drehfeld D_1 in einer bestimmten Primärspule entspricht, ist dem Strom i_1 in der betreffenden Spule proportional.

Dem resultierenden Drehfeld D muß ebenso ein oszillatorischer Induktionsfluß $\overline{Q}_m$ in einer bestimmten Primärspule entsprechen. Nun ist D gegen D_1 um den $\sphericalangle \varphi_m$ in der Phase verschoben, und seine Intensität steht zu derjenigen von D_1 im Verhältnis $\cos \varphi_m : 1$. Dasselbe muß auch für den diesem Drehfeld entsprechenden Induktionsfluß $\overline{Q}_m$ im Verhältnis zu dem D_1 entsprechenden $\overline{Q}_{m_1}$ gelten. Zwischen $\overline{Q}_m$ und $\overline{Q}_{m_1}$ besteht also genau dieselbe Beziehung wie zwischen Q_m und Q_{m_1} in Fig. 284.

Die Wirkung des Ankers auf eine Primärspule besteht also darin, daß der Induktionsfluß nicht mehr gleichphasig mit dem Erregerstrom, sondern um den Winkel φ_m in der Phase dagegen verspätet und daß außerdem seine Amplitude im Verhältnis $\cos \varphi_m : 1$ verkleinert ist.

Für einen Primärstromkreis liegen also die Verhältnisse genau wie für den Primärkreis eines Transformators in dem einfachsten Falle, wenn die Belastung der Sekundärspule eine induktionslose ist. Wie sich also der Strom in den Erregerkreisen und die Phasendifferenz zwischen Strom und Spannung ändert bei verschiedenen Werten von φ_m und damit bei verschiedener Belastung, ist unmittelbar aus **111** bezw. **113** und **139** zu entnehmen.

178. Konstanter Primärstrom.

Der spezielle Fall, daß die Amplituden der Primärströme i_1 konstant gehalten werden, hat zwar hier ebenso wie beim Transformator kein praktisches Interesse. Er muß aber mit Rücksicht auf späteres [183] besprochen werden.

Eine unmittelbare Folge der Konstanz von i_{10} ist die Konstanz des damit proportionalen Induktionsflusses $Q_{m_{10}}$.

a. Der Endpunkt C (Fig. 288) des Vektors von $Q_{m_1} = OC$ muß deshalb immer auf einem Kreise um O mit Radius OC liegen. Daraus folgt, daß der Inhalt des ΔOAC und damit auch die Zugkraft Θ relativ klein wird in den durch die Fig. 289 und 290 dargestellten Fällen, d. h. sowohl beim Angehen des Motors als auch dann, wenn

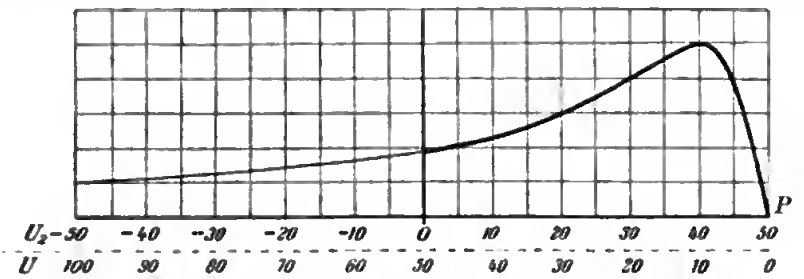


Fig. 291.

der Anker schon annähernd die Umdrehungsgeschwindigkeit des Feldes erreicht hat. Ein Maximum wird die Zugkraft bei $\varphi_m = 45^0$.

b. Da (Fig. 288)

$$Q_{m_0} = Q_{m_{10}} \cdot \cos \varphi_m,$$
$$Q_{m_{20}} = Q_{m_{10}} \cdot \sin \varphi_m,$$

so wird der Inhalt des Dreiecks

$$OAC \sim Q_m{}^2{}_{10} \sin \varphi_m \cdot \cos \varphi_m$$
$$\sim Q_m{}^2{}_{10} \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi_m}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_m}.$$

Nach **176** (Gl. 4) ist $\operatorname{tg} \varphi_m \sim U$, kann also $= k \cdot U$ gesetzt werden. Dadurch wird der Inhalt des ΔOAC und die damit proportionale [176c] Zugkraft

$$\Theta \sim Q_m{}^2{}_{10} \cdot \frac{U}{1 + k^2 U^2}. \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Trägt man als Abszissen die Umdrehungszahlen des Ankers U_2, als Ordinaten die dazu gehörigen Werte der Zugkraft Θ auf, so erhält

man eine Kurve von der Form der stark ausgezogenen von Fig. 291*). Die Abszisse OP entspricht darin dem Werte $U_2 = U_1$. Der zu einer Abszisse OX gehörige Wert von U ist also PX**).

179. Konstante Spannung.

Der zweite Spezialfall, daß die Amplitude der Spannung $\mathfrak{V}_1$ zwischen den Enden der Primärwicklung konstant gehalten wird, ist derjenige, der hier wie beim Transformator für den wirklichen Betrieb allein in Betracht kommt. Tatsächlich wird der Drehstrommotor immer an eine Drehstromleitung von nahezu konstanter Spannung angeschlossen.

Auch hier ist der Widerstand w_1 der Primärwicklung immer so klein, daß selbst bei der höchsten zulässigen Belastung $i_1 w_1$ klein gegen $\mathfrak{V}_1$ bleibt. Unter diesen Umständen muß gerade so wie

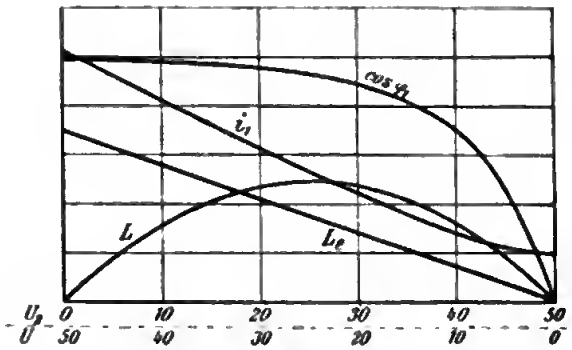


Fig. 292.

beim Transformator [140b] die Amplitude des magnetischen Induktionsflusses $\overline{Q}_m$ in den Primärspulen nahezu konstant sein. Daraus aber folgt auch hier die Konstanz des resultierenden Drehfeldes D und, bei Vernachlässigung der Streuung, der Amplitude des magnetischen Induktionsflusses durch den Anker Q_m.

Die Konstanz von Q_m ergibt weitgehende Vereinfachungen aller Beziehungen. Es werden deshalb auch die Kurven sehr einfach, die man für die einzelnen Größen erhält, wenn man als Abszissen die Werte von U, als Ordinaten die zugehörigen Werte der betreffenden Größe aufträgt. Diese Kurven sind in Fig. 292 gezeichnet.

*) Unter der Annahme: $U_1 = 50/\text{sec.}$, $k^2 = 0{,}01$.

**) Der schwach ausgezogene Teil der Kurve entspricht negativen Werten von U_2, d. h. dem Fall, daß der Anker in entgegengesetzter Richtung getrieben wird wie das Drehfeld [mit Rücksicht auf 183].

a. Die Beziehungen, welche der Konstruktion der Kurven zu Grunde liegen, sind die folgenden.

(1) In ΔOAC von Fig. 288 ist $\frac{Q_{m_2 0}}{Q_{m_0}} = \operatorname{tg} \varphi_m$; da nach 176 h $\operatorname{tg} \varphi_m \sim U$, so gilt dies auch von Q_{m_2} und auch vom Inhalt des Dreiecks OAC. Es wird also auch die Zugkraft

$$\Theta \sim U,$$

ihre Kurve eine Gerade.

(2) Die mechanische Leistung L (= der mechanischen Belastung) ist nach mechanischen Gesetzen $= U_2 \Theta$; also

$$L \sim U U_2 \text{ oder}$$
$$\sim U (U_1 - U) \text{ bzw. } U_2 (U_1 - U_2).$$

Die Kurve wird, wie die analytische Geometrie lehrt, eine Parabel.

Für normale Belastung (also nicht beim Angehen des Motors) ist U_2 nur um wenige Prozente von dem konstanten U_1 verschieden, kann also selbst als annähernd konstant betrachtet werden. Dann wird annähernd $L \sim U$.

Bei normaler Belastung gibt also U oder die Schlüpfung ein Maß für die Größe der Belastung.

(3) Für die Primärstromkreise können die Beziehungen, die in 140 d für den Primärkreis im induktionslos belasteten Transformator abgeleitet wurden, unmittelbar übertragen werden.

Der Strom i in einem Primärstromkreis erhält eine Amplitude

$$i_{1\,0} \sim \frac{1}{\cos \varphi_m} \sim \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_m}.$$

Das geht, wenn man wieder [178 h] $\operatorname{tg} \varphi_m = k U$ setzt, über in

$$i_{1\,0} \sim \sqrt{1 + k^2 U^2}.$$

(4) Der Leistungsfaktor im Erregerstromkreis $\cos \varphi_1 = \cos (i_1, \mathfrak{V}_1)$ ist nach 140 d annähernd $= \sin \varphi_m$, also

$$\cos \varphi_1 \sim \frac{U}{\sqrt{1 + k^2 U^2}}.$$

(5) Die elektrische Leistung L_1 eines Erregerstromkreises ist [96]

$$L_1 = i_{1\,\mathrm{eff}} \cdot \mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}} \cdot \cos \varphi_1$$
$$= \text{approx. } i_{1\,\mathrm{eff}} \cdot \mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}} \cdot \sin \varphi_m.$$

Da $i_1 \sim \frac{1}{\cos \varphi_m}$ und $\operatorname{tg} \varphi_m \sim U$ ist, so wird annähernd

$$L_1 \sim U,$$

die Kurve also auch eine Gerade. —

b. In Fig. 293*) sind die Kurven dargestellt, die an einem 5pferdigen Drehstrommotor der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft durch wirkliche Messung festgestellt wurden. Es sind darin aber als Abszissen nicht die Werte von U, sondern diejenigen der mechani-

*) Nach S. Thompson[55]), II. S. 658.

schen Leistung L aufgetragen. Nimmt man hierauf Rücksicht, so übersieht man, daß durch die Kurven von Fig. 292 und damit durch die einfachen Beziehungen in **a** die Verhältnisse im großen und ganzen richtig wiedergegeben werden.

Das gilt aber nur für den Fall sehr geringer Schlüpfung, den Fig. 293 darstellt. Bei großer Schlüpfung ist die in **175** ff. vernachlässigte Streuung wegen der hohen magnetischen Impedanz der

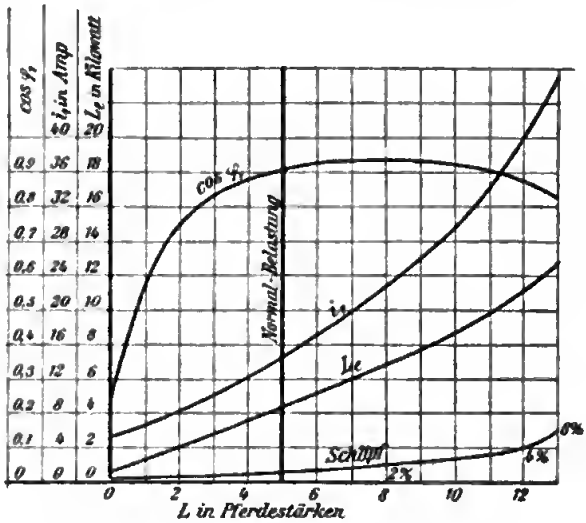


Fig. 293.

Ankerleiter [**115 c**] so bedeutend, daß die Beziehungen von **a** die Verhältnisse beim technischen Drehstrommotor nicht mehr qualitativ richtig wiedergeben. Die Kurve für das Drehmoment Θ z. B. ist nicht mehr eine gerade, sondern besitzt fast genau die Form der stark ausgezogenen Kurve von Fig. 291.

180. Einfluß des Ankerwiderstands.

Beim Anlassen des Motors ($U_2 = 0$) besitzt also die Zugkraft eine nicht unbeträchtliche Größe. Das erklärt, daß z. B. der kleine in Fig. 282 und 285 abgebildete Motor, sobald man den Strom schließt, mit großer Kraft anläuft, auch dann, wenn man ihn gleich von vornherein durch Anlegen eines Prony'schen Zaumes belastet.

a. So günstig das ist, so hat es doch eine Unannehmlichkeit im Gefolge, die zum Ausdruck kommt, wenn man in eine Leitung zu dem Motor ein Ampèremeter einschaltet. Es zeigt im Einklang mit Fig. 292 beim Anlassen des Motors einen sehr starken Strom, 6 Amp., an und geht dann erst allmählich auf den Wert 2 Amp. bei normaler

Belastung zurück*). Der Primärstrom ist beim Anlassen sehr viel größer als bei normaler Belastung. Damit also die Drähte der Erregerwicklungen den starken Strom beim Anlassen aushalten, müssen sie dicker gemacht werden, als nachher bei normaler Belastung nötig wäre. Bei kleinen Motoren verursacht das keine ernstlichen Schwierigkeiten, wohl aber bei großen. Es ist der Grund, weshalb man schon früh sich nach einem Mittel umsah, um beim Anlassen des Motors eine kräftige Zugkraft zu bekommen, ohne gleichzeitig eine übermäßige Primärstromstärke mit in Kauf nehmen zu müssen.

Ein solches Mittel ist die Vermehrung des Ankerwiderstands.

b. Es soll angenommen werden, daß der Widerstand der Ankerleiter verdoppelt wird, ohne daß im übrigen irgend etwas am Motor sich ändert.

Das hat nach **176a** zur Folge, daß bei demselben resultierenden Feld D und damit demselben Induktionsfluß Q_{m_0} die Stromamplitude $i_{2\,0}$ und damit [**175b**] auch $Q_{m_{2\,0}}$ nur halb so groß wird für denselben Wert von U. Daraus folgt, daß $\operatorname{tg} \varphi_m$ für denselben Wert von U nur halb so groß [**176b**] und daraus, daß der Primärstrom i_1, dessen Amplitude nach **179a** $\sim \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_m}$ ist, durch Vermehrung des Ankerwiderstands tatsächlich kleiner wird.

Daß aber auch die Zugkraft des Ankers bei demselben Primärstrom i_1 bedeutend größer wird, ergibt die Betrachtung des Vektordiagramms. Beim Anlassen des Motors war das Vektordiagramm vorher von der Form Fig. 290. Man erhält das Vektordiagramm in Fig. 294 jetzt für dieselbe Primärstromstärke und damit dasselbe Q_{m_1}, indem man die Mitte von CA, D, mit O verbindet und bis zum Schnitt C_1 mit dem Kreis mit Radius OC verlängert. (Es wird dann $\operatorname{tg}(C_1 O A_1) = \operatorname{tg} \varphi_{m_1} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi_m$.) Ein Vergleich der beiden Vektordiagramme zeigt unmittelbar, daß bei demselben Primärstrom der Inhalt des Δ OAC und damit [**176c**] die Zugkraft Θ bei weitem erhöht wird.

Die Vermehrung des Ankerwiderstandes befriedigt also tatsächlich das Bedürfnis, von dem unter **a** die Rede war, und bietet somit einen bedeutenden Vorteil.

c. Allein dem steht ein Nachteil entgegen.

(1) Bei normaler Belastung erhält man dieselbe Zugkraft erst bei dem doppelten Werte von U.

Fig. 295 stellt ungefähr das Vektordiagramm für normale Be-

*) Vorsicht bei Bremsversuchen! Derselbe Motor kann einen Strom bis 11 Ampère bekommen, wenn er stark gebremst wird.

lastung dar. Wird bei gleichem Q_m der Ankerwiderstand verdoppelt, so wird Q_{m_2} nur halb so groß wie vorher. Das Vektordiagramm von Fig. 289 geht also in das in Fig. 295 stark ausgezogene über: die Zugkraft sinkt auf die Hälfte ihres vorherigen Wertes. Oder um die-

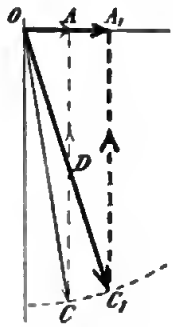


Fig. 294.

Fig. 295.

selbe Zugkraft zu bekommen, muß U doppelt so groß werden, d. h. bei derselben Zugkraft läuft der Motor mit dem größeren Ankerwiderstand langsamer: seine mechanische Leistung [179a] ist also geringer.

(2) Derselben Zugkraft Θ entspricht bei konstantem Wert von Q_m dasselbe Q_{m_2} und damit i_2. Der Ankerstrom i_2 entwickelt aber

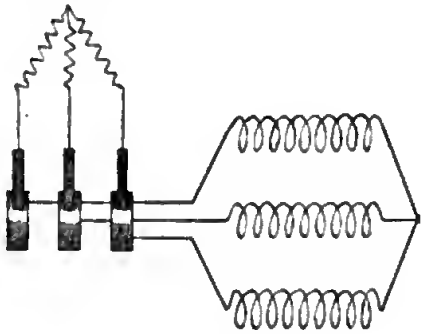


Fig. 296.

in dem Anker mit dem doppelten Widerstand die doppelte Wärme: der Energieverlust im Anker ist also doppelt so groß.

Aus (1) und (2) folgt also eine Verschlechterung des Wirkungsgrads bei normaler Belastung durch den erhöhten Ankerwiderstand.

d. Um den Vorteil des Ankers mit großem Widerstand beim Anlassen und gleichzeitig den Vorteil des Ankers mit kleinem Widerstand bei normaler Belastung zu haben, verfährt man gewöhnlich so: Die Ankerleiter werden bei Dreiphasenstrom zu drei Gruppen ver-

einigt und diese Gruppen wie die Ankerspulen von Drehstrommaschinen mit drei Schleifringen verbunden (Fig. 296). An die Schleifringe sind regulierbare Widerstände, der sog. *„Anlaßwiderstand"*, angeschaltet.

Beim Anlassen des Motors wird hoher Widerstand in die Ankerstromkreise eingeschaltet, man erhält kräftiges Anziehen des Motors ohne zu starken Primärstrom. Allmählich wird dann immer mehr Widerstand ausgeschaltet und endlich werden, wenn die normale

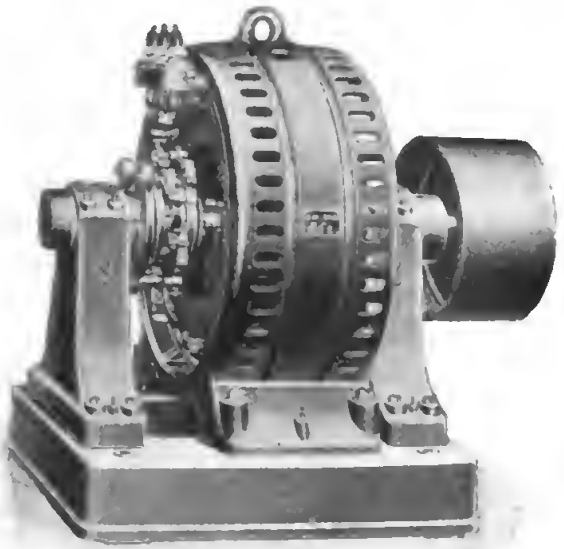


Fig. 297.

Tourenzahl erreicht ist, die Ankerwicklungen kurz geschlossen: der Motor läuft nun mit hohem Wirkungsgrad.

Trotzdem man damit die Vorteile der Kurzschlußanker [174] aufgegeben hat, wird diese Anordnung bei allen größeren Drehstrommotoren benützt. Fig. 297 stellt einen solchen von der Firma Siemens & Halske dar*).

*) In Städten, in denen die elektrische Zentrale Drehstrom liefert, wie z. B. hier in Straßburg, wird man auch für Laboratoriumszwecke womöglich Drehstrommotoren verwenden, zugleich aber in den meisten Fällen regulierbare Tourenzahl wünschen. Die handlichen Motoren mit Kurzschlußanker [174] sind nur mit Vorgelegen zu diesem Zweck zu gebrauchen. Durch Vorschalten von Widerstand ist fast nichts zu erreichen. Bei Motoren mit Anlaßwiderstand läßt sich dagegen Drehmoment und damit Tourenzahl beliebig regulieren, ohne daß man zu hohen Primärstrom bekommt. Man muß sich aber den Anlaßwiderstand so stark anfertigen lassen, daß er eine längere Belastung erträgt, was

§ 5. Einphasenmotoren mit Kurzschlußanker.

181. Der Grundversuch.

a. In dem Modell von Fig. 214 werden die Spulen an zwei Klemmen einer Wechselstromleitung angeschlossen und so geschaltet, daß ein einfaches Wechselfeld im Innern des Ringes zu stande kommt. Ein in den Innenraum des Ringes hineingebrachter Kurzschlußanker rotiert nicht im Einklang mit dem **170a** Gesagten. Wird aber der Kurzschlußanker in Rotation versetzt und die Umdrehungsgeschwindigkeit allmählich gesteigert, so läuft er von einer gewissen Tourenzahl an von selbst weiter, und beschleunigt nun seinen Gang sehr stark, bis er jedenfalls ungefähr dieselbe Tourenzahl erreicht hat, wie wenn ein Drehfeld vorhanden wäre.

b. Dieser Versuch, der von El. Thomson herrührt, wird am besten mit Hilfe eines kleinen technischen Drehstrommotors in folgender Weise gemacht. Von den drei Zuleitungsklemmen des Motors werden zwei mit zwei Klemmen einer Drehstromleitung verbunden. Es ist dann im Innern ein reines Wechselfeld vorhanden: der Anker bleibt in Ruhe. Um nun den Anker zum Anlaufen zu bringen, wird die dritte Zuleitungsklemme des Motors durch einen Stromschlüssel einen Moment mit der dritten Klemme der Drehstromleitung verbunden. Dadurch entsteht ein Drehfeld, der Motor läuft als Drehstrommotor an. Sobald der Anker einigermaßen in Bewegung ist, wird der Stromschlüssel geöffnet, also wieder ein Wechselfeld hergestellt. Nun läuft der Anker mit großer Geschwindigkeit weiter: der Motor funktioniert als Wechselstrom- bezw. Einphasenmotor. Er kann nun Arbeit leisten und sogar ziemlich stark gebremst werden, so daß seine Tourenzahl beträchtlich abnimmt. Er stellt also einen asynchronen [**165b**] Wechselstrommotor dar.

Das geht aber nur bis zu einem gewissen Grad. Hat man seine Tourenzahl unter einen gewissen Betrag herabgedrückt, so bleibt der Motor stehen.

182. Zerlegung eines Wechselfelds in zwei Drehfelder.

Die Erklärung, die G. Ferraris für das Funktionieren eines solchen Motors gegeben hat[91]), stützt sich auf die Tatsache, daß ein Wechselfeld in zwei Drehfelder zerlegt werden kann.

---

bei den gewöhnlichen Anlaßwiderständen nicht der Fall ist. Daß der Wirkungsgrad bei einer derartigen nicht normalen Benützung des Motors kein guter ist, ist bei Laboratoriumsversuchen meist gleichgültig.

a. Um das einzusehen, stelle man sich vor, daß zwei Drehfelder gleicher Intensität und Umdrehungsgeschwindigkeit, aber entgegengesetzter Umdrehungsrichtung auf das Kathodenstrahlenbündel einer Braun'schen Röhre einwirken. Infolge des einen Drehfeldes bewege sich [vgl. **166**] der Lumineszenzfleck auf dem Kreis Fig. 298 mit Radius r in der Richtung des einfachen Pfeiles, infolge des anderen

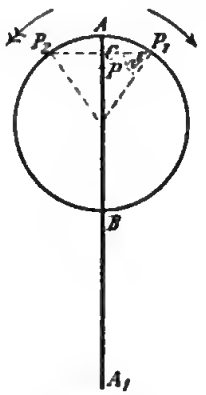


Fig. 298.

Drehfelds in der Richtung des doppelten Pfeiles. Den Punkt A (und demgemäß auch den diametral gelegenen B) soll der Fleck bei beiden Drehfeldern in demselben Moment passieren.

Um die resultierende Bewegung zu bekommen, die der Fleck unter der Wirkung der beiden Drehfelder ausführt, denke man sich die Bewegung des Flecks zerlegt in zwei Komponenten: eine in der Richtung AB und eine senkrecht dazu. Die letztere Komponente ist bei beiden Drehfeldern gleich, hat aber entgegengesetztes Vorzeichen. Die resultierende Komponente senkrecht zu AB wird also Null: der Lumineszenzfleck muß sich auf der Geraden AB bewegen. Die erstere Komponente — in der Richtung von AB — ist bei beiden Drehfeldern nach Größe und Richtung gleich. Würde sich also der Fleck vermöge des einen Drehfelds in P_1, vermöge des anderen in P_2 befinden, so befindet er sich tatsächlich im Punkte P, dessen Lage dadurch bestimmt ist, daß $AP = 2\,AC$ (Fig. 298) ist. Der Fleck hat von A immer die doppelte Entfernung wie der Punkt C, er muß hin und her pendeln, und zwar zwischen den Lagen A_1 und A ($A_1B = AB$), nicht wie C zwischen B und A. In der Tat ist

$$BP = 2r \sin \vartheta,$$

die Bewegung des Flecks also [**51 c**] eine oszillatorische.

Der Fleck bewegt sich also so, wie wenn auf ihn ein einfaches Wechselfeld wirken würde: die Resultante der beiden Drehfelder muß demnach ein Wechselfeld sein. Die Amplitude desselben, dargestellt durch $2r$, ist doppelt so groß wie die — durch r dargestellte — Intensität eines der Drehfelder. Die Wechselzahl ist = der doppelten Umdrehungszahl der Drehfelder.

b. Hätte man bei der Ueberlegung den umgekehrten Weg eingeschlagen, so wäre man zu dem Ergebnis gelangt: Ein Wechsel-

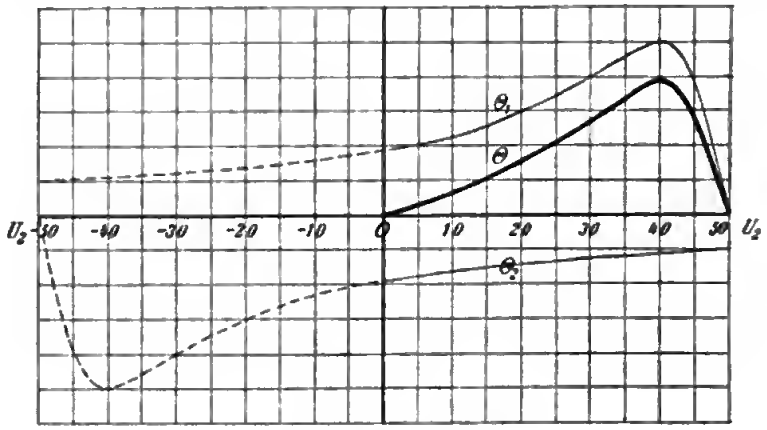


Fig. 299.

feld kann in zwei gleiche, aber in entgegengesetzter Richtung rotierende Drehfelder zerlegt werden. Ihre Intensitäten sind halb so groß als die Amplitude, ihre Umdrehungszahl halb so groß als die Wechselzahl des Wechselfelds.

183. Anwendung auf die Wirkung des Einphasenmotors.

Diese Zerlegung besitzt für den Einphasenmotor insofern praktische Bedeutung, als das Drehmoment eines Wechselfelds auf den rotierenden Anker sich als die Summe der Drehmomente der beiden Drehfelder darstellen läßt*).

Man kann also für die Drehmomente jedes der Drehfelder die Resultate von § 4 verwenden und braucht dann nur die Wirkung der beiden Drehfelder zu summieren, um das gesamte Drehmoment zu bekommen.

Es sei die Umdrehungszahl des Ankers wieder $= U_2$, diejenige des Drehfeldes $= U_1$. Das Drehmoment desjenigen Drehfelds, welches

*) Eine andere, sehr anschauliche Erklärung der Wirkungsweise eines Einphasenmotors hat H. Görges[91a]) gegeben.

in der Richtung des Ankers rotiert, wird dann [179 b] durch eine Kurve von der Form der Kurve Θ_1 in Fig. 299 dargestellt, entsprechend der Kurve Fig. 291. Das Drehmoment des in entgegengesetzter Richtung rotierenden Drehfelds ist durch die Kurve Θ_2 in Fig. 299 wiedergegeben. Sie geht, wie eine einfache Ueberlegung lehrt, aus der Kurve Θ_1 durch Drehung um 180° hervor. Das resultierende Drehmoment gibt die Kurve Θ, deren Ordinaten die Summe der Ordinaten von Θ_1 und Θ_2 sind.

a. Die Kurve Θ gibt die bei dem Versuch in **181** beobachteten Erscheinungen qualitativ wieder. Steht der Anker still ($U_2 = 0$), so ist kein Drehmoment vorhanden: der Anker geht nicht von selbst an. Wird er in Rotation versetzt, so wirkt auf ihn ein Drehmoment. Ist die anfängliche Rotationsgeschwindigkeit so groß, daß das ihr entsprechende Drehmoment im stande ist, die Reibungswiderstände zu überwinden, so läuft der Anker weiter. Da das Drehmoment mit der Tourenzahl des Ankers anfänglich wächst, so nimmt die Tourenzahl rasch zu. Der Motor läuft über die Stelle des maximalen Drehmoments hinaus und behält dann schließlich diejenige Tourenzahl bei, bei der das Drehungsmoment der äußeren Belastung entspricht. Diese Tourenzahl liegt für die zulässigen Belastungen wie beim Drehstrommotor sehr nahe bei der Umdrehungszahl der Drehfelder.

Nun ist der Gang des Motors stabil: eine Steigerung der Belastung und damit Verringerung der Tourenzahl hat eine Steigerung der Zugkraft zur Folge. Das geht aber nur bis zu dem kritischen Punkt, welcher dem maximalen Drehmoment entspricht. Wird die Belastung so gesteigert, daß die Tourenzahl unter diesen kritischen Wert heruntersinkt, so bleibt der Motor stehen.

b. Das resultierende Drehmoment Θ fällt augenscheinlich umso günstiger aus, je näher der flache Teil der Kurve Θ_1 bezw. Θ_2 der Abszissenachse liegt, da dieser Teil immer als Verminderung von Θ sich geltend macht. Aus **180 b** geht hervor, daß dies durch Verkleinerung des Ankerwiderstands erreicht wird. Es ist also für die Einphasenmotoren auch diejenige Konstruktion der Ankerleiter günstig, die bei den Drehstrommotoren zwar für das Anlassen gewisse Nachteile hat, sonst aber auch vorteilhafter ist.

c. Im übrigen gilt für den Bau der Einphasenmotoren in allen wesentlichen Punkten dasselbe wie bei den Drehstrommotoren. Dem Vorteil derselben, daß sie nur zwei Leitungen und einen einzigen

Primärstromkreis brauchen, steht der Nachteil*) gegenüber, daß sie nicht von selbst angehen. Es ist deshalb immer eine Vorrichtung nötig zum Anlassen des Motors. Häufig wird dies so bewerkstelligt, daß man anfänglich durch Hilfsspulen in der auf Seite 286 (Fußnote) angedeuteten Weise eine Drehfeldkomponente erzeugt**) und so den Motor als Drehstrommotor anlaufen und dann nach Ausschaltung der Hilfsspulen als Einphasenmotor arbeiten läßt.

*) Außerdem geringerer Wirkungsgrad, größeres Gewicht und größerer Preis als bei Drehstrommotoren derselben Leistung.

**) Wie es auch bei dem Versuch 181 b der Fall war.

Kapitel VIII.

Wechselstromkreise mit Kondensatoren[92]).

184. Ladungs- und Entladungsstrom.

In Kap. IV sind Stromkreise mit Kondensatoren von der Betrachtung grundsätzlich ausgeschlossen worden. Die dortigen Beziehungen können also für Wechselstromkreise, die Kondensatoren enthalten, keine Gültigkeit beanspruchen. Daß sie auch tatsächlich keine besitzen, zeigt der folgende Versuch (Fig. 300).

An die Klemmen K_1 und K_2 einer Wechselstromleitung sind unter Vorschaltung von zwei Glühlampen G die beiden Belegungen C_1 und C_2 eines Papierkondensators [17b] angeschlossen. Da das paraffinierte Papier, welches die beiden Belegungen des Kondensators trennt, ein vorzüglicher Isolator ist, so ist der Widerstand des Kondensators von einer Belegung zur anderen praktisch unendlich groß. Nach 87 Gl. (3) ist also, da $w_1 = \infty$ ist, kein merkbarer Strom in der Leitung zum Kondensator zu erwarten. Tatsächlich aber brennen die Lampen hell, sobald der Stromschlüssel geschlossen wird; das in die Leitung eingeschaltete Ampèremeter zeigt einen Strom von 0,24 Amp. an*).

Der Grund liegt nicht etwa in schlechter Isolation zwischen den Kondensatorbelegungen. Wäre das der Fall, so müßte man denselben Strom erhalten, wenn man an die Klemmen K_1 und K_2 statt der Wechselstromleitung eine Akkumulatorenbatterie derselben Spannung anschließt. Tatsächlich glühen dann die Lampen nicht uud das Ampèremeter zeigt keine Spur eines dauernden Stromes an.

Die Ursache ist eine ganz andere. Durch das Anlegen an die Klemmen K_1 und K_2, zwischen denen eine Wechselspannung herrscht, wird die Spannung $\mathfrak{V}$ zwischen den beiden Belegungen des Kondensators ebenfalls oszillatorisch. Jeder Spannung $\mathfrak{V}$ zwischen den

*) Spannung zwischen K_1 und K_2 = ca. 120 Volt, Kapazität des Kondensators = 7,3 Mikrofarad; die Glühlampen: 5 Kerzen, 60 Volt.

Kondensatorbelegungen entspricht eine gewisse Ladung e des Kondensators. Bezeichnet $\mathfrak{V}$ die Spannung der Belegung C_1 gegen die Belegung C_2, so entspricht einem positiven Werte von $\mathfrak{V}$ eine positive Ladung $+e$ von C_1, eine negative $-e$ von C_2, und zwar ist [17 Gl. (1)]

$$e = c\,\mathfrak{V},$$

wenn c die Kapazität des Kondensators bedeutet.

In dem Moment, in welchem die Spannung $\mathfrak{V}$ Null ist, ist es auch die Ladung e. Während die Spannung ansteigt, steigt auch die positive Ladung der Platte C_1, die negative von C_2. Das kann nach 23 nur dadurch geschehen, daß in die Belegung C_1 hinein, aus der Belegung C_2 heraus ein elektrischer Strom fließt, und zwar muß dieser Strom in der Leitung $K_1 C_1$ derselbe sein wie in $K_2 C_2$, da auf die Platte C_1 in jedem Moment eben so viel positive elektrische Ladung kommen muß als auf die Platte C_2 negative. Die Verhältnisse liegen also so, wie wenn ein Strom entgegengesetzt der Richtung des Pfeiles in Fig. 300 durch den Kondensator hindurch flöße.

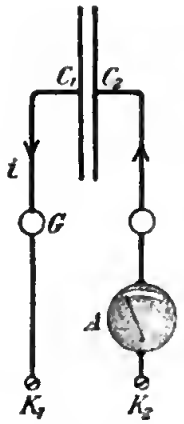


Fig. 300.

In der Zeit, in welcher die Spannung $\mathfrak{V}$ wieder bis Null abnimmt, verliert die Belegung C_1 ihre positive, die Belegung C_2 ihre negative Ladung wieder. Dieser Entladung des Kondensators muß ein Strom entsprechen, dessen Richtung diejenige des Pfeiles in Fig. 300 ist.

Ist die Entladung erfolgt, die Spannung $\mathfrak{V} = 0$, so fängt die Spannung an negativ zu werden. Der Kondensator lädt sich wieder, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen: es hat also auch der Ladungsstrom entgegengesetzte Richtung u. s. f.

Das Resultat ist: Infolge der Wechselspannung muß der Kondensator sich fortgesetzt laden und wieder entladen. Der Strom, der diese Ladung bezw. Entladung besorgt, war es, der in dem Versuch oben durch die Glühlampen bezw. das Ampèremeter zur Beobachtung kam.

§ 1. Induktionsloser Kondensatorkreis.

185. Die Spannung zwischen den Kondensatorbelegungen.

Die Ladungs- und Entladungsströme einerseits, die Spannungen zwischen den Belegungen anderseits müssen überall auftreten, wo

Kondensatoren in Wechselstromkreisen zur Verwendung kommen. Beide müssen im allgemeinen die Stromverhältnisse wesentlich modifizieren. Auf beide muß also auch Rücksicht genommen werden, wenn die Beziehungen von Kap. IV auch auf Kondensatorkreise ausgedehnt werden sollen.

Vorerst soll dies im einfachsten Fall geschehen. Ein Kondensator soll unter Vorschaltung eines sehr großen, induktionslosen Widerstands w an eine Spule S, Sekundärspule eines Transformators oder Ankerspule einer Wechselstrommaschine, angeschlossen werden. In-

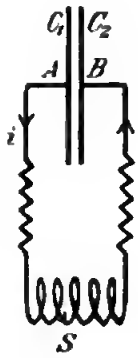


Fig. 301.

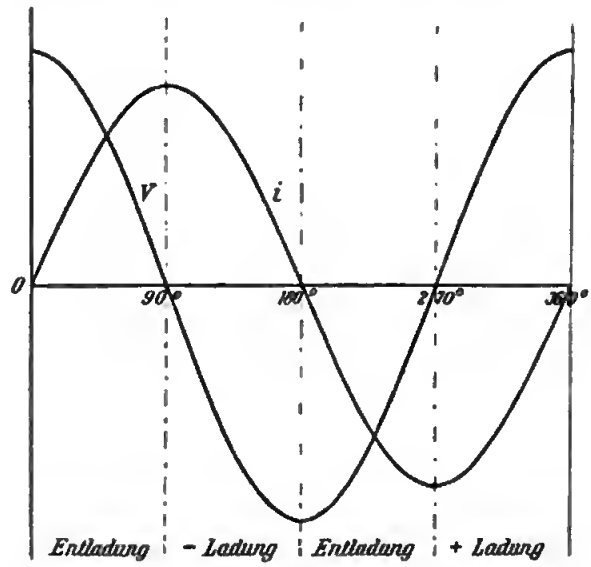


Fig. 302.

folgedessen werde längs des Stromkreises $S C_1 C_2$*) eine EMK $\mathfrak{E}_a$ induziert; i bezeichne den Strom in der Leitung, positiv gerechnet in der Richtung des Pfeiles (Fig. 301). $\mathfrak{V}$ sei die Spannung der Platte C_1 gegen die Platte C_2.

a. Man betrachte die Leitung ASB, welche begrenzt ist durch die in unmittelbarer Nähe der Kondensatorbelegungen befindlichen Punkte A und B. Diese Leitung ASB enthält keinen Kondensator. Es darf also auf sie die Beziehung von 87 Gl. (1) angewandt werden, d. h. es muß sein

$$i w = \mathfrak{E}_a^{**}) + \mathfrak{V}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

*) Den man sich für diesen Zweck in beliebiger Weise durch den Kondensator hindurch geschlossen denken kann [vgl. 192].

**) $\mathfrak{E}_a$ als die längs ASB induzierte EMK entspricht dem $- p_i i_i'$ von 87 Gl. (1).

Darin bezeichnet $\mathfrak{V}$ strenge genommen die Spannung zwischen A und B; da aber A und B in unmittelbarer Nähe von C_1 bezw. C_2 liegen sollen, so muß die Spannung zwischen A und B merklich identisch mit derjenigen zwischen C_1 und C_2 sein.

b. Die Spannung $\mathfrak{V}$ hängt nach **184** selbst von dem Strom i ab und zwar bestimmt sich die Phasenverschiebung zwischen $\mathfrak{V}$ und i schon durch das dort Ausgeführte: solange der Strom i in die Platte C_1 hinein stattfindet, d. h. nach der Festsetzung des Vorzeichens solange i negativ ist, ist $\mathfrak{V}$ im Zunehmen begriffen. Da sowohl i als $\mathfrak{V}$ oszillatorisch sind, so müssen ihre Schwingungskurven im Verhältnis der Kurven Fig. 302 zueinander stehen, d. h. $\mathfrak{V}$ gegen i um 90° in der Phase verfrüht sein.

Das ergibt sich auch aus **23a**. Es ist in diesem Falle, wenn e die Ladung von C_1 bezeichnet,

$$\begin{aligned} i &= -e' \\ &= -c\,\mathfrak{V}\ [17]. \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Daraus folgt aber nach **65**: i ist gegen $\mathfrak{V}$ um 90° verzögert oder also $\mathfrak{V}$ gegen i um 90° verfrüht, also

$$\sphericalangle(\mathfrak{V}, i) = -90^0. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

c. Die Beziehung Gl. (2) liefert auch die Amplitude von $\mathfrak{V}$ [**66**]:

$$i_0 = \pi n c\,.\,\mathfrak{V}_0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

oder

$$\mathfrak{V}_0 = \frac{i_0}{\pi n c}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4a)$$

186. Strom und äußere EMK oder Spannung[93]).

a. Unter diesen Umständen muß das Vektordiagramm nach **185** Gl. (1) die Form von Fig. 303 annehmen. Die Spannung $\mathfrak{V}$ spielt darin ganz die Rolle, welche in **86** die induzierte EMK $\mathfrak{E}_i$ gespielt hatte. Der Unterschied aber, daß $\mathfrak{V}$ gegen i in der Phase verfrüht, $\mathfrak{E}_i$ dagegen verspätet ist, bringt es mit sich, daß der Strom i gegen die äußere EMK $\mathfrak{E}_a$ in der Phase verfrüht, nicht wie in **86c** verspätet wird.

b. Aus dem Vektordiagramm folgen unmittelbar die Beziehungen

$$i_0 = \frac{\mathfrak{E}_{a0}}{\sqrt{w^2 + \left(\frac{1}{\pi n c}\right)^2}}$$

$$\operatorname{tg}(i, \mathfrak{E}_a) = \frac{-\frac{1}{\pi n c}}{w} = -\frac{1}{\pi n} \cdot \frac{1}{c w} \text{ *).}$$

Sie lassen sich aus denjenigen in 86 c unmittelbar erhalten, wenn man $\pi n p$ durch $-1/\pi n c$ ersetzt. Man kann das Resultat also so aussprechen: Ein Kondensator von der Kapazität c wirkt in einem Wechselstromkreise auf Amplitude und Phase

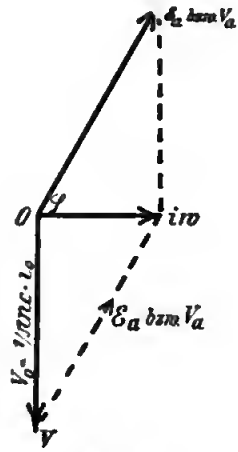


Fig. 303.

so, als ob er eine negative Induktanz vom Betrage $-1/\pi n c$ besitzen würde.

Der Ausdruck $1/\pi n c$, der die Wirkung des Kondensators auf Amplitude und Phase des Stromes bestimmt, wird als *„Kondensanz"* bezeichnet. Sie verhält sich in einer Beziehung wesentlich anders als die Induktanz einer Spule. Statt wie die Induktanz mit steigender Wechselzahl größer zu werden, wird die Kondensanz und damit die Wirkung des Kondensators mit steigender Wechselzahl immer kleiner.

Daß die Kondensanz, die eine Art Widerstand des Kondensators darstellt, umso kleiner und demnach der Strom umso größer wird, je größer Kapazität und Wechselzahl ist, ist auf Grund der Ueberlegungen von 184 leicht verständlich. Die Elektrizitätsmenge, welche der Kondensator bei einer bestimmten Spannung und Wechselzahl

*) Das Produkt c w wird häufig als die *„Zeitkonstante"* des Kondensatorkreises bezeichnet.

während einer Periode des Wechselstroms aufnimmt und wieder abgibt, wird umso größer, je größer die Kapazität des Kondensators ist. Anderseits erfolgt die Ladung und Entladung des Kondensators umso rascher, je größer die Wechselzahl ist: umso größer muß also bei derselben Spannung und Kapazität der Strom in der Leitung zum Kondensator sein.

c. Betrachtet man nicht den ganzen Kondensatorkreis, sondern analog dem Fall 87a nur einen Teil ($K_1 C_1 C_2 K_2$ Fig. 300) eines solchen, welcher den Kondensator von der Kapazität c enthält und zwischen dessen Endpunkten K_1 und K_2 die Spannung $\mathfrak{V}_a$ herrscht, so folgt in ähnlicher Weise wie in 87

$$i_0 = \frac{\mathfrak{V}_{a0}}{\sqrt{w^2 + \left(\frac{1}{\pi n c}\right)^2}}$$

$$\operatorname{tg}(i, \mathfrak{V}_a) = \frac{-\frac{1}{\pi n c}}{w}.$$

187. Grenzfälle.

a. w sehr groß gegen $1/\pi n c$.

Dann ist annähernd

$$i_0 = \frac{\mathfrak{E}_{a0}}{w} \text{ bezw. } \frac{\mathfrak{V}_{a0}}{w},$$

$$\sphericalangle(i, \mathfrak{E}_a) \text{ bezw. } \sphericalangle(i, \mathfrak{V}_a) = \text{nahezu } 0.$$

Im Gebiet der niedrigen Wechzelzahlen der Technik läßt sich dieser Fall nur durch großen Widerstand oder extrem große Kondensatoren realisieren. Bei sehr hohen Wechselzahlen aber, die z. B. eine Million und mehr betragen, tritt der Fall schon bei Kondensatoren sehr mäßiger Kapazität und bei mäßigem Wert von w ein*); es kann dann vorkommen, daß schon Kondensatoren relativ geringer

*) Die Kondensanz $1/\pi n c$ erhält annähernd folgende Werte:

	c = 1 Mikrofarad	$c = \frac{1}{1000}$ Mikrofarad
n = 100/sec.	ca. 3000 Ohm	3.10^6 Ohm
$n = 10^6$/sec.	0,3 „	300 „

Kapazität keine merkbare Wirkung ausüben, d. h. sich gerade so verhalten, wie wenn ihre beiden Belegungen durch einen Draht verbunden wären.

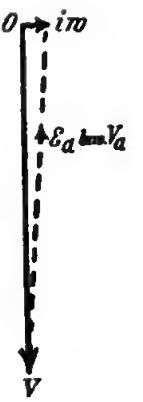


Fig. 304.

b. $1/\pi n c$ **sehr groß gegen w.**

Dann wird annähernd

$$i_0 = \pi n c \,.\, \mathcal{E}_{a0} \text{ bezw. } = \pi n c \,.\, \mathcal{V}_{a0},$$
$$\sphericalangle\,(i, \mathcal{E}_a) \text{ bezw. } \sphericalangle\,(i, \mathcal{V}_a) = -90^0$$

und das Vektordiagramm Fig. 303 geht in dasjenige von Fig. 304 über.

Dieser Fall tritt im Gebiet der langsamen Wechselzahlen ein, wenn man Papierkondensatoren mit Drähten, deren Widerstand einige Ohm nicht übersteigt, an Wechselstromleitungen anlegt. Es ist dann die Spannung $\mathcal{V}$ zwischen den Belegungen des Kondensators sehr nahe gleich der äußeren Spannung $\mathcal{V}_a$ bezw. der EMK $\mathcal{E}_a$.

188. Bestimmung der Kondensanz und Kapazität eines Kondensators.

Der zu untersuchende Kondensator C*) werde an die Klemmen K_1 und K_2 einer Wechselstromleitung durch Drähte von geringem Widerstand angeschlossen. Ein Ampèremeter A zeigt den Strom i in Ampère, ein Voltmeter die Spannung $\mathcal{V}_a$ zwischen den Klemmen K_1 und K_2 in Volt an.

Dann folgt aus **187b** und **71**

$$i_{eff} = \pi n c \,.\, \mathcal{V}_{a\,eff},$$

also

$$\frac{1}{\pi n c} = \frac{\mathcal{V}_{a\,eff}}{i_{eff}} \text{ Ohm.}$$

Kennt man die Wechselzahl n, so folgt aus der Kondensanz $1/\pi n c$ auch noch die Kapazität des Kondensators.

Beispiel. Der bei dem Versuch in **184** gebrauchte Papierkondensator wurde an zwei Klemmen der städtischen Drehstromleitung angelegt.

Es ergab sich

$$\mathcal{V}_{a\,eff} = 131 \text{ Volt}$$
$$i_{eff} = 0{,}30 \text{ Amp.},$$

*) Fig. 305, aus der man sich das Wattmeter W mit seiner Spannungsleitung entfernt denke.

also

$$\frac{1}{\pi n c} = \frac{131}{0{,}30} = 437 \text{ Ohm.}$$

Die Wechselzahl des Drehstromes war ca. $100/_{sec.}$ Demnach folgt für die Kapazität des Kondensators

$$c = \frac{1}{\pi \,.\, 100} \cdot \frac{1}{437 \text{ Ohm}} = \frac{1}{\pi \,.\, 100} \cdot \frac{1}{437 \,.\, 10^9} \text{ C.G.S.} \quad [49]$$
$$= 7{,}3 \,.\, 10^{-15} \,.\, \text{C.G.S.} = 7{,}3 \text{ Mikrofarad.}$$

189. Energieverhältnisse.

a. Schaltet man in die eben besprochene Anordnung ein Wattmeter so ein (Fig. 305), daß es den Energieverbrauch im Kondensator mißt, so zeigt es keinen Ausschlag, obwohl 1 Watt noch gut abzu-

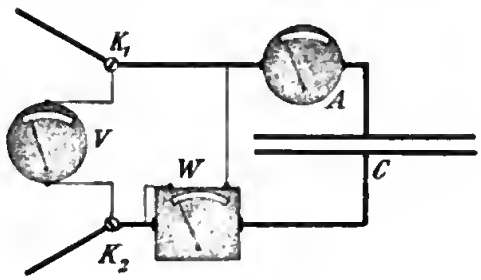


Fig. 305.

lesen wäre. Nach **187b** ist das zu erwarten: der Strom muß bei dieser Anordnung nahezu um 90° gegen die Spannung verschoben sein, die verbrauchte Leistung, die nach $96 = i_{eff} \,.\, \mathfrak{V}_{a\,eff} \,.\, \cos(i, \mathfrak{V}_a)$ ist, nahezu Null werden. Daß sie es tatsächlich wird, bestätigt das in **187b** Ausgeführte auch bezüglich der Größe der Phasenverschiebung.

b. Bezüglich des Energieverbrauchs verhält sich also ein Kondensator wie ein idealer induktiver Widerstand [**98b**]: er liefert eine im wesentlichen wattlose Stromkomponente. Während der Phasenwinkel und Energieverbrauch bei den praktisch wichtigen induktiven Widerständen, den Spulen mit Eisenkernen, nicht annähernd derselbe war, wie er nach **88b** und **98b** für ideale induktive Widerstände zu fordern ist, zeigte der Versuch mit dem Kondensator vollkommene Uebereinstimmung mit den in **187b** entwickelten Beziehungen.

Daraus folgt umgekehrt: eine der Hysteresis analoge Erscheinung kann bei Kondensatoren nicht in einem praktisch in Betracht kom-

menden Maße vorhanden sein. Tatsächlich besitzen allerdings die meisten festen Isolationsmaterialien eine sogenannte *„dielektrische Hysteresis"*, das elektrische Analogon der magnetischen Hysteresis des Eisens. Der bekannte „Rückstand" der Leidener Flaschen ist z. B. darauf zurückzuführen. Aber der Einfluß der dielektrischen Hysteresis ist im allgemeinen zu gering, um bei Messungen der oben angegebenen Art zur Beobachtung zu gelangen*) [vgl. aber **259c**].

c. Für den Energieumsatz im induktionslosen Kondensatorkreis folgt (ganz entsprechend den Verhältnissen in **97**) aus **185** Gl. (1)

$$i^2 w = i \mathfrak{E}_a + i \mathfrak{V}$$

oder

$$i \mathfrak{E}_a = i^2 w - i \mathfrak{V}$$

bezw.

$$L_a = L_w + L_e.$$

Darin ist $i \mathfrak{E}_a = L_a$ die gesamte dem Stromkreis von außen (der Maschine oder dem Transformator) zugeführte Leistung, $i^2 w = L_w$ der Energieverbrauch pro Sekunde durch die Joule'sche Wärme in den Drähten des Stromkreises. Der Ausdruck $- i \mathfrak{V} = L_e$ ist die Leistung, welche an den Kondensator abgegeben wird. In genau derselben Weise nämlich, wie in **97c** gezeigt war, daß $- i \mathfrak{E}_i$ die Zunahme der Energie des magnetischen Feldes ist, kann bewiesen werden, daß $- i \mathfrak{V} =$ der Zunahme (pro Sekunde) der Energie W_e des elektrischen Feldes im Kondensator ist[95]).

Da $\mathfrak{V}$ nach **185b** gegen i um 90° in der Phase verschoben ist, so ist der Mittelwert des Produktes $i \mathfrak{V} = 0$ [**70a**]. Der einzige dauernde Energie*verbrauch* ist also die Wärmeentwickelung in den Drähten.

Die Kurven für L_a, L_w und L_e sind in Fig. 306 dargestellt**). Bezüglich des Energie*umsatzes* ist aus ihnen das folgende zu entnehmen. Während die Spannung $\mathfrak{V}$ in positiver oder negativer Richtung ansteigt, der Kondensator sich lädt (vgl. Fig. 302), ist

*) Ergibt ein Kondensator bei derartigen Messungen einen einigermaßen bedeutenden Energieverbrauch, so ist darauf zu rechnen, daß seine Isolation mangelhaft ist. Ein im Straßburger Institut befindlicher Kondensator ergab z. B. in der Anordnung Fig. 305 1 Watt. Als seine Isolation geprüft wurde, zeigte es sich, daß der Widerstand zwischen den Belegungen nur ca. 15000 Ohm betrug.

**) Unter der Annahme $w = 1/\pi n c$.

die dem Stromkreis von außen zugeführte Leistung L_a größer als die im Stromkreis in Wärme umgesetzte L_w. Der Ueberschuß sammelt sich als Energie des elektrischen Feldes zwischen den Kondensatorplatten an. Wenn die Spannung gegen Null abfällt, der Kondensator sich entlädt, gibt dieser seine elektrische Energie dem Strom-

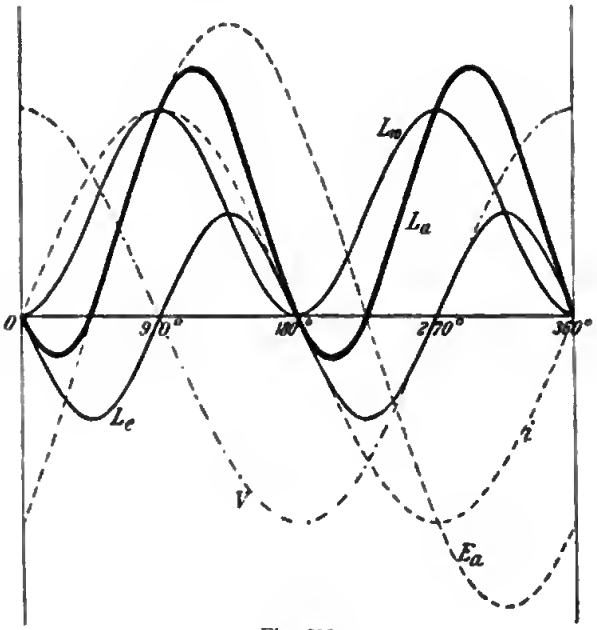


Fig. 306.

kreis zurück. Der Stromkreis verbraucht diese Energie zum Teil ($L_w > L_a$), zum Teil aber liefert er sie an die Maschine zurück (L_a negativ).

Die Verhältnisse sind also genau wie beim Wechselstromkreis mit beträchtlichem Selbstinduktionskoeffizienten [97 b]. Der einzige Unterschied ist, daß an Stelle des magnetischen Felds des Wechselstromkreises das elektrische Feld des Kondensators trat.

190. Deformation der Schwingungskurve durch Kondensatoren.

Die EMK $\mathfrak{E}$ in einem induktionslosen Kondensatorkreis sei nicht genau sinusförmig, sondern enthalte außer der Grundschwingung $\mathfrak{E}_1$ von der Wechselzahl n noch Oberschwingungen $\mathfrak{E}_2$, $\mathfrak{E}_3$ etc. von den Wechselzahlen 2n, 3n etc.

Es ist dann hier wie in 94 gestattet, die einzelnen Schwingungen so zu betrachten, wie wenn jede allein in dem Wechselstromkreis vorhanden wäre.

a. Da die Kondensanz eines Kondensators umso kleiner wird, je größer die Wechselzahl ist, so muß die Impedanz

$$\sqrt{w^2 + (1/\pi n c)^2}$$

eines Kondensatorkreises für die Oberschwingungen kleiner sein als für die Grundschwingung, und zwar umso kleiner, je höher die Wechselzahl der Oberschwingung ist. Daraus folgt [vgl. 94], daß der Strom weniger sinusförmig wird als die EMK, und zwar umso weniger, je höher die vorhandenen Oberschwingungen sind. In dieser Beziehung

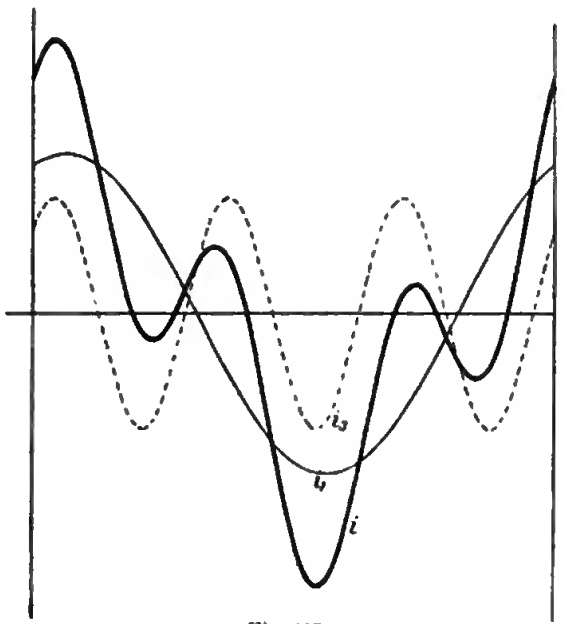


Fig. 307.

verhält sich also die Wirkung eines Kondensators gerade entgegengesetzt derjenigen eines induktiven Widerstands.

b. Genauer ergeben die Beziehungen von $\mathfrak{V}$ für die Grundschwingung i_1 des Stromes und seine Oberschwingungen i_2, i_3 etc.

$$i_{10} = \frac{\mathfrak{E}_{10}}{\sqrt{w^2 + (1/\pi n c)^2}},\quad i_{20} = \frac{\mathfrak{E}_{20}}{\sqrt{w_2 + (1/2\pi n c)^2}} \text{ etc.},$$

in dem Grenzfall **187 b**, w sehr klein gegen $1/\pi n c$,

$$i_{10} = \pi n c \,.\, \mathfrak{E}_{10};\quad i_{20} = 2\pi n c \,.\, \mathfrak{E}_{20} \text{ etc.},$$

also

$$i_{10} : i_{20} : i_{30} \ldots = \mathfrak{E}_{10} : 2\mathfrak{E}_{20} : 3\mathfrak{E}_{30} \ldots$$

In Fig. 307 ist die Stromkurve dargestellt, welche die EMK von Fig. 168 S. 158 in einem Stromkreis hervorrufen würde, in dem

$$w = \frac{1}{3} \cdot 1/\pi n c$$

ist. Sie zeigt, wie stark die Deformation der Schwingungskurve schon unter diesen Umständen ist.

c. Für Laboratoriums- und Vorlesungszwecke hat diese Deformation der Stromkurve eine sehr unangenehme Folge. Zur experimentellen Bestätigung der Beziehungen, die für sinusförmigen Wechselstrom abgeleitet wurden, ist man im allgemeinen auf Maschinen angewiesen, deren EMK nicht genau sinusförmig ist. Für viele Zwecke, insbesondere bei Wechselstromkreisen hoher Induktanz, ist das ziemlich gleichgültig. Bei Kondensatorkreisen kann der Strom aber so deformiert werden, daß jene Beziehungen nicht mehr annähernd gelten und demnach sich auch mit der betreffenden Maschine nicht mehr annähernd experimentell verifizieren lassen.

§ 2. Kondensatorkreis mit Selbstinduktion.

191. Versuch.

An die Wechselstromklemmen K_1 und K_2 (Fig. 305, aber ohne Wattmeter) ist ein Kondensator C angeschaltet. Das vorgeschaltete Ampèremeter A zeigt 0,68 $Amp._{eff}$, das im Nebenschluß zu $K_1 K_2$ liegende Voltmeter V 131 $Volt_{eff}$. Die Kondensanz $1/\pi n c$ des Kondensators ist also [188]*) = 131 : 0,68 = 193 Ohm.

Nun werde der Kondensator ersetzt durch drei hintereinander geschaltete Drosselspulen. Das Ampèremeter zeigt 0,97 Amp. Die Induktanz*) $\pi n p$ der Spulen ist also [90] = 131 : 0,97 = 135 Ohm.

Schaltet man dann Kondensator und Spulen hintereinander, so ist zwar nach den Erfahrungen von 91 nicht zu erwarten, daß die Summe der beiden scheinbaren Widerstände zur Wirkung kommen wird. Das aber wird man wenigstens annehmen, daß die Impedanz von Kondensator und Spulen zusammen größer sein wird als von jedem allein. Der Versuch liefert aber genau das Gegenteil: das Ampèremeter zeigt jetzt 1,33 Amp. an; der scheinbare Widerstand von beiden zusammen beträgt also nur 131 : 1,33 = 98 Ohm. Es scheint also, daß das Einschalten eines induktiven Widerstandes die Wirkung eines Kondensators zum Teil kompensiert und umgekehrt. Die Richtigkeit dieser

*) Der Widerstand ist zu vernachlässigen.

Vermutung wird durch eine eingehendere Ueberlegung bestätigt. Ehe diese aber in Angriff genommen werden kann, ist eine allgemeinere Frage zu erörtern.

192. Das magnetische Feld und der Selbstinduktionskoeffizient eines Kondensatorkreises[96]).

a. Das magnetische Feld eines Kondensatorkreises ist nicht nur durch den Strom in dem Kondensatorkreis, sondern auch durch das elektrische Wechselfeld zwischen den Kondensatorbelegungen*) bestimmt [35]. Dieses elektrische Wechselfeld wirkt aber magnetisch gerade so, wie wenn der Ladungs- bezw. Entladungsstrom durch den Kondensator hindurchträte, derart, daß im Kondensator ein homogenes Stromfeld entsteht, wenn das elektrische Feld desselben homogen ist**).

Fügt man also in irgend einen Teil eines Stromkreises einen Kondensator ein, so wirkt dies — vorausgesetzt, daß der Strom im Stromkreis derselbe bleibt — auf das magnetische Feld ebenso, wie wenn der Strom, der vorher auf den Draht konzentriert war, eine bedeutende Verbreiterung der Stromlinien an der betreffenden Stelle

*) Abgesehen von dem induzierten elektrischen Feld, vgl. 83 u. 273.

**) Für die Strömung $\mathfrak{S}$, welche das elektrische Feld (Induktion $\mathfrak{E}$) bezüglich seiner magnetischen Wirkung ersetzen kann, gilt nach 35 c

$$\mathfrak{S} = \mathfrak{E}', \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

also

$$\mathfrak{S}_0 = \pi\, n\, \mathfrak{E}_0.$$

Diese supponierte Strömung $\mathfrak{S}$ ist homogen, wenn die elektrische Induktion es ist.

Ferner: Für die Gesamtzahl Q_s der Stromlinien im Kondensator folgt aus Gl. (1)

$$Q_s = Q_e',$$

wenn Q_e die Zahl der elektrischen Induktionslinien im Kondensator bedeutet. Andererseits ist aber, wenn der Strom i im Kondensatorkreis in derselben Richtung positiv gerechnet wird wie das elektrische Feld im Kondensator (also umgekehrt wie in 185),

$$i = e' \text{ [23]}$$
$$= Q_e' \text{ [16 c]},$$

d. h. also

$$Q_s = i,$$

d. h. der supponierte Strom Q_s durch den Kondensator hindurch muß gerade so groß sein wie der tatsächliche Strom i im Kondensatorkreis. Man kann sich also den Strom bezüglich seiner magnetischen Wirkung einfach durch den Kondensator hindurch geschlossen denken, wie es schon in 36 c für eine spezielle Form eines Kondensators angegeben war.

erfahren hätte. Da außerdem auf den Kondensatorbelegungen selbst von den Zuleitungsstellen aus ebenfalls eine Strömung stattfinden muß, so ist es unausbleiblich, daß das magnetische Feld durch das Einführen des Kondensators wenigstens im Kondensator und event. in unmittelbarer Nähe desselben nicht unwesentlich geändert wird.

b. Der Selbstinduktionskoeffizient ist nach **34** nur für geschlossene lineare Stromkreise definiert. Diese Definition versagt also hier. Betrachtet man den Stromkreis als durch den Kondensator unterbrochen, so ist kein geschlossener Stromkreis vorhanden, und betrachtet man ihn nach **a** als durch den Kondensator hindurch geschlossen, so ist er im Kondensator nicht linear.

Man kann diese Schwierigkeit bis zu einem gewissen Grade dadurch umgehen, daß man sich die gesamte Strömung in lineare Stromfäden zerlegt. Man erhält dann für jeden Stromfaden einen Selbstinduktionskoeffizienten, der im allgemeinen für verschiedene Stromfäden verschieden ist. Außerdem hat man die Wirkung der einzelnen Stromfäden aufeinander in Betracht zu ziehen.

Wesentlich einfacher werden aber die Verhältnisse in dem speziellen, aber praktisch wichtigsten Falle, daß der Stromkreis an sich schon Teile von so großem Selbstinduktionskoeffizienten enthält, daß das Feld im Kondensator und in unmittelbarer Nähe desselben nur einen sehr geringen Beitrag zum Selbstinduktionskoeffizienten des ganzen Stromkreises liefert. Dann muß der Selbstinduktionskoeffizient für die einzelnen Stromfäden merklich gleich ausfallen, so daß die Zerlegung in Stromfäden überhaupt überflüssig wird. Man kann sich dann auch den Kondensatorkreis an der Stelle des Kondensators durch ein kurzes Stück Draht von nahezu willkürlicher Lage geschlossen denken.

Dieser Fall liegt vor, wenn der Kondensatorkreis Spulen, insbesondere solche mit Eisenkernen, enthält.

193. Strom und äußere EMK oder Spannung.

In einem Kondensatorkreis, der einen beträchtlichen Selbstinduktionskoeffizienten besitzt, bestimmt sich der Strom nicht wie beim induktionslosen Kondensatorkreis allein durch die äußere EMK $\mathfrak{E}_a$ und die Spannung $\mathfrak{V}$ zwischen den Kondensatorbelegungen. Es macht sich vielmehr wie in **85** ff. auch die Rückwirkung des magnetischen Feldes in Form der längs des Stromkreises induzierten EMK $\mathfrak{E}_i$ geltend.

a. Für diesen Fall folgt aus **185a** und **86a**

$$iw = \mathfrak{E}_a + \mathfrak{V} + \mathfrak{E}_i \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$\mathcal{V}$ ist nach **185 b** gegen i um 90° in der Phase verfrüht, $\mathcal{E}_i$ nach **85** um 90° verspätet. Das Vektordiagramm, welches sich aus Gl. (1) ergibt, muß also die Gestalt von Fig. 308 oder 309 annehmen. Darin ist OA der Vektor von iw, OB von $\mathcal{E}_i$, OC derjenige von $\mathcal{V}$. Der Punkt C_1 wird erhalten, indem OC von B aus auf BO abgetragen wird ($BC_1 = OC$). Da OC_1 also der Vektor von $\mathcal{V} + \mathcal{E}_i$ ist, so muß $C_1A \equiv OD$ der Vektor von $\mathcal{E}_a$ sein.

Was also die tatsächliche Beziehung zwischen i und $\mathcal{E}_a$ (vgl. ΔOAD) bestimmt, ist $AD = OC_1 = \mathcal{V}_0 - \mathcal{E}_{i_0}$ bezw. $= \mathcal{E}_{i_0} - \mathcal{V}_0$, d. h. die Differenz der induzierten EMK und der Spannung an den

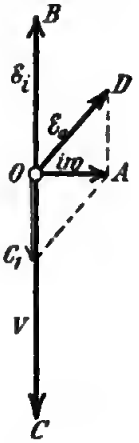


Fig. 308.

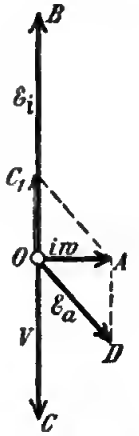


Fig. 309.

Kondensatorplatten. Die Wirkung der Selbstinduktion (und damit des magnetischen Felds) und diejenige des Kondensators (und damit des elektrischen Felds) verstärken sich nicht, sondern schwächen sich gegenseitig.

b. Das Vektordiagramm (ΔOAD) ergibt, da

$$OA = w i_0,$$
$$OB = \mathcal{E}_{i_0} = \pi n p \,.\, i_0 \;[85],$$
$$OC = \mathcal{V}_0 = \frac{1}{\pi n c} \,.\, i_0 \;[185\,c]$$

ist, folgende Beziehungen[93]):

$$\left.\begin{aligned} i_0 &= \frac{\mathcal{E}_{a_0}}{z}, \\ z &= \sqrt{w^2 + (\pi n p - 1/\pi n c)^2}, \\ \operatorname{tg}(i, \mathcal{E}_a) &= \frac{\pi n p - 1/\pi n c}{w}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (2)$$

Auch in diesem allgemeineren Falle kommt man also zu dem Resultat: Der Kondensator wirkt auf Amplitude und Phase so, als ob er eine negative Induktanz vom Betrage $1/\pi nc$ besäße.

c. Die entsprechenden Beziehungen für ein Stück eines Stromkreises, zwischen dessen Endpunkten die Spannung $\mathfrak{V}_a$ herrscht, leiten sich aus Gl. (2) ab [vgl. 87a], indem man $\mathfrak{E}_a$ durch $\mathfrak{V}_a$ ersetzt.

$$\left.\begin{aligned} i_0 &= \frac{\mathfrak{V}_{a_0}}{z}, \\ z &= \sqrt{w^2 + (\pi np - 1/\pi nc)^2}, \\ \operatorname{tg}(i, \mathfrak{V}_a) &= \frac{\pi np - 1/\pi nc}{w}. \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Darin bedeutet w den Widerstand, p den Selbstinduktionskoeffizienten des betreffenden Stückes, c die Kapazität des in dem Stück befindlichen Kondensators.

194. Folgerung.

a. Ein Stromkreis enthalte einen Kondensator von der Kapazität c und besitze den Widerstand w. In diesen Stromkreis werde bei unverändertem Widerstand allmählich immer mehr Selbstinduktion eingeschaltet*).

Eine Diskussion der Gl. (2) 193 oder des Vektordiagramms Fig. 304 ergibt dann folgendes.

(1) Solange die Induktanz πnp klein ist, bestimmt sich die Stromamplitude fast ausschließlich durch die Kondensanz $1/\pi nc$. Der Phasenwinkel ist negativ, der Strom also der EMK in der Phase voraus. Je mehr Selbstinduktion eingeschaltet wird, umso kleiner wird der Betrag von $\pi np - 1/\pi nc$, umso mehr wird der Einfluß der Kondensanz durch denjenigen der Induktanz aufgehoben, umso größer wird die Stromamplitude, umso kleiner der Phasenwinkel.

(2) Das Maximum erreicht die Stromamplitude, wenn die Induktanz genau so groß wie die Kondensanz, wenn also

$$\pi np = \frac{1}{\pi nc}$$

*) Ganz Analoges erhält man natürlich, wenn man den Selbstinduktionskoeffizienten als konstant, die Kapazität des Kondensators als veränderlich voraussetzt.

geworden ist. Dann ist die Wirkung des Kondensators durch diejenige der Selbstinduktion gerade kompensiert. Der Stromkreis verhält sich so, wie wenn er weder das eine noch das andere besäße. Es gilt dann einfach

$$i = \frac{\mathfrak{E}_a}{w} \text{ bezw. } = \frac{\mathfrak{V}_a}{w}. \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Die Stromamplitude drückt sich nur durch den Widerstand des Stromkreises aus wie beim induktionslosen Stromkreis ohne Kondensator. Strom und EMK oder Spannung sind gleichphasig*).

(3) Steigert man die Größe der Induktanz weiter, so wird die Differenz $\pi n p - 1/\pi n c$ positiv und immer größer, die Stromamplitude nimmt immer mehr ab. Der Phasenwinkel wird positiv, also der Strom gegen die Spannung verspätet, und zwar umso mehr, je mehr die Induktanz vergrößert wird.

Am besten werden wohl diese Beziehungen durch die Kurven von Fig. 310 illustriert. Als Abszissen sind aufgetragen die Werte der Induktanz $\pi n p$, als Ordinaten die dazu gehörigen Werte von i_{eff} bezw. des Phasenwinkels φ. Bei beiden ausgezogenen Kurven ist die Annahme: $\mathfrak{E}_{a\,eff} = 120$ Volt, $1/\pi n c = 120$ Ohm, $w = 10$ Ohm. Bei der gestrichelten Kurve B sind die Annahmen dieselben, nur w ist $= 60$ Ohm vorausgesetzt.

b. Die Diskussion der Beziehungen von **193** gewinnt ein anderes Aussehen, wenn man ausgeht von einem Kondensatorkreis von konstanter Kapazität und konstantem Selbstinduktionskoeffizienten und sich vorstellt, daß die Wechselzahl der äußeren EMK $\mathfrak{E}_a$ geändert wird.

Die Gl. (2) bezw. (3) **193** sagen dann aus: die Stromamplitude im Kondensatorkreis hängt unter sonst gleichen Umständen nur ab von der Wechselzahl der äußeren EMK. Für eine ganz bestimmte Wechselzahl wird die Stromamplitude ein Maximum. Diese Wechselzahl n ist dadurch bestimmt, daß bei ihr die Induktanz gleich der Kondensanz wird, d. h.

$$\pi n p = \frac{1}{\pi n c}$$

oder

$$n = \frac{1}{\pi \sqrt{p c}}.$$

*) Die Spannung $\mathfrak{V}$ zwischen den Kondensatorplatten und die äußere EMK $\mathfrak{E}_a$ sind dann [185 b] gerade um 90° in der Phase verschoben.

Die Eigenschaft, auf eine ganz bestimmte Wechselzahl besonders stark zu reagieren, wie es bei dem Kondensatorkreis gegenüber dieser Wechselzahl n der Fall ist, wird bei akustischen Systemen als

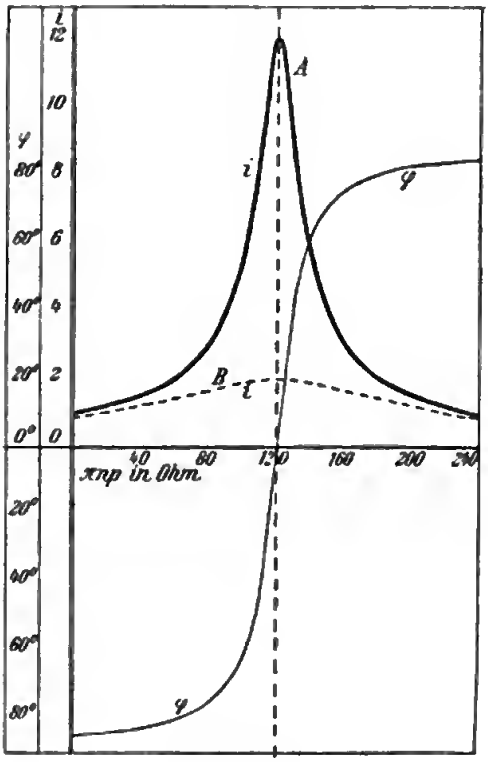


Fig. 310.

„*Resonanz*" bezeichnet. Man spricht deshalb auch hier häufig von einer „Resonanzerscheinung" und gebraucht für den Fall $n = \frac{1}{\pi\sqrt{pc}}$ den Namen „*Resonanzfall*". Daß die Analogie zwischen diesem Fall und der akustischen Resonanz tatsächlich sehr eng ist, wird sich später zeigen.

195. Experimentelle Bestätigung.

a. Aus den Beziehungen von **193** geht hervor, daß es möglich ist, in einem Wechselstromkreis mit Selbstinduktion durch Einschalten eines Kondensators — oder in einem Stromkreis mit Kondensator durch Einschalten von Spulen mit Selbstinduktion — die Stromstärke zu erhöhen und die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung herabzudrücken. Bezüglich der Stromstärke ist der experimentelle

Nachweis dafür schon durch den Versuch in **191** erbracht worden. Bezüglich der Phasenverschiebung läßt er sich leicht erbringen mit Hilfe der Anordnung Fig. 311 (Wattmetermethode **99b**). Ein Versuch mit demselben Kondensator und denselben induktiven Widerständen, die in **191** gebraucht wurden, ergab

Kondensator allein eingeschaltet . . . $\varphi = -82^\circ$ ca.,
Induktiver Widerstand allein eingeschaltet $= +71^\circ$,
Kondensator und induktiver Widerstand
hintereinander . . . . . $= 46^\circ$.

b. Daß die Erscheinungen qualitativ einen ähnlichen Verlauf nehmen wie die Kurven in Fig. 310, wenn man in einen Kondensator-

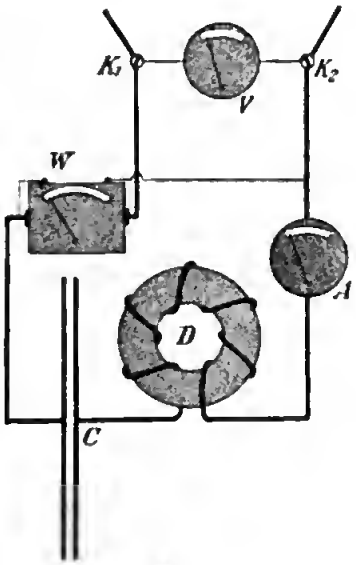


Fig. 311.

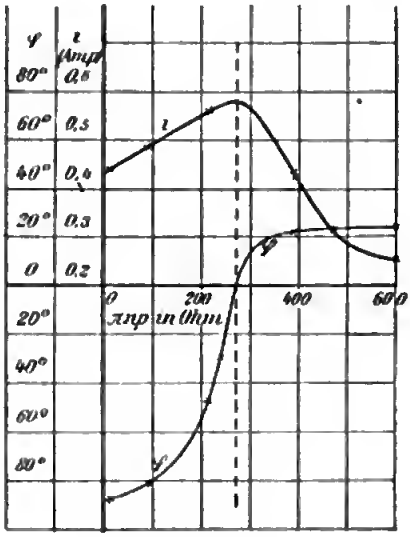


Fig. 312.

kreis immer mehr induktiven Widerstand einführt, kann schon mit Hilfe des Transformatormodells Fig. 214 gezeigt werden. Die nebenstehende Kurve (Fig. 312) für den Strom i_{eff} wurde gewonnen, als an die Klemmen einer Wechselstromleitung von ca. 130 Volt und 100 Wechseln pro Sekunde ein Kondensator von 11,5 Mikrofarad ($1/\pi n c = 276$ Ohm) angeschlossen und der Reihe nach 1, 2, 3 etc. Spulen des Transformatormodells eingeschaltet wurden.

c. Bei weitem kräftigere Effekte bekommt man aber, wenn man in der Anordnung von Fig. 311 als induktive Widerstände D eine Reihe von Drosselspulen [**108**] und für kleinere Abstufungen der Induktanz etwa eine Spule mit gerader Achse und verschiebbarem,

gut unterteiltem Eisenkern verwendet. Die in Fig. 313 stark ausgezogene Kurve wurde bei einem solchen Versuch erhalten. Die Kapazität des Kondensators war 16,5 Mikrofarad, der verwendete Wechselstrom derjenige der Straßburger Zentrale. ($\mathfrak{V}_{a\,eff}$ = ca. 130 Volt, n = ca. 100/sec., also $1/\pi n c$ = ca. 193 Ohm.) Diese Kurve zeigt qualitativ durchaus den Charakter der Kurve A von Fig. 310. Versuche dieser Art können also sehr gut zur experimentellen Illustration der Beziehungen von **193** und **194** dienen. Daß die Uebereinstimmung

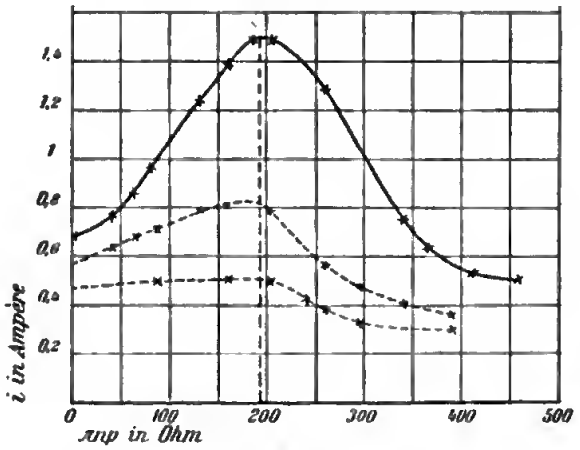


Fig. 313.

der Kurven von Fig. 310 und 313 keine vollständige ist, ist begreiflich, wenn man bedenkt, daß Spulen mit Eisenkernen benützt wurden und noch dazu während der verschiedenen Stadien des Versuchs verschiedene*).

d. Um nachzuweisen, daß die Vermehrung des Widerstandes im Kondensatorkreis die Wirkung hat, wie sie aus der Kurve B Fig. 310 im Verhältnis zu Kurve A ersichtlich ist, braucht man in der Anordnung von Fig. 311 nur außer dem Kondensator und den Drosselspulen noch Glühlampen einzuschalten. Ein solcher Versuch mit demselben Kondensator und denselben induktiven Widerständen wie unter **c**, bei dem aber vier nebeneinander geschaltete Glühlampen**) im Kondensatorkreis sich befanden, lieferte für den Strom die mittlere Kurve von Fig. 313. Wurden drei von den Glühlampen entfernt, so ging die Kurve in die untere von Fig. 313 über.

*) Man erhält bei weitem bessere Uebereinstimmung, wenn man den induktiven Widerstand ungeändert läßt, dafür aber die Kapazität des Kondensators variiert[94]). Der Versuch setzt aber dann genügend viele oder genügend abstufbare Papierkondensatoren voraus.

**) 120 Volt, 32 Kerzen.

196. Beispiel I. Stromverzweigung mit Kondensatoren.

Mit Hilfe der Beziehungen von **193c** ist man im stande, den Strom in beliebigen Stromverzweigungen zu ermitteln. Man braucht diese Beziehungen nur auf jeden Zweig, der einen Kondensator enthält, anzuwenden.

Die Anordnung von Fig. 141 in **82b** z. B. stellt eine solche Verzweigung dar, nämlich zwischen der Glühlampe G (Widerstand w) und dem Kondensator C mit Zuleitungen. Da keine Spulen eingeschaltet waren, so liegt für den Zweig mit der Glühlampe der Fall **88a** vor. Da der Widerstand und die Induktanz der kurzen Zuleitungen zum Kondensator gegen die Kondensanz desselben (437 Ohm) vernachlässigt werden können, so gilt für diesen Zweig das in **187b** Gesagte. Also

$$\left.\begin{aligned} i_{2\,\mathrm{eff}} &= \frac{\mathfrak{V}_{\mathrm{eff}}}{w} \\ \sphericalangle\,(i_2, \mathfrak{V}) &= 0 \end{aligned}\right\} \text{Glühlampe} \quad \ldots \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} i_{3\,\mathrm{eff}} &= \frac{\mathfrak{V}_{\mathrm{eff}}}{1/\pi n c} \\ \sphericalangle\,(i_3, \mathfrak{V}) &= -90^0 \end{aligned}\right\} \text{Kondensator} \quad \ldots \quad (2)$$

($\mathfrak{V}$ = Spannung zwischen den Verzweigungspunkten). Für den Strom i_1 vor der Verzweigung gilt in jedem Moment $i_1 = i_2 + i_3$; das Vektor-

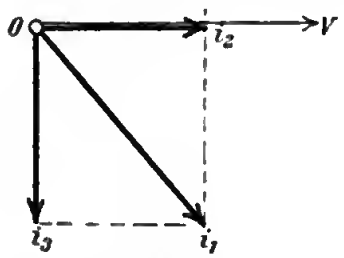


Fig. 314.

diagramm muß also die Gestalt Fig. 314 annehmen. Es liefert die Beziehung

$$i_{1\,\mathrm{eff}} = \sqrt{i_{2\,\mathrm{eff}}^2 + i_{3\,\mathrm{eff}}^2} \quad \ldots \quad (3)$$

Die Richtigkeit dieser Beziehungen läßt sich durch die in **82b** angegebenen Zahlen kontrollieren. Es war dort $\mathfrak{V}_{\mathrm{eff}} = 130$ Volt. Da $1/\pi n c = 437$ Ohm war, so muß $i_{3\,\mathrm{eff}}$ nach Gl. (2) $= \frac{130}{437}$

$= 0{,}30$ Amp. gewesen sein. Da $i_{2\,\mathrm{eff}} = 0{,}29$ Amp. beobachtet war, so folgt aus Gl. (3)

$$i_{1\,\mathrm{eff}} = \sqrt{0{,}29^2 + 0{,}30^2} = 0{,}42 \text{ Amp.}$$

Tatsächlich wurden dort am Ampèremeter A_1 0,42 Amp. abgelesen. Die eben abgeleiteten Beziehungen und die Beobachtungen in **82 b** stehen also durchaus im Einklang miteinander.

197. Beispiel II. Kondensatorkreis in Serienschaltung.

Für manche Zwecke, die erst später Besprechung finden können, ist es vorteilhaft, Kondensatorkreise nicht mit einem, sondern mit zwei hintereinander geschalteten Kondensatoren zu verwenden (Fig. 315).

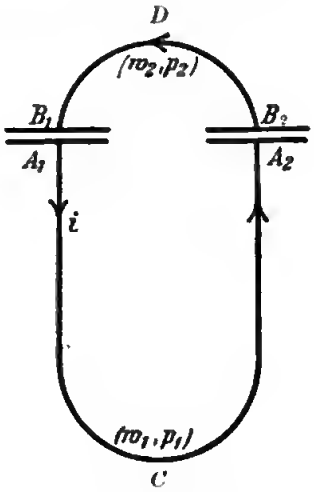


Fig. 315.

Diese Schaltung soll im folgenden als *„Serienschaltung"*, im Gegensatz dazu diejenige mit einem einzigen Kondensator als *„einfache Schaltung"* bezeichnet werden.

a. Setzt man die Beziehungen **193** Gl. (1) für die Leitung $A_1\,C\,A_2$, ebenso für $B_1\,D\,B_2$ an und addiert die beiden Gleichungen, so folgt:

$$i\,w = \mathfrak{E}_a + \mathfrak{E}_i + \mathfrak{V}_1 + \mathfrak{V}_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

($\mathfrak{V}_1$ Spannung der Platte A_1 gegen B_1, $\mathfrak{V}_2$ Spannung der Platte B_2 gegen A_2, $w = w_1 + w_2$ Widerstand, $\mathfrak{E}_a$ = äußere, $\mathfrak{E}_i$ = induzierte EMK längs des Kondensatorkreises).

Nach **185 c** ist:

$$\mathfrak{V}_{10} = \frac{1}{\pi n c_1} \cdot i_0; \quad \mathfrak{V}_{20} = \frac{1}{\pi n c_2} \cdot i_0.$$

Außerdem sind nach **185 b** $\mathfrak{V}_1$ und $\mathfrak{V}_2$ gleichphasig. Es ist also:

$$(\mathfrak{V}_1 + \mathfrak{V}_2)_0 = \frac{1}{\pi n} \cdot \left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right) i_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

(c_1 = Kapazität des Kondensators $A_1 B_1$, c_2 des Kondensators $A_2 B_2$).

Will man die beiden Kondensatoren durch einen einzigen ersetzen, so bestimmt sich dessen Kapazität c auf folgende Weise. Für einen Kondensatorkreis mit einem einzigen Kondensator gilt [**193** Gl. (1)]

$$i w = \mathfrak{E}_a + \mathfrak{E}_i + \mathfrak{V} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

$$\mathfrak{V}_0 = \frac{1}{\pi n c} \cdot i_0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Die Gleichungen (1) und (3) werden identisch, wenn $\mathfrak{V} = \mathfrak{V}_1 + \mathfrak{V}_2$ wird. Da $\mathfrak{V}$, $\mathfrak{V}_1$ und $\mathfrak{V}_2$ gleichphasig sind, so ist die Bedingung dafür nach Gl. (2) und (4)

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

d. h.: die beiden Kondensatoren in Fig. 315 wirken so wie ein einziger Kondensator, dessen Kapazität c durch die Gleichung (5) gegeben ist.

b. *Spezieller Fall.* Ist einer der Kondensatoren, etwa c_1 sehr klein gegen den anderen c_2, so kann $1/c_2$ gegen $1/c_1$ vernachlässigt werden und es ist annähernd

$$c = c_1,$$

d. h.: befinden sich zwei Kondensatoren von sehr verschiedener Kapazität hinter einander geschaltet in einem Stromkreis, so ist die tatsächlich wirksame Kapazität diejenige des kleinen Kondensators, oder: schaltet man in einen Kondensatorkreis einen Kondensator ein, dessen Kapazität sehr groß ist gegen diejenige des schon im Kreis befindlichen Kondensators, so ändern sich die Verhältnisse im Kondensatorkreis nicht merklich.

c. Für spätere Zwecke ist es von Interesse, in welcher Weise sich die Spannung P zwischen den Platten A_1 und A_2 ändert, wenn der Selbstinduktionskoeffizient der Leitung $A_1 C A_2$ geändert wird und auf den Kondensatorkreis eine EMK konstanter Amplitude und Wechselzahl wirkt.

Wie sich dadurch der Strom i im Kondensatorkreis ändert, ist in **194** entwickelt worden. Für den Zusammenhang zwischen i und P ergibt **88 b**

$$P_0 = \pi n p_1 \cdot i_0,$$

wenn angenommen wird, daß der Widerstand der Leitung A_1CA_2 verschwindet gegen die Induktanz $\pi n p_1$.

In Fig. 316, als deren Abszissen die Werte der gesamten Induktanz $\pi n p$ des Kondensatorkreises aufgetragen sind, sind unter

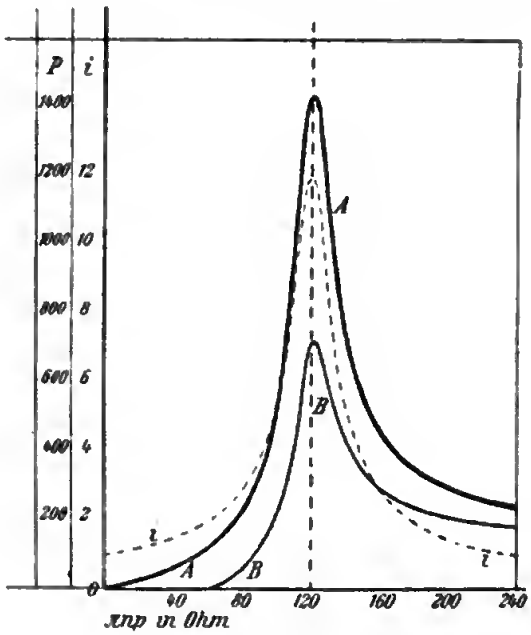


Fig. 316.

denselben Voraussetzungen, die den Kurven A und B von Fig. 310 in 194 zu Grunde lagen, die Kurven für P gezeichnet. Bei der Kurve A in Fig. 316 ist angenommen, daß $\pi n p_2$, die Induktanz der Leitung $B_1 DB_2$, sehr klein ist gegen $\pi n p$, bei Kurve B, daß $\pi n p_2 =$ der Hälfte des Wertes ist, welchen die Induktanz bei Resonanz hat. Es geht aus den Kurven hervor, daß die Spannung P jedenfalls nahezu an derselben Stelle ein Maximum besitzt, wie der Strom i im Kondensatorkreis*).

198. Nicht sinusförmige Schwingungen.

a. An zwei Wechselstromklemmen, die keine genau sinusförmige Spannung liefern, sei eine Leitung mit dem Widerstand w, der Kapazität c und dem Selbstinduktionskoeffizienten p angeschlossen. $\mathfrak{V}_1$, $\mathfrak{V}_2$, $\mathfrak{V}_3$ etc. seien Grundschwingung und Oberschwingungen der Spannung, i_1, i_2, i_3 etc. diejenigen des Stroms.

*) Ganz fallen, wie die Theorie zeigt[98]), die Maxima von P und i nicht zusammen. Die Differenz ist aber gering, solange der Widerstand des Kondensatorkreises klein gegen $(1/\pi n c) - \pi n p_2$ ist.

Dann besteht nach **193c** zwischen beiden die Beziehung:

$$i_{10} = \frac{\mathfrak{V}_{10}}{z_1}; \; z_1 = \sqrt{w^2 + \left(\pi np - \frac{1}{\pi nc}\right)^2}$$

$$i_{20} = \frac{\mathfrak{V}_{20}}{z_2}; \; z_2 = \sqrt{w^2 + \left(\pi . 2n . p - \frac{1}{\pi . 2n . c}\right)^2} \text{ etc.}$$

Da die Werte der Impedanz z für Grundschwingung und Oberschwingungen verschieden sind, so muß die Stromkurve wie in den Fällen **94** und **190** von der Spannungskurve verschieden sein.

Besonders groß muß der Unterschied zwischen beiden Kurven werden, wenn die Leitung zufällig in Resonanz mit irgend einer Schwingung, etwa der k-ten ist, d. h. wenn

$$\pi . (k+1)n . p = 1/\pi . (k+1)n . c.$$

Nach **194** muß dann die Stromamplitude dieser Schwingung einen relativ hohen Betrag erreichen. Sie kann so hoch werden, daß sie nicht nur die Stromamplitude der anderen Oberschwingungen, sondern auch diejenigen der Grundschwingung weit überwiegt. Man hat also dann den eigentümlichen Fall, daß der Strom prak-

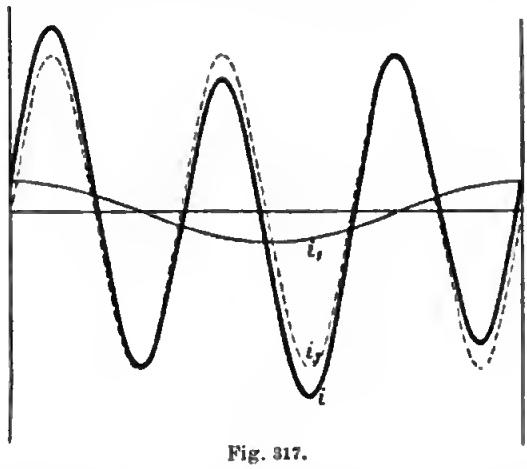


Fig. 317.

tisch gesprochen gar nicht die Wechselzahl der Spannung, sondern eine viel höhere, diejenige der betreffenden Oberschwingung, besitzt.

b. *Beispiel I.* Die Kurve der Spannung sei wieder diejenige in Fig. 168 S. 158. Es sei ferner $\pi . 3n p = \frac{1}{\pi . 3n . c}$, d. h. Resonanz mit der zweiten Oberschwingung vorhanden. Dann wird, wenn $w = \frac{1}{2}\pi np$ ist, die Stromkurve der Grundschwingung die in Fig. 317 dünn aus-

gezogene, diejenige der zweiten Oberschwingung die gestrichelte und die resultierende Stromkurve die stark ausgezogene. Man erhält also im wesentlichen einen Strom von dreimal so hoher Wechselzahl als diejenige der Spannung.

c. *Beispiel II.* Als in der Anordnung von Fig. 155 in **89** statt der Spulen ein Kondensator von 16,5 Mikrofarad eingeschaltet und das ganze an die Wechselstrommaschine angeschlossen wurde, deren Spannungskurve Fig. 56 S. 78 darstellt, erschien auf dem Schirm der

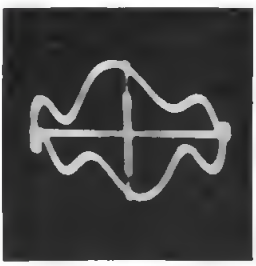


Fig 318.

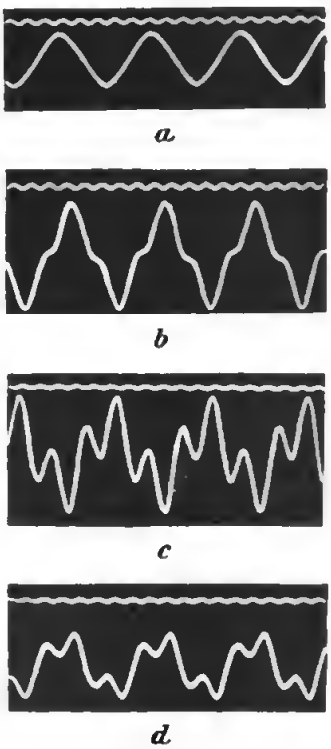


Fig. 319.

Braun'schen Röhre die Fig. 318. Zu erwarten war nach **60** und **193c** eine Ellipse oder ein Kreis bezw. wegen der Oberschwingung eine Figur von der Form von Fig. 71 oder 72 (S. 90), die mit derselben Maschine erhalten worden waren. Eine Diskussion dieser Fig. 318 führt zu dem Ergebnis, daß die neunte Oberschwingung, deren Vorhandensein sich schon in den Fig. 71 und 72 ausgesprochen hatte, außerordentlich große Amplitude bekommen hat, daß also die Leitung mit dieser Oberschwingung jedenfalls annähernd in Resonanz gewesen sein muß.

d. Besonders interessant sind in dieser Beziehung die von

F. E. Millis[99]) angegebenen Stromkurven. Als er eine EMK, von der Form der Kurve 319a auf einen Kondensatorkreis einwirken ließ, erhielt er je nach der Größe der eingeschalteten Selbstinduktion die Kurven 319 b, c, d. Die zweite Oberschwingung, die in der EMK, wenn auch nur mit äußerst geringer Amplitude vorhanden war — die Kurve 319a scheint ja eine vollkommene Sinuslinie zu sein — hat eine solche Verstärkung erfahren, daß die Stromkurve völlig deformiert erscheint.

199. Die Spannungen in einem Kondensatorkreis.

a. Ein Papierkondensator und eine oder mehrere Drosselspulen von großem Selbstinduktionskoeffizienten sind hintereinander an die Klemmen K_1 K_2 (Fig. 320) einer Wechselstromleitung angeschlossen. Drei Voltmeter V_1, V_2, V_3 sind in derselben Anordnung wie bei der „Drei-Voltmetermethode" [91d] eingeschaltet. Die Ausschläge der drei

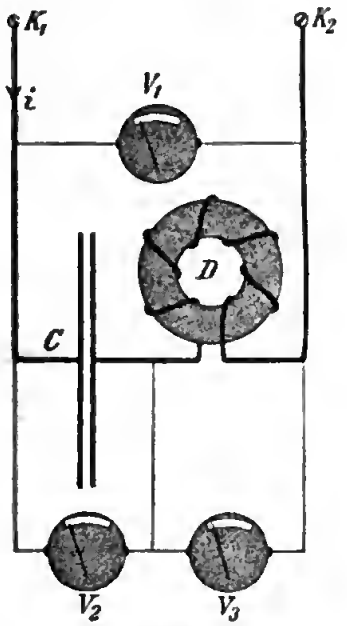


Fig. 320.

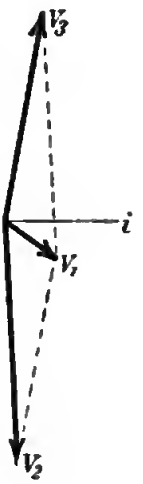


Fig. 321.

Voltmeter können dann ein auf den ersten Anblick überraschendes Ergebnis zeigen: es kann sowohl die Spannung $\mathfrak{V}_{2\,\mathrm{eff}}$ zwischen den Kondensatorbelegungen als diejenige ($\mathfrak{V}_{3\,\mathrm{eff}}$) zwischen den Enden des induktiven Widerstands größer sein als die Spannung $\mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}}$ zwischen den Wechselstromklemmen K_1 und K_2. Man hat also die Erscheinung, daß die effektive Spannung für jeden der beiden Teile einer Leitung größer ist als zwischen den Endpunkten der ganzen Leitung.

Bei Verwendung der in **191** gebrauchten Spulen ($\pi n p = 135$ Ohm) und des dortigen Kondensators ($1/\pi n c = 193$ Ohm) ergab sich:

$$\mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}} = 131 \text{ Volt}$$
$$\mathfrak{V}_{2\,\mathrm{eff}} = 270 \quad ,$$
$$\mathfrak{V}_{3\,\mathrm{eff}} = 190 \quad ,$$

b. Daß die Spannung $\mathfrak{V}_{2\,\mathrm{eff}}$ und $\mathfrak{V}_{3\,\mathrm{eff}}$ größer sein **kann** als $\mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}}$, übersieht man, wenn man an die Phasenverhältnisse denkt. Gegen den Strom i in der Leitung ist $\mathfrak{V}_2$ um $-90°$ [**185b**], $\mathfrak{V}_3$ um einen $+90°$ nahe liegenden Winkel verschoben [**88b** und **106**]. Die Phasendifferenz zwischen $\mathfrak{V}_2$ und $\mathfrak{V}_3$ beträgt also nahezu 180°. $\mathfrak{V}_1$ *ist* die Resultante von $\mathfrak{V}_2$ und $\mathfrak{V}_3$, da in jedem Moment $\mathfrak{V}_1 = \mathfrak{V}_2 + \mathfrak{V}_3$ sein muß [**3a**]; es kann also, wie schon ein Blick auf das Vektordiagramm Fig. 321 lehrt, $\mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}}$ beliebig viel kleiner als $\mathfrak{V}_{2\,\mathrm{eff}}$ und $\mathfrak{V}_{3\,\mathrm{eff}}$ sein.

c. Daß aber *entweder* $\mathfrak{V}_{2\,\mathrm{eff}}$ *oder* $\mathfrak{V}_{3\,\mathrm{eff}}$ größer sein **muß** als $\mathfrak{V}_{\mathrm{eff}}$, zeigt folgende Ueberlegung.

Die Spannungsamplitude zwischen den Kondensatorbelegungen ist nach **185c** proportional der Amplitude des Stroms in der Leitung; es ist

$$\mathfrak{V}_{2\,\mathrm{eff}} = \frac{1}{\pi n c} \cdot i_{\mathrm{eff}}.$$

Wäre der Kondensator allein an die Klemmen K_1 und K_2 angeschlossen, so wäre — vorausgesetzt, daß der Widerstand w der Leitung sehr klein ist, was im folgenden angenommen werden soll —, die Spannung an den Kondensatorbelegungen $\mathfrak{V}_{2\,\mathrm{eff}}$ annähernd = derjenigen an den Klemmen K_1 und $K_2 = \mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}}$ [**187b**]. Ist aber zu dem Kondensator der induktive Widerstand hinzugeschaltet, so wird, falls die Kondensanz des Kondensators $1/\pi n c$ größer ist als die Induktanz des induktiven Widerstands $\pi n p$ der Spulen, nach **194a** der Strom stärker, als wenn der Kondensator allein sich in der Leitung befindet. Es muß demnach auch im letzteren Fall die Spannung $\mathfrak{V}_{2\,\mathrm{eff}}$ zwischen den Kondensatorbelegungen größer sein als im ersteren, d. h. aber größer als $\mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}}$. Ist umgekehrt die Induktanz $\pi n p$ größer als die Kondensanz, so folgt in ganz analoger Weise aus **88b** und **194**, daß dann die Spannung $\mathfrak{V}_{3\,\mathrm{eff}}$ bei der Anordnung von Fig. 320 größer sein muß als $\mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}}$. Entweder $\mathfrak{V}_{2\,\mathrm{eff}}$ oder $\mathfrak{V}_{3\,\mathrm{eff}}$ muß also größer sein als $\mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}}$. Es können aber beide größer sein als $\mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}}$, dann nämlich, wenn der Strom bei der Anordnung Fig. 320 größer ist als derjenige, den man erhält, wenn der Kondensator allein sich in der Leitung be-

findet, und als derjenige, der sich ergeben würde, wenn die Leitung aus dem induktiven Widerstand allein bestände.

Die genaueren Beziehungen für die drei Spannungen sind

$$\frac{\mathfrak{V}_{2\,\mathrm{eff}}}{\mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}}} = \frac{1/\pi n c}{\sqrt{w^2 + (\pi n p - 1/\pi n c)^2}},$$

$$\frac{\mathfrak{V}_{3\,\mathrm{eff}}}{\mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}}} = \frac{\pi n p}{\sqrt{w^2 + (\pi n p - 1/\pi n c)^2}}.$$

Sie sind aus 88 b, 187 b und 193 leicht zu erhalten.

d. *Resonanzfall.* Im Falle der Resonanz [194 b] gehen diese Beziehungen über in:

$$\frac{\mathfrak{V}_{2\,\mathrm{eff}}}{\mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}}} = \frac{\mathfrak{V}_{3\,\mathrm{eff}}}{\mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}}} = \frac{1/\pi n c}{w} = \frac{\pi n p}{w}.$$

Es verhält sich also die Spannung $\mathfrak{V}_{2\,\mathrm{eff}}$ zwischen den Kondensatorbelegungen zu derjenigen ($\mathfrak{V}_{1\,\mathrm{eff}}$) zwischen den Klemmen K_1 und K_2 der Wechselstromleitung wie die Kondensanz oder Induktanz zum Widerstand der Leitung. Je kleiner dieser Widerstand ist, umso größer ist die Spannung, die zwischen den Kondensatorbelegungen auftritt.

e. *Experimentelle Bestätigung.* Nach c muß die Spannung zwischen den Kondensatorbelegungen umso mehr ansteigen, je größer der Strom in der Leitung ist. Schaltet man also, wie es bei dem Versuch in 195 c der Fall war, in einen Kondensatorkreis immer mehr Selbstinduktion ein, so muß die Spannung zwischen den Kondensatorbelegungen denselben Verlauf nehmen, wie der Strom in der Leitung.

In Fig. 322 sind die Werte dieser Spannung eingetragen (stark ausgezogene Kurve), die an einem elektrostatischen*) Voltmeter abgelesen wurde. Der Verlauf der Kurve ist ganz ähnlich demjenigen der stark ausgezogenen Stromkurve von Fig. 313. Die Spannung steigt im Resonanzfall bis ca. 340 $\mathrm{Volt_{eff}}$, also fast 3mal so hoch, als die normale Spannung des Wechselstroms (130 $\mathrm{Volt_{eff}}$), an.

f. *„Ferranti-Effekt."* Die im vorhergehenden besprochene Erscheinung ist in einer speziellen Form unter dem Namen *„Ferranti-Effekt"* bekannt. Der Name rührt von folgendem Vorgang her. Von Deptford (ca. 18½ km von London) hatte die Firma Ferranti eine Kraftübertragung durch Wechselstrom nach London eingerichtet. Das

*) Hitzdrahtvoltmeter brauchen für diese Zwecke schon etwas viel Strom, selbst wenn sie relativ hohen Widerstand besitzen; zur Demonstration der Erscheinung lassen sie sich aber gut verwenden.

benützte Kabel war ein konzentrisches von ungefähr den in 82c angegebenen Dimensionen. Das Kabel wurde in Deptford nicht unmittelbar durch die dortigen Wechselstrommaschinen gespeist, sondern war an die Sekundärspule eines Transformators angeschlossen, dessen Primärspule den Maschinenstrom erhielt. Als die Spannung an den

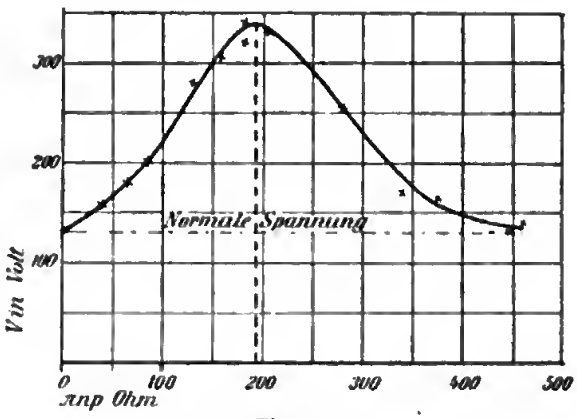


Fig. 322.

Sekundärpolen des Transformators gemessen wurde, ehe das Kabel angeschaltet war, zeigte das Voltmeter 8500 Volt, als das in London offene Kabel angeschlossen wurde, stieg die Angabe des Voltmeters auf 10000 Volt[100]).

Der Grund für diese Erscheinung ist der, daß das offene Kabel sich ungefähr so verhält, wie ein großer Kondensator von der Kapazität des Kabels uud ein induktiver Widerstand — von der Induktanz des Kabels — hintereinander geschaltet*). Nach c muß die Spannung zwischen den Kondensatorbelegungen, d. h. hier den beiden Leitungen des Kabels, größer sein als die im Transformator erzeugte EMK. Diese ist aber nach S. 221 Fußnote identisch mit der Spannung, die das Voltmeter an den Sekundärpolen angibt, wenn das Kabel nicht angeschlossen ist.

Diese Erscheinung hat für die Technik eine sehr ernste Seite. Der Fall, daß lange Kabel an Transformatoren angeschlossen werden müssen, kommt bei jeder Kraftübertragung durch Wechsel- oder Drehstrom vor. Bei dem geringen Widerstand dieser Kabel kann [d] die Spannung zwischen den Kabelleitungen unter Umständen bei weitem größer werden, als die normale, für welche das Kabel be-

*) Daß das im vorliegenden Fall jedenfalls annähernd zutreffend ist, haben die Messungen, die seinerzeit zur Aufklärung des Ferranti-Effekts angestellt wurden, gezeigt[100]).

stimmt war. Fälle, bei denen das Kabel auf diese Weise durchschlagen wurde, sind aus der elektrotechnischen Praxis bekannt.

g. Bei Laboratoriumsversuchen der in e beschriebenen Art ist man auf Spulen mit Eisenkernen angewiesen, wenn man nicht Kondensatoren extrem hoher Kapazität zur Verfügung hat. Wegen der Hysteresisverluste, die im wesentlichen dieselbe Wirkung haben wie großer Widerstand, wird man im allgemeinen bei weitem nicht die Spannungen erhalten, die nach den Beziehungen c und d zu erwarten wären. Der Versuch e zeigt aber doch, daß bei einer Wechselstromspannung von 130 $Volt_{eff}$ im Kondensatorkreis Spannungen von 340 $Volt_{eff}$ auftreten können. Es empfiehlt sich also, Leitungen, die hohe Kapazität und Induktanz hintereinander enthalten, nicht zu berühren und in denselben nur solche Voltmeter und Kondensatoren zu gebrauchen, die wenigstens das dreifache der normalen Wechselspannung sicher aushalten.

200. Energieverhältnisse.

a. Die allgemeine Beziehung, welche angiebt, wie sich die Leistung im Kondensatorkreis verteilt, ist [193 Gl. (1)]

$$i^2 w = i\,\mathfrak{S}_a + i\,\mathfrak{S}_i + i\,\mathfrak{V} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

oder

$$L_a = L_w + L_m + L_e,$$

d. h. die auf den Kondensatorkreis von außen übertragene Leistung $L_a = i\,\mathfrak{S}_a$ wird teils in Wärme verwandelt ($i^2 w = L_w$), teils dem magnetischen Feld des Stromkreises ($-i\,\mathfrak{S}_i = L_m$ [97]), teils dem elektrischen Feld ($-i\,\mathfrak{V} = L_e$ [189]) des Kondensators zugeführt. Da sowohl $\mathfrak{S}_i$ als $\mathfrak{V}$ gegen i um 90^0 in der Phase verschoben sind, so ist der Mittelwert von $i\,\mathfrak{S}_i$ und $i\,\mathfrak{V} = 0$: der tatsächliche Energieverbrauch bestimmt sich also auch hier nur durch die Wärmeentwicklung. Im allgemeinen findet aber, wie in den Fällen in 97 und 189, die als Spezialfälle des hier behandelten aufgefaßt werden können, ein Energieaustausch statt zwischen der Wechselstrommaschine bezw. dem Transformator, dem elektrischen Feld des Kondensators und dem magnetischen Feld des Stromkreises.

b. Besonders einfach wird die Beziehung Gl. (1) im Falle der Resonanz ($\pi n p = 1/\pi n c$). Dann wird [85 und 185 c]

$$\mathfrak{V}_0 = \mathfrak{S}_{i0}.$$

Da außerdem $\mathscr{V}$ und $\mathscr{E}_i$ um 180° in der Phase gegeneinander verschoben sind [85 und 185 b], so muß in jedem Moment

$$\mathscr{V} = -\mathscr{E}_i$$

sein. Die Leistungskurven werden diejenigen von Fig. 323. An Stelle von Gl. (1) tritt einfach:

$$i^2 w = i \mathscr{E}_a$$

oder

$$L_a = L_w.$$

Im Falle der Resonanz wird dem Stromkreis von der Maschine in jedem Moment nur so viel Energie zugeführt, als im Strom-

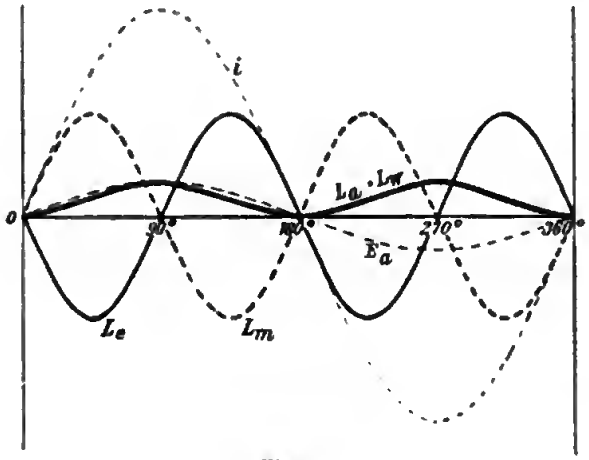


Fig. 323.

kreis in Wärme verwandelt wird. Daneben findet ein Energieaustausch statt, aber nur zwischen dem elektrischen Feld des Kondensators (L_e) und dem magnetischen Feld des Stromkreises (L_m).

c. Im einzelnen geht dieser Energieaustausch in folgender Weise vor sich. Während der ersten Viertelperiode, während deren der Strom von Null auf i_0 ansteigt, geht die Spannung $\mathscr{V}$ zwischen den Kondensatorbelegungen von $\mathscr{V}_0$ auf Null herab. Die Energie W_e des elektrischen Feldes im Kondensator, deren Kurve in Fig. 324 dargestellt ist, ist nach **40** $= \frac{1}{2} c \mathscr{V}^2$ in dem Moment, in welchem die Spannung des Kondensators $\mathscr{V}$ ist. Während der ersten Viertelperiode gibt also der Kondensator elektrische Energie im Betrag $\frac{1}{2} c \mathscr{V}_0^2$ ab.

Auf der anderen Seite muß die Energie des magnetischen Feldes, die nach 41 b $= \frac{1}{2} p i^2$ ist, während der ersten Viertelperiode von Null auf $\frac{1}{2} p i_0^2$ anwachsen. Nun ist aber

$$\frac{1}{2} p i_0^2 = \frac{1}{2} c \mathfrak{V}_0^2 *).$$

Es wird also die gesamte Energie, welche das elektrische Feld des Kondensators abgegeben hat, vom magnetischen Feld des Stromkreises aufgenommen.

Während der zweiten Viertelperiode ist der Vorgang gerade

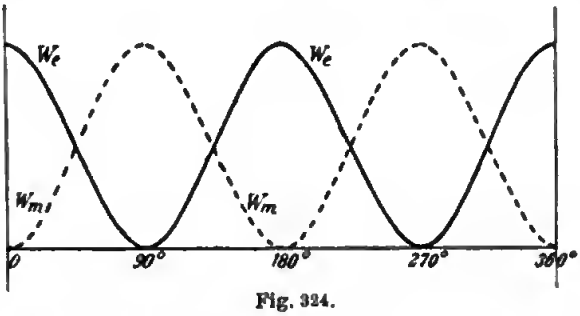


Fig. 324.

umgekehrt: Das magnetische Feld gibt Energie ab, die vom elektrischen vollkommen aufgenommen wird.

In derselben Weise wiederholt sich alles: es findet fortwährend eine Umsetzung von elektrischer in magnetische Energie und umgekehrt statt.

d. Die Maschine ist an dieser Umsetzung nur insofern beteiligt, als sie die Energie, die bei dieser Umsetzung in Wärme verwandelt wird, immer nachliefert. Je kleiner der Widerstand im Kondensatorkreis ist, umso geringer wird die Wärmeentwicklung und der dadurch veranlaßte Energieverlust, umso weniger hat die Maschine mit den Vorgängen im Kondensatorkreis zu tun. Könnte man den Widerstand unendlich klein machen, so

*) Die Resonanzbedingung $1/\pi n c = \pi n p$ liefert

$$c = \frac{1}{(\pi n)^2} \cdot \frac{1}{p}$$

und in Verbindung mit 185 c Gl. (4)

$$\mathfrak{V}_0^2 = (\pi n p)^2 \cdot i_0^2.$$

Die Multiplikation der beiden Gleichungen gibt

$$c \mathfrak{V}_0^2 = p i_0^2.$$

würde die Maschine überhaupt keinen Einfluß mehr auf die Vorgänge im Kondensatorkreis haben. Die Schwingungen im Kondensatorkreis müßten fortdauern, nachdem die Maschine entfernt ist.

Man gelangt also zu dem eigentümlichen Schluß: wenn in einem Kondensatorkreis durch eine äußere EMK von der Wechselzahl n Schwingungen erregt werden*), wenn ferner der Kondensatorkreis in Resonanz mit diesen Schwingungen ist ($\pi n p = 1/\pi n c$) und sein Widerstand unendlich klein ist, so müssen die Schwingungen im Kondensatorkreis mit derselben Amplitude und der Wechselzahl

$$n = \frac{1}{\pi \sqrt{pc}}$$

fortdauern, auch wenn die äußere EMK aufgehört hat zu wirken.

§ 3. Kondensator und induktive Widerstände parallel geschaltet.

201. Allgemeiner Fall.

a. Ein Wechselstrom i (Fig. 325) werde verzweigt zwischen einem Kondensator C und einer Spule D sehr hoher Selbstinduktion. Der Widerstand der beiden Zweige sei sehr klein gegen die Induk-

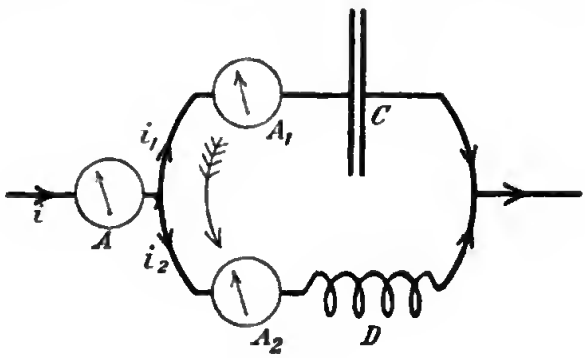


Fig. 325.

tanz bezw. Kondensanz derselben. In jedem Zweig, ebenso vor der Verzweigung befindet sich ein Ampèremeter wie bei der „Drei-Ampèremetermethode“ in 92 d.

Die Ausschläge, die man bei dieser Anordnung an den Ampère-

*) Für die Anfangszeit, während deren die Schwingungen erregt werden, d. h. kurz nachdem der Strom im Kondensatorkreis geschlossen wurde, gelten die Beziehungen von 193, und demnach auch die eben besprochene ebensowenig wie die Beziehungen von 86 für den Anfangszustand galten (vgl. 93 und 304).

metern beobachtet, sind auf den ersten Blick in hohem Maß befremdend: Das Ampèremeter A im unverzweigten Strom zeigt nämlich immer weniger an als jedes der Ampèremeter A_1 oder A_2 in den beiden Zweigen. Bei Benützung der in **191** gebrauchten induktiven Widerstände ($\pi n p = 135$ Ohm), und des dortigen Kondensators ($1/\pi n c = 193$ Ohm) ergab sich z. B.: $i_{1\,eff} = 0{,}59$ Amp., $i_{2\,eff} = 0{,}77$ Amp. in den beiden Zweigen, $i_{eff} = 0{,}38$ Amp. im unverzweigten Strom.

b. Der Grund für diese Erscheinung ist ganz ähnlich wie bei der analogen Erscheinung in **199a**. Gegen die Spannung $\mathfrak{V}_a$ zwischen den Verzweigungspunkten ist i_1 um nahezu 90° verfrüht [**187b**], i_2 um nahezu 90° verspätet [**88b**]. Zwischen i_1 und i_2 besteht also eine Phasendifferenz von nahezu 180°. Die Amplitude des Wechselstromes i, der die Resultante von i_1 und i_2 bildet, kann also beliebig viel kleiner sein als die Amplitude von i_1 oder i_2.

Wie groß i in jedem Falle wird, läßt sich mit Hilfe der Beziehungen oder Vektordiagramme von **87** und **186** angeben.

202. Resonanzfall.

a. Wiederholt man mit der Anordnung von Fig. 325 den Versuch von **195c**, d. h. läßt man die Kapazität des Kondensators C ungeändert, steigert aber kontinuierlich den Selbstinduktionskoeffizienten der Spulen D, so beobachtet man, daß der Strom i in der Zuleitung für einen bestimmten Wert des Selbstinduktionskoeffizienten p ein Minimum wird. Dieses Minimum tritt dann ein, wenn der Kondensatorkreis, der durch die beiden Zweige gebildet wird, in Resonanz ist mit der Wechselzahl des Wechselstromes.

Für sehr kleine Widerstände dieser Zweige läßt sich das einfach zeigen. Es ist, wenn der Widerstand der Zweige verschwindet gegen ihre Kondensanz bezw. Induktanz, annähernd

$$i_{1\,0} = \frac{\mathfrak{V}_a}{1/\pi n c}\ [187b];\quad i_{2\,0} = \frac{\mathfrak{V}_a}{\pi n p}\ [88b],$$

$$i_0 = i_{1\,0} - i_{2\,0}\ [201b],$$

demnach i_0 ein Minimum, wenn $\pi n p = 1/\pi n c$, also Resonanz vorhanden ist.

Daß es auch noch sehr annähernd gilt, wenn der Widerstand nicht verschwindend klein ist, geht aus Fig. 326 hervor[101]). Die Kurve in dieser Figur stellt den Wert von i_{eff} dar für verschiedene Werte

der Induktanz $\pi n p$. Voraussetzung derselben ist, wie bei den Kurven A von Fig. 310: $1/\pi n c = 120$ Ohm, $w =$ Widerstand der beiden Zweige zusammen $= 10$ Ohm, $\mathfrak{V}_{a\,eff} = 120$ Volt.

Daß man endlich auch für Spulen mit Eisenkernen die Er-

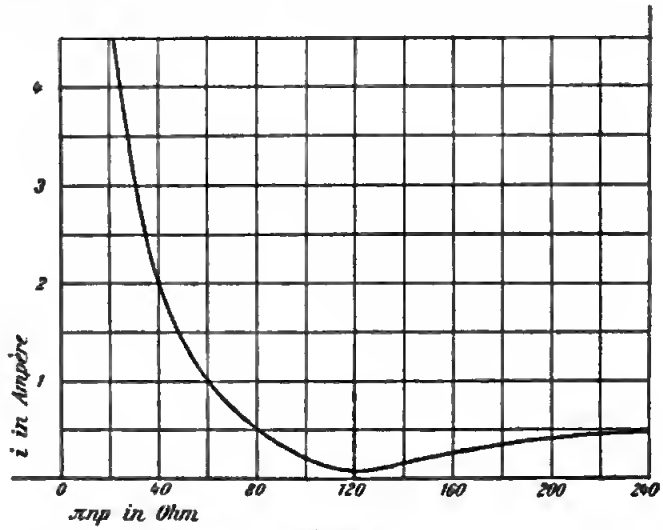


Fig. 326.

scheinung wenigstens qualitativ bekommt, zeigt die Kurve Fig. 327. Sie wurde mit Hilfe derselben Spulen und desselben Kondensators wie die stark ausgezogene Kurve von Fig. 313 erhalten und zeigt an

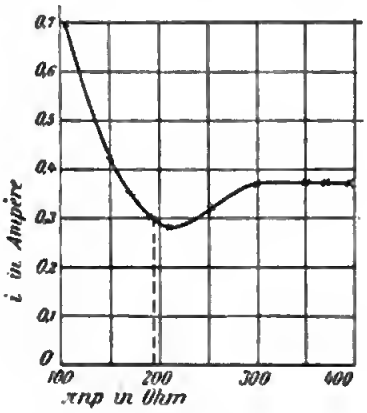


Fig. 327.

ungefähr derselben Stelle das Minimum von i_{eff} wie die dortigen Figuren ein Maximum.

b. Welche Rolle dabei der Widerstand w des Kondensatorkreises spielt, übersieht man am besten in dem einfachen Falle, wenn

der Widerstand der beiden Zweige gleich, also für jeden $\frac{w}{2}$ ist. Es wird dann bei Resonanz

$$i_{10} = i_{20}$$
$$\sphericalangle (i_1, \mathfrak{V}_a^1) = - \sphericalangle (i_2, \mathfrak{V}_a).$$

Das Vektordiagramm nimmt die Gestalt von Fig. 328 an und für den unverzweigten Strom i (Vektor OA) gilt*) annähernd

$$i_0 = i_{10} \cdot \frac{w}{\pi n p} \cdot = i_{10} \cdot \frac{w}{1/\pi n c}.$$

Der Strom i, der dem Kondensator von außen zugeführt wird, wird direkt proportional dem Widerstand des Kondensatorkreises. Je

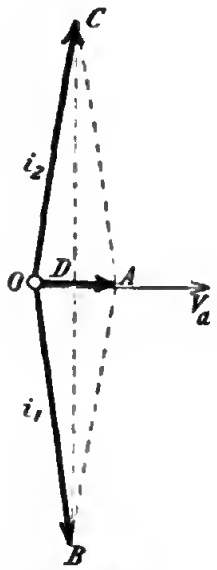


Fig. 328.

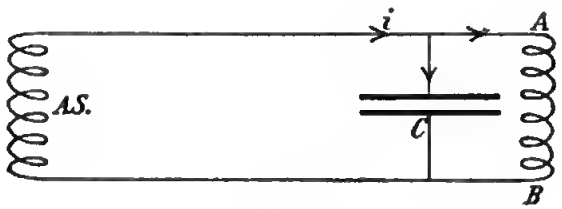


Fig. 329.

mehr also der Widerstand des Kondensatorkreises verkleinert wird, umso mehr verschwindet der Strom in der Zuleitung.

*) Es ist nach 87, wenn γ den $\sphericalangle$ COD = BOD bezeichnet

$$\operatorname{tg} (i_2, \mathfrak{V}_a) = \operatorname{tg} (COD) = \frac{\pi n p}{w/2} = \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma}.$$

Außerdem

$$i_0 \equiv OA = 2OD = 2 i_{20} \sin \gamma.$$

Ist w, wie vorausgesetzt wurde, klein gegen $\pi n p$, so wird $\sphericalangle (i_2, \mathfrak{V}_a)$ nahezu 90^0, γ sehr klein; es darf demnach statt $\operatorname{tg} \gamma$ $\sin \gamma$ gesetzt werden und es ist dann annähernd

$$i_0 = 2 i_{20} \operatorname{tg} \gamma$$
$$= i_{20} \cdot \frac{w}{\pi n p} = i_{10} \cdot \frac{w}{\pi n p}.$$

c. *Praktische Verwendung.* In 147 wurde als Mangel der Transformatoren mit offenem Eisenkern hervorgehoben der relativ starke Primärstrom, insbesondere bei Leerlauf. Der schädliche Einfluß dieses Primärstromes läßt sich bedeutend abschwächen dadurch, daß man parallel zur Primärspule AB (Fig. 329) des Transformators einen Kondensator schaltet. Ist die Kapazität desselben so gewählt, daß bei Leerlauf der Kondensatorkreis ACB in Resonanz ist mit der Wechselzahl der Maschine, so ist der Strom i in der Leitung und den Ankerspulen A.S. der Maschine nach a sehr viel kleiner als der Strom in der Primärspule AB des Transformators. Es ist also auch die Wärmeentwicklung in der Leitung und den Ankerspulen bedeutend geringer als ohne Verwendung eines Kondensators, wenn der ganze Leerlaufstrom durch Leitung und Ankerwicklung der Maschine hindurchgehen würde*).

203. Möglichkeit von Eigenschwingungen eines Kondensatorkreises.

a. Ein Kondensatorkreis in der Anordnung Fig. 325 sei in Resonanz mit der Wechselzahl der Maschine, d. h. $\pi n p = 1/\pi n c$ oder

$$n = \frac{1}{\pi \sqrt{p c}}.$$

Könnte man den Widerstand des Kondensatorkreises verschwindend klein machen, so wäre [202a]

$$i_{10} = \frac{\mathfrak{V}_{a0}}{1/\pi n c} = i_{20} = \frac{\mathfrak{V}_{a0}}{\pi n p},$$
$$\sphericalangle (i_1, i_2) = 180^0.$$

Demnach wäre in jedem Moment

$$i_1 = - i_2$$

oder, wenn man i_1 nicht in der Richtung wie in Fig. 325, sondern in derselben Richtung wie i_2 (gefiederter Pfeil) als positiv rechnet,

$$i_1 = i_2.$$

Es wäre also im ganzen Kondensatorkreis ein einziger Strom und damit eine einzige elektromagnetische Schwingung vorhanden.

b. Wird aber der Widerstand des Kondensatorkreises unendlich klein, so muß [202b] der Strom i in der Zuleitung zum Kondensatorkreis verschwinden. Es wird also, nachdem einmal die Schwingung im Kondensatorkreis erregt ist, dem Kondensatorkreis von der Ma-

*) Die Verwendung eines Kondensators im Nebenschluß zur Primärspule von Transformatoren mit offenem Kern hat auch sonst Vorteile[102]).

schine kein Strom mehr geliefert. Es muß für die Vorgänge im Kondensatorkreis gleichgültig sein, wenn die Zuleitung zur Maschine überhaupt entfernt wird. Auch wenn sie entfernt ist, müssen im Kondensatorkreis Schwingungen derselben Amplitude und derselben Wechselzahl fortbestehen.

Man gelangt also zu demselben Ergebnis, zu dem auch die Ueberlegungen von anderer Seite aus geführt hatten [200 d].

c. Es soll angenommen werden, daß die Verbindungen zwischen Kondensatorkreis und Maschine tatsächlich entfernt sind. Die Schwingungen im Kondensatorkreis sollen fortdauern. Betrachtet man dann den Moment, in welchem die Ladung des Kondensators im Maximum ist, so ist in diesem Moment der Strom $i = 0$, also auch die Energie des magnetischen Feldes $= 0$. Die gesamte im Kondensatorkreis vorhandene Energie ist diejenige des elektrischen Feldes, welches durch die Ladung auf den Kondensatorplatten hervorgerufen wird. Derselbe Zustand kann aber dadurch hergestellt werden, daß man dem Kondensator die Ladung etwa durch eine Influenzmaschine erteilt. Schließt man dann den Kondensatorkreis, so muß der fernere Ablauf der Erscheinungen der gleiche sein, wie wenn die Ladung durch eine Schwingung erfolgt wäre. Es müssen auch dann im Kondensatorkreis Schwingungen stattfinden von der Wechselzahl

$$n = \frac{1}{\pi \sqrt{pc}}.$$

Diese Schwingungen, welche ohne Einwirkung einer fremden, oszillatorischen EMK nur durch die Kräfte im Kondensatorkreis selbst hervorgerufen werden, werden als *„Eigenschwingungen"* bezeichnet.

d. Diese Ueberlegungen sind strenge nur dann gültig, wenn der Widerstand des Kondensatorkreises wirklich Null ist. Für Kondensatorkreise von endlichem, wenn auch noch so kleinem Widerstand — d. h. für wirklich ausführbare Kondensatorkreise — sind sie nicht bindend. Es ist aber in hohem Maße wahrscheinlich, daß das, was für unendlich kleinen Widerstand streng gilt, auch noch für sehr kleinen Widerstand annähernd gelten wird, daß also auch in einem Kondensatorkreis von endlichem, aber sehr kleinem Widerstand Eigenschwingungen möglich sind, deren Wechselzahl annähernd durch die Gleichung

$$n = \frac{1}{\pi \sqrt{pc}}$$

bestimmt ist.

Nur in einer Beziehung muß bei endlichem, wenn auch noch so kleinem Widerstand eine Aenderung eintreten: die Amplitude der Schwingung kann unmöglich immer gleich bleiben. Die Umsetzung zwischen elektrischer und magnetischer Energie [200], in der die Schwingung im wesentlichen besteht, ist vermittelt durch den Strom im Kondensatorkreis. Dieser verbraucht aber nach 43 eine gewisse Energie, sobald der Widerstand nicht unendlich klein ist. In der Anordnung von 200 und 201 wurde diese in jedem Moment von außen ergänzt [vgl. 200]. Beim isolierten Kondensatorkreis aber muß der Strom von dem Energievorrat zehren, welcher dem Kondensatorkreis durch die Ladung des Kondensators erteilt wurde. Die Amplitude dieser Ladung und damit auch die Amplituden aller anderen oszillatorischen Größen müssen also allmählich abnehmen. Die Schwingung, die man bekommt, kann nur eine gedämpfte [53b] sein.

Kapitel IX.

Eigenschwingungen von Kondensatorkreisen[103]).

§ 1. Experimenteller Nachweis der Eigenschwingungen.

204. Braun'sche Röhre.

Die Ueberlegungen von **203** ließen mit großer Wahrscheinlichkeit erwarten, daß in einem Kondensatorkreis auch dann Eigenschwingungen auftreten, wenn man den Kondensator auf irgend welche Weise lädt und dann seine Belegungen an eine Leitung von sehr kleinem Widerstand anschließt.

a. Daß man tatsächlich unter diesen Umständen Eigenschwingungen erhält, kann in einfachster Weise durch die Anordnung Fig. 330 gezeigt werden. Die Belegungen des Kondensators C werden durch die Wippe W mit den Polen der galvanischen Batterie A*) verbunden und dadurch geladen. Beim Umlegen der Wippe entlädt sich der Kondensator durch den induktiven Widerstand S (Drosselspule) und die Spulen S_1 und S_2, zwischen denen sich in der Anordnung von Fig. 61 eine Braun'sche Röhre befindet.

Bei der Entladung des Kondensators erscheint auf dem Schirm der Röhre ein Bild von der Art der Fig. 331. Die Ruhelage des Lumineszenzflecks ist darin durch ein eingerissenes Kreuz markiert. Das Bild genügt schon, um das Vorhandensein eines Wechselstromes in den Spulen und damit eine Schwingung des Kondensatorkreises zu beweisen: da der Fleck sowohl nach oben als nach unten abgelenkt wurde, so muß [5 c] auch der Strom in den Spulen bald in der einen, bald in der anderen Richtung geflossen sein.

*) Bei meinen Versuchen 70 Chromsäureelemente oder 60 Akkumulatoren, da hier in Straßburg keine Gleichstromzentrale vorhanden ist. Verwendet man Kerne aus feinen Eisendrähten in den Spulen S, was allerdings nur bei qualitativen Demonstrationsversuchen unbedenklich ist, so braucht die Spannung nur etwa den vierten Teil zu betragen.

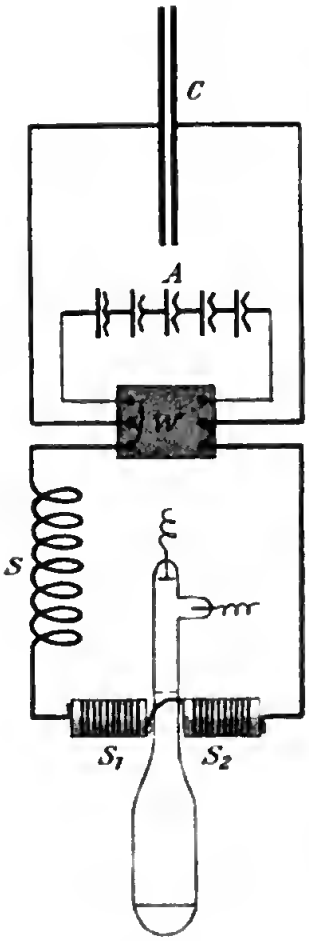


Fig. 330.

b. Genaueren Aufschluß über die Vorgänge bei der Entladung bekommt man, wenn man den Fleck der Braun'schen Röhre im rotierenden Spiegel betrachtet [**59 b**]. Sobald eine Entladung durch die Spulen hindurchgeht, sieht man im Spiegel Kurven, wie sie in den Fig. 340 bis 343 abgebildet sind. Sie setzen das Vorhandensein von gedämpften Eigenschwingungen außer Zweifel.

Fig. 331.

c. Am günstigsten für Demonstrationszwecke sowohl wie für photographische Aufnahmen der Schwingungskurven ist das in **59 a** beschriebene Verfahren. Man kann die Anordnung sehr leicht so treffen, daß der Lumineszenzfleck die Schwingungskurve fortgesetzt an derselben Stelle des Schirmes beschreibt. Die Kurve erscheint dann als helle, feststehende Linie auf dunklem Hintergrunde, und es kann stets ad oculos demonstriert werden, welchen Einfluß irgend eine Aenderung im Kondensatorkreis auf die Schwingungskurve (Wechselzahl oder Dämpfung) ausübt. Sämtliche photographische Aufnahmen von Schwingungskurven in diesem Kapitel und Kapitel XIII sind nach diesem Verfahren hergestellt. Es liefert noch gute Resultate bei Wechselzahlen von einigen Tausend in der Sekunde, versagt aber bei Wechselzahlen, die 10000 merklich übersteigen, hauptsächlich deshalb, weil die Kurve auf dem Schirm zu schwach sichtbar wird.

205. Pendelunterbrecher.

Im Prinzip kann zum Nachweis der Eigenschwingungen eines Kondensators jede Anordnung benützt werden, welche zur Aufnahme von Schwingungskurven geeignet ist. Tatsächlich aber versagen die in **59 c** angegebenen technischen Methoden sämtlich, wenn die Wechselzahl einige Tausend beträgt. Zur exakten Aufnahme der Schwingungskurve bis hinauf zu etwa 10^5 Wechseln in der

Sekunde eignen sich am besten Verfahren, wie sie im Helmholtz'schen „Pendelunterbrecher" realisiert sind (vgl. die schematische Fig. 332). Der Kondensator C des Kondensatorkreises wird geladen, das in der Richtung des gefiederten Pfeils sich bewegende Pendel P schließt den Kontakt C_1 und leitet dadurch die Eigenschwingungen des Kondensatorkreises ein. Nach genau bestimmbarer Zeit werden diese Eigenschwingungen unterbrochen dadurch, daß das Pendel den Kontakt C_2 öffnet. Die Spannung, welche jetzt zwischen den Kondensatorbelegungen herrscht, wird auf irgendwelche Weise bestimmt. Gibt man dem Kontakt C_2 verschiedene Entfernungen vom Kontakt C_1, so kann man damit die Spannung des Kondensators für verschiedene Zeitpunkte der Schwingung und damit beliebig viele Punkte der Spannungskurve ermitteln.

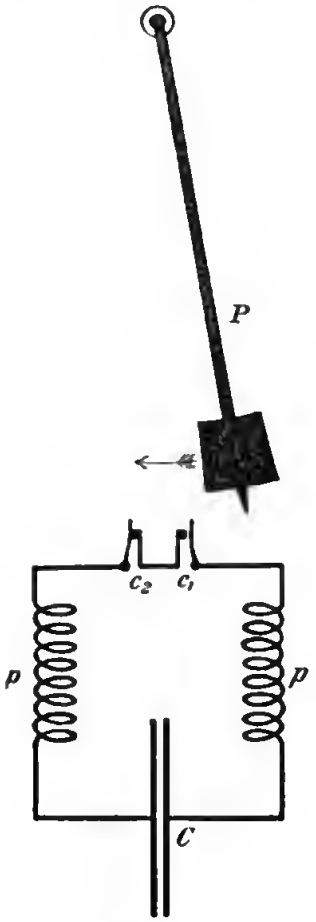


Fig. 332.

206. Funkenbild im rotierenden Spiegel.

a. In **204** und **205** war vorausgesetzt worden, daß der Kondensator zuerst geladen und dann an die Leitung, durch die er sich entladen soll, angeschlossen wird. Wenn es sich um hohe Spannungen, etwa einige tausend Volt, handelt, so ist es bequemer, anders zu verfahren. Man legt die Leitung von vornherein an die Belegungen des Kondensators an, unterbricht sie aber an einer Stelle. Die Enden der Leitung an dieser Stelle werden am besten durch Metallkugeln gebildet, deren Abstand umso größer gewählt wird, auf je größere Spannung der Kondensator geladen werden soll [**253a**]. Fig. 333 zeigt die Anordnung bei einfacher, Fig. 334 bei Serienschaltung [**197**] des Kondensatorkreises. Lädt man nun mit Hilfe einer Influenzmaschine die Kondensatorbelegungen und damit auch die beiden Kugeln zu immer höherer Spannung, so werden die elektrischen Intensitätslinien in der Luft zwischen den Kugeln immer dichter. Schließlich werden sie so dicht, daß die Luft leitend wird. Die Eigenschwingungen können jetzt durch die leitend gewordene Luft ebensogut von statten gehen, wie wenn die beiden

Kugeln metallisch miteinander verbunden worden wären. Sobald die Luft leitend wird, tritt eine Leuchterscheinung, ein *„Funke"* zwischen den Kugeln auf. Den Teil der Strombahn, welchen der Funke bildet, bezeichnet man als *„Funkenstrecke"*.

b. Betrachtet man den Funken, den ein Kondensatorkreis von kleinem Widerstand liefert, in einem Spiegel, der um eine zur Funken-

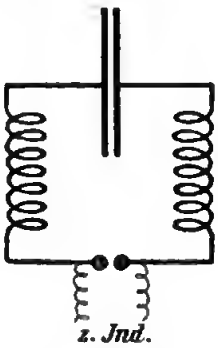


Fig. 333.

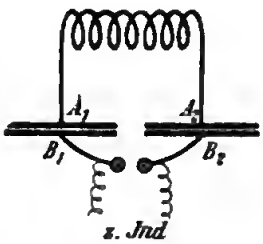


Fig. 334.

strecke parallele Achse rotiert, so erscheint im Spiegel ein Bild von der Art der Fig. 345 bis 348. Der Funke einer einzigen Entladung erscheint stark auseinandergezogen, seine Helligkeit periodisch zwischen einem Minimum und einem Maximum zu wechseln. Daraus folgt das Vorhandensein von Schwingungen, d. h. von Vorgängen, die periodisch auch ihr Vorzeichen wechseln, noch nicht. Bei einer näheren Betrachtung der Funkenbilder findet man aber,

(1) daß die hellen Streifen im Funkenbild an einem Ende immer eine bei weitem hellere Stelle besitzen,

(2) daß bei zwei aufeinander folgenden Streifen diese hellen Stellen abwechslungsweise am einen und am anderen Ende liegen (vgl. besonders Fig. 346).

Da die Lage dieser besonders hellen Stellen nur mit dem Vorzeichen des Stromes zusammenhängen kann, so folgt daraus, daß während der Entladung ein periodischer Wechsel des Vorzeichens eintritt, die Entladung also oszillatorisch ist.

c. Die angegebene Methode wurde zuerst von Feddersen[104]) zum Studium der Entladung von Kondensatorkreisen angewandt. Für wie hohe Wechselzahlen sie noch ausreicht, hängt in erster Linie ab von der Rotationsgeschwindigkeit, welche man dem Spiegel erteilen kann. J. Trowbridge und W. Duane[105]) haben noch bei Wechselzahlen von $10^7/_{sec.}$ brauchbare Bilder erhalten bei ca. 70 Rotationen des Spiegels pro Sekunde.

Auf die Deutlichkeit der Funkenbilder ist von bedeutendem Einfluß das Material der Kugeln, zwischen denen der Funke überschlägt. Besonders zu empfehlen ist Kadmium, in zweiter Linie Zinn und Zink.

d. Für Demonstrationszwecke erhält die Anordnung zweckmäßig folgende Form, vorausgesetzt, daß Wechselstrom zur Verfügung steht. Der rotierende Spiegel wird an der Achse eines kleinen synchronen Wechselstrommotors [157] oder auch Drehstrommotors befestigt, die Kondensatoren (Leidener Flaschen) durch einen Induktor geladen, dessen Primärspule mit demselben Wechselstrom gespeist wird. Bei Verwendung eines Synchronmotors fallen dann die Funkenbilder genau in dieselbe Richtung, können also sehr bequem beobachtet und photographiert werden. Bei Benützung eines Drehstrommotors ändern die Funkenbilder wegen der Schlüpfung des Motors ihre Lage. Da aber nach 179 die Schlüpfung des unbelasteten Drehstrommotors sehr klein ist, so können trotzdem eine ganze Reihe von Entladungen von demselben Standort aus beobachtet werden.

207. Geißlerrohr[106]).

Eine Methode, die von besonderer Einfachheit und verwendbar für die höchsten Wechselzahlen, aber auch nur geeignet ist, das Vorhandensein von Schwingungen qualitativ nachzuweisen, erhält man mit Hilfe jedes Geißlerrohres.

Sie beruht auf folgender Tatsache. Wenn die beiden Elektroden eines am besten mit verdünnter Luft oder Stickstoff gefüllten Geißlerrohres an die Pole einer Influenzmaschine angeschlossen werden, so erscheint die mit dem negativen Pol verbundene Elektrode von einem „Glimmlicht“ (Fig. 335) von bläulicher Farbe umhüllt. Die mit dem positiven Pol verbundene Elektrode ist von jeder Leuchterscheinung frei, nur aus ihrer Spitze scheint eine rötliche Entladung in die Röhre hinein auszuströmen (Fig. 335). Das Glimmlicht ist für den negativen Pol charakteristisch; es kann zur Feststellung der Pole bei hohen Spannungen ebensogut dienen wie das bekannte „Polreagenzpapier“ bei niederen.

Die Elektroden eines solchen Geißlerrohres sollen nun an die Belegungen A_1 und A_2 (Fig. 334) eines Kondensatorkreises in Serienschaltung angelegt werden. Die anderen Belegungen werden durch eine Influenzmaschine*) geladen; der Kondensatorkreis kann sich durch die Funkenstrecke entladen**). Sobald eine Entladung erfolgt,

*) Nicht Induktor.

**) Kleine Funkenstrecke verwenden!

leuchtet das Geißlerrohr hell auf, aber das negative Glimmlicht erscheint an beiden Elektroden (Fig. 336). Da die Belegungen A_1 und A_2 bei der Entladung unmöglich gleichzeitig positiv geladen

Fig. 335.

Negativer Pol.

Positiver Pol.

Fig. 336.

sein können, so muß daraus geschlossen werden, daß die beiden Belegungen abwechslungsweise positive und negative Ladung besessen haben, daß die Entladung des Kondensatorkreises oszillatorisch war.

Die Richtigkeit dieses Schlusses kann bei nicht zu großen Wechselzahlen mit Hilfe des rotierenden Spiegels direkt bewiesen werden. Man sieht im rotierenden Spiegel, daß das Glimmlicht während der Entladung abwechslungsweise an den beiden Elektroden auftritt.

208. Holtz'sche Ventilröhre [107]).

Evakuierte Röhren, welche im Innern kleine Glastrichter der Form Fig. 337 enthalten, haben die Eigenschaft, den Strom in der einen Richtung bei weitem leichter hindurchzulassen als in der anderen. Kombiniert man also zwei solcher Röhren, bei denen die Glastrichter entgegengesetzte Richtung haben (Fig. 338), und legt ihre Elektroden an die Pole einer Influenzmaschine an, so geht die Entladung immer nur durch einen Teil der Röhre hindurch (Fig. 339).

Eine solche Röhre werde nun an die Belegungen A_1 und A_2 des Kondensatorkreises in Fig. 334 angeschlossen. Sobald der Kondensatorkreis sich entlädt, leuchten beide Zweige der Röhre hell auf (Fig. 340). Der Strom muß also durch die Röhre bald in der einen, bald in der anderen Richtung fließen, die Spannungen zwischen den Kondensatorbelegungen A_1 und A_2 oszillatorisch sein. Auch hier kann bei nicht zu raschen Schwingungen der Beweis, daß der Strom abwechslungsweise den einen und dann

Fig. 337.

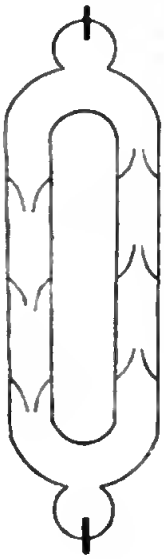


Fig. 338.

Fig. 339.

Fig. 340.

den anderen Zweig der Röhre durchfließt, mit Hilfe des rotierenden Spiegels erbracht werden.

§ 2. Wechselzahl bei kleinem Widerstand.

209. Theoretisches Ergebnis. Thomson'sche Formel.

a. Prüft man mit einer der angegebenen Methoden die Entladung von Kondensatorkreisen mit kleinem Widerstand, so überzeugt man sich, daß dieselbe stets in Form einer Schwingung erfolgt. Die Ueberlegungen von **203** werden also jedenfalls qualitativ bestätigt.

Jene Ueberlegungen hatten aber auch zu einem quantitativen Resultat geführt: Es war als Wechselzahl n der zu erwartenden Eigenschwingung $1/\pi \sqrt{pc}$ vorausgesagt worden, worin unter p der Selbstinduktionskoeffizient, unter c die Kapazität des Kondensatorkreises verstanden war. Diese Wechselzahl war aber unter der Annahme abgeleitet worden, daß der Kondensatorkreis unendlich kleinen Widerstand besitze. Es kann sich also fragen, ob diese Wechselzahl auch noch bei endlichem, aber sehr kleinem Widerstand gilt.

b. Das ist in der Tat angenähert der Fall. Schon im Jahre 1855 hat W. Thomson (Lord Kelvin) [108]) die Vorgänge bei der Entladung eines Kondensatorkreises theoretisch behandelt. Er ging aus von ähnlichen Ueberlegungen wie den in **193** angegebenen, einerseits von der Beziehung

$$iw = \mathfrak{V} + \mathfrak{E}_i, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

welche man aus **193** Gl. (1) erhält, wenn eine äußere EMK auf den Kondensatorkreis nicht wirkt, andererseits davon, daß die Spannung $\mathfrak{V}$ zwischen den Kondensatorbelegungen und die längs des Kondensatorkreises induzierte EMK $\mathfrak{E}_i$ zu dem Strom i im Kondensator in dem Verhältnis stehen

$$\mathfrak{E}_i = -pi' \text{ [38e]}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

$$i = -e' = -c\mathfrak{V}' \text{ [185b]} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

(e = Ladung einer Belegung des Kondensators).

Kelvin leitete aus den Gl. (1), (2), (3) ab, daß bei kleinem Widerstand w ein Kondensatorkreis sich in Schwingungen entlädt und daß für deren Wechselzahl n annähernd

$$n = \frac{1}{\pi \sqrt{pc}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

gilt.

Die Wechselzahl der Eigenschwingungen von Kondensatorkreisen ist also bei kleinem Widerstand in erster Näherung nur durch die Kapazität des Kondensators und den Selbstinduktionskoeffizienten der Strombahn bestimmt, und zwar umso größer, je kleiner Kapazität und Selbstinduktionskoeffizient ist.

c. Man muß danach bei Verwendung kleiner Kapazitäten und Selbstinduktionskoeffizienten darauf gefaßt sein, Schwingungen von sehr hoher Wechselzahl zu bekommen. Dann aber ist es zum mindesten denkbar, daß das durch das magnetische Wechselfeld indu-

zierte elektrische Feld [83a] sich bemerkbar macht. Die Folge davon kann sein, daß die Kapazität eines Kondensators, d. h. das Verhältnis von Ladung und Spannung nicht denselben Wert c hat wie bei statischer Ladung [17], sondern einen anderen Wert c bekommt [259]. Andererseits kann auch der Selbstinduktionskoeffizient, d. h. das Verhältnis von $\mathfrak{S}_1$ zu i' [Gl. (2)] einen anderen Wert p annehmen [83 und 239]. Man erhält aber auch dann die Wechselzahl n einfach in der Form

$$n = \frac{1}{\pi \sqrt{pc}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4a)$$

210. Experimentelle Prüfung.

a. Für Kondensatorkreise, deren Wechselzahl nicht mehr als einige Tausend in der Sekunde beträgt — praktisch also solange es sich um Papierkondensatoren und Spulen mit Eisenkernen oder sehr hohen Windungszahlen handelt*) —, kann das in **59a** beschriebene Verfahren, Aufnahme der Schwingungskurve mit Hilfe der Braunschen Röhre, verwendet werden. Es ist besonders geeignet, den Einfluß der Kapazität und des Selbstinduktionskoeffizienten auf die Wechselzahl unmittelbar zu demonstrieren.

Die photographischen Aufnahmen z. B., die in den Fig. 341 bis 344 reproduziert sind, stellen die Schwingungskurven dar von Kondensatorkreisen der folgenden Dimensionen:

Fig. 341:	c = 16,5 Mikrofarad.	p = 0,15 Henry
„ 342:	c = „ „	p = 0,39 „
„ 343:	c = 7,3 „	p = 0,15 „ **)
„ 344:	c = „ „	p = 0,39 „

Die horizontale Geschwindigkeit, die dem Lumineszenzfleck erteilt wurde, war bei allen konstant gehalten. Ein Vergleich der Kurven bei gleicher Kapazität aber verschiedenem Selbstinduktionskoeffizienten (Fig. 341 und 342 einerseits, 343 und 344 andererseits) zeigt die Zunahme der Wechselzahl bei abnehmendem Selbstinduktionskoeffizienten.

*) Damit n = 1000/sec. wird, muß bei einer Kapazität von 1 Mikrofarad p = ca. 0,1 Henry, bei einer Kapazität von 10 Mikrofarad p = 0,01 Henry sein. Vgl. **34f.**

**) Die Wechselzahl der Eigenschwingung dieses Kondensatorkreises ist also:

$$= \frac{1}{\pi \sqrt{0{,}15 \text{ Henry} \times 7{,}3 \text{ Mikrofarad}}} \text{ [209 Gl. (4)]}$$

$$= \frac{1}{\pi \sqrt{0{,}15 \cdot 10^{9} \times 7{,}3 \cdot 10^{-15}}} \text{ C.G.S.} = 304/\text{sec.}$$

Die Kurven bei gleichem Selbstinduktionskoeffizienten, aber verschiedener Kapazität (Fig. 341 und 343 einerseits, 342 und 344 andererseits) beweisen die Zunahme der Wechselzahl bei abnehmender Kapazität.

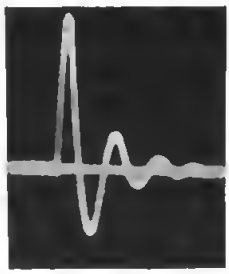


Fig. 341.

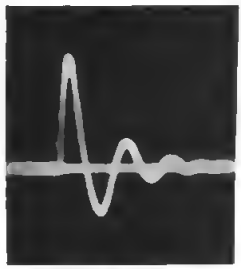


Fig. 342.

Qualitativ bestätigen die Figuren also die Thomson'sche Formel. Quantitativ aber entsprechen ihr die aus diesen Figuren berechneten Zahlen*) nur ungenau. Da Spulen mit geschlossenen Eisenkernen ver-

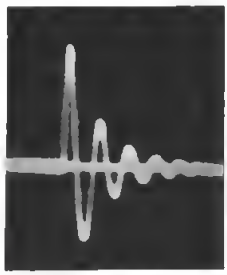


Fig. 343.

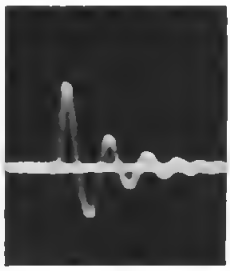


Fig. 344.

wendet wurden, so kann eine bessere Uebereinstimmung nicht erwartet werden [103 ff.].

b. Sollen Schwingungskurven von bedeutend rascheren Schwingungen (n bis etwa 10^5/sec.) zur Prüfung der Thomson'schen Formel verwendet werden, so muß ihre Aufnahme mit Hilfe des Pendelunterbrechers [205] oder einer entsprechenden Anordnung erfolgen. Bestimmungen nach dieser Methode haben sehr gute Uebereinstimmung mit der Formel ergeben [103]).

*) Nach 55a müssen sich die Wechselzahlen der Schwingungen umgekehrt verhalten wie die Abstände von zwei aufeinander folgenden Punkten, in denen die betreffenden Schwingungskurven die Abszissenachse schneiden.

Aus Fig. 341 und 342 folgt als Verhältnis der Wechselzahlen 1,2, aus 343 und 344 1,3, während es nach der Theorie in beiden Fällen $= \sqrt{0{,}39 : 0{,}15} = 1{,}6$ sein sollte.

Ebenso liefert die Ausmessung der Figuren als Verhältnis der Wechselzahlen von Fig. 341 und 343 1,3, von Fig. 342 und 344 1,5; die Thomson'sche Formel gibt für beide Fälle das Verhältnis $\sqrt{16{,}5 : 7{,}3} = 1{,}5$.

c. Am weitesten von allen Verfahren, die eine direkte experimentelle Bestimmung der Wechselzahl gestatten, geht die in **206** besprochene Methode von Feddersen. Unter den vielen Arbeiten[103]), an denen diese Methode Verwendung gefunden hat, sind vor allem hervorzuheben die sorgfältigen Bestimmungen, die in neuester Zeit von A. Battelli und L. Magri[109]) ausgeführt wurden. Sie haben bis zu Wechselzahlen von 10^6/sec. eine vorzügliche Uebereinstimmung mit der Thomson'schen Formel ergeben. Wo die Uebereinstimmung weniger gut ist (Abweichung aber höchstens 9 %), ist es jedenfalls möglich, daß der Fehler an ungenauer Kenntnis des Selbstinduktionskoeffizienten liegt, der berechnete Wert also nicht genau war*).

Will man mit dieser Methode aus dem Abstand der hellen Streifen im Funkenbilde Wechselzahlen bestimmen oder auch nur genau vergleichen, so sind photographische Aufnahmen notwendig. Trotzdem ist die Methode in der in **206 d** angegebenen Form auch gut geeignet, um den Einfluß von Kapazität und Selbstinduktionskoeffizient noch bei schnellen Schwingungen zu demonstrieren. Man muß nur Kapazität und Selbstinduktionskoeffizient so stark ändern, daß die Aenderung des Abstandes der hellen Streifen im Funkenbilde unmittelbar in die Augen fällt. Die Fig. 345 bis 348 beziehen sich z. B. auf folgende Kapazitäten und Selbstinduktionskoeffizienten:

*) Im folgenden sind zwei Messungsreihen von Battelli und Magri für (I) n = ca. 10^6/sec. und (II) n = ca. $3 \cdot 10^6$/sec. wiedergegeben, darunter diejenige (II), welche die größte Abweichung gegen die Thomson'sche Formel lieferte. Die Zahlen geben die Dauer einer ganzen Schwingung in Sekunden an.

I. Beobachtet:		$2{,}18 \cdot 10^{-6}$ sec.	
		$2{,}19 \cdot 10^{-6}$ sec.	
		$2{,}17 \cdot 10^{-6}$ sec.	
		$2{,}19 \cdot 10^{-6}$ sec.	
		$2{,}15 \cdot 10^{-6}$ sec.	
		$2{,}14 \cdot 10^{-6}$ sec.	
	Mittel	$2{,}17 \cdot 10^{-6}$ sec.	Abweichung 1%.
	Berechnet:	$2{,}15 \cdot 10^{-6}$ sec.	
II. Beobachtet:	$7{,}43 \cdot 10^{-7}$ sec.	$7{,}42 \cdot 10^{-7}$ sec.	
	$7{,}26 \cdot 10^{-7}$ sec.	$7{,}10 \cdot 10^{-7}$ sec.	
	$7{,}41 \cdot 10^{-7}$ sec.	$7{,}62 \cdot 10^{-7}$ sec.	
	$7{,}56_5 \cdot 10^{-7}$ sec.	$7{,}49 \cdot 10^{-7}$ sec.	
	$7{,}57 \cdot 10^{-7}$ sec.	$7{,}44 \cdot 10^{-7}$ sec.	
	$7{,}56 \cdot 10^{-7}$ sec.	$7{,}41 \cdot 10^{-7}$ sec.	
	Mittel	$7{,}44 \cdot 10^{-7}$ sec.	Abweichung 9%.
	Berechnet:	$6{,}84 \cdot 10^{-7}$ sec.	

Fig. 345: $c = $ ca. $7 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad, $p = 0{,}02$ Henry
„ 346: $c =$ „ „ „ $p = 0{,}006$ „
„ 347: $c =$ „ $17 \cdot 10^{-3}$ „ $p = 0{,}02$ „
„ 348: $c =$ „ „ „ $p = 0{,}006$ „

Bei Fig. 345 und 348 ist der große Unterschied im Abstand der hellen Streifen bezw. Flecke und damit in der Wechselzahl der Schwingung

Fig. 345.

natürlich schon bei der Betrachtung im rotierenden Spiegel gut zu sehen.

d. Bei Wechselzahlen, die $3 \cdot 10^6/_{sec.}$ weit übersteigen, können nur indirekte Methoden, die später besprochen werden, dazu dienen,

Fig. 346.

die Wechselzahl experimentell genau zu bestimmen. Diese Methoden haben bis zu einer Wechselzahl von etwa 10^8 die Thomson'sche Formel durchaus bestätigt. Mit diesen Wechselzahlen ist aber auch

Fig. 347.

Fig. 348.

ungefähr die Grenze erreicht, bis zu welcher die Voraussetzungen der Thomson'schen Berechnung sich noch bequem realisieren lassen.

211. Bedingung für die Gültigkeit der Thomson'schen Formel.

Unter diesen Voraussetzungen ist besonders wichtig die, daß der Strom in der ganzen Strombahn quasistationär ist. Sobald dies nicht der Fall ist, kann von einem bestimmten Strom überhaupt nicht gesprochen werden; die Gl. (1), (2) und (3) in **209** werden hinfällig. Die Thomson'sche Formel kann deshalb nur für Kondensatorkreise mit quasistationärem Strom gelten. Ein gewisses Kriterium dafür,

wann der Strom als quasistationär betrachtet werden darf, wird später [227 d] gegeben werden [110]).

a. Wie groß der Fehler werden kann, den eine Verwendung der Thomson'schen Formel auf nicht quasistationäre Kondensatorkreise liefert, mag jetzt schon folgendes Beispiel zeigen. Ein Kondensator von $0{,}03 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad befinde sich in einer Leitung, die ein Rechteck von 10 m Länge und 10 cm Breite bildet. Der Drahtradius sei 1 mm. In diesem Fall ist, wie später gezeigt werden wird, der Strom nicht quasistationär. Da der Selbstinduktionskoeffizient $p = 18\,580$ C.G.S. ist, so würde die Thomson'sche Formel ergeben

$$n = \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{0{,}03 \cdot 10^{-18} \cdot 18\,580}} = 1{,}35 \cdot 10^{7}/_{\text{sec}}.$$

Tatsächlich [111]) ist aber ziemlich genau $n = 1 \cdot 10^{7}/_{\text{sec}}$. Der Fehler beträgt also 35 %.

b. Andererseits braucht man aber aus diesem Grunde mit der Thomson'schen Formel nicht zu ängstlich zu sein. Der Grund, weshalb in dem Beispiel **a** die Strömung nicht quasistationär war, ist [vgl. 227 d] die durch die geringe Größe des Kondensators bedingte hohe Wechselzahl, verbunden mit großer Länge der Strombahn. Solange man Kondensatoren von der Kapazität mittlerer Leidener Flaschen und Strombahnen von nicht mehr als einigen Metern Länge verwendet und die Strombahn nicht absichtlich so legt, daß sie möglichst kleinen Selbstinduktionskoeffizienten besitzt, solange darf die Thomson'sche Formel unbedenklich benützt werden.

212. Berechnung der Wechselzahlen von Kondensatorkreisen.

Natürlich setzt die Anwendung der Thomson'schen Formel oder an Stelle davon der Tabelle XII, in welcher die Wechselzahlen von Kondensatorkreisen für verschiedene Werte der Kapazität und des Selbstinduktionskoeffizienten berechnet sind, voraus, daß man die Kapazität des Kondensators und den Selbstinduktionskoeffizienten der Strombahn kennt. Man richtet sich also am besten so ein, daß man die Kapazität und den Selbstinduktionskoeffizienten entweder experimentell bestimmen oder theoretisch berechnen kann.

a. Die Kapazität von Kondensatoren bis herab zu etwa $0{,}1 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad (kleine Leidener Flaschen) kann bequem und genau bestimmt werden [112]). Will man noch kleinere Kapazitäten verwenden, so empfiehlt es sich, Paare von kreisförmigen, genau parallelen, koaxialen Metallplatten zu nehmen: für die Kapazität solcher

„Plattenkondensatoren" ist eine genaue Formel [Tab. II b] bekannt, bei kleinem Abstand der Platten genügt meist schon die in **17** gegebene Näherungsformel.

b. Die direkte [vgl. **333**] experimentelle Bestimmung des Selbstinduktionskoeffizienten der Strombahn ist mit einfachen Mitteln [113]) und mit ausreichender Genauigkeit nur dann ausführbar, wenn derselbe mindestens ein Hundertstel des Selbstinduktionskoeffizienten einer Drosselspule mittlerer Größe beträgt. Berechnet kann aber der Selbstinduktionskoeffizient werden, wenn die Strombahn ein Rechteck oder einen Kreis bildet (vgl. **239** und die Tabellen VIII, IX, X und XI). Auch für regelmäßig gewickelte Spulen ohne Eisenkern liegen Formeln vor [Tab. VIII f]. Besitzen sie nur ganz wenige, einander eng anliegende Windungen, so erhält man einen ganz ungefähren Wert, wenn man den Selbstinduktionskoeffizienten einer einzigen Windung (Tab. IX) mit dem Quadrat der Windungszahl multipliziert [vgl. **34 c**].

c. *Beispiel.* Eine in der drahtlosen Telegraphie (Kap. XX) häufig gebrauchte Wechselzahl ist $n = 3 \cdot 10^6/_{sec.}$ Es soll ein Kondensatorkreis konstruiert werden, der diese Wechselzahl liefert; die Strombahn soll aus praktischen Gründen ein Kupferdrahtkreis von 50 cm Durchmesser und sein Drahtdurchmesser 5 mm sein.

Aus $n = 1/\pi\sqrt{p\,c}$ folgt für die gesuchte Kapazität c des Kondensators

$$c = \frac{1}{\pi^2 n^2 p}.$$

p ergibt sich aus Tabelle IX [vgl. aber **240 a**] als 1472 C.G.S., also

$$c = \frac{1}{\pi^2 \times 3^2 \cdot 10^{12} \times 1472}\ \text{C.G.S.} = 7{,}65 \cdot 10^{-18}\ \text{C.G.S.}$$
$$= 7{,}65 \cdot 10^{-3}\ \text{Mikrofarad},$$

was auch annähernd aus Tabelle XII hätte erhalten werden können.

213. Herstellung schneller Schwingungen durch Kondensatorkreise.

Das Beispiel kann als Ausgangspunkt für einen Ueberschlag über die Wechselzahl von Kondensatorkreisen dienen.

a. Bei derselben Strombahn läßt sich die Wechselzahl $10^6/_{sec.}$ nur herstellen dadurch, daß man eine 9mal größere Kapazität, ca. $69 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad, d. h. 23 große Leidener Flaschen von ca. $3 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad Kapazität verwendet. Andererseits dürfte für die Wechselzahl $10^7/_{sec.}$ nur eine 100mal kleinere Kapazität,

$0{,}69 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad, d. h. nur eine einzige Leidener Flasche geringer Größe benützt werden.

Umgekehrt würde bei derselben Kapazität, wie in dem Beispiel **212c**, die Wechselzahl 10^6/sec. mindestens drei Windungen von 50 cm Durchmesser oder fünf Windungen von 25 cm Durchmesser erfordern. Für die Wechselzahl 10^7/sec. dürfte unter denselben Bedingungen nur ein einfacher Kreis von 10 cm Durchmesser genommen werden.

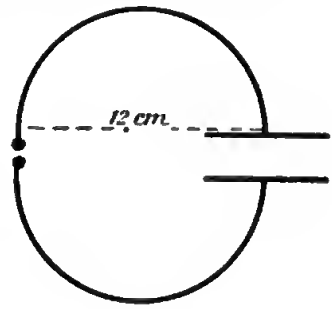


Fig. 349.

Daraus folgt aber: Verwendet man für Kondensatorkreise als Kondensatoren Leidener Flaschen von nicht extrem großer und auch nicht extrem kleiner Kapazität, andererseits Strombahnen nicht merklich länger als einige Meter und auch nicht merklich kleiner als etwa ½ m, so erhält man im allgemeinen Wechselzahlen, die zwischen 10^6 und 10^7/sec. liegen. Daß die Wechselzahl nur so wenig variiert, ist die unmittelbare Folge davon, daß in die Thomson'sche Formel nur die Quadratwurzel von Kapazität und Selbstinduktionskoeffizienten eingeht, also eine 100mal größere Kapazität die Wechselzahl nur verzehnfacht (vgl. auch Tab. XII).

b. Bei Verwendung von Plattenkondensatoren und Strombahnen, deren Länge nur einige Zentimeter beträgt, steht natürlich der Erzielung sehr viel höherer Wechselzahlen nichts im Wege. Die Wechselzahl z. B. des Kondensatorkreises von Fig. 349 (¼ natürlicher Größe) ist zu 10^9/sec. experimentell bestimmt worden, ist also schon eine sehr hohe.

214. Bestimmung von $\frac{v}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ durch Entladung von Kondensatorkreisen.

Ein Kondensatorkreis enthalte als Kondensator zwei parallele, kreisförmige Platten vom Radius R und dem Abstand d; die Dielektrizitätskonstante des Mediums zwischen den Platten sei ε. Als Strombahn diene eine sehr eng gewickelte Ringspule von N-Windungen; Ringradius = r, Radius einer Windung = ρ. Die Permeabilität im Innern der Spule sei μ. Die Wechselzahl der Entladungen dieses Kondensatorkreises, dessen Widerstand als sehr klein vorausgesetzt sei, werde nach irgend einer Methode, etwa der von **210c**, experimentell ermittelt.

Bezeichnet dann n die Wechselzahl, c die Kapazität des Kondensators, p den Selbstinduktionskoeffizienten der Spule, so gilt

$$c = \frac{\pi R^2}{d} \cdot \varepsilon \text{ [17]}, \quad \ldots \quad (1)$$

$$p = \frac{N^2 \cdot \pi \rho^2}{2\pi r} \cdot \frac{\mu}{v^2} \text{ [34 und 27a]}, \quad \ldots \quad (2)$$

$$n = \frac{1}{\pi \sqrt{pc}} = \frac{\sqrt{2\pi r d}}{\pi^2 N R \rho} \cdot \frac{v}{\sqrt{\varepsilon \mu}}. \quad \ldots \quad (3)$$

Daraus

$$\frac{v}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{\pi^2 N}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\rho R}{\sqrt{r d}} \cdot n. \quad \ldots \quad (4)$$

Der erste Term $\pi^2 N/\sqrt{2\pi}$ besteht aus reinen Zahlen. Der zweite enthält nur Längen, die sich in Zentimetern messen lassen; er repräsentiert eine gewisse Anzahl Zentimeter. n endlich ist eine Zahl pro Sekunde. Die ganze rechte Seite stellt also eine gewisse Anzahl Zentimeter pro Sekunde, d. h. also eine Geschwindigkeit dar.

Nach dieser hier nur schematisch beschriebenen Methode sind von O. Lodge und R. T. Glazebrook[114]) Messungen der für das folgende außerordentlich wichtigen Größe $v/\sqrt{\varepsilon \mu}$ ausgeführt worden. Sie haben für den Fall, daß das Innere des Kondensators und der Spule durch Luft ausgefüllt war ($\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$), ungefähr ergeben

$$\frac{v}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}},$$

also die Lichtgeschwindigkeit. Daraus ergibt sich $v/\sqrt{\varepsilon \mu}$ für jeden Stoff, für den man $\varepsilon/\varepsilon_0$ und μ/μ_0 [15] kennt[115]).

215. Die praktische Verwendung der Eigenschwingungen von Kondensatorkreisen in Funkeninduktoren.

Praktisch hat man die Eigenschwingungen von Kondensatorkreisen schon fast ebenso lange, als man Funkeninduktoren baut, verwendet, ohne daß man sich allerdings dessen von Anfang an bewußt geworden wäre.

a. Bekanntlich enthalten fast alle Induktoren Kondensatoren in der aus Fig. 350 ersichtlichen Schaltung. Es soll zuerst angenommen werden, daß der Kondensator C und die ganze Leitung B C D entfernt ist, der Primärstromkreis nur aus Primärspule P, Unterbrecher U und Akkumulatorenbatterie A mit Zuleitungen besteht. Werden die beiden Teile des Unterbrechers voneinander entfernt, so fällt der Strom schließlich auf Null ab. Aber obwohl eine Strombahn scheinbar nicht mehr vorhanden ist, wenn die beiden Unterbrecherteile keinen metal-

lischen Kontakt mehr haben, so erfolgt der Abfall des Stromes doch nicht plötzlich, sondern allmählich. Durch das Abfallen des Stromes und des magnetischen Feldes in der Primärspule wird nämlich in dieser eine EMK induziert [38e], welche eine so bedeutende Spannung zwischen den beiden Teilen des Unterbrechers zur Folge hat, daß zwischen ihnen sich ein Funke bildet. Durch die Funkenbahn hindurch kann der Strom, hervorgerufen außer der EMK der Akkumulatorenbatterie hauptsächlich durch die in der Primärspule induzierte EMK, noch eine Zeitlang fließen [vgl. 206a]. Daß der Abfall des Stromes tatsächlich allmählich erfolgt, zeigt die photographische Aufnahme Fig. 351*). Darin bedeutet die horizontale Linie a die Abszissenachse (Strom Null), die Linie b die Stromkurve des Primär-

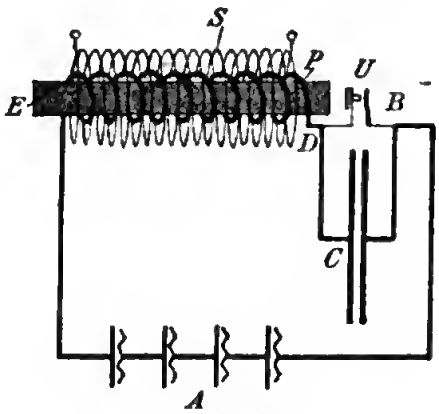


Fig. 350.

stromes. Sie verläuft der Abszissenachse parallel, solange der Unterbrecher U geschlossen ist; nach der Unterbrechung fällt sie erst allmählich nach Null ab.

b. Befindet sich im Nebenschluß zum Unterbrecher U ein Kondensator C (Fig. 350), so bildet die Primärspule P, der Kondensator C zusammen mit der Leitung zu den Akkumulatoren einen Kondensatorkreis. Werden jetzt die beiden Teile des Unterbrechers voneinander entfernt, so wird auch jetzt in der Primärspule eine EMK induziert, die zur Folge hat, daß der Strom noch eine Zeitlang in der alten Richtung weiterfließt. Aber der Strom geht jetzt nur zum Teil durch den Funken an der Unterbrechungsstelle, ein Teil fließt in der Leitung DCB zu den Belegungen des Kondensators C und lädt diese. Ist dann der

*) Aufgenommen nach der in 59a beschriebenen Methode. Der Induktor war ein AEG-Induktor von 30 cm Schlagweite, der Kondensator bei dem Versuch in b nicht der normale des Induktors, sondern ein solcher von 8,7 Mikrofarad.

Strom in der Primärspule auf Null abgefallen, so hat man einen Kondensatorkreis, dessen Kondensator eine gewisse Ladung erhalten hat, während der Strom in ihm Null ist. Der Kondensatorkreis befindet sich also genau in dem Zustand, wie er bei den Kondensatorkreisen in 206 ff. anfänglich vorhanden war; die Folge muß demnach

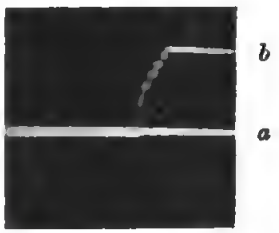


Fig. 351.

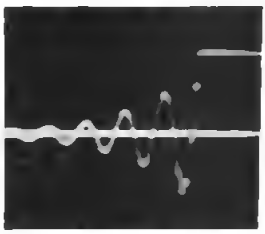


Fig. 352.

auch jetzt dieselbe sein wie dort: der Kondensatorkreis muß, wenn nur sein Widerstand klein genug ist, Eigenschwingungen machen.

Die Fig. 352 und 353 stellen Kurven des Primärstromes dar, die man bei derselben Primärspule, auf welche sich Fig. 351 bezog, erhielt, als im Nebenschluß zum Unterbrecher ein Kondensator eingeschaltet wurde. Dabei war einmal die Sekundärspule des Induktors offen (Fig. 352), das andere Mal durch einen Draht kurz geschlossen (Fig. 353). Beide Kurven zeigen, daß tatsächlich Eigenschwingungen des Kondensatorkreises stattfinden, bestätigen also qualitativ das Gesagte. Die Tatsache allerdings, daß die Kurve des Primärstroms verschieden ausfällt, je nach den Verhältnissen der Sekundärspule, beweist, daß die gegebene Darstellung, bei welcher die Einwirkung

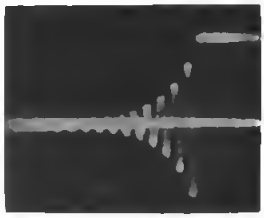


Fig. 353.

der Sekundärspule auf den primären Kondensatorkreis nicht berücksichtigt wurde, nicht den Anspruch machen kann, die Wirkung des Kondensators im Induktorium vollkommen behandelt zu haben[116]).

c. In denjenigen Fällen, in denen die Rückwirkung des Sekundärstromes auf den primären nur sehr gering ist, wie es bei offener Sekundärspule tatsächlich zutrifft (Fig. 352), bietet die Benützung des Kondensators die folgenden Vorteile.

1. Der Strom, der noch vorhanden ist, nachdem die beiden Unterbrecherteile keinen metallischen Kontakt mehr haben, geht (s. o.) nur zum Teil durch die Funkenbahn zwischen denselben. Die Wärmeentwicklung in dieser Funkenbahn ist deshalb geringer als ohne Kondensator, die Kontakte des Unterbrechers werden demgemäß weniger zerfressen.

2. Die in der Sekundärspule induzierte EMK ist nach 37 proportional der Geschwindigkeit, mit welcher der magnetische Induktionsfluß in derselben abfällt. Der magnetische Induktionsfluß durch dieselbe ist aber unter der gemachten Voraussetzung proportional dem magnetischen Induktionsfluß durch die Primärspule und damit annähernd dem Primärstrom. Die in der Sekundärspule bei der Unterbrechung induzierte EMK muß also umso größer werden, je steiler die Kurve des Primärstromes zur Abszissenachse abfällt. In Fig. 351 (Induktor ohne Kondensator) erfolgt der Abfall der Kurve relativ wenig steil, in Fig. 352 (Induktor mit Kondensator) im Anfang beinahe senkrecht. Die in der Sekundärspule induzierte EMK muß also im zweiten Falle bei weitem größer sein. Das bestätigt der Versuch: er ergab als Schlagweite [253] zwischen den Sekundärpolen im ersten Fall 2,5 mm, im zweiten 15 mm bei gleichem Primärstrom.

3. Wenn in irgend einem Stromkreis ein Strom induziert wird, so ist, wie die Theorie zeigt[117]), unter den vorliegenden Bedingungen die gesamte Elektrizitätsmenge, welche in einer bestimmten Zeit den Stromkreis durchfließt, proportional der Aenderung des magnetischen Induktionsflusses während dieser Zeit. Im vorliegenden Fall ist also die gesamte Elektrizitätsmenge, welche die Sekundärspule durchfließt, annähernd proportional der Aenderung des Primärstromes in der betreffenden Zeit. Vergleicht man daraufhin die Fig. 351 und 352, so folgt: In Fig. 351 ist die Aenderung, welche der Primärstrom während der Unterbrechung erleidet, gleich seinem Anfangswert i_0, da er von diesem auf Null abfällt. In Fig. 352 dagegen fällt der Primärstrom während der ersten halben Periode der Schwingung nicht nur auf Null ab, sondern er nimmt beinahe einen ebenso großen negativen Wert an, als er vorher einen positiven hatte; die Aenderung ist also beinahe $i_0 - (-i_0) = 2\,i_0$. Bei eingeschaltetem Kondensator liefert also die Sekundärspule während der ersten halben Periode der Schwingung eine etwa doppelt so große Elektrizitätsmenge als bei der Unterbrechung des Primärstromes ohne Kondensator.

Da wo die Verhältnisse ähnlich liegen wie in Fig. 352, sind die

durch den Kondensator erreichten Vorteile: Verkleinerung des Unterbrechungsfunkens, Erhöhung der sekundären Spannung und der von der Sekundärspule gelieferten Elektrizitätsmenge.

§ 3. Die Dämpfung.

216. Notwendigkeit einer Dämpfung.

Es mag in **213** aufgefallen sein, mit wie einfachen Mitteln bei Benützung von Kondensatorkreisen Schwingungen von einigen Millionen Wechseln in der Sekunde sich herstellen lassen, während nach **79** mit Maschinen trotz aller Anstrengungen nur eine Wechselzahl von ca. 30000/sec. erreicht wurde. Bei dem Vergleich darf aber eines nicht aus dem Auge gelassen werden. Die Schwingungen der Maschinen hatten den bedeutenden Vorteil ungedämpft zu sein, während alle Eigenschwingungen von Kondensatorkreisen, von denen bis *jetzt* die Schwingungskurven angegeben waren, sich als gedämpfte Schwingungen herausstellten.

Daß sie das bei den bis jetzt beschriebenen Anordnungen immer sein müssen, geht aus **200** bezw. **203** hervor; was dort über die physikalischen Vorgänge gesagt war, gilt auch für die Eigenschwingungen von Kondensatorkreisen. Sie entstehen durch eine Umsetzung von elektrischer Energie in magnetische und umgekehrt. Bei dieser Umsetzung wird aber durch den elektrischen Strom, der die Umsetzung vermittelt, ein Teil der Energie in Wärme verwandelt, die den Schwingungen im Kondensatorkreis in keiner Weise zu gute kommt und deshalb einen reinen Energieverlust bedeutet. In **200**, wo angenommen war, daß auf den Kondensatorkreis eine äußere EMK einwirkt, wurde dieser Energieverlust durch die Energiezufuhr von außen gerade kompensiert und dadurch die Amplitude der Schwingung immer auf derselben Höhe gehalten. Bei den Eigenschwingungen aber, wo dem Kondensatorkreis keine Energie zur Verfügung steht als diejenige, welche er anfänglich durch Ladung seines Kondensators erhalten hat, muß jeder Energieverlust zu einer Abnahme der Amplitude führen.

Bezeichnet z. B. $\mathfrak{V}_{10}$ die Amplitude der Spannung zu irgend einer Zeit, wenn die Spannung gerade im Maximum ist, $\mathfrak{V}_{20}$ dasselbe um eine Periode der Schwingung später, so muß $\mathfrak{V}_{20}$ kleiner als $\mathfrak{V}_{10}$ sein. Denn die Energie $\frac{1}{2} \cdot c\,\mathfrak{V}_{20}^2$, welche der Kondensatorkreis *) in

*) Im Moment, in welchem die Spannung im Maximum ist, ist der Strom im Kreis Null, demgemäß magnetische Energie nicht vorhanden [vgl. **203 c**].

dem zweiten Zeitpunkt enthält, muß kleiner sein als die Energie $\frac{1}{2} \cdot c \mathfrak{V}_{10}^2$ im ersten Zeitpunkt, und zwar kleiner um den Energiebetrag, der während der betreffenden Periode verloren gegangen ist. Daraus folgt aber $\mathfrak{V}_{20} < \mathfrak{V}_{10}$, d. h. eine Abnahme der Amplitude.

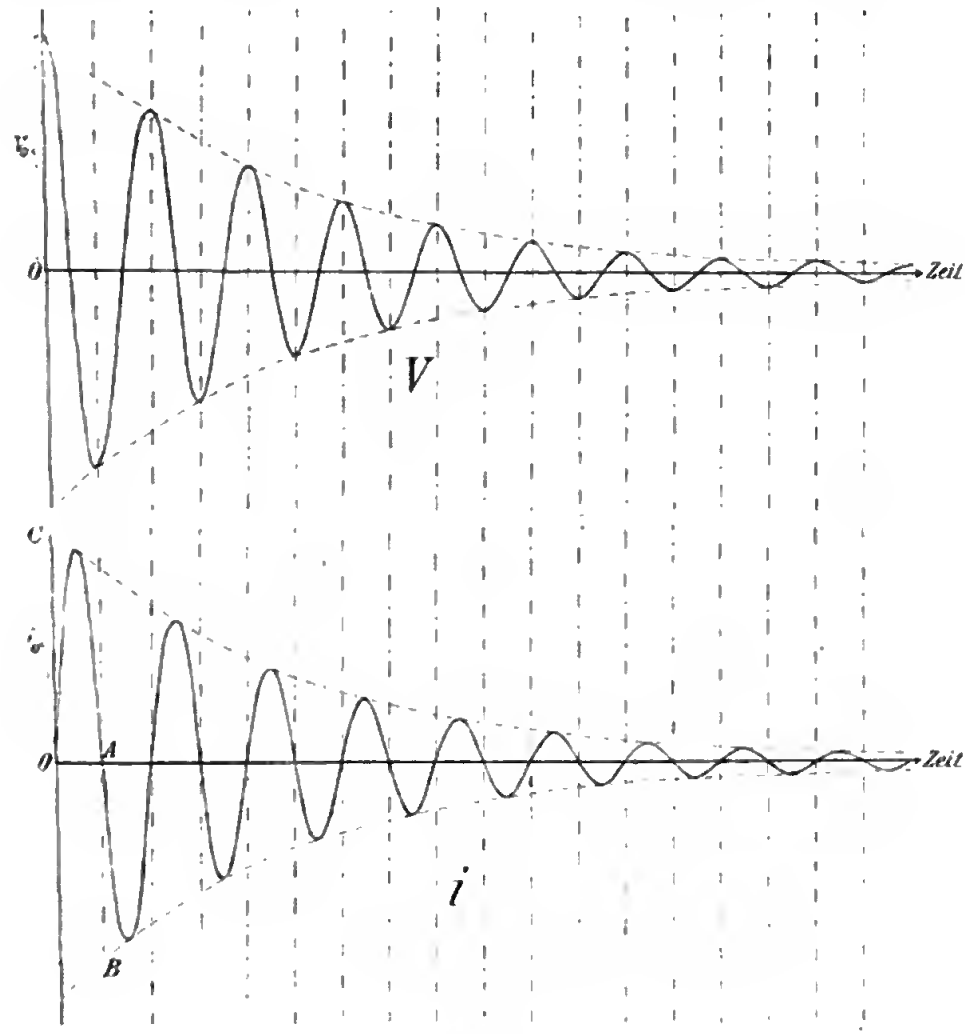


Fig. 354.

Ist also die Spannung, zu welcher die Kondensatorbelegungen anfänglich geladen wurden, $= \mathfrak{V}_0$, so muß die Spannungskurve der Schwingung eine Form wie diejenige der Kurve V Fig. 354 haben. Für die Kurve des Stromes i im Kondensatorkreis gilt ähnliches. Ihr Verhältnis zu der Spannungskurve bestimmt sich im übrigen durch die Gleichung $i = -c \mathfrak{V}'$ bezw. das in 185 Ausgeführte (Kurve i in Fig. 354).

217. Dämpfung durch Joule'sche Wärme.

a. Bezüglich der Größe der Dämpfung, d. h. der Geschwindigkeit, mit welcher die Abnahme der Amplitude erfolgt, ist es von vornherein wahrscheinlich, daß sie davon abhängen wird, wie groß der Energieverbrauch im Verhältnis zu der im Kondensatorkreis umgesetzten Energie ist. Besteht der Energieverlust nur in der Wärmeentwicklung in der Leitung (Joule'sche Wärme), so ist er proportional dem Widerstand w*) der Leitung und dem Quadrat der momentanen Stromamplitude. Die im Kondensatorkreis umgesetzte Energie ist aber proportional dem Quadrat der Stromamplitude und dem Selbstin-

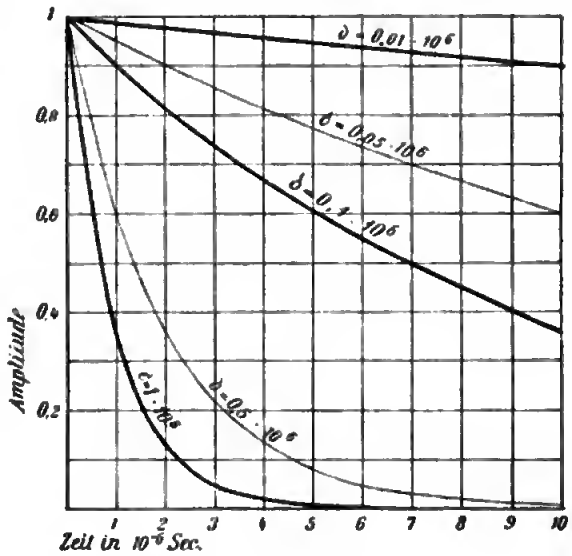


Fig. 355.

duktionskoeffizienten p*) des Stromkreises. Es ist also zu erwarten, daß das Verhältnis $w : p$ bei der Größe der Dämpfung eine Rolle spielen wird.

b. Das bestätigt die Theorie. Sie ergibt das folgende.

1. Die Scheitelpunkte der Schwingungskurve, welche den Amplituden der Schwingung entsprechen, liegen auf einer Exponentialkurve [**125 b**], der sog. „*Amplitudenkurve*". Bedeutet $\mathfrak{A}_0$ die Amplitude der Schwingung im Anfang (zur Zeit $t = 0$), so gilt für die Ordinate $\mathfrak{A}$ der Amplitudenkurve zur Zeit t

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_0 e^{-\delta t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

*) Vgl. darüber **233 a** und **239**.

(e Basis der natürlichen Logarithmen). $\mathfrak{A}_0$ heißt die *„Anfangsamplitude"* oder einfach die *„Amplitude"* der gedämpften Schwingung.

2. Die Größe der Konstanten δ bestimmt sich, wenn der Energieverlust nur in Joule'scher Wärme besteht, durch die Gleichung

$$\delta = \frac{w}{2p}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

δ wird der *„Dämpfungsfaktor"* genannt, da die Größe von δ ein Maß für die Größe der Dämpfung liefert. In Fig. 355 sind Am-

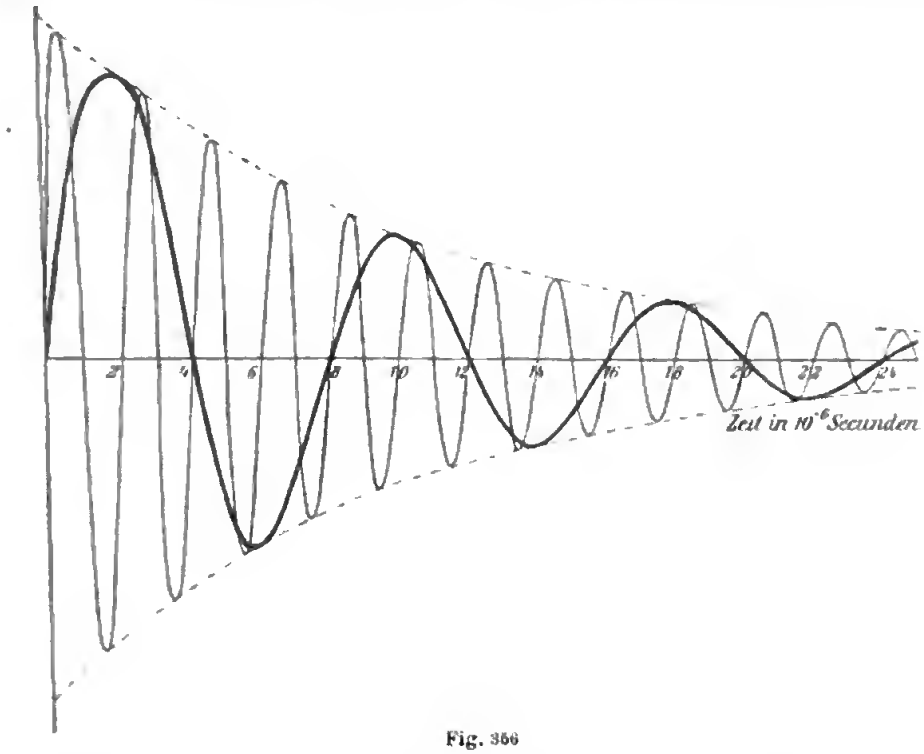


Fig. 356

plitudenkurven für verschiedene Werte von δ gezeichnet*). Es geht aus ihnen unmittelbar hervor, daß, je größer δ ist, nach umso kürzerer Zeit die Amplitude auf irgend einen bestimmten Bruchteil ihres Anfangswertes herabgesunken ist, bei $\delta = 1 . 10^6/_{sec.}$ z. B. auf die Hälfte schon nach $0{,}7 . 10^{-6}$ Sekunden, bei $\delta = 0{,}1 . 10^6/_{sec.}$ erst nach $7 . 10^{-6}$ Sekunden. Wie groß die Wechselzahl der Schwingung ist, ist

*) Hätte man als Einheiten der Abszissen nicht $1 . 10^{-6}$ Sekunden, sondern etwa 10^{-3} Sekunden genommen, so würde die oberste Amplitudenkurve dem Dämpfungsfaktor $0{,}01 . 10^3 = 1$ entsprechen. — Zur Berechnung beliebiger Exponentialkurven dient die Tab. XV am Schlusse des Buches.

dabei vollkommen gleichgültig. Die beiden Schwingungen z. B., deren Schwingungskurven in Fig. 356 dargestellt sind, haben denselben Dämpfungsfaktor bei ganz verschiedener Wechselzahl.

c. Trotzdem ist man geneigt, die stark ausgezogene Kurve in Fig. 356 als bei weitem stärker gedämpft anzusprechen, also unwillkürlich nicht den Maßstab anzulegen, den die Größe des Dämpfungsfaktors ergeben würde. In der Tat ist es für viele Zwecke richtiger, die Größe der Dämpfung nicht nach der Zeit, nach welcher die Amplitude auf einen gewissen Bruchteil des Anfangswertes gekommen ist, zu beurteilen, sondern nach der Anzahl Perioden, nach welcher dies erfolgt ist. Ein Maß dafür erhält man, wenn man als Abszissen nicht die Zeit, sondern die Anzahl Perioden aufträgt. Das ist in Fig. 357 für die beiden Schwingungen von Fig. 356 geschehen.

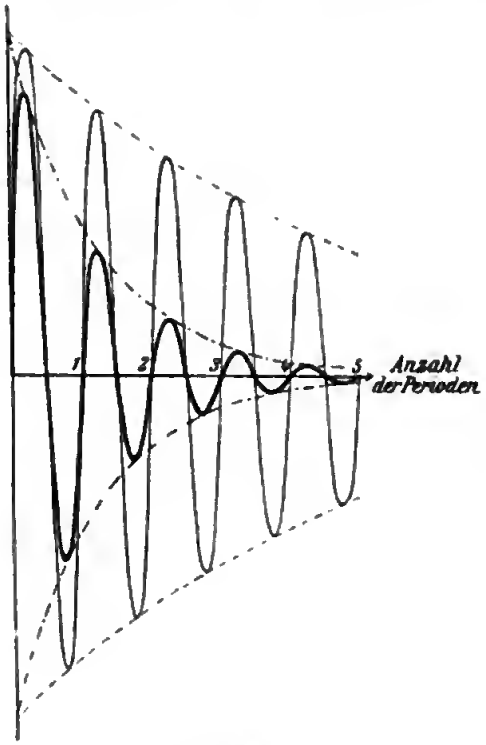


Fig. 357.

Jetzt erscheint die stark ausgezogene bei weitem stärker gedämpft.

Genauer liegen die Verhältnisse folgendermaßen. Ist $\mathfrak{A}_1$ die Amplitude der Schwingung zur Zeit t, $\mathfrak{A}_2$ die Amplitude um eine Periode T der Schwingung später, so folgt aus Gl. (1)

$$\frac{\mathfrak{A}_1}{\mathfrak{A}_2} = \frac{e^{-\delta t}}{e^{-\delta (t+T)}} = e^{\delta T}, \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

d. h., das Verhältnis zweier aufeinander folgender Amplituden (derselben Seite) ist während des ganzen Ablaufs der Schwingungen konstant. Den natürlichen Logarithmus dieses Verhältnisses, welches im folgenden das *„Amplitudenverhältnis"* der betreffenden Schwingung

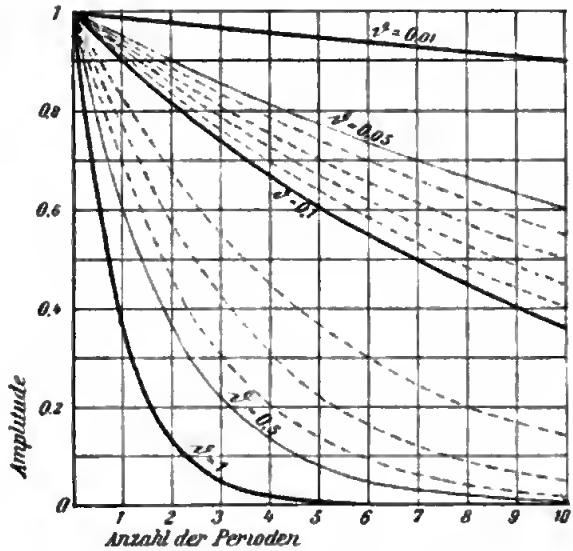


Fig. 358.

heißen soll, bezeichnet man allgemein als *„logarithmisches Dekrement"*, auch einfach *„Dekrement"* $\mathfrak{d}$ der Schwingung. Da nach Definition

$$\mathfrak{d} = \log \text{nat}\,(\mathfrak{A}_1/\mathfrak{A}_2)$$

ist, so steht es nach Gl. (3) zu δ in der Beziehung

$$\mathfrak{d} = \delta T = \frac{\delta}{\frac{n}{2}}\ [55\,a]. \quad \ldots \quad (4)$$

In Tabelle XVI sind die zu bestimmten Dekrementen gehörigen Amplitudenverhältnisse zusammengestellt, in Fig. 358 die Amplitudenkurven für verschiedene Werte des Dekrements gezeichnet.

218. Dämpfung durch den Funken.

Beim Arbeiten mit Kondensatorkreisen ist man fast stets [vgl. z. B. **206** ff.] darauf angewiesen, die metallene Strombahn durch eine Funkenstrecke zu unterbrechen. Es muß bei solchen Kondensatorkreisen von vornherein zweifelhaft erscheinen, ob hier die Dämpfung auch nur zum größten Teil durch die Entwicklung Joule'scher Wärme

bestimmt ist. Denn daß auch in der Funkenbahn Wärme entwickelt wird, davon kann man sich in einfachster Weise überzeugen. Man braucht nur längere Zeit im Kondensatorkreis Funken durch die Funkenstrecke schlagen zu lassen*) und dann die Kugeln der Funkenstrecke zu berühren: man fühlt dann, daß sie sehr heiß geworden sind. Da die vom Funken entwickelte Wärme in letzter Linie von der Energie des Kondensatorkreises herrührt, so muß dieser Energieverlust ebensogut eine Dämpfung hervorrufen wie die Entwicklung Joule'scher Wärme.

a. Die Beantwortung der Frage, wie groß der Einfluß des Funkens auf die Dämpfung ist, wird dadurch erschwert, daß der Energieverlust durch den Funken, ähnlich wie der Energieverlust durch Hysteresis [**104 c**], nicht $\sim i^2$ ist. Wäre er das, so könnte der Energieverbrauch pro Sekunde gleich $w_f i^2$ gesetzt und der Einfluß des Funkens einfach als eine Vermehrung des Widerstandes der Strombahn aufgefaßt werden. Man könnte w_f als den „*Funkenwiderstand*" ansprechen im Sinne einer wenigstens bei demselben Kondensatorkreis und derselben Funkenstrecke unveränderlichen Größe. Der einzige Unterschied zwischen einem Kondensatorkreis mit und einem ohne Funkenstrecke wäre dann der, daß beim ersteren der Dämpfungsfaktor δ nicht durch die Gl. (2) in **217**, sondern durch

$$\delta = \frac{w + w_f}{2p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

bestimmt wäre. Man könnte dann

$$\left.\begin{aligned} \delta &= \delta_j + \delta_f \\ b &= b_j + b_f \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

schreiben, den gesamten Dämpfungsfaktor δ (bezw. das gesamte Dekrement b) in zwei Teile zerlegen:

$$\delta_j = \frac{w}{2p} = \text{Faktor der Joule'schen Dämpfung,}$$

$$\delta_f = \frac{w_f}{2p} = \text{Faktor der Funkendämpfung.}$$

Die Eigenschaft der Schwingungskurve, daß das Verhältnis je zweier aufeinander folgender Amplituden während der ganzen Schwingung dasselbe ist, d. h. die Gl. (3) in **217**, würde auch dann noch gelten.

*) Am besten Induktor mit Wechselstrom betreiben!

Ermittelt man aber experimentell [118]) mit der in 221 c angegebenen Methode bei Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke das Verhältnis von aufeinander folgenden Amplituden, so findet man, daß es nicht konstant ist, vielmehr die Amplituden während des Ablaufs der Schwingungen rascher abnehmen, als dem in 217 Gl. (1) angegebenen Gesetze entspricht. Daraus würde folgen, daß der „Funkenwiderstand" w_f und das Dekrement δ_f, wenn man unter diesen Umständen überhaupt noch von einem solchen

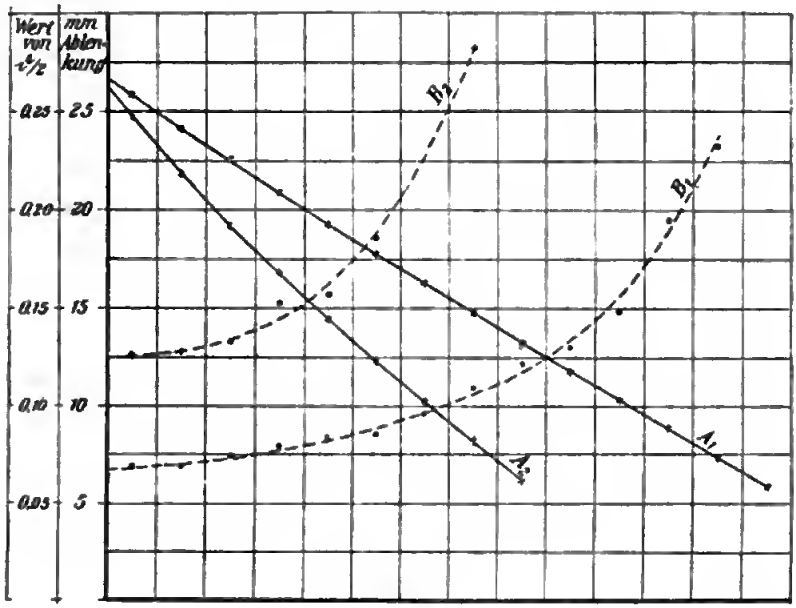


Fig. 359.

sprechen will, während derselben Schwingung mit Abnahme der Amplitude allmählich zunimmt.

In Fig. 359 sind z. B. die Amplitudenkurven A_1 und A_2 von zwei Kondensatorkreisen *) angegeben; sie sind einer Geraden ähnlicher als einer Exponentialkurve. Es ergeben sich aus ihnen die Werte des Dekrements, die in den Kurven B_1 und B_2 dargestellt sind.

Die Zunahme des Dekrements während des Ablaufs der Schwingung hat sich in den wenigen Fällen, in denen sie bis jetzt unter-

*) Es war in beiden Fällen

$$\left.\begin{array}{l} c = 1{,}71 \cdot 10^{-3} \text{ Mikrofarad} \\ p = 0{,}48 \text{ Henry} \end{array}\right\} \; n = 1{,}1 \cdot 10^4/\text{sec.},$$

w bei A_1 und B_1 = ca. 60 Ohm, bei A_2 und B_2 = ca. 140 Ohm.

sucht wurde, als nicht unbedeutend herausgestellt. Außerdem legen die unter c 1 und 2 mitgeteilten Ergebnisse die Vermutung nahe, daß bei kleinem Widerstand und eventuell auch kleiner Kapazität des Kondensatorkreises dieser Einfluß des Funkens sehr viel größer ausfallen wird. Wenn also im folgenden trotzdem immer angenommen wird, daß die Amplitudenkurve auch eines Kondensatorkreises mit Funkenstrecke annähernd eine Exponentialkurve ist, für welche die Gl. (1) und (2) oben und 217 Gl. (1) gelten, so liegt darin eine Annahme, die vorerst mit Rücksicht auf die Einfachheit der Behandlung notwendig, über deren Berechtigung aber zur Zeit nichts Genaueres bekannt ist.

b. Unabhängig von jeder Annahme kann man natürlich ein gewisses Urteil über den Einfluß des Funkens auf die Dämpfung erhalten, indem man das Verhältnis der während des ganzen Ablaufs der Schwingung im Funken entwickelten Wärmemenge W_f zu der Joule'schen Wärme W_j bestimmt. Je größer dieses Verhältnis ist, umso mehr muß sich der Einfluß des Funkens auf die Dämpfung, gleichgültig wie er sich im einzelnen äußert, geltend machen. Ebenso geben Methoden, durch die sich ein gewisses mittleres Dekrement $\mathfrak{d}$ der Schwingung bestimmen läßt, ein Urteil über den Anteil des Funkens $\mathfrak{d}_f$, da der Anteil der Joule'schen Wärme $\mathfrak{d}_j$ nach 217 Gl. (2) und (4) ziemlich sicher berechnet werden kann.

Solche Messungen liegen vor, des Verhältnisses von $W_f : W_j$ hauptsächlich durch W. Kaufmann[119]), durch A. Battelli und L. Magri[109]) und durch L. Lindemann[120]), des Dekrements $\mathfrak{d}$ der Schwingung durch H. Brooks[121]) und besonders G. Rempp[122]).

c. Was aus den Messungen erster Art entnommen werden kann, ist das folgende.

(1) Bei derselben Funkenstrecke und derselben Kapazität hängt das Verhältnis $W_f : W_j$ in hohem Maße von dem Widerstand w der metallischen Strombahn ab. Es ist bei großem Widerstand w sehr klein, nimmt aber bei kleinem Widerstand sehr rasch zu. Kaufmann hat gefunden, daß die in der Funkenbahn entwickelte Wärme W_f in ihrer Abhängigkeit vom Widerstand w der Strombahn ausgedrückt werden kann durch die Beziehung

$$W_f = a + \frac{b}{w},$$

worin a und b bei derselben Funkenstrecke und Kapazität Konstante

sind. Die Messungen von Battelli und Magri stimmen gut damit überein *).

(2) Bei derselben Funkenstrecke von 5 mm und demselben Widerstand und Selbstinduktionskoeffizienten der Strombahn zeigen die Messungen von Kaufmann, daß bei Kapazitäten zwischen $c = 12 \cdot 10^{-3}$ und $c = 48 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad die im Funken entwickelte Wärmemenge W_f ganz ungefähr $\sqrt{c}$, demgemäß**) $W_f : W_j$ ganz ungefähr $1 : \sqrt{c}$ proportional ist. Aehnliches folgt auch aus den Zahlen von Battelli und Magri für Kapazitäten zwischen ca. $4 \cdot 10^{-3}$ und $15 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad und eine Funkenstrecke von 2 mm Länge.

*)

Tabelle 1.

Messungen von Battelli und Magri [123]).

Funkenlänge	Ungefähre Spannung in Volt	A $w = 1{,}65$ Ohm		B $w = 0{,}827$ Ohm		C $w = 0{,}154$ Ohm	
		$W_f : W_j$	w_f in Ohm	$W_f : W_j$	w_f in Ohm	$W_f : W_j$	w_f in Ohm
2	8 000	0,42$_{57}$	0,72$_3$	0,68$_2$	0,56$_4$	1,8$_{86}$	0,29$_0$
3	10 000	0,48$_{54}$	0,80$_5$	0,71$_6$	0,59$_3$	2,0$_{00}$	0,30$_8$
4	12 000	0,51$_{56}$	0,85$_5$	0,75$_6$	0,62$_6$	2,1$_{65}$	0,33$_3$
5	14 000	0,55$_{31}$	0,91$_8$	0,78$_0$	0,84$_5$	2,1$_{67}$	0,33$_4$

Es war im

Kondensatorkreis A: $c = 3{,}96 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad, $n = 0{,}93 \cdot 10^6$/sec.
„ B: $c = 3{,}96 \cdot 10^{-3}$ „ $n = 1{,}2 \cdot 10^6$/sec.
„ C: $c = 3{,}96 \cdot 10^{-3}$ „ $n = 2{,}6 \cdot 10^6$/sec.

Tabelle 2.

Messungen von Kaufmann.

Spannung in Volt	$w = 1{,}4$ Ohm $W_f : W_j$	$w = 0{,}35$ Ohm $W_f : W_j$
6 870	0,033	0,064
9 080	0,044	0,093
11 300	0,052	0,094
13 600	0,056	0,122
15 700	0,060	0,134

Es war $c = 54 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad.

**) Vgl. 252 f.

(3) Bei derselben Kapazität und demselben Widerstand finden Kaufmann und Battelli und Magri eine geringe Zunahme des Verhältnisses $W_f : W_j$ und demgemäß eine Zunahme der Dämpfung mit Zunahme der Funkenlänge*). Im Gegensatz dazu konstatierte R. Lindemann eine Abnahme des Funkenwiderstandes mit zunehmender Funkenlänge.

219. Das Dekrement von Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke.

Die angeführten Messungen, bei denen die in Betracht kommenden Größen, insbesondere die Funkenlänge, nur innerhalb sehr geringer Grenzen variiert wurden, genügen gewiß nicht, um ein Urteil über die Dämpfung irgend eines gegebenen Kondensatorkreises mit Funkenstrecke zu liefern. Eines aber folgt aus ihnen doch, daß der aus dem Widerstand der Strombahn nach **217** Gl. (2) berechnete Wert der Dämpfung bei Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke auch nicht annähernd richtig sein kann.

Es hat deshalb G. Rempp das Dekrement von Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke systematisch untersucht mit Hilfe der *in* **336** beschriebenen Methode**). Seine Resultate sind zum größten Teil in der Tabelle XVII zusammengestellt. Sie beziehen sich auf Kondensatorkreise mit Kondensatoren aus englischem Flintglas**), mit sehr kleinem Widerstand der Strombahn***) und mit Funkenkugeln aus Zink.

Allgemein geht aus seinen Messungen, teils im Einklang teils im Widerspruch mit den schon angeführten Messungen, das folgende hervor.

a. *Abhängigkeit vom Widerstand der Strombahn.* Variiert man nur den Widerstand der Strombahn, so nimmt das Dekrement mit

*) Auch bei derselben Funkenlänge hängt die Wärmeentwickelung im Funken von dem Material der Kugeln der Funkenstrecke ab. Kaufmann fand z. B. die Wärmeentwicklung zwischen Messingkugeln, im Verhältnis 0,54 : 1, kleiner als zwischen Zinkkugeln.

) Was die Messungen von Rempp liefern, ist also derjenige Mittelwert [218a] des Dekrements, den die Methode **336 gibt. Die Größe des Dekrements ist bei seiner Anordnung nicht nur durch den Energieverlust im Funken und in der Strombahn, sondern auch durch die dielektrische Hysteresis im Kondensator bestimmt. Man ist aber berechtigt anzunehmen, daß bei Verwendung von englischem Flintglas der Energieverlust durch die dielektrische Hysteresis nur sehr gering ist [**337**].

***) Sie bestand aus mehrere Millimeter dicken Kupferdrähten, abgesehen natürlich von den Messungen a.

zunehmendem Widerstand nicht proportional dem Widerstand der Strombahn, sondern etwas rascher zu. Es muß daraus geschlossen werden, daß der Funkenwiderstand mit zunehmendem Widerstand der Strombahn größer wird*).

b. *Abhängigkeit von der Kapazität.* Unter sonst gleichen Umständen, insbesondere bei der gleichen Funkenlänge, nimmt das Dekrement mit zunehmender Kapazität ab bis zu einer Kapazität von etwa $1 . 10^{-3}$ Mikrofarad und bleibt bei weiterer Vergrößerung der Kapazität ziemlich konstant. Der Funkenwiderstand nimmt mit zunehmender Kapazität bei kleinen Kapazitäten sehr rasch, bei Kapazitäten von ca. $1 . 10^{-3}$ Mikrofarad an sehr langsam ab.

Es stimmt dies mit den in **218c** mitgeteilten Resultaten, auch mit den Ergebnissen von H. Brooks. Auch sie konstatierte einen umso größeren Einfluß des Funkens auf die Dämpfung, je kleiner die angewandte Kapazität ist; sie fand auch, daß dieser Einfluß bei Kapazitäten unter $2 . 10^{-3}$ Mikrofarad sehr rasch zunimmt, während er bei Kapazitäten über diesem Werte praktisch fast unabhängig von der Größe der Kapazität ist.

c. *Abhängigkeit vom Selbstinduktionskoeffizienten.* Innerhalb der von Rempp untersuchten Grenzen (vgl. Tab. XVII) ändert sich das Dekrement nur sehr wenig, wenn man nur den Selbstinduktionskoeffizienten der Strombahn ändert. Von diesem hängt also das Dekrement nur sehr wenig ab.

---

*) Eine seiner Messungsreihen ist die folgende:
$c = 6{,}86 . 10^{-3}$ Mikrofarad, $p = 3{,}37 . 10^{-6}$ Henry.
Funkenlänge = 0,5 cm, Radius der Funkenkugeln = 0,75 cm.

w_1	δ	w	$w - w_1$
0	0,077s	0,54	0,54
0,28	0,135	0,94	0,66
0,49	0,172	1,20	0,71
0,97	0,252	1,75	0,78
1,63	0,360	2,51	0,88
1,98	0,412	2,86	0,88

Darin bedeutet w_1 den in die Strombahn eingeschalteten Widerstand, δ das beobachtete Dekrement, w den daraus berechneten Gesamtwiderstand des Kreises. Die Zunahme von $w - w_1$ gibt also ein Maß für die Zunahme des Funkenwiderstandes.

d. *Abhängigkeit von der Länge der Funkenstrecke.* Bei kleinen Funkenstrecken nimmt das Dekrement mit Vergrößerung der Funkenlänge ab. Es erreicht ein Minimum bei einer Länge der Funkenstrecke, die je nach der verwandten Kapazität zwischen 0,3 und 0,6 cm liegt. Bei weiterer Steigerung der Länge der Funkenstrecke

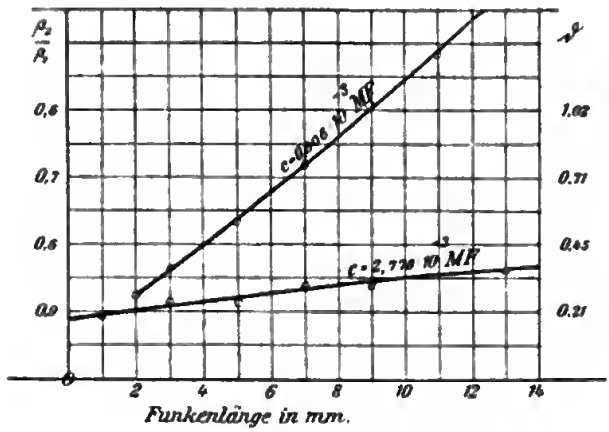


Fig. 360.

nimmt das Dekrement zu. Die Zunahme erfolgt relativ rasch bei kleinen Kapazitäten, relativ langsam bei großen.

Aus den Messungen von H. Brooks, deren Resultate in Fig. 360 zusammengestellt sind, hatte sich ergeben, daß das Dekrement mit zunehmender Funkenlänge immer zunimmt, daß aber die Zunahme bei kleinen Kapazitäten sehr viel rascher erfolgt als bei großen.

e. Von der *Größe der Kugeln* an der Funkenstrecke hängt das Dekrement fast nicht ab bis zu einer Funkenlänge von ca. 1 cm. Von da an steigt das Dekrement rascher bei größeren Kugeln als bei kleineren.

f. Der *absolute Wert* des Dekrements von Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke, deren Strombahn aus dicken Kupferdrähten besteht und deren Kapazität zwischen $0{,}2 \cdot 10^{-3}$ und $10 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad liegt, variiert bei der günstigsten Länge der Funkenstrecke ungefähr zwischen 0,15 und 0,06.

220. Dämpfung durch Strahlung.

a. Auf die Möglichkeit eines weiteren Energieverlustes weist die Analogie von mechanischen Schwingungen hin. Läßt man ein an einer Feder F (Fig. 361) aufgehängtes Gewicht auf und ab schwingen,

so nimmt die Amplitude der Schwingung nur sehr langsam ab, die Schwingung besitzt also sehr geringe Dämpfung. Wird aber eine Blechscheibe S an dem Gewicht befestigt mit der Ebene senkrecht zur Schwingungsrichtung, so nimmt die Dämpfung ganz bedeutend

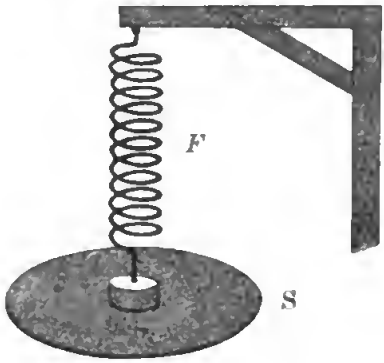


Fig. 361.

zu. Für diese Zunahme darf nicht etwa eine Vergrößerung der Luftreibung durch die Scheibe verantwortlich gemacht werden. Denn belegt man die glatte Blechscheibe mit rauhem Papier, so nimmt die Dämpfung nicht merklich zu, obwohl die Luftreibung dadurch bedeutend erhöht wird, ein Beweis, daß nicht die Luftreibung bei jener Vergrößerung der Dämpfung das Ausschlaggebende war.

Den wahreu Grund dafür erkennt man, wenn man in einiger Entfernung vom schwingenden System eine empfindliche Flamme aufstellt, indem man Leuchtgas aus einer Glasröhre, die man in eine feine Spitze ausgezogen hat, ausströmen läßt. Sobald man das System in Schwingungen versetzt, sieht man, daß die Flamme noch in ziemlicher Entfernung von demselben im Tempo der Schwingungen auf- und niederzuckt. Vor der schwingenden Blechscheibe wird die Luft verdichtet, hinter der Scheibe verdünnt; außerdem wird durch die Scheibe ein Teil der Luft mitgeführt. Die Folge davon ist, daß sich Luftwellen ausbilden wie beim Hin- und Herschwingen der Zinken einer Stimmgabel, nur wegen der geringeren Schwingungszahl nicht hörbar. Die Energie dieser Luftwellen, die sich nach allen Richtungen in den Raum ausbreiten, wird dem schwingenden System entzogen. Seine Dämpfung muß also durch die Luftwellen vergrößert werden.

b. Ein ganz ähnlicher Energieverlust ist auch bei jeder elektromagnetischen Schwingung vorhanden. Ein Teil des elektromagnetischen Felds in der Umgebung eines schwingenden Systems pflanzt

sich in Form von elektromagnetischen Wellen in den Luftraum hinaus fort. Die Energie, welche diese Wellen besitzen, wird dem System entzogen.

Man nennt diesen Vorgang *„elektromagnetische Strahlung"*; er wird später [Kapitel XVIII] näher besprochen werden. Hier soll nur auf zwei Punkte hingewiesen werden.

(1) Es darf angenommen werden, daß der Energieverlust durch Strahlung pro Zeiteinheit proportional i^2 ist. Es bleibt also [**218a**] auch bei Vorhandensein einer merklichen Energieausstrahlung die Amplitudenkurve der Eigenschwingungen eines Kondensatorkreises eine Exponentialkurve. Nur kommt zu dem Faktor δ_j der Joule'schen Dämpfung noch ein von der Strahlung herrührender δ_Σ, so daß für die gesamte Dämpfung die Gl. (1) in **217** bestehen bleibt, aber für δ gilt

$$\delta = \delta_j + \delta_\Sigma$$

oder bei Vorhandensein eines Funkens [vgl. aber **218a**]

$$\delta = \delta_j + \delta_f + \delta_\Sigma.$$

Ebenso gilt für das Dekrement

$$\mathfrak{d} = \mathfrak{d}_j + \mathfrak{d}_f + \mathfrak{d}_\Sigma.$$

Der Beitrag $\mathfrak{d}_\Sigma$, den die Strahlung zum Dekrement liefert, wird als *„Strahlungsdekrement"* oder als *„Hertz'sches Dekrement"* bezeichnet.

(2) Bei Kondensatorkreisen ist der Energieverlust durch Strahlung verschwindend klein gegen den Energieverlust durch Joule'sche oder Funkenwärme, d. h.

$$\mathfrak{d}_\Sigma \text{ sehr klein gegen } \mathfrak{d}_j + \mathfrak{d}_f.$$

Der experimentelle Beweis dafür liegt in den Messungen von A. Battelli und L. Magri. Sie hatten die Joule'sche Wärme im ganzen Kondensatorkreis, ebenso die Funkenwärme gemessen, andererseits die dem Kondensator durch Ladung anfänglich mitgeteilte Energie ($= 1/2 \cdot c\,\mathfrak{V}_0^2$) bestimmt. Es ergab sich, daß der Betrag der Funkenwärme und Joule'schen Wärme zusammen im Mittel aus allen ihren Beobachtungen um nicht mehr als um 3,9% abwich von der dem Kondensator erteilten elektrischen Energie; bei den Messungen, welche sich auf die höchste Wechselzahl (ca. $2{,}6 \cdot 10^6/_{\text{sec.}}$) bezogen, war die Differenz im Mittel 7%. Mehr als 4% oder höchstens 7% kann der Energie-

verlust durch Strahlung keinesfalls betragen haben. Er braucht aber durchaus nicht so groß gewesen zu sein. Derartige Messungen, insbesondere die Bestimmung der Spannung [253], bei welcher die Entladung einsetzt, sind mit so großen Schwierigkeiten verknüpft, daß jene Abweichungen vielleicht auf Ungenauigkeit der Messungen beruhen.

221. Experimentelle Bestimmung der Dämpfung.

Zu den bis jetzt angegebenen Ursachen der Dämpfung kommen noch bei Kondensatoren mit festem Isolator zwischen den Belegungen (Glas, Mikanit) die dielektrische Hysteresis [259c] und bei Kondensatorkreisen, welche Spulen mit Eisenkernen enthalten, die Hysteresis im Eisen. Der Energieverlust durch diese beiden Ursachen ist aber in jedem einzelnen Fall ebensowenig bekannt wie derjenige durch die Funkenwärme. Eine Berechnung der Dämpfung, die eine genaue Kenntnis sämtlicher Energieverluste voraussetzt, ist also in den meisten Fällen ausgeschlossen. Umso wichtiger ist eine experimentelle Bestimmung der Dämpfung.

a. Dazu sind alle Methoden geeignet, mit deren Hilfe eine Aufnahme der Schwingungskurve möglich ist. Besonders anschaulich, aber nur für relativ langsame Schwingungen verwendbar ist die Braunsche Röhre in der in 204c angegebenen Anordnung.

Fig. 362 z. B. bezieht sich auf einen Kondensatorkreis ohne Funkenstrecke von derselben Kapazität und demselben Selbstinduk-

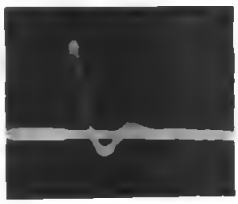


Fig. 362.

Fig. 363.

tionskoeffizienten wie Fig. 342, aber von größerem Widerstand: es befanden sich außer den Spulen, welche die Strombahn bei Fig. 342 enthielt, noch zwölf parallel geschaltete 32kerzige Glühlampen von 34 Ohm Gesamtwiderstand im Kreise. Ein Vergleich der Fig. 362 mit 342 zeigt unmittelbar, daß die Vergrößerung des Widerstands eine Zunahme der Dämpfung zur Folge hatte, wie es Gl. (2) in 217 verlangt.

Werden statt der zwölf Lampen nur vier parallel eingeschaltet, der Widerstand also etwa auf seinen dreifachen Wert gebracht, so

erhält man unter sonst gleichen Umständen Fig. 363. Sie zeigt, daß man durch Steigerung des Widerstandes schließlich dahin gelangen kann, daß die Entladung des Kondensatorkreises überhaupt nicht mehr in Schwingungen erfolgt, sondern *„aperiodisch"* wird.

Die Verminderung der Dämpfung durch Vergrößerung des Selbstinduktionskoeffizienten*) bei Kondensatorkreisen

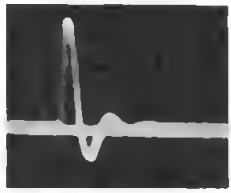


Fig. 364.

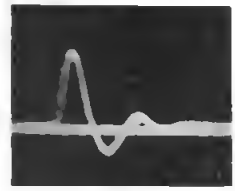


Fig. 365.

ohne Funkenstrecke [217 Gl. (2)] geht aus den Fig. 364 und 365 hervor. Fig. 364 ist die Schwingungskurve eines Kondensatorkreises von 7,3 Mikrofarad und 0,09 Henry, Fig. 355 diejenige eines Kondensatorkreises von demselben Widerstand und derselben Kapazität, aber einem größeren Selbstinduktionskoeffizienten, 0,3 H. Die Ausmessung der beiden Figuren ergibt für Fig. 364 als Amplitudenverhältnis 12,6, für Fig. 365 8,4. Dem ersteren entspricht das Dekrement 2,5, dem zweiten 2,1. Die Dämpfung ist also durch Vergrößerung des Selbstinduktionskoeffizienten nicht unbedeutend herabgedrückt worden.

Die angegebenen Figuren enthalten also eine qualitative Bestätigung der Beziehung 217 Gl. (2). Zu einer quantitativen Prüfung dieser Beziehung können sie aber nicht verwandt werden, da bei allen diesen Figuren in die Kondensatorkreise Spulen mit Eisenkernen eingeschaltet waren.

b. Eine quantitative Prüfung der Gl. (2) in 217 für Kondensatorkreise ohne Funkenstrecke ist durch Kurvenaufnahmen mit Hilfe des Pendelunterbrechers insbesondere von H. Tallqvist[124]) durchgeführt worden. Er konnte jene Beziehung noch sehr gut bestätigen bei Schwingungen, deren Dämpfung so groß war, daß die Entladung nicht mehr weit von der aperiodischen entfernt war.

c. Noch bis Wechselzahlen von etwa einer Million verwendbar und gleichzeitig sehr anschaulich ist eine Methode[125]), bei der ebenfalls die Braun'sche Röhre benützt wird.

*) Es geht aus 217 Gl. (2) und (4) und 209 Gl. (4) hervor, daß das Dekrement nur im Verhältnis $1 : \sqrt{p}$ kleiner wird, wenn man den Selbstinduktionskoeffizienten im Verhältnis $p : 1$ vergrößert.

In Fig. 331 war das Bild auf dem Schirm der Braun'schen Röhre dargestellt, wenn das Kathodenstrahlenbündel durch die Schwingung abgelenkt wurde, deren Schwingungskurve in Fig. 341 abgebildet ist. Das Bild in Fig. 331 besteht in einem Streifen, innerhalb dessen einzelne besonders helle Stellen $A_1 A_2 A_3 A_4$ sichtbar sind. Vergleicht man die Figuren 331 und 341, so sieht man unmittelbar, daß diese helleren Stellen den Amplituden der Schwingung in Fig. 341 entsprechen. Daß man diese helleren Stellen erhält, rührt daher, daß das hin und her schwingende Kathodenstrahlenbündel in unmittelbarer

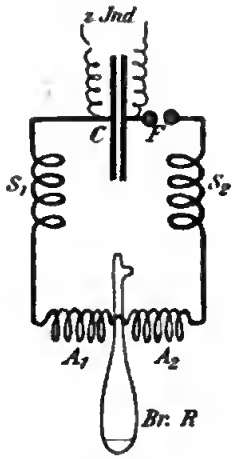


Fig. 366 *).

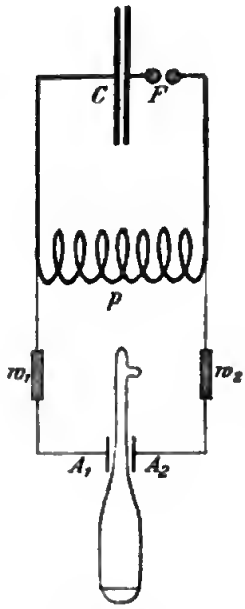


Fig. 367.

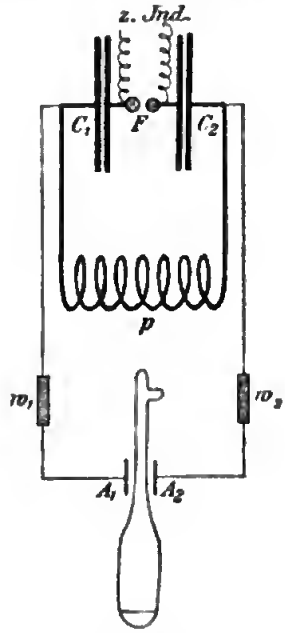


Fig. 368

Nähe der Stellen, an denen es seine Richtung umkehrt, relativ geringe Geschwindigkeit hat. Es treffen deshalb die Kathodenstrahlen diese Stellen des Schirmes relativ lange und erregen deshalb dort stärkere Lumineszenz als an anderen Stellen.

Figuren der Art wie Fig. 331 sind ebensogut geeignet, das Amplitudenverhältnis und damit die Dämpfung zu liefern wie Schwingungskurven, aber sie sind noch zu erhalten bei Wechselzahlen, wo alle Methoden zur Aufnahme der Schwingungskurve versagen. Dabei ist die Anordnung sehr einfach. Sie kann diejenige von Fig. 366 oder

*) Die Drähte zum Induktor an die beiden Belegungen des Kondensators unmittelbar anzulegen, statt an die Funkenstrecke [329 d], ist notwendig, wenn der Ladungsstrom schon eine Ablenkung hervorruft.

eine entsprechende Serienschaltung sein [197], wobei die Schwingung, deren Dämpfung bestimmt werden soll, durch magnetische Ablenkung auf die Braun'sche Röhre einwirkt. Statt dessen kann aber bei hohen Wechselzahlen ebensogut die elektrische Ablenkung der Kathodenstrahlen benützt werden [6c]. Zu dem Zweck ersetzt man die Spulen A_1 und A_2 in Fig. 366 durch zwei kleine, parallele Platten A_1 und A_2 in Fig. 367 und 368, die event. unter Vorschaltung hoher elektrolytischer Widerstände w an den Kondensatorkreis angelegt werden. Es entsteht dann zwischen ihnen ein elektrisches Feld,

Fig. 369.

Fig. 370.

dessen Feldintensität der Spannung zwischen den Belegungen von C bezw. C_1 und C_2 proportional wird.

Die Figuren 369 und 370 sind auf die angegebene Art erhalten worden und zwar mit der Schaltung Fig. 366. Bei beiden waren die Kapazität des Kondensatorkreises und der Selbstinduktionskoeffizient dieselben ($c = 1{,}71 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad, $p = 0{,}48$ Henry). Verschieden war nur der Widerstaud, der bei Fig. 369 ca. 60 Ohm und bei Fig. 370 ca. 140 Ohm betrug. Bei der zweiten Figur liegen die hellen Flecke viel weiter auseinander als in der ersten. Es ist demnach auch in der zweiten die Abnahme der Amplitude und damit die Dämpfung stärker als in der ersten. Daß die Zunahme des Widerstandes unter sonst gleichen Umständen eine Zunahme der Dämpfung zur Folge hat, zeigt sich also auch hier bestätigt*).

*) Die angegebene Methode ist zur Demonstration sehr geeignet. Man muß nur dafür sorgen, daß der Unterbrecher gut funktioniert (am besten Queck-

d. Eine von den bisherigen gänzlich verschiedene Methode ist von E. Rutherford[126]) angegeben worden.

Wird eine Stahlnadel in das Feld eines kräftigen Magneten gebracht, so behält sie, nachdem sie aus dem Feld entfernt wurde, eine „Magnetisierung", d. h. sie erzeugt nun selbst ein magnetisches Feld, dessen Intensität, in irgend einer bestimmten Entfernung von der Nadel gemessen [vgl. 5a], ein Maß für die Größe dieser Magnetisierung liefert. Dabei zeigt es sich, daß diese Magnetisierung eine gewisse Größe nicht überschreiten kann. Ist diese Grenze erreicht, die Nadel „maximal magnetisiert", so ist ein magnetisches Feld, welches eine Magnetisierung in demselben Sinne hervorrufen würde, ohne Wirkung auf die Nadel. Ein konstanter Strom also in einer Spule, in welcher sich eine maximal magnetisierte Nadel befindet, übt eine Wirkung auf die Magnetisierung derselben nicht aus, wenn die Nadel sich in positiver Richtung in der Spule befindet, d. h. so, daß der Nordpol der Nadel in die positive Richtung des magnetischen Felds in der Spule zeigt. Bei entgegengesetzter Richtung der Nadel wirkt aber das magnetische Feld des Stroms der Magnetisierung entgegen und schwächt diese Magnetisierung — entmagnetisiert die Nadel —, und zwar ist die Abnahme der Magnetisierung nach Versuchen von Rutherford innerhalb weiter Grenzen annähernd proportional der Intensität des magnetischen Feldes, das auf die Nadel wirkt.

Eine solche maximal magnetisierte Stahlnadel werde nun in eine Spule gelegt, welche von der Entladung eines Kondensatorkreises, also einem Strom der Form Fig. 354 durchflossen wird, und zwar sei die Richtung der Nadel zuerst so, daß die positive Richtung des Stroms der Magnetisierung der Nadel entgegenwirkt. Es wirkt dann die erste Halbperiode des Stroms Fig. 354 entmagnetisierend, die zweite magnetisierend, die dritte entmagnetisierend u. s. f. Das Resultat muß eine gewisse Entmagnetisierung sein, da immer die entmagnetisierende Wirkung einer Halbperiode die magnetisierende der nächsten überwiegt.

Nun lege man die maximal magnetisierte Nadel in umgekehrter Richtung in die Spule. Dann wirkt der Strom in der ersten Halbperiode überhaupt nicht, in der zweiten entmagnetisierend, in der dritten magnetisierend u. s. f. Das Ergebnis muß wieder eine Entmagnetisierung sein.

---

silberstrahlunterbrecher) und einen möglichst kleinen Induktor nehmen. — Die Bilder auf dem Schirm der Röhre sind tatsächlich viel deutlicher, als es nach der Reproduktion erscheint.

Aber die Entmagnetisierung im zweiten Fall muß kleiner sein als im ersten. Denn im ersten Fall wirkt die ganze Schwingung auf die Nadel, im zweiten nur die Schwingung von dem Zeitpunkt A in Fig. 354 an. Was im zweiten Fall wirkt, ist also eine Schwingung von derselben Wechselzahl und demselben Dekrement wie im ersten Fall, aber von kleinerer Anfangsamplitude, nämlich der Anfangsamplitude AB Fig. 354 statt wie im ersten Fall OC. Es wird also im zweiten Fall die Wirkung stets kleiner sein als in dem entsprechenden Momente des ersten Falles und zwar kleiner im Verhältnis AB : OC, d. h. nach **217c** im Verhältnis $1 : e^{-\frac{\delta T}{2}} = 1 : e^{-\frac{\mathfrak{d}}{2}}$ [vgl. aber **218a**].

Bestimmt man also die Entmagnetisierung im ersten Fall und im zweiten, so folgt aus dem Verhältnis beider*) $1 : e^{-\frac{\mathfrak{d}}{2}}$ und damit das Dekrement $\mathfrak{d}$.

Streng richtig ist das aber nur unter der Bedingung, daß die magnetisierende bezw. entmagnetisierende Wirkung dem Strom genau proportional ist. Man kann sich aber durch eine leichte Aenderung des Versuchs von dieser Bedingung frei machen. Bringt man nämlich im zweiten Fall die Nadel nicht in dieselbe Spule wie im ersten, sondern in eine Spule, deren Windungszahl N_2 sich zur Windungszahl N_1 der ersten Spule verhält wie $1 : e^{-\frac{\mathfrak{d}}{2}}$, so muß die Wirkung im zweiten Fall stets genau dieselbe sein wie im entsprechenden Moment des ersten Falls. Man muß demnach auch als Endresultat in beiden Fällen genau dieselbe Entmagnetisierung bekommen. Der Versuch wird also im Prinzip so gemacht, daß man im zweiten Fall die Windungszahl der Spule so lang verändert**), bis man genau dieselbe entmagnetisierende Wirkung erhält wie im ersten Fall. Es ist dann

$$1 : e^{-\frac{\mathfrak{d}}{2}} = N_2 : N_1,$$

$$\frac{\mathfrak{d}}{2} = \log \text{nat}\,(N_2/N_1)^{***}).$$

Bei der praktischen Ausführung empfiehlt es sich, nicht eine einzige Nadel, sondern ein Bündel von möglichst dünnen, gut von-

*) Dieses Verhältnis ist in Fig. 360 als $\beta_2 : \beta_1$ angegeben.

**) Das muß natürlich so geschehen, daß die Schwingung dadurch keine merkliche Aenderung erfährt.

***) Im Prinzip sind die Versuche von H. Brooks [219] nach dieser Methode ausgeführt worden.

einander isolierten Stahlnadeln*) zu benützen. Die Entmagnetisierung wird am besten an einem kleinen Magnetometer (Spiegelgalvanometer) bestimmt und kann mit einem solchen auch gut demonstriert werden.

222. Einfluß der Dämpfung auf die Wechselzahl.

a. Es war in 209 ausdrücklich betont worden, daß die dort angegebene Thomson'sche Formel unter der Annahme eines sehr kleinen Widerstands der Strombahn abgeleitet worden ist. Für Kondensatorkreise mit beliebig hohem Widerstand ist, wie die Theorie zeigt, die in 209 angegebene Formel zu ersetzen durch die allgemeingültige

$$n = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{1}{pc} - \left(\frac{w}{2p}\right)^2}. \quad \ldots\ldots (1)$$

Vorausgesetzt ist dabei, daß der einzige Energieverlust in Joulescher Wärme besteht. Da $w/2p =$ dem Dämpfungsfaktor δ ist, so ist Gl. (1) identisch mit

$$n = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{1}{pc} - \delta^2}. \quad \ldots\ldots (1a)$$

Diese Gleichung gilt für alle Kondensatorkreise, wenn die Amplitudenkurve eine Exponentialkurve ist und wenn δ den Faktor der gesamten Dämpfung bedeutet, gleichgültig durch welche Art von Energieverlust**) dieselbe veranlaßt ist. Die Gleichung zeigt, daß die Dämpfung auch einen Einfluß auf die Wechselzahl ausübt und zwar dieselbe verkleinert.

b. Die in 209 angegebene Formel

$$n = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{1}{pc}} \quad \ldots\ldots (2)$$

stellt nach dem Gesagten nur eine Näherungsformel dar, und zwar eine umso genauere, je kleiner δ^2 gegen $1/pc$ oder, was auf dasselbe hinauskommt, je kleiner b^2 [217c] gegen $(2\pi)^2$***) ist. Die Beziehung zwischen dem aus Gl. (2) abgeleiteten Näherungswert, der n_0 heißen

*) Stückchen ganz dünnen Stahldrahts oder ganz dünner Uhrfedern (sog. Unruhefedern).

**) Nur muß der Energieverlust pro Zeiteinheit $\sim i^2$ sein; denn nur dann wird die Amplitudenkurve eine Exponentialkurve der Form 217 Gl. (1).

***) Vgl. Gl. (3).

möge, und dem richtigen Wert von n aus Gl. (1) kann [217 Gl. (4)] auf die Form gebracht werden:

$$n = \frac{n^0}{\sqrt{1+\left(\frac{\delta}{\pi n}\right)^2}} = \frac{n^0}{\sqrt{1+\left(\frac{b}{2\pi}\right)^2}} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

In Tabelle XIII ist der Unterschied zwischen n und n^0 berechnet für verschiedene Werte des Dekrements. Der Einfluß der Dämpfung auf die Wechselzahl ist sehr gering, solange die Schwingung nicht extrem stark gedämpft, solange demnach [217c] b^2 klein gegen $(2\pi)^2$ oder δ^2 gegen $(\pi n)^2$ ist. Man kann bei Berechnung der Wechselzahlen bis zu einem Dekrement 1 unbedenklich die Thomson'sche Formel Gl. (2) benützen, wenn nicht ganz besondere Genauigkeit verlangt wird.

c. Die Formel Gl. (1a) zeigt auch, wann der Fall der aperiodischen Entladung [221a] eintreten muß. Sobald der Dämpfungsfaktor $\delta \geqq 1/pc$ ist, wird $n = 0$ bezw. imaginär. Dann können also keinesfalls mehr Schwingungen eintreten. Tatsächlich ist $\delta = 1/pc$ der Grenzwert, unter dem die Entladung eines Kondensatorkreises oszillatorisch, über dem sie aperiodisch ist.

§ 4. Energieströmung.

223. Notwendigkeit der Annahme einer Energieströmung.

Nach 216 bestehen die elektromagnetischen Schwingungen eines Kondensatorkreises im wesentlichen darin, daß die Energie des elektrischen Feldes zwischen den Kondensatorplatten sich umsetzt in die magnetische Energie des Stromes und umgekehrt. In dem Moment, in welchem die Ladung des Kondensators ein Maximum ist, besteht die gesamte Energie des Kondensatorkreises in der Energie des elektrischen Feldes*). In dem um eine Viertelperiode späteren Moment, in welchem die Ladung des Kondensators 0 ist, ist die gesamte Energie des Kondensatorkreises diejenige seines magnetischen Feldes.

Nun hat man sich nach der in 39 besprochenen Anschauung die elektrische Energie in denjenigen Raumteilen, in denen sich das elektrische Feld befindet, lokalisiert zu denken. Im ersten Moment also muß der bei weitem größte Teil der Energie sich in dem Raum

*) Da in diesem Moment nach 185b $i = 0$, also auch $W_m = 0$ [41b] ist.

zwischen den Kondensatorplatten befinden. Im zweiten Moment dagegen befindet sie sich in denjenigen Teilen des Raumes, in denen das magnetische Feld vorhanden ist, d. h. wesentlich in der Nähe der Strombahn. Es ist also die Folgerung unabweislich, daß im Verlauf der ersten Viertelperiode die Energie aus dem Raum zwischen den Kondensatorplatten in den Außenraum herausgeströmt ist.

Nach einer weiteren Viertelperiode ist wieder fast die gesamte Energie des Kondensatorkreises die elektrische zwischen den Kondensatorplatten. In der zweiten Viertelperiode muß also die Energie aus dem Außenraum in den Raum zwischen den Kondensatorplatten hineinströmen.

Von diesem Standpunkt aus stellt sich also die elektromagnetische Schwingung eines Kondensatorkreises, wenn man vorerst auf die Wärmeverluste im Draht keine Rücksicht nimmt, dar als ein fortgesetzter Energieaustausch zwischen dem Innenraum des Kondensators und dem umgebenden Raume. Es wird gewissermaßen Energie aus dem Raum zwischen den Kondensatorplatten herausgepumpt und dann wieder eingesaugt.

224. Richtung und Größe der Energieströmung.

a. Ueber die Richtung der Energieströmung*) kann man nicht im Zweifel sein, wenn man folgende einfache Verhältnisse voraus-

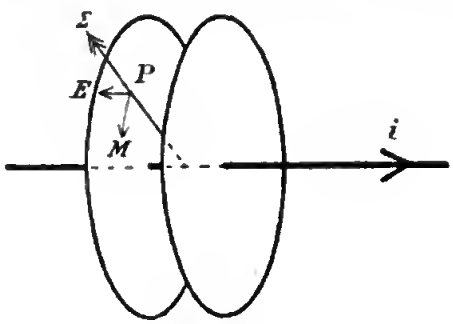


Fig. 371.

setzt: der Kondensator bestehe aus zwei koaxialen kreisrunden Platten, die Strombahn sei in der Nähe derselben geradlinig und an den Mittelpunkt der Kondensatorplatten senkrecht zur Ebene derselben angeschlossen (Fig. 371). Da in diesem Falle alles symmetrisch zur

*) Statt *„Energieströmung"* wird häufig auch der Ausdruck *„Strahlung"* benützt. — Die in **a**, **b** und **c** ausgesprochenen Sätze werden gewöhnlich als Poynting'scher Satz bezeichnet.

Kondensatorachse ist, so muß es auch die Energieströmung sein, d. h. nach dem in **223** Ausgeführten: die Linien, welche die Richtung der Energieströmung, die hier und im folgenden mit Σ bezeichnet werden soll, angeben, müssen durch die Symmetrieachse gehen und senkrecht darauf stehen, z. B. im Punkt P Fig. 371 die Richtung des Doppelpfeils besitzen. Nun ist die Richtung des elektrischen Feldes E im Punkt P parallel der Drahtachse [**14 b**], die Richtung des magnetischen Feldes M [**36 c**] senkrecht dazu. Die Energieströmung erfolgt also in diesem Fall senkrecht sowohl zur Richtung von E als zur derjenigen von M.

Was hier in einem speziellen Fall plausibel gemacht wurde, gilt, wie Poynting[127]) gezeigt hat, ganz allgemein. Die Richtung der Energieströmung ist stets senkrecht sowohl zur Richtung der elektrischen als zur Richtung der magnetischen Feldintensität, also

$$\Sigma \begin{cases} \perp \mathrm{E} \\ \perp \mathrm{M} \end{cases}.$$

b. Das Vorzeichen der Energieströmung Σ bestimmt sich in der folgenden Weise. Man denke sich die Richtung der elektrischen Feldintensität E auf dem kürzesten Wege (gefiederter Pfeil Fig. 372) in

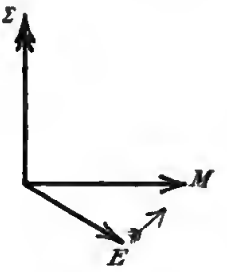


Fig. 372.

die Richtung der magnetischen Feldintensität M gedreht. Dann ist die Richtung, in welcher ein Korkzieher bei dieser Drehung vorwärts getrieben wird, die positive Richtung von Σ (vgl. Fig. 20, S. 33).

Folgerung: Wenn sowohl E als M das Vorzeichen wechselt, so bleibt dasjenige von Σ unverändert; wenn aber entweder E oder M das Vorzeichen wechselt, so wechselt auch Σ das Vorzeichen.

c. Die Größe von Σ werde definiert als diejenige Energiemenge, welche in der Sekunde durch eine Fläche von einem Quadratzentimeter strömt, wenn diese Fläche senkrecht zur Richtung der Energieströmung ist. Es ist dann,

(1) wenn E und M senkrecht zueinander sind,

$$\Sigma = \nu \,.\, E\, M,$$

d. h. $\Sigma \sim$ dem Produkt von E und M,

(2) im allgemeinen Fall, wenn E und M den $\sphericalangle$ (E, M) miteinander bilden,

$$\Sigma = \nu \,.\, E\, M \sin (E, M).$$

Der Proportionalitätsfaktor ν ist derselbe wie in den Fundamentalgleichungen in **31**, **35** und **37**.

225. Energieströmung im Kondensator.

Wird der Strom i, die elektrische Feldintensität E und die magnetische M in der Richtung der Pfeile in der Fig. 371 als positiv gerechnet, so muß nach **224 b** die Energieströmung Σ in der Richtung des Doppelpfeils als positiv gezählt werden. M ist nach **83 b** gleichphasig mit i, E nach **17 a** gleichphasig mit der Spannung zwischen den Kondensatorplatten. Nimmt man an, daß die Schwingungen

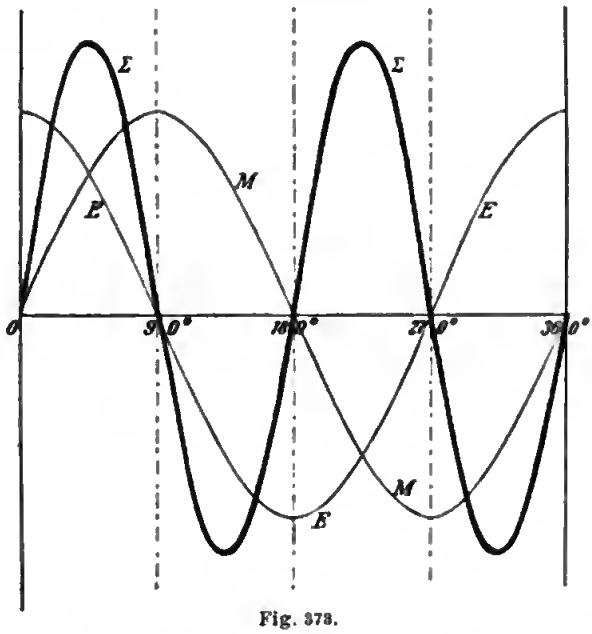


Fig. 378.

des Kondensatorkreises nicht oder nur sehr wenig gedämpft sind, so gelten genau oder sehr annähernd [248] die Beziehungen von **185 b**: d. h. es muß M gegen E um 90° in der Phase verzögert sein. Es ist also $\Sigma = \nu \,.\, E\, M$ das Produkt von zwei oszillatorischen Größen, die um 90° in der Phase verschoben sind. Der Mittelwert während einer

vollen Periode ist also Null [70], d. h. es muß während einer vollen Periode ebenso viel Energie in den Raum zwischen die Kondensatorplatten hinein-, als aus ihm herausströmen.

Die Energieströmung wird positiv, d. h. es erfolgt eine Energieströmung aus dem Kondensator heraus, solange E und M gleiches Vorzeichen haben, d. h. (Fig. 373; vgl. Fig. 302, S. 313) während der Zeit, in welcher der Kondensator sich entlädt. Negativ wird die Energieströmung, d. h. der Kondensator nimmt Energie aus dem umgebenden Raum auf, während der Zeit, in welcher E und M verschiedenes Vorzeichen haben, also (Fig. 373) während der Zeit, in welcher der Kondensator sich lädt.

Die Anwendung des Poynting'schen Satzes liefert also dasselbe wie die allgemeinen Ueberlegungen von **223.**

226. Energieströmung im Stromleiter.

Es soll im folgenden angenommen werden, daß die Strömung in der Strombahn des Kondensatorkreises ebenso erfolgt wie beim

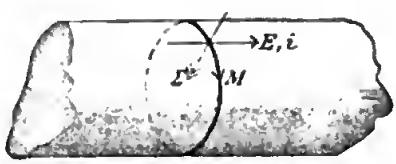


Fig 374.

stationären Strom, d. h. daß die Strömung auf dem ganzen Drahtquerschnitt gleichförmig und gleichphasig ist. Tatsächlich ist diese Annahme nur bei sehr langsamen Schwingungen oder sehr dünnen Drähten gerechtfertigt [**230**, **231**]. Nur für solche gilt also das folgende.

a. Betrachtet man die Oberfläche des vom Strom i durchströmten Drahtes, so ist in dieser Oberfläche gleichgerichtet mit i bezw. $\mathfrak{S}$ die elektrische Feldintensität E [**22**]. Das Vorzeichen von M [**29**] bestimmt sich durch die Korkzieherregel, ist also im Moment, für den die Pfeile von Fig. 371 gelten, das in Fig. 374 angegebene. Sowohl E als M sind gleichphasig mit i. Daraus folgt für die Strömung Σ durch die Drahtoberfläche:

Da $\Sigma = \mathfrak{v} \,.\, \mathfrak{E}\mathfrak{M}$ das Produkt von zwei gleichphasigen Größen ist, so hat es immer dasselbe Vorzeichen [**69 b**]. Dieses Vorzeichen ist das durch den Doppelpfeil in Fig. 374 markierte: es findet also fortgesetzt ein Strömen von Energie in den Draht hinein statt. Der

Betrag von Energie, der in der Zeiteinheit einströmt, ist nach **70 b** und **71**

$$= v \,.\, E_{eff}\, M_{eff}.$$

b. Da die Energie, welche in den Draht einströmt, nicht mehr zum Vorschein kommt, so muß sie im Draht verbraucht werden. Es ist natürlich zu vermuten, daß das in Form von Joule'scher Wärme geschieht. Der Beweis dafür läßt sich leicht erbringen.

Σ ist die Energieströmung durch einen cm^2 der Drahtoberfläche pro Sekunde. Die gesamte Energieströmung durch die Oberfläche eines Drahtstücks von der Länge l ist also, wenn der Drahtradius r ist,

$$= l \,.\, 2\pi r \,.\, v\, E_{eff}\, M_{eff}\ [a].$$

Nun ist

$$E = \frac{\mathfrak{S}}{\sigma}\ [22\,c]$$

$$= \frac{i}{q\sigma}\ [25\,b]\ (q = \text{Drahtquerschnitt}),$$

$$M = \frac{i}{v} \,.\, \frac{1}{2\pi r}\ [32\,a].$$

Wird dies eingesetzt, so folgt: die gesamte Energieeinströmung während einer Sekunde ist

$$= \frac{l}{q\sigma} \,.\, i_{eff}^{\,2}$$

$$= w \,.\, i_{eff}^{\,2}\ [25],$$

wenn w den Widerstand des betreffenden Drahtstücks bedeutet.

Dies ist aber die in dem Draht erregte Joule'sche Wärme [95].

Kapitel X.

Der quasistationäre Wechselstromkreis hoher Wechselzahl.

227. Bedingung für quasistationäre Strömung.

In 82 war schon darauf hingewiesen worden, daß in keinem Wechselstromkreis der Strom in allen Teilen des Stromkreises genau dieselbe Stärke haben kann. Für die Beantwortung der Frage, unter welchen Bedingungen der Strom trotzdem praktisch als quasistationär behandelt werden darf, spielt nach 82 die Wechselzahl der Schwingung eine wesentliche Rolle. Es ist also zu erwarten, daß diese Frage bei den Schwingungen von Kondensatorkreisen mit Wechselzahlen zwischen 10^6 und 10^7 eine ganz andere Beantwortung finden muß als bei den Schwingungen von Wechselstrommaschinen von etwa 100 Wechseln in der Sekunde, für welche jene Bedingungen in 82 besprochen waren.

a. Es war dort unter anderem der Fall einer Wechselstromleitung aus zwei parallelen Drähten in 10 cm Abstand (Drahtradius = 1 mm) behandelt worden als Beispiel dafür, daß noch auf Hunderten von Metern einer solchen Leitung der Strom unbedenklich als quasistationär betrachtet werden darf. Bei einer Wechselzahl von $10^7/_{\text{sec.}}$ würde sich für ein Stück ABCD der Leitung (Fig. 140) von nur einem Meter Länge das folgende ergeben. Bezeichnet i_1 den Strom vor A bezw. hinter C, i_2 denjenigen hinter B bezw. vor D, und wird als Spannung $\mathfrak{V}_{\text{eff}}$ zwischen AB und CD nur 3000 Volt, entsprechend etwa 1 mm Schlagweite [Tab. XIX], angenommen, so wird, da die Kapazität c eines Meters der Leitung nach 82 $c = 6 \cdot 10^{-6}$ Mikrofarad ist,

$$(i_1 - i_2)_{\text{eff}} = \pi n c \cdot \mathfrak{V}_{\text{eff}}$$
$$= 0{,}57 \text{ Amp.}$$

Der Unterschied des Stromes wird also auf der Länge eines einzigen Meters von der Größenordnung eines halben Ampère.

Bedenkt man, daß bei einer Wechselzahl von $100/_{sec.}$ für 1 m

$$(i_1 - i_2)_{eff} = 0{,}57 \cdot 10^{-5} \text{ Amp.}$$

wäre, so übersieht man unmittelbar, wie sehr sich die Verhältnisse durch Erhöhung der Wechselzahl geändert haben.

b. Dem steht aber gegenüber, daß es sich bei den schnellen Schwingungen um ganz andere Stromstärken handelt, als bei den langsamen. Bei letzteren war in 82 als untere Grenze für Stromunterschiede, die gegenüber den tatsächlich gebrauchten Stromstärken noch in Betracht kommen, $^1/_{100}$ Amp. angegeben worden. Legt man bei schnellen Schwingungen etwa denselben Maßstab an, so hat man diese Grenze viel höher, etwa gleich 0,5 bis 1 Amp. zu setzen.

c. Freilich ist es überhaupt äußerst bedenklich, die Beantwortung der Frage, ob man einen Strom als quasistationär ansehen darf oder nicht, davon abhängig zu machen, ob der Unterschied in der Stromamplitude an verschiedenen Stellen der Leitung einen gewissen Betrag übersteigt. Die Stromamplituden variieren von Fall zu Fall zu sehr, als daß darüber allgemein gültige Angaben gemacht werden könnten. Wenn trotzdem oben und in 82 ein solches Kriterium angegeben war, so geschah es in der stillschweigenden Voraussetzung, daß die Verhältnisse in keiner Beziehung extreme, sondern solche seien, wie man sie bei der praktischen Verwendung meist antrifft.

d. Ein von jeder derartigen Voraussetzung freies und in den meisten Fällen gültiges Kriterium kann angegeben werden, wenn man von dem Begriff der Wellenlänge λ und Fortpflanzungsgeschwindigkeit ω elektromagnetischer Wellen Gebrauch macht.

Unter Wellenlänge versteht man bei allen Wellen die Strecke, um welche die Welle während einer ganzen Periode (also $2/n$ Sekunden [55]), unter Fortpflanzungsgeschwindigkeit die Strecke, um welche sie während einer Sekunde fortschreitet [vgl. 360]. Es steht also Fortpflanzungsgeschwindigkeit, Wellenlänge und Wechselzahl zueinander in der Beziehung

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{\omega}{n}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Es wird später gezeigt werden, daß ω in den praktisch wichtigsten Fällen gleich der in 214 ermittelten Geschwindigkeit

$$\omega_0 = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec.},$$

demnach

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{n} \text{ cm} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

ist.

Mit Hilfe dieser Begriffe erhält man folgende Regel: Der Strom auf irgend einer Strecke einer Leitung darf als quasistationär betrachtet werden, wenn die Länge der Strecke sehr klein ist gegen die halbe Wellenlänge, welche der vorhandenen Wechselzahl nach Gl. (2) entspricht. Die Berechtigung und praktische Brauchbarkeit dieser Regel wird sich in Kapitel XVII ergeben.

In dem Beispiel in **a** oben liefert Gl. (2)

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{10^7} \text{ cm} = 30 \text{ m}.$$

In Stücken der Leitung also, deren Länge sehr klein gegen 30 m ist, kann der Strom bei $n = 10^7/_{sec.}$ als quasistationär betrachtet werden. Es folgt daraus auch, daß in dem Beispiel **211**, wo dieselbe Leitung aber in einer Länge von 20,2 m vorlag, die Annahme eines quasistationären Stromes auf der ganzen Leitung durchaus ungerechtfertigt wäre.

§ 1. Stromverteilung in zylindrischen Leitern.

228. Der Grund für die Ungleichförmigkeit der Strömung.

In **84** war vorausgesetzt worden, daß die Strömung in einem zylindrischen Leiter, wie ihn ein Draht darstellt, auf dem ganzen Querschnitt eines solchen gleichförmig ist. Tatsächlich kann diese Voraussetzung nicht streng erfüllt sein.

Ein Drahtkreis — Radius des Kreises R, des Drahtes r — werde in ein elektrisches Feld hineingebracht. Der Drahtradius r soll so klein sein, daß das elektrische Feld an allen Teilen desselben Drahtquerschnittes merklich dieselbe Intensität hat. Es ist dann die von dem äußeren elektrischen Feld herrührende EMK $\mathfrak{E}_a$ für alle die unendlich dünnen Fasern, in welche man sich den Draht zerlegt denken kann, dieselbe. Außerdem soll R gegen r so groß sein, daß kürzere Stücke des Drahtes als merklich geradlinig angesehen werden dürfen. Die Folge dieser Annahme ist:

(1) das Stromfeld im Draht ist aus Symmetriegründen ein zylindrisches, deshalb [29b]

(2) die Induktionslinien des magnetischen Felds, welches durch die Strömung erzeugt wird, sind im Draht und in unmittelbarer Nähe derselben Kreise, deren Achse die Drahtachse ist.

Aus einem solchen Draht, dessen Querschnitt in Fig. 375 stark vergrößert dargestellt ist, denke man sich wie in **122 b** zwei sehr dünne Röhren mit den Radien r_1 und r_2 und dem gleichen Quer-

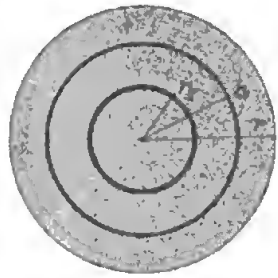


Fig. 375

schnitt q herausgeschnitten; i_1 bezeichne den Strom in Röhre r_1, i_2 denjenigen in Röhre r_2.

Ist dann die vom äußeren Feld herrührende EMK $\mathfrak{E}_a$ und demnach auch der Strom i_1 und i_2 konstant, so gilt

$$\left.\begin{aligned} i_1 w_1 &= \mathfrak{E}_a \\ i_2 w_2 &= \mathfrak{E}_a \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

(w_1, w_2 Widerstand der beiden Röhren).

Da nach **25 e**

$$w_1 = w_2 = \frac{2\pi R}{q \cdot \sigma}\ ^*) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

und nach **22 d**

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= q\,\mathfrak{S}_1\ ^*) \\ i_2 &= q\,\mathfrak{S}_2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

ist, so folgt aus Gl. (1)

$$\mathfrak{S}_1 = \mathfrak{S}_2,$$

d. h. bei stationärem Feld ist die Strömung in den beiden Röhren und, da deren Lage ganz willkürlich war, auf dem ganzen Querschnitt konstant.

Ist aber $\mathfrak{E}_a$ oszillatorisch, dann ist es auch die Strömung. Dann aber kommt in den beiden Röhren zu der äußeren EMK $\mathfrak{E}_a$ noch eine induzierte $\mathfrak{E}_{i_1}$ bezw. $\mathfrak{E}_{i_2}$ hinzu. Es bedeute Q_{m_1} bezw. Q_{m_2} den magnetischen Induktionsfluß durch die beiden Röhren in dem auf S. 200 (Fußnote **) auseinander gesetzten Sinne. Dann ist

$$Q_{m_2} = Q_{m_1} + Q_m,$$

*) σ = Leitvermögen des Materials, aus dem der Draht besteht; $\mathfrak{S}_1$ bezw. $\mathfrak{S}_2$ = Strömung im Abstand r_1 bezw. r_2 von der Drahtachse.

wenn unter Q_m der magnetische Induktionsfluß in dem Raum zwischen den beiden Röhren verstanden wird. Da

$$\mathfrak{S}_{i_1} = -\frac{1}{\nu} \cdot Q_m'_1,$$

$$\mathfrak{S}_{i_2} = -\frac{1}{\nu} \cdot Q_m'_2 = -\frac{1}{\nu} \cdot Q_m'_1 - \frac{1}{\nu} \cdot Q_m'$$

ist und jetzt an Stelle von Gl. (1)

$$i_1 w_1 = \mathfrak{S}_a + \mathfrak{S}_{i_1},$$

$$i_2 w_2 = \mathfrak{S}_a + \mathfrak{S}_{i_2} = \mathfrak{S}_a + \mathfrak{S}_{i_1} - \frac{1}{\nu} \cdot Q_m' \quad . \quad . \quad (4)$$

tritt, so wird schließlich

$$\frac{\mathfrak{S}_1}{\mathfrak{S}_2} = \frac{\mathfrak{S}_a + \mathfrak{S}_{i_1}}{\mathfrak{S}_a + \mathfrak{S}_{i_1} - \frac{1}{\nu} \cdot Q_m'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Es folgt daraus als allgemeines Ergebnis: Die Strömung in einem von Wechselstrom durchflossenen Draht muß in verschiedenen Abständen von der Drahtachse verschieden sein.

229. Einfluß der Permeabilität, des Leitvermögens und der Wechselzahl.

Aus 228 folgt, daß im vorliegendem Fall für die elektrische Strömung die Verhältnisse ebenso liegen wie unter den Voraussetzungen von 122 für den magnetischen Induktionsfluß. Es sind deshalb auch aus 228 Gl. (5) genau analoge Folgerungen zu ziehen wie dort. Es kann aus ihr in ganz ähnlicher Weise, wie es in 123 geschehen ist, abgeleitet werden, daß die Verteilung der Strömung auf dem Querschnitt umso ungleichförmiger wird, je größer das Produkt aus der Permeabilität und dem Leitvermögen des Drahtes und der Wechselzahl der Schwingung ist.

230. Formeln für die Stromverteilung.

Die vollständige Theorie[128]) liefert für die oszillatorische Strömung $\mathfrak{S}$ in leitenden Zylindern genau dieselben Beziehungen, wie sie in 124 ff. für den oszillatorischen Induktionsfluß $\mathfrak{M}$ in Eisenzylindern angegeben waren, und zwar stimmen die Beziehungen in beiden Fällen nicht nur bezüglich der Form, sondern auch bezüglich der Zahlfaktoren vollkommen überein.

a. Als allgemeines Ergebnis folgt aus der Theorie:

(1) Die Amplitude der Strömung ist am stärksten an der Oberfläche des Drahtes; sie nimmt nach dem Innern kontinuierlich ab.

(2) Gegenüber der Strömung an der Oberfläche ist die Strömung im Innern in der Phase verschoben, und zwar nimmt die Phasenverschiebung nach dem Innern kontinuierlich zu.

Zu (1) ist zu bemerken: Diese Erscheinung wird häufig als „*Skineffekt*" bezeichnet. Es ist aber nicht korrekt, zu sagen, die Strömung werde bei den Schwingungen an die Oberfläche gedrängt. Die Strömung an der Oberfläche ist bei Schwingungen nicht größer, sondern genau ebenso groß, als derselben EMK $\mathfrak{E}_a$ bei stationärem Strom entsprechen würde [S. 202 Fußnote].

b. Die Abnahme der Stromamplitude nach dem Innern hängt von der Permeabilität und dem Leitvermögen des Drahtes und der Wechselzahl der Schwingung nur insofern ab, als dadurch bestimmt wird der Betrag einer einzigen Größe

$$\left.\begin{aligned} \varkappa &= r\sqrt{\frac{\pi n \sigma \mu}{8 v^2}} \\ &= f \cdot r \sqrt{n}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

worin

$$\begin{aligned} f &= \sqrt{\frac{\pi \sigma \mu}{8 v^2}} \\ &= \pi \sqrt{\frac{\sigma \cdot \mu/\mu_0}{2}} \text{ C.G.S.} \end{aligned}$$

eine nur vom Material abhängige, aus Tabelle IV zu entnehmende Konstante und r den Drahtradius bezeichnet.

Die Abnahme der Stromamplitude von der Oberfläche nach dem Innern drückt sich durch eine einfache Beziehung nur in zwei Grenzfällen aus.

c. *I. Grenzfall:* $\varkappa^2$ groß gegen 1. Dann gilt für die Strömungsamplitude $\mathfrak{S}_\beta$ in der Tiefe β unter der Oberfläche im Verhältnis zur Strömungsamplitude $\mathfrak{S}_1$ an der Oberfläche

$$\frac{\mathfrak{S}_\beta}{\mathfrak{S}_1} = e^{-2\varkappa \cdot \frac{\beta}{r}}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Die Formel ist, wie die entsprechende in **125**, umso genauer, je größer $\varkappa$ ist; für die meisten Zwecke ausreichend ist die Genauigkeit von $\varkappa =$ ca. 6 an. Die Formel gibt aber stets nur die Stromverteilung in der Oberflächenschicht etwa bis zu einer Tiefe = 1 Zehntel des Radius*).

) Vgl. S. 204 Fußnote).

Es folgt aus ihr, wie in **125 d** näher auseinander gesetzt ist, daß im Gebiete der Gültigkeit dieser Formel die Amplitude der Strömung in einer bestimmten Tiefe stets um denselben Betrag abnimmt, welches auch der Drahtradius sei, daß aber, wenn man den ganzen Querschnitt in Betracht zieht, die Verteilung der Strömung unter sonst gleichen Umständen umso ungleichförmiger ist, je größeren Radius der Draht besitzt.

d. *II. Grenzfall:* $\varkappa$ beträchtlich kleiner als 1. Bezeichnet $\mathfrak{S}_\varrho$ die Strömungsamplitude im Abstand ϱ von der Achse, $\mathfrak{S}_2$ diejenige in der Achse, so gilt umso genauer, je kleiner $\varkappa$ ist

$$\frac{\mathfrak{S}_\varrho}{\mathfrak{S}_2} = 1 + \varkappa^4 \cdot \left(\frac{\varrho}{r}\right)^2, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

also für das Verhältnis der Strömungsamplitude an der Oberfläche zu derjenigen in der Achse

$$\frac{\mathfrak{S}_1}{\mathfrak{S}_2} = 1 + \varkappa^4. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3a)$$

e. Da die Formeln in **c** und **d** aus **228** Gl. (5) abgeleitet sind, so können sie nur so lange Gültigkeit haben, als die Voraussetzungen dieser Gleichung erfüllt sind. Unter diesen ist besonders wichtig die, daß der Drahtradius gegen den Krümmungsradius des Drahtes klein sein muß, so daß ein kürzeres Stück des Drahtes als merklich geradlinig angesehen werden kann. Nicht erfüllt ist diese Bedingung bei eng gewickelten Spulen. Ueber die Stromverteilung in solchen kann also aus den Gleichungen oben nichts entnommen werden.

Außerdem ist bei der Ableitung der Formeln in **c** und **d** aus **228** Gl. (5) die Annahme gemacht, daß die Schwingung ungedämpft sei. Tatsächlich ist ein Einfluß der Dämpfung auch auf die Stromverteilung vorhanden; er macht sich aber praktisch kaum geltend, da er erst bei sehr hohen Werten des Dekrements einen merklichen Wert erreicht [123]).

231. Beispiele.

a. *Kupferdrähte.* $\mathfrak{k} = 0{,}054$ (Tab. IV).

1. Bei der technischen Wechselzahl $n = 100/\text{sec}$ wird $\varkappa = 0{,}54\ r$.

Für ein Kabel von 1 cm Radius wird $\varkappa$ erst $= 0{,}54$. Auf Kabel bezw. Drähte von diesem Radius an abwärts dürfen also die Gl. (3) bezw. (3a) in **230** angewendet werden. Sie liefern

für ein Kupferkabel von 1 cm Radius

$$\frac{\mathfrak{S}_1}{\mathfrak{S}_2} = 1{,}08_5,$$

für einen Draht von 1 mm Radius

$$\frac{\mathfrak{S}_1}{\mathfrak{S}_2} = 1{,}000008_5.$$

Bei Drähten von einigen mm Radius ist der Unterschied zwischen der Strömungsamplitude an der Oberfläche und derjenigen im Innern vollkommen verschwindend; bei dicken Kupferkabeln — dickere

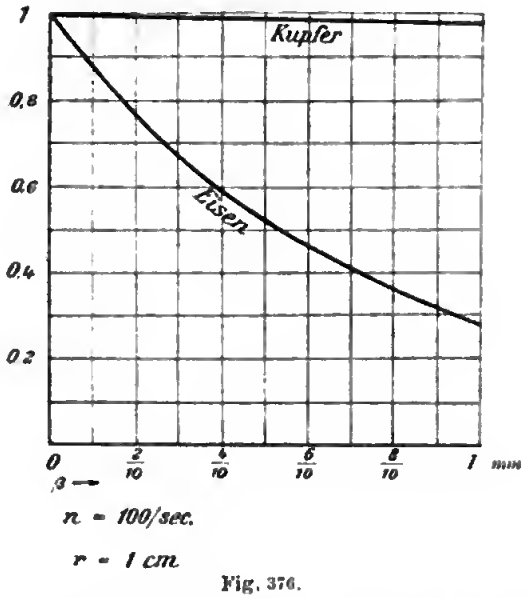


Fig. 376.

massive als von 2 cm Durchmesser dürften aber wohl kaum Verwendung finden — kann der Unterschied einige Prozente betragen. Die Abnahme der Stromamplitude von der Oberfläche nach dem Innern für ein Kupferkabel von 1 cm Radius ist in Fig. 376 dargestellt. Als Abszissen sind die Tiefen β unter der Oberfläche in Millimetern gewählt.

2. Bei den hohen Wechselzahlen, wie sie Kondensatorkreise liefern, liegen die Verhältnisse wesentlich anders. Nimmt man n nur $= 10^6/_{\text{sec.}}$, so wird schon für einen Draht von 1 mm Radius $x = 5{,}4$.

Es liegt also der Grenzfall I von 230 vor, und die Verteilung der Stromamplitude wird die in Fig. 377 dargestellte. Schon bei

10^6 Wechseln ist der Strom praktisch auf eine äußerst dünne Oberflächenschicht beschränkt. Noch mehr gilt dies bei

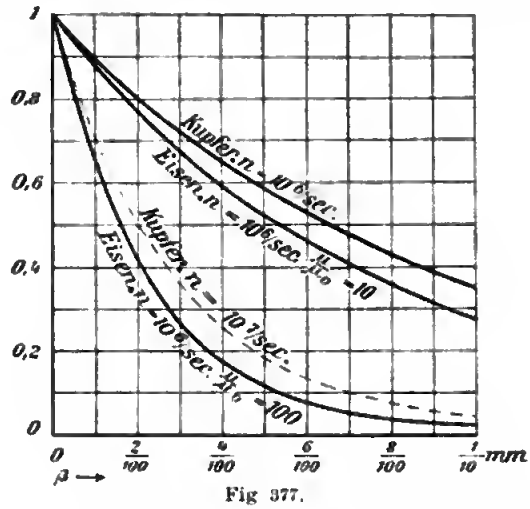


Fig. 377.

höheren Wechselzahlen; für $n = 10^7$ ist die Kurve in Fig. 377 gestrichelt eingezeichnet.

b. *Eisendrähte.*

(1) Im Gebiet der technischen Wechselzahlen $n = 100/\text{sec.}$ kann als mittlere Permeabilität von Eisen etwa $1000 \times \mu_0$ angenommen werden. Es wird dann

$$f = 0{,}65 \text{ (Tab. IV)},$$
$$\varkappa = 6{,}5 \cdot r.$$

Für ein Eisenkabel von 1 cm Radius wird die Stromverteilung diejenige von Fig. 376*): die Stromamplitude ist schon 0,5 mm unter der Oberfläche nur etwa halb so groß als an der Oberfläche.

Bei einem Draht von 1 mm Radius wird

$$\frac{\mathfrak{S}_1}{\mathfrak{S}_2} = 1{,}18$$

[vgl. **126a**].

Schon bei einem so dünnen Draht beträgt also der Unterschied der Stromamplitude an der Oberfläche und derjenigen in der Achse 18 %.

(2) Bei schnellen Schwingungen, $n = 10^6/\text{sec.}$, kann nicht derselbe Wert von f zu Grunde gelegt werden, da die Permeabilität

*) Die Kurve ist identisch mit der obersten Kurve in Fig. 212, da der Wert für $\frac{\mathfrak{S}_\beta}{\mathfrak{S}_1}$ von Gl. (2) in **230c** identisch ist mit dem für $\frac{\mathfrak{M}_\beta}{\mathfrak{M}_1}$ von **125** Gl. (1).

des Eisens bei so hohen Wechselzahlen sicher weit unter 1000 liegt. Man darf wohl als obere Grenze $100 \cdot \mu_0$, als untere $10 \cdot \mu_0$ annehmen [268 b]. Setzt man einen Draht von 1 mm Radius voraus, so wird für

$$\mu/\mu_0 = 100: \qquad \mathfrak{k} = 0{,}214, \qquad \varkappa = 21{,}4\,^{*}),$$
$$\text{„} \;\; = 10: \qquad \mathfrak{k} = 0{,}065, \qquad \varkappa = 6{,}5\,^{*}).$$

Die Stromverteilung für beide Fälle ist in Fig. 377 dargestellt. Vergleicht man sie mit der Kurve für Kupferdrähte bei derselben Wechselzahl, so sieht man, daß ein nicht unbedeutender Unterschied vorhanden ist. Er ist aber nicht so auffallend groß wie zwischen dicken Kabeln von Kupfer und Eisen bei langsamen Schwingungen (Fig. 376).

c. *Elektrolyte.* Ein Zylinder von 10 cm Radius, gefüllt mit maximal leitender Schwefelsäure, werde in der Richtung seiner Achse von einem Wechselstrom von 10^6 Wechseln in der Sekunde durchströmt. Nach Tab. IV ist $\mathfrak{k} = 6 \cdot 10^{-5}$, also

$$\varkappa = 0{,}6$$

und

$$\frac{\mathfrak{S}_1}{\mathfrak{S}_2} = 1{,}13.$$

Selbst bei so dicken Zylindern unterscheidet sich also die Strömung in der Achse von derjenigen an der Oberfläche nur um 13 %. Die Strömung ist also beinahe gleichmäßig über den ganzen Querschnitt verteilt.

232. Energieströmung.

a. In 226 ergab sich, daß in den stromführenden Draht während einer Schwingung fortgesetzt Energie einströme und in ihm vollkommen verbraucht werde. Es war dieses Resultat eine Folge der Annahme, daß die Strömung auf dem ganzen Drahtquerschnitt gleichphasig sei.

Tatsächlich trifft diese Annahme für Kupferdrähte nur bei den langsamen Schwingungen der Technik zu. Für diese gilt also auch das in 226 abgeleitete Resultat. Bei schnellen Schwingungen sind aber die Stromverhältnisse ganz andere als beim stationären Strom; die Strömung ist im Innern des Drahtes gegenüber derjenigen an der Oberfläche in der Phase verschoben. Daraus folgt, daß auch

*) $\sigma : \sigma_{Hg} = 8$ angenommen.

der Gesamtstrom i im Draht — d. h. die Elektrizitätsmenge, welche in der Sekunde den ganzen Drahtquerschnitt passiert — gegenüber der Strömung und damit der elektrischen Feldintensität E an der Oberfläche in der Phase verschoben ist. Gleichphasig mit dem Strom i ist aber die magnetische Feldintensität M an der Drahtoberfläche [32a]. Also muß zwischen E und M an der Drahtoberfläche eine Phasendifferenz bestehen, und es ist die Energieströmung $\Sigma = v \cdot EM$ [224c] durch die Drahtoberfläche das Produkt zweier nicht gleichphasiger oszillatorischer Größen. Die Kurve für Σ ist also von der Art der Kurve $\mathfrak{B}$ in Fig. 87. Σ hat während einer Periode nicht immer dasselbe Zeichen, es findet nicht andauernd ein Einströmen von Energie in den Draht hinein, sondern zeitweilig ein Ausströmen von Energie aus dem Draht heraus statt. Nicht die ganze Energie also, welche in den Draht von dem Außenraum hineinströmt, wird im Draht verbraucht.

b. Noch in anderer Beziehung sind aber die Verhältnisse bei schnellen Schwingungen verschieden von denjenigen bei stationärem Strom bezw. langsamen Schwingungen. Die magnetische Feldintensität M_ϱ im Abstand ϱ von der Achse ist

$$M_\varrho = \frac{1}{2\pi v} \cdot \frac{i_\varrho}{\varrho} \quad [32a],$$

wenn i_ϱ den Gesamtstrom eines mit dem Draht koaxialen Zylinders vom Radius ϱ bedeutet. Bei gleichförmiger Strömung $\mathfrak{S}$ wird

$$M_\varrho = \frac{1}{2v} \cdot \varrho \mathfrak{S} \quad [32a],$$

d. h. es ist in jedem Abstand von der Achse ein merkliches magnetisches Feld vorhanden. Da in diesem Falle die elektrische Feldintensität in jedem Abstand von der Achse gleich ist, so folgt, daß bei stationärem Strom oder langsamen Schwingungen ein merklicher Betrag von Energie bis in die innersten Teile des Drahtes gelangt.

Bei schnellen Schwingungen ist aber nach **231a** die Strömung praktisch auf eine dünne Oberflächenschicht beschränkt. Schon in sehr geringer Tiefe unter der Oberfläche ist die elektrische und magnetische Feldintensität und demnach auch die Energieströmung unmerklich. Hier also dringt die Energie, welche von dem Außenraum in den Draht einströmt, nur in eine sehr dünne Oberflächenschicht ein. In die tiefer im Innern des Drahtes gelegenen Partien gelangt ein merklicher Betrag der Energie überhaupt nicht, sie bleiben

von den Vorgängen, die sich während der Schwingung im Außenraum abspielen, vollkommen unberührt.

Man hat diese Erscheinung häufig von dem Gesichtspunkt aus betrachtet, daß die äußersten Schichten des Drahtes die inneren gegen die Einwirkung der Schwingungen im Außenraum schützen, und auch dieser Erscheinung*) den Namen „Schirmwirkung" gegeben.

§ 2. Widerstand und Selbstinduktionskoeffizient bei schnellen Schwingungen.

233. Widerstand eines Drahtes bei oszillatorischem Strom.

In dem Falle, den die Kurven in Fig. 377 darstellen, ist tatsächlich von einem merkbaren Strom durchflossen nur ein äußerst dünner Zylinder, keineswegs der ganze Draht. Es ist deshalb von vornherein wahrscheinlich, daß für die Wärmeentwicklung einer solchen Strömung eher der Querschnitt dieses Zylinders als derjenige des ganzen Drahtes in Betracht kommt, daß also die Wärmeentwicklung durch die Stromverteilung bedingt sei. Wie die Wärmeentwicklung mit der Stromverteilung zusammenhängt, kann elementar nicht gezeigt werden. Die Theorie[128]) ergibt darüber das folgende.

a. Auch bei oszillatorischem Strom ist der Wärmeeffekt L_w im Durchschnitt einer Anzahl voller Perioden ∞ dem Mittelwert von i^2, es kann also

$$L_w = \mathfrak{w} \cdot i_{eff}^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

gesetzt werden. Darin stellt $\mathfrak{w}$ einen Proportionalitätsfaktor dar, der für die Wärmeentwicklung oszillatorischer Ströme dieselbe Rolle spielt wie der Widerstand w für die Wärmeentwicklung stationärer Ströme. Es soll $\mathfrak{w}$ nach dem Vorgang von Lord Kelvin „der *effektive* Widerstand des Drahtes für die betreffende Wechselzahl" oder einfach „der Widerstand für die betreffende Wechselzahl" heißen.

b. Für diesen effektiven Widerstand $\mathfrak{w}$ im Verhältnis zum Widerstand w bei stationärem Strom gelten genau dieselben Beziehungen, die in 127 für den effektiven magnetischen Widerstand $\mathfrak{w}_m$ von Eisenzylindern im Verhältnis zum magnetischen Widerstand w_m bei stationärem Feld festgestellt wurden:

(1) Der effektive Widerstand $\mathfrak{w}$ eines Drahtes für oszillatorischen Strom ist stets größer als derjenige w für konstanten.

*) Vgl. S. 21 Fußnote und 119 b.

(2) Das Verhältnis $\mathfrak{w} : w$ hängt von der Stromverteilung ab. Er ist umso größer, je ungleichförmiger der Strom verteilt ist, je größer also [230b] der Wert der Größe $\varkappa$ ist, in welcher der Einfluß der Permeabilität, des Leitvermögens und des Radius des Drahtes und der Wechselzahl der Schwingung konzentriert ist.

c. Die Formeln, welche die Theorie für das Verhältnis von $\mathfrak{w} : w$ ergibt, sind einfach nur in den beiden in **230c** und **d** besprochenen Grenzfällen

(1) $\varkappa$ groß gegen 1:

Dann ist umso genauer, je größer $\varkappa$ ist:

$$\mathfrak{w} = \varkappa \,.\, w^{*}). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

(2) $\varkappa$ beträchtlich kleiner als 1:

Dann ist umso genauer, je kleiner $\varkappa$ ist:

$$\mathfrak{w} = w \left(1 + \frac{\varkappa^4}{3}\right)^{*}). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Liegt der Wert von $\varkappa$ in einem Gebiet, wo keiner von beiden Grenzfällen zutrifft, so ist das Verhältnis $\mathfrak{w}/w$ aus den Kurven A der Tabelle V am Schluß des Buches zu entnehmen**); in diesen Kurven ist der Wert von $\mathfrak{w}/w$ für die verschiedenen Werte von $\varkappa$ in diesem Gebiete angegeben.

Für Kupferdrähte ist außerdem der effektive Widerstand bei Wechselzahlen zwischen $8 \,.\, 10^5$ und $10^7/_{\text{sec.}}$ in der Tab. VI am Schluß des Buches berechnet.

d. Die angegebenen Beziehungen sind wie diejenigen in **230** unter der Voraussetzung entwickelt, (1) daß der Draht geradlinig, und (2) die Schwingung ungedämpft ist. Sie gelten noch sehr annähernd für Drähte, deren Radius klein ist gegen den Krümmungsradius ihrer Achse, und für schwach gedämpfte Schwingungen. Sie dürfen aber nicht auf beliebig gekrümmte Drähte, insbesondere eng gewickelte Spulen [238] und nicht auf beliebig stark gedämpfte Schwingungen [237] angewandt werden.

Andererseits ist die Voraussetzung des ganzen Kapitels X, daß der Strom auf dem ganzen Stromkreis quasistationär ist, nicht

*) Eine Genauigkeit von ca. 5 % liefert die Formel (3) für $\varkappa = 5$, die Formel (4) für $\varkappa = 0{,}65$. Für $\varkappa = 3$ ist der Fehler, den man bei Verwendung von Formel (3) begeht, = ca. 10 %.

**) Statt dessen kann im Gebiete $\varkappa = 1$ bis $\varkappa = 10$ die Näherungsformel $\mathfrak{w}/w = 0{,}997\,\varkappa + 0{,}277$ benützt werden[130]).

sehr wesentlich. Ob auf einer Strecke der Strom als quasistationär betrachtet werden darf, hängt unter sonst gleichen Umständen von der Länge der Strecke ab [227]. Für genügend kurze Strecken kann der Strom immer als annähernd quasistationär angesehen werden und es gelten dann für eine solche Strecke wenigstens noch annähernd die Beziehungen, welche in 227 u. f. für den ganzen Stromkreis entwickelt wurden.

234. Beispiele.

a. *Kupferdrähte.*

(1) Technische Wechselzahlen: $n = 100_{/sec.}$

Es ist bei einem Drahtradius von

$$1\text{ cm}: \quad \varkappa = 0{,}54, \quad \mathfrak{w} : w = 1{,}028,$$
$$1\text{ mm}: \quad \varkappa = 0{,}054, \quad \mathfrak{w} : w = 1{,}000\,0028.$$

Bei dicken Kupferkabeln also, deren Radius ca. 1 cm ist, kann der effektive Widerstand für technischen Wechselstrom bis etwa 3% größer sein als für stationären Strom. Bei Kupferdrähten ist aber der Unterschied so gering, daß es sehr schwierig wäre, ihn auch nur mit Sicherheit festzustellen.

(2) Schnelle Schwingungen: $n = 10^6{}_{/sec.}$

Für einen Draht von 1 mm Radius wird $\varkappa = 5{,}4$, $\mathfrak{w}/w = 5{,}7$. Der Widerstand ist also schon bei 10^6 Wechseln und 1 mm Radius beinahe sechsmal so groß als bei stationärem Strom oder langsamen Schwingungen. Schon dieses Beispiel und noch mehr ein Vergleich der Werte in der Tabelle VI am Schluß des Buches zeigt, daß es sich bei dem Einfluß der Wechselzahl auf den Widerstand nicht etwa um eine kleine Korrektion an dem Werte für stationären Strom handelt, sondern daß der Widerstand für schnelle Schwingungen unter Umständen von ganz anderer Größenordnung werden kann als der für stationären Strom.

b. *Eisendrähte.*

(1) Technische Wechselzahlen: $n = 100_{/sec.}$

Es ist unter der Annahme $\mu/\mu_0 = 1000$ $\sigma/\sigma_{Hg} = 8$ für

$$r = 1\text{ cm}: \quad \varkappa = 6{,}5, \quad \mathfrak{w} : w = 6{,}8,$$
$$r = 1\text{ mm}: \quad \varkappa = 0{,}65, \quad \mathfrak{w} : w = 1{,}06.$$

Für Eisenkabel von ca. 1 cm Radius würde schon bei den technischen Wechselzahlen der effektive Widerstand ca. siebenmal größer

als der Widerstand bei stationärem Strom. Da er schon bei stationärem Strom ca. siebenmal größer ist als bei Kupferkabeln desselben Durchmessers, so würde ein Eisenkabel bei Wechselstrom einen 40—50mal größeren effektiven Widerstand besitzen als ein Kupferkabel derselben Dimensionen.

Die Zahl für den Draht von 1 mm Radius zeigt aber, daß auch schon dünne Eisendrähte bei den technischen Wechselzahlen einen um einige Prozente höheren Widerstand besitzen als bei stationärem Strom. Noch mehr gilt das von den Strömen, wie sie in Telephonleitungen vorkommen, deren Wechselzahl einige Tausend betragen kann. Nimmt man $n = 4000$ an, so wird $\varkappa = 4{,}1$ und $\mathfrak{w}/w = 4{,}4$ für einen Draht von 1 mm Radius. Der Widerstand ist also bedeutend höher als bei stationärem Strom und es sind deshalb *Eisen*drähte für Telephonleitungen noch bedeutend weniger günstig als für Telegraphenleitungen.

(2) Schnelle Schwingungen: $n = 10^6/_{sec.}$

Es wird für $r = 1$ mm und

$$\mu/\mu_0 = 100: \quad \varkappa = 21{,}4, \quad \mathfrak{w}/w = 21{,}4,$$
$$\mu/\mu_0 = 10: \quad \varkappa = 6{,}5, \quad \mathfrak{w}/w = 6{,}8.$$

Zwischen beiden Grenzen liegen aller Wahrscheinlichkeit nach [268b] die Werte für weiche Eisendrähte. Der Unterschied zwischen dem effektiven Widerstand und dem Widerstand bei stationärem *Feld* ist also größer als bei Kupferdrähten, aber im Einklang mit dem in 231b festgestellten nicht so groß, als nach den Verhältnissen bei langsamen Schwingungen zu erwarten wäre.

c. *Elektrolyte.* Für den in 231c besprochenen Zylinder von 10 cm Radius mit maximal leitender Schwefelsäure wird noch bei $n = 10^6/_{sec.}$ $\mathfrak{w}/w = 1{,}04$, für einen Zylinder von nur 1 cm Radius wird unter sonst gleichen Umständen $\mathfrak{w}/w = 1{,}000\,004$ und selbst noch bei $n = 10^8/_{sec.}$ $\mathfrak{w}/w = 1{,}04$.

Der Widerstand von Elektrolyten ist also bei schnellen Schwingungen merklich derselbe wie bei konstantem Strom. Glasröhren mit Elektrolyten gefüllt (Lösung von H_2SO_4, $CuSO_4$, $ZnSO_4$) sind demnach als bequeme, von der Wechselzahl unabhängige Widerstände zu gebrauchen. Es ist nur darauf zu achten, daß die Elektroden, die man zum Regulieren des Widerstands am besten verschiebbar einrichtet, bei kleinen Abständen als Kondensatoren von nicht unbeträchtlicher Kapazität wirken können.

235. Praktische Folgen.

a. Für nicht zu dünne Kupferdrähte [**231a**] gilt bei Wechselzahlen von der Größenordnung 10^6 und darüber die Formel **233** Gl. (3)

$$\mathfrak{w} = \varkappa \,.\, w.$$

Da $w \backsim \frac{1}{r^2}$ [**25b**] ist, $\varkappa \backsim r$ [**230b**], so wird $\mathfrak{w} \backsim \frac{1}{r}$. Der effektive Widerstand von Kupferdrähten bei schnellen Schwingungen nimmt mit Vergrößerung des Drahtradius r ab wie $\frac{1}{r}$, nicht wie $\frac{1}{r^2}$; er ist umgekehrt proportional der Drahtoberfläche, nicht dem Drahtquerschnitt, was nach **231a** (2) leicht verständlich ist. Vergrößerung des Drahtradius hat also längst nicht dieselbe Wirkung wie bei stationärem Strom.

Es läßt sich daraus leicht ableiten, daß es bei schnellen Schwingungen günstiger ist, statt eines einzigen dicken Drahts mehrere parallel geschaltete dünnere von zusammen demselben Querschnitt zu verwenden, während bei stationärem Strom der Widerstand in beiden Fällen derselbe ist. Vorausgesetzt ist aber, daß man die Drähte so anordnet, daß der Strom in allen Zweigdrähten derselbe ist.

b. Da bei einigermaßen großen Wechselzahlen, gut leitenden, genügend dicken Drähten nach **231a** fast der ganze Innenraum des Drahtes praktisch stromlos ist, so ist anzunehmen, daß es gleichgültig ist, in welcher Weise dieser Innenraum ausgefüllt ist. Daraus folgt: der effektive Widerstand von Metallröhren muß merklich derselbe sein wie der eines massiven Drahts von demselben Radius, wenn nur die Wandstärke der Röhre so groß ist, daß die Innenwandung der Röhre schon praktisch stromlos ist[131]). Man kann also beim Arbeiten mit Schwingungen von 10^6 und mehr Wechseln statt Kupferdrähten ebensogut Kupferröhren verwenden, wenn ihre Wandstärke nur einige Zehntelmillimeter [**231a**] beträgt.

c. Dieselbe Ueberlegung zeigt aber, daß es unter Umständen nicht unbedenklich ist, Drähte mit dem Ueberzug eines anderen Metalls zu benützen. Praktisch kommen hauptsächlich in Betracht verzinnte Kupferdrähte, die in der Technik vielfach verwendet werden. Bei genügend großer Wechselzahl verläuft fast der ganze Strom im Zinn und nicht im Kupfer, selbst dann, wenn der Zinnüberzug nur einige Hundertelmillimeter stark ist. Für schnelle Schwingungen kann also der Widerstand derartiger verzinnter Kupferdrähte ganz erheblich

größer sein als von unverzinnten, während bei stationärem Strom oder langsamen Schwingungen der Unterschied zwischen verzinnten und unverzinnten nicht merklich ist. V. Bjerknes[132]) hat in der Tat experimentell nachgewiesen, daß verzinkte Kupferdrähte bei schnellen Schwingungen einen bedeutend höheren effektiven Widerstand haben als unverzinkte.

Andererseits aber muß es möglich sein, den effektiven Widerstand von Eisen- und Stahldrähten, die nach **234b** für schnelle Schwingungen sehr wenig geeignet sind, dadurch bedeutend herabzudrücken, daß man sie mit einem Kupferüberzug versieht. Sie müssen dann merklich den effektiven Widerstand von Kupferdrähten haben. Der Versuch hat das durchaus bestätigt. V. Bjerknes[132]) fand, daß bei einem Eisendraht von 0,5 mm Durchmesser und einer Wechselzahl von ca. $2 \cdot 10^8$ sec. ein Kupferüberzug von 0,028 mm Dicke genügt, um ihm den effektiven Widerstand von Kupferdrähten zu geben.

236. Experimentelle Darstellung der Widerstandsvermehrung bei Schwingungen.

a. Daß bei Schwingungen der Widerstand eines Drahtes ein ganz anderer sein kann als bei stationärem Strom, kann in folgender Weise (Fig. 378) experimentell nachgewiesen werden. Man bringe zwei Drähte von verschiedenem Material, aber möglichst gleichem Widerstand als Hitzdrähte in zwei möglichst gleiche Hitzdrahtthermometer H_1 und H_2 der in Fig. 42 abgebildeten Form. Beide Hitzdrähte werden hinter einander geschaltet und können durch eine Wippe entweder an die Pole eines galvanischen Elementes A oder an einen Drahtkreis K angelegt werden, in welchem durch einen Kondensatorkreis CK eine EMK hoher Wechselzahl induziert wird. Wird die Wippe so gelegt, daß der konstante Strom des Elements A durch die beiden Hitzdrähte durchgeht, so ist der Ausschlag an beiden Instrumenten merklich derselbe. Wird aber die Wippe umgelegt, so ist dies *nicht* mehr der Fall, da jetzt die Erwärmung der Hitzdrähte nicht dem Widerstand bei stationärem Strom, sondern dem effektiven Widerstand bei der betreffenden Schwingung proportional ist und dieser im allgemeinen bei Drähten verschiedenen Materials verschieden ist.

Um für Demonstrationszwecke den Unterschied möglichst auffallend zu machen, empfiehlt es sich, für einen der beiden Hitzdrähte ein Material mit sehr kleinem f — nach Tab. IV Platin, Konstantan, Nickelin —, für den anderen ein Material mit möglichst großem f — Kupfer oder Eisen — zu wählen.

Ein Versuch mit einem Hitzdraht aus Platin und einem aus Eisen ergab z. B.:

bei stationärem Strom:

Instrument mit	Platindraht . . .	10 Skalenteile
„ „	Eisendraht . . .	10,5 „

bei Schwingungen ($n = ca.\ 2 . 10^7/_{sec.}$)*):

Instrument mit	Platindraht . . .	10 „
„ „	Eisendraht . . .	110 „

Der Versuch zeigte also in frappanter Weise, wie viel der effektive Widerstand des Eisendrahtes größer ist als derjenige des Platindrahts.

b. Eicht man die beiden Hitzdrahtinstrumente mit Gleichstrom [**43a**], so können Messungen der angegebenen Art dazu dienen, das Verhältnis $w_1/w_1 : w_2/w_2$ zu bestimmen, worin unter w_1 bezw. w_2 die effektiven Widerstände der beiden Hitzdrähte, unter w_1 und w_2 ihre Widerstände für stationären Strom verstanden sind. Erhält man nämlich in dem Versuch a_1 Skalenteile des ersten Instruments, a_2 des zweiten, und entsprechen diese a_1 Skalenteile dem stationären Strom i_1, die a_2 Skalenteile dem Strom i_2, so ist [**43**]

$$\frac{w_1/w_1}{w_2/w_2} = \frac{i_1^2}{i_2^2}. \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Ist w_2/w_2 berechnet [**233c**] oder nicht wesentlich von 1 verschieden — das traf in dem Versuch **a** bei dem Platindraht zu —, so folgt daraus das Verhältnis des effektiven Widerstandes w_1 zu dem Widerstand w_1 desselben Drahtes für konstanten Strom. Durch Abänderung der Kapazität (c_1, c_2) der Leidener Flaschen C_1

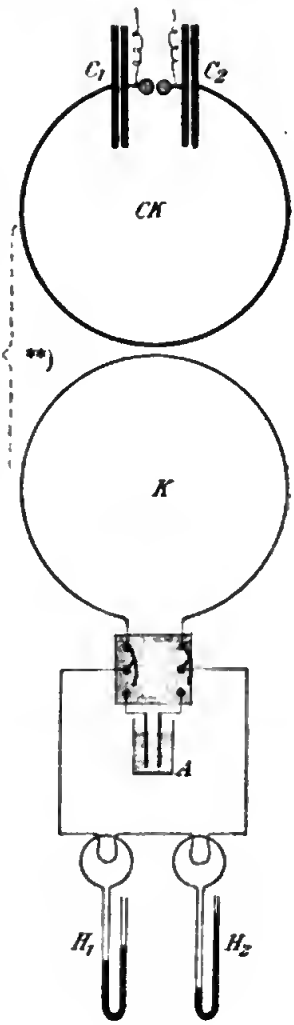


Fig. 378.

*) Es war $c_1 = 0{,}345 . 10^{-3}$, $c_2 = 0{,}335 . 10^{-3}$ Mikrofarad, $p = ca.\ 1200$ C.G.S.

**) Eine solche Klammer bedeutet hier und in der Folge, daß die beiden Stromkreise auf einander induzieren.

und C_2 (Fig. 378), kann dieses Verhältnis leicht für sehr verschiedene Wechselzahlen ermittelt werden.

Für den in dem Versuch a verwendeten Eisendraht ergab sich z. B.:

$$n = 2{,}2 : 10^7/\text{sec.}, \quad w_1/w_1 = 13{,}6,$$
$$n = 8{,}7 : 10^6/\text{sec.}^*), \quad w_1/w_1 = 9{,}5.$$

c. Von besonderem Interesse sind derartige Messungen bei Eisendrähten. Aus dem Verhältnis w_1/w_1 folgt nämlich mit Hilfe der Kurven V am Schluß des Buches oder der Formeln in **233c** die Größe $\varkappa$ und bei bekanntem Drahtradius und bekannter Wechselzahl die Größe $\mathfrak{k}$ für den betreffenden Eisendraht. Ist das Leitvermögen σ des Drahtes bestimmt, so ergibt sich aus

$$\mathfrak{k} = \pi \sqrt{\frac{\sigma \cdot \mu_1 \mu_0}{2}} \quad [230b]$$

die Permeabilität μ_1/μ_0 des Eisendrahtes**) für die betreffende Wechselzahl.

Die Zahlen in b liefern für

$$n = 2{,}2 \cdot 10^7/\text{sec.} : \frac{\mu_1}{\mu_0} = 167,$$
$$n = 8{,}7 \cdot 10^6/\text{sec.} : \quad " \quad = 211.$$

Tatsächlich geben aber derartige Messungen für die Permeabilität nur eine obere Grenze, nicht den Wert dieser Permeabilität selbst. Sie sind nur angeführt, weil sie zeigen, daß die Permeabilität von Eisendrähten bei schnellen Schwingungen jedenfalls weit unter dem Werte bei stationärem Feld liegt. Der Grund, daß aus derartigen Messungen der Wert der Permeabilität nicht entnommen werden kann, liegt darin, daß die Voraussetzungen der Gl. (1) in b bei Eisendrähten nicht erfüllt sind. Es ist bei dieser Gleichung vorausgesetzt, daß die in dem Hitzdrahtinstrument H_1 pro Sekunde entwickelte Wärmemenge $= w_1 i_{\text{eff}}^2$, also = der Jouleschen Wärme allein ist. Allein es verläuft ein Teil des vom Strom hervorgerufenen magnetischen Felds in Eisen. Es muß also auch hier [vgl. **104**] die Hysteresis des Eisens zu einer Wärmeentwicklung führen, die in dem Ausschlag des Hitzdrahtinstrumentes mit der Jouleschen Wärme zusammen zur Beobachtung kommen muß [133]).

*) $c_1 = 2{,}11 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad, $c_2 = 2{,}27 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad, $p = 1200$ *C.G.S.*

**) Bei dem Versuch war der Radius des Eisendrahts $r = 0.113$ mm; $\sigma = 7{,}8 \cdot 10^{-5}$ C.G.S.

237. Einfluß der Dämpfung auf den effektiven Widerstand.

Die Beziehungen von **233** für den effektiven Widerstand von Drähten erleiden eine kleine Aenderung, wenn die Schwingungen gedämpft sind.

a. Die von E. H. Barton entwickelte Theorie [129]) zeigt, daß auch dann der Wärmeeffekt L_w im Durchschnitt einer Anzahl ganzer Perioden proportional dem Mittelwert von i^2 ist (i = Gesamtstrom im Draht). Man kann also setzen:

$$L_w = w_\delta \cdot i_{eff}^2$$

und unter w_δ den effektiven Widerstand des Drahtes für die betreffende Wechselzahl und Dämpfung verstehen.

b. Bezüglich dieses Widerstandes w_δ folgt aus der Theorie, daß im Gebiete des Grenzfalles I von **230**, d. h. wenn die Größe $\varkappa$ groß ist gegen 1, w_δ proportional ist w, dem effektiven Widerstand bei einer ungedämpften Schwingung derselben Wechselzahl, also:

$$w_\delta = a \cdot w.$$

Die Konstante $a = w_\delta/w$ ist von der Wechselzahl unabhängig, nur durch die Größe des Dekrements $\mathfrak{d}$ der Schwingung bestimmt, und zwar ist

$$a = [2s^2]^{1/2} \cdot \cos\frac{\vartheta}{2},$$

worin

$$s = \sqrt{1 + \left(\frac{\mathfrak{d}}{2\pi}\right)^2}$$

$$\operatorname{cotg}\vartheta = \frac{\mathfrak{d}}{2\pi}$$

gesetzt ist*).

Der Wert des Verhältnisses $a = w_\delta/w$ kann aus der Kurve VII am Schluß des Buches entnommen werden. Ein Blick auf diese Kurve zeigt, daß der Einfluß der Dämpfung sich erst bei ziemlich beträchtlichen Werten des Dekrements bemerkbar macht; 5% beträgt der Unterschied zwischen w_δ und w erst bei $\mathfrak{d} = 0{,}5$ entsprechend einem Amplitudenverhältnis [Tab. XVI] von 1,65.

*) Für sehr kleine Werte von $\mathfrak{d}$ folgt aus diesen Gleichungen

$$a = 1 + \frac{\mathfrak{d}}{4\pi}.$$

238. Effektiver Widerstand von Spulen.

a. Daß die Formeln von **233** für eng gewickelte Spulen nicht gelten [vgl. **233d**], kann mit der Anordnung von Fig. 378 einfach nachgewiesen werden. Man nehme zwei Drähte derselben Länge, desselben Materials und von demselben Querschnitt, wickle den einen als enge Spirale, lasse den anderen geradlinig und bringe beide als Hitzdrähte in die zwei Hitzdrahtthermometer der Anordnung Fig. 378. Den Hitzdrahtinstrumenten gibt man am besten die Form Fig. 43. Man reguliert die Verhältnisse so ein*), daß das Hitzdrahtinstrument mit dem geraden Draht denselben Ausschlag gibt, ob man den konstanten Strom des Elementes A oder den schnellen Wechselstrom, der durch den Kondensatorkreis CK induziert wird**), durch die beiden Hitzdrahtinstrumente hindurchschickt.

Würden die Formeln von **233** gelten, so müßte auch das Hitzdrahtinstrument mit der Spirale in beiden Fällen denselben Ausschlag geben, da der effektive Widerstand einer Spule sich von dem effektiven Widerstand eines geraden Drahtes derselben Länge, desselben Querschnitts und Materials bei derselben Wechselzahl nicht unterscheiden sollte. Tatsächlich zeigt der Versuch aber, daß das Instrument mit der Spirale bei den Schwingungen einen bedeutend höheren Ausschlag gibt als bei Gleichstrom. Daraus muß geschlossen werden, daß der effektive Widerstand einer Spirale verschieden ist von demjenigen eines gleichen aber geraden Drahts.

b. Das Verhältnis des effektiven Widerstands w_s einer Spirale zu demjenigen w eines gleichen geraden Drahts ist von Battelli und Magri[109]) für einige Spulen mit einer Methode, die im Prinzip von der in **a** angegebenen nicht verschieden war, bestimmt worden. Es ergab sich, daß $w_s : w$

(1) immer größer ist als 1, daß also der effektive Widerstand einer Spirale denjenigen eines gleichen geraden Drahtes übersteigt,

(2) umso größer ist, je größer die Wechselzahl der Schwingung***)

*) Durch Vorschalten von Widerstand vor das Element oder Aehnliches.

**) Unter Umständen ist es günstiger, die Schaltung in Fig. 378 so umzuändern, daß der Strom des Kondensatorkreises CK direkt durch die beiden Hitzdrahtinstrumente geht.

***) Sie fanden z. B. bei einer Spule (Drahtdurchmesser 0,78 mm, Spulendurchmesser 1,52 cm, 220 Windungen, Länge der Spulenachse 36,8 cm) bei

n	$= 4{,}65 \cdot 10^5$/sec.	$6{,}7 \cdot 10^5$/sec.	$9 \cdot 10^5$/sec.
$\frac{w_s}{w} =$	1,96	2,15	2,17.

ist, aber bei schnellen Schwingungen nur sehr wenig mit der Wechselzahl wächst,

(3) umso größer ist, je kleiner unter sonst gleichen Umständen die Ganghöhe der Spule ist*).

Daß sich schon bei so langsamen Schwingungen als Verhältnis von $w_s : w$ Zahlen in der Nähe von 2 ergeben können, zeigt, daß es sich auch bei dem Einfluß der spiraligen Form auf den effektiven Widerstand nicht nur um eine kleine Korrektion an dem Werte für gerade Drähte handelt. Die Formeln von 233 versagen für eng gewickelte Spiralen vollkommen. Will man ihren effektiven Widerstand kennen, so ist man auf eine experimentelle Bestimmung angewiesen, da zur Zeit eine für alle Fälle genügende theoretische oder systematische experimentelle Behandlung des Gegenstands fehlt [134]).

c. Der Grund, weshalb der Widerstand von Spulen ein anderer ist als derjenige von geraden Drähten, ist der folgende. Denkt man sich den Draht in einzelne, der Drahtachse parallele Fäden zerlegt, so ist beim geraden Draht der magnetische Induktionsfluß durch diejenigen Fäden, welche denselben Abstand von der Drahtachse haben, gleich und infolge davon [228] die Stromverteilung symmetrisch zur Achse. Bei Spulen dagegen ist der magnetische Induktionsfluß auch für solche Fäden verschieden, welche denselben Abstand von der Drahtachse besitzen; demnach ist auch die Strömung nicht mehr symmetrisch zur Drahtachse, sondern tatsächlich an der Innenseite der Spule größer als an der Außenseite.

Man kann diese Asymmetrie in der Stromverteilung vermeiden und den effektiven Widerstand von Spulen wesentlich reduzieren, wenn man statt der massiven Drähte Litzen aus dünnen, voneinander isolierten Drähten verwendet und den Drähten einen Drall gibt, so daß jeder Draht ebenso oft an die Innen- als an die Außenseite der Spule zu liegen kommt [134]).

239. Selbstinduktionskoeffizient bei Schwingungen.

Die Theorie [128]) zeigt, daß die Energie, welche dem Stromkreis vom magnetischen Feld während einer ganzen Anzahl Perioden ent-

*) Eine Versuchsreihe lieferte z. B.:

Anzahl Windungen pro Zentimeter =	2,42	3,82	6,22	7,52
$\frac{w_s}{w}$ =	1,30	1,70	1,89	2,37.

nommen und wieder an ihn zurückgegeben wird, $\sim i_0^2$ ist, daß also der Energieaustausch in einer Sekunde

$$= n \cdot \frac{1}{2} p i_0^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

gesetzt werden kann. Da in diesem Ausdruck der Proportionalitätsfaktor p genau dieselbe Rolle spielt, wie der Selbstinduktionskoeffizient p bei langsam veränderlichem Strom [**114a**], so soll p der Selbstinduktionskoeffizient des Stromkreises für die betreffende Schwingung heißen.

a. Bezüglich dieses Selbstinduktionskoeffizienten gilt allgemein folgendes. Das magnetische Feld eines in einem zylindrischen Draht fließenden Stromes wird zweckmäßig in zwei Teile zerlegt [vgl. **34a**], das magnetische Feld außerhalb des Drahtes und dasjenige im Draht selbst. Der Beitrag des ersten Feldes zum Selbstinduktionskoeffizienten sei p_0, derjenige des zweiten $= p_i$, so daß also

$$p = p_0 + p_i \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

geschrieben werden kann.

Außerhalb des Drahtes ist nun das magnetische Feld genau dasselbe, ob im Draht ein gleichförmiges oder ein zylindrisches Stromfeld vorhanden ist [**29b** und **32a**]. Der Anteil p_0 des Selbstinduktionskoeffizienten muß demnach bei oszillatorischem Strom derselbe sein wie bei konstantem. Voraussetzung dabei ist aber [**83**], (1) daß keine Leiter sich in der Nähe des Stromkreises befinden, (2) daß die Wechselzahl nicht so hoch ist, daß das induzierte elektrische Feld [**83a**] eine merkbare Wirkung ausübt. Beide Voraussetzungen sollen zutreffen.

Der Anteil p_i, den das Feld im Innern des Drahts zu dem Selbstinduktionskoeffizienten beisteuert, hängt von der Stromverteilung im Draht ab. Er muß also bei oszillatorischem Strom anders sein als bei stationärem, da nach **232b** auch das magnetische Feld im Draht bei oszillatorischem Strom verschieden ist von demjenigen bei stationärem Strom.

b. Schon daraus kann geschlossen werden, daß der Selbstinduktionskoeffizient p für Schwingungen zu demjenigen p bei konstantem Strom in einem wesentlich anderen Verhältnis steht als der Widerstand $\mathfrak{w}$ bei oszillatorischem Strom zu demjenigen w bei stationärem Strom.

(1) Während der Widerstand bei Schwingungen stets größer ist als derjenige bei stationärem Strom [**233b**], ist der Selbstinduktions-

koeffizient bei oszillatorischem Strom stets kleiner als derjenige bei konstantem Strom. In dem Grenzfall I [230c], wo die Strömung nur auf eine ganz dünne Oberflächenschicht beschränkt ist, ist das leicht verständlich. Hier ist ein Feld mit merklicher Energie im Draht nicht vorhanden [232b]. Es ist also in diesem Fall die Energie des magnetischen Felds bei oszillatorischem Strom notwendig kleiner als diejenige bei demselben stationären Strom, und zwar kleiner um die Energie des magnetischen Felds, das bei konstantem Feld im Innern des Drahts vorhanden ist. Aber auch wenn dieser Grenzfall nicht vorliegt, kann elementar gezeigt werden, daß bei jeder zylindrischen Stromverteilung, bei welcher die Strömung von der Oberfläche nach dem Innern abnimmt [230a], die Energie des magnetischen Felds im Draht kleiner ausfällt, als wenn derselbe Strom gleichförmig über den Drahtquerschnitt verteilt wäre.

(2) Der Widerstand w bei oszillatorischem Strom kann von demjenigen bei konstantem Strom sehr verschieden sein, auch wenn der Draht nicht aus ferromagnetischem Material besteht [234a]; er steigt unbegrenzt, je höher die Wechselzahl wird. Im Gegensatz dazu kann der Unterschied zwischen der Energie des magnetischen Feldes bei Schwingungen und derjenigen bei stationärem Strom niemals größer sein als die Energie des magnetischen Feldes, welches bei demselben konstanten Strom im Draht vorhanden wäre; diese macht bei Drähten aus nicht ferromagnetischem Material im allgemeinen nur einen sehr geringen Teil der gesamten magnetischen Energie des Stromkreises aus. Dieser Höchstbetrag ist merklich dann erreicht, wenn die ganze Strömung praktisch auf eine äußerst dünne Oberflächenschicht beschränkt ist [231a]; eine weitere Steigerung der Wechselzahl ändert nichts Wesentliches mehr. Entsprechendes gilt für den Selbstinduktionskoeffizienten.

c. Bezüglich des veränderlichen Teils p_i zeigt eine einfache Ueberlegung, daß er genau das elektrische Analogon des magnetischen Selbstinduktionskoeffizienten p_m [127] ist. Es gelten für denselben auch genau die in 127 für p_m angegebenen Beziehungen.

Die Größe von p_i hängt, wie die Stromverteilung, von dem Werte von $\varkappa$ [230b] ab. Im Grenzfall I [230c], $\varkappa$ groß gegen 1, wird umso genauer, je größer $\varkappa$ ist:

$$\frac{\pi n p_i}{w} \doteq \frac{\pi n (p - p_0)}{w} = \varkappa \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

oder

$$p = p_0 + \frac{l}{\pi r}\sqrt{\frac{\mu}{n\sigma}\cdot\frac{1}{8\pi v^2}} \text{ [230b und 25b]}$$

$$= p_0 + \frac{l}{\pi r}\sqrt{\frac{\mu/\mu_0}{2n\sigma}} \text{ C.G.S.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3a)$$

Im zweiten Grenzfall, $\varkappa$ beträchtlich kleiner als 1, wird annähernd

$$\frac{\pi n p_i}{w} = \frac{\pi n(p-p_0)}{w} = \varkappa^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

oder

$$\left.\begin{aligned} p &= p_0 + \frac{\mu}{4\pi v^2}\cdot\frac{l}{2} \\ &= p_0 + \frac{\mu}{\mu_0}\cdot\frac{l}{2} \text{ C.G.S.} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4a)$$

d. h. merklich gleich dem Wert für konstanten Strom [**34a**]. Liegt keiner von beiden Grenzfällen vor, so ist der Wert von $\pi n p_i/w = \pi n(p-p_0)/w$ aus den Kurven B der Tabelle V zu entnehmen.

d. Die Formeln von **c** gelten nur, solange die Voraussetzungen von **230** erfüllt sind, also [**230e**] nicht für beliebig stark gedämpfte Schwingungen und nicht für eng gewickelte Spulen. Der Einfluß der Dämpfung ist aber in allen praktisch wichtigen Fällen zu vernachlässigen. Bezüglich des Selbstinduktionskoeffizienten von Spulen bei schnellen Schwingungen vgl. die Zusammenstellung VIII am Schluß des Buches. In dieser sind auch bei anderen Formen von Drahtleitungen Formeln für den Selbstinduktionskoeffizienten und zwar der Wert p_0 angegeben. Ausgerechnet ist der Wert von p_0 in Tabelle IX für Drahtkreise von verschiedenen Durchmessern und Drahtradien, in Tabelle X für Quadrate und in Tabelle XI für gewisse Drahtrechtecke.

240. Beispiele für den Selbstinduktionskoeffizienten von Drahtleitungen.

a. In dem Beispiel **212c** war der Wert des Selbstinduktionskoeffizienten eines Kupferdrahtkreises von 50 cm Durchmesser und 2,5 mm Drahtradius aus Tabelle IX entnommen, statt des richtigen Werts p also der Wert p_0 benützt worden. Nach dem in **239** Ausgeführten kann es zweifelhaft sein, ob man dazu berechtigt war.

In dem betreffenden Beispiel ist $n = 3 \cdot 10^6/_{sec.}$, also [**230b**]

$$\varkappa = 0{,}25\sqrt{3.10^6}\,.\,f,$$

$$= 0{,}25\sqrt{3.10^6}\,.\,0{,}0537 \text{ [Tab. IV]} = 23{,}2.$$

Es liegt also Grenzfall I [230c] vor und die Gl. (3) in 239 ergibt mit Benützung der Tabelle VI

$$p_i = 0{,}144 \text{ C.G.S.}$$

Nach Tabelle IX ist

$$p_0 = 1472 \text{ C.G.S.}$$

Es ist also p_i tatsächlich so klein gegen p_0, daß es vollkommen zu vernachlässigen ist.

Was hier das Beispiel zeigt, gilt aber allgemein: Ist $\varkappa$ groß gegen 1, liegt also Grenzfall I [230c] vor, so darf bei nicht ferromagnetischen Drähten unbedenklich als Wert des Selbstinduktionskoeffizienten der Wert p_0, wie ihn die Tabellen VIII bis XI ergeben, benützt werden.

b. Bei Eisendrähten liegen die Verhältnisse etwas anders. Wäre in dem Beispiel a die Strombahn aus einem Eisendraht derselben Dimensionen gebildet, so würde, $\mu/\mu_0 = 100$, $\sigma : \sigma_{Hg} = 8$ vorausgesetzt, $\varkappa = 92{,}7$, $p_i = 92$ C.G.S. und $p = 1564$ C.G.S. werden. Es würde sich also p von $p_0 = 1472$ C.G.S. um ca. 6% unterscheiden.

Bei weitem größer ist aber der Unterschied zwischen Drähten aus Eisen und aus nicht ferromagnetischem Material bei dem Selbstinduktionskoeffizienten für konstanten Strom. Unter Annahme derselben Dimensionen der Strombahn wie oben würde für konstanten Strom

Kupferdraht		Eisendraht ($\mu/\mu_0 = 1000$)
$p_i =$ 78,5 C.G.S.	[34a]	$p_i = 78540$ C.G.S.
$p_0 = 1472$ „		$p_0 = 1472$ „
$p = 1550{,}5$ C.G.S.		$p = 80012$ C.G.S.

Der Unterschied wird außerordentlich bedeutend: beim Eisendraht ist der Selbstinduktionskoeffizient im wesentlichen nicht durch das magnetische Feld außerhalb des Drahts (p_0), sondern durch dasjenige im Draht (p_i) bestimmt.

c. Bei den langsamen Schwingungen der Technik war zwischen dem Selbstinduktionskoeffizienten für stationären Strom p und demjenigen für die betreffende Wechselzahl (p) gar nicht unterschieden worden. Die Berechtigung dafür liegt in dem in 231a und 239c Gesagten. In 231a ist ausgeführt worden, daß im Gebiet der technischen Wechselzahlen $\varkappa$ für Kupferdrähte stets viel kleiner als 1 ist

(Grenzfall II). In 239c wurde nachgewiesen, daß in diesem Grenzfall der Selbstinduktionskoeffizient p merklich gleich p_r, dem Wert für konstanten Strom, ist.

d. Nachdem jetzt Methoden zur Berechnung des Selbstinduktionskoeffizienten p und des Widerstandes w bei Schwingungen gegeben wurden, kann auch für die Eigenschwingungen von Kondensatorkreisen der Dämpfungsfaktor bezw. das Dekrement, soweit sie durch Joule'sche Wärme veranlaßt sind, berechnet werden.

In dem Beispiel a oben bezw. in 212c wird, da die Länge der Leitung $= \pi \cdot 50$ cm ist,

$$w = 0{,}0316 \text{ Ohm} = 3{,}16 \cdot 10^7 \text{ C.G.S. [Tab. VI]},$$
$$p = p_0 \qquad = 1472 \qquad \text{„ [a]}$$

also

$$\delta = \frac{w}{2p} \text{ [217 Gl. (2)]} = 1{,}07 \cdot 10^4,$$

$$\mathfrak{d} = \frac{\delta}{n/2} \text{ [217 Gl. (4)]} = 0{,}0072,$$

was einem Amplitudenverhältnis von 100 : 99,3 [Tab. XVI] entspricht.

§ 3. Die Angaben von Hitzdrahtinstrumenten bei gedämpften Schwingungen.

Auch bei Messungen von gedämpften Schwingungen ist man meist auf Hitzdrahtinstrumente angewiesen. Die Beziehung, die zwischen den Angaben eines solchen Instruments und den Konstanten der Schwingung besteht, ist aber hier wesentlich komplizierter als bei ungedämpften Schwingungen.

241. Versuchsanordnung.

Um zu zeigen, von welchen Größen die Angabe eines Hitzdrahtinstrumentes bei gedämpften Schwingungen abhängt, kann folgende Anordnung (Fig. 379) dienen. In einen Kondensatorkreis mit zwei Leidener Flaschen C_1 und C_2 beliebiger Kapazität ist eingeschaltet ein Hitzdrahtinstrument H der in Fig. 42 oder 43 abgebildeten Form und eine Röhre R mit elektrolytischem Widerstand (Kupfer- oder Zinksulfatlösung) und verschiebbaren Elektroden e_1 und e_2. Es kann dadurch der Widerstand des Kreises geändert

werden, ohne daß der Selbstinduktionskoeffizient eine merkliche Aenderung erfährt [250a, b].

Das Induktorium, welches die Leidener Flaschen lädt, muß mit einem Unterbrecher betrieben werden, welcher gestattet, Unterbrechungszahl und Stärke des Primärstromes unabhängig voneinander zu variieren. Sehr bequem sind für alle derartigen Zwecke die Quecksilberstrahlunterbrecher [430], deren Unterbrechungszahl in sehr weiten Grenzen geändert werden kann.

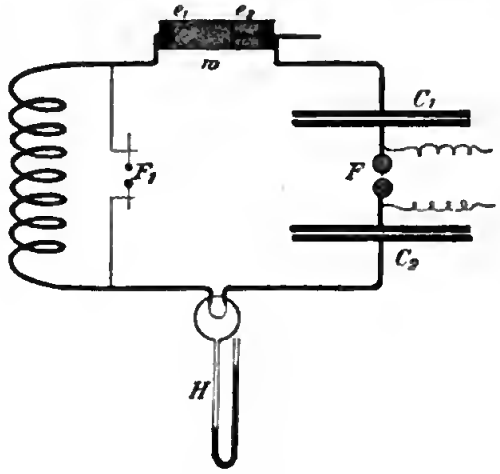


Fig. 379.

Die Funkenstrecken F und F_1 (Fig. 379) müssen verstellbar sein (Funkenmikrometer [253a]).

242. Einfluß der Entladungszahl.

a. Die Elektroden e_1 und e_2 werden zur Berührung gebracht; der elektrolytische Widerstand also ausgeschaltet. Der Unterbrecher gehe ganz langsam. Das Hitzdrahtthermometer zeige eine gewisse Ampèrezahl (bei einem Versuch z. B. 0,15 Amp.) an. Nun steigere man die Unterbrechungszahl: je schneller der Unterbrecher läuft, desto höher steigt die Angabe des Instruments (bei schnellster Rotation des Unterbrechers auf 1,2 Amp.). Trotzdem also am Kondensatorkreis nichts geändert wurde, die Amplitude der Schwingung also dieselbe blieb, ist die Angabe des Instruments eine ganz andere geworden.

b. Man wähle den Primärstrom des Induktoriums so, daß eben regelmäßig Funken an der Funkenstrecke F übergehen. Nun schraube

man die Funkenstrecke F näher zusammen. Ist das Induktorium genügend groß (bei meinem Versuch 30 cm-AEG-Induktor)*), so sinkt anfangs mit Verkleinerung der Funkenstrecke F die Angabe des Instruments etwas, fängt dann aber, wenn man die Funkenstrecke noch kleiner macht, wieder zu steigen an. Es ist also trotz Gleichheit der Unterbrechungszahl und trotzdem durch das Verkleinern der Funkenstrecke F sicher die Amplitude der Schwingung verkleinert wurde [253a], der Ausschlag des Instruments gestiegen.

c. Die Erklärung des Versuchs a liegt auf der Hand. Wenn bei einer Entladung des Kondensatorkreises die Wärmemenge W im Hitzdrahtinstrument entwickelt wird, so wird die Wärmemenge b W pro Sekunde entwickelt, wenn der Primärstrom des Induktoriums b-mal pro Sekunde unterbrochen wird und demnach b Entladungen des Kondensatorkreises in der Sekunde erfolgen. Die Angabe des

Fig. 380.

Fig. 381.

Instruments, die durch den Mittelwert der Wärmeentwicklung bedingt ist, muß also von der Unterbrechungszahl abhängen.

Aber auch beim Versuch b liegen die Verhältnisse ganz ähnlich. Man überzeugt sich davon, indem man den Funken bei F in einem sehr langsam rotierenden Spiegel betrachtet, und zwar einmal, wenn die Funkenstrecke F so weit gestellt ist, daß eben Funken übergehen, und dann, wenn die Funkenstrecke stark verkleinert ist. Im ersten Falle erhält man ein Bild, wie die photographische Abbildung Fig. 380 eines darstellt: bei jeder Unterbrechung des Induktoriums geht nur ein Funke über, jeder Unterbrechung entspricht nur eine Entladung des Kondensatorkreises. Im zweiten Falle erscheint ein Bild der Form 381: man sieht bei jeder Unterbrechung des Induktoriums mehrere Funken (in Fig. 381 drei bezw. vier) hintereinander überschlagen;

*) Wenn kein größerer Induktor zur Verfügung steht, für C_1 und C_2 kleine Leidener Flaschen nehmen!

der Induktor ist jetzt im stande, bei jeder Unterbrechung mehrere Ladungen und Entladungen des Kondensatorkreises herbeizuführen.

Die Versuche **a** und **b** zeigen also beide, daß die Angaben des Hitzdrahtinstrumentes von der Entladungszahl abhängen, **b** außerdem, daß die Entladungszahl nicht mit der Unterbrechungszahl identisch zu sein braucht.

d. Als praktische Folge davon ergibt sich die Regel, daß auch bei derselben Unterbrechungszahl und unter sonst gleichen Umständen die Angaben von Hitzdrahtinstrumenten nur dann miteinander vergleichbar sind, wenn jeder Unterbrechung dieselbe Anzahl Entladungen entspricht. Man hat das also immer im rotierenden Spiegel zu kontrollieren.

In Fig. 381 ist die Anzahl von Entladungen, welche eine Unterbrechung lieferte, in zwei Fällen drei, in einem Falle vier. In Uebereinstimmung damit steht die Erfahrung, daß die Einstellungen der Meßinstrumente weniger regelmäßig werden, sobald bei jeder Unterbrechung mehrere Entladungen erfolgen. Am besten ist es deshalb, immer den Primärstrom des Induktors durch sorgfältiges Regulieren eines der Primärspule vorgeschalteten Widerstandes so zu wählen, daß jede Unterbrechung nur eine Entladung liefert. Ob man bei jeder Unterbrechung nur eine oder mehrere Entladungen des Kondensatorkreises bekommt, lernt man bald an dem Schall, den die Funken geben, mit dem Gehör beurteilen. Kontrolle durch den rotierenden Spiegel ist aber immer zu empfehlen.

243. Einfluß der Wechselzahl.

Da der Wärmeeffekt in einem Draht $= w i_{eff}^2$ [233a] und durch diesen die Angabe eines Hitzdrahtinstruments bestimmt ist, so hängt dieselbe vom effektiven Widerstand w des Hitzdrahtes und damit unter sonst gleichen Umständen von der Wechselzahl n der Schwingung ab. Natürlich ist es von Vorteil, die Abhängigkeit der Instrumente von der Wechselzahl möglichst zu reduzieren. Nach 233 wird dies erreicht, wenn man für die Hitzdrähte möglichst kleinen Radius, nicht ferromagnetisches Material mit möglichst geringem Leitvermögen und demnach möglichst kleinem f, also Platin, Konstantan und ähnliche Verbindungen [Tab. IV] wählt.

Wenn die Hitzdrähte sehr dünn sind, wie bei Bolometern, so ist das Material ziemlich gleichgültig, wenn die Wechselzahl nicht extrem hoch ist. Dann wird bei jedem Material x genügend klein und der effektive Widerstand w annähernd gleich demjenigen für konstanten

Strom und damit von der Wechselzahl unabhängig*). Daß man fast immer Eisen zu Bolometerdrähten nimmt, liegt hauptsächlich daran, daß bei Eisen der Widerstand stark mit der Temperatur wächst, was für die Empfindlichkeit von Vorteil ist [43c].

244. Einfluß der Dämpfung.

a. In der Anordnung Fig. 379 werden zuerst die Elektroden e_1 und e_2 zur Berührung gebracht, der elektrolytische Widerstand also ausgeschaltet und die Angabe des Hitzdrahtinstrumentes und die Schlagweite bei F_1 [253a] abgelesen. Dann werden die Elektroden immer weiter auseinander gezogen und damit immer mehr elektrolytischer Widerstand w in den Kreis eingeschaltet. Bei jeder Stellung der Elektroden liest man das Hitzdrahtinstrument und die Funkenstrecke F_1 ab. Es ergaben sich bei einem Versuch folgende Zahlen:

w in Ohm	F_1 in mm	a**) in mm	α**) in Amp.	δ/δ_0
0	4,5	170	1,02	
7	4,5	95	0,70	2,2
12	4,5	80	0,63	2,7
17	4,5	70	0,58	3,2
42	4,1	40	0,42	6
92	3,9	25	0,32	10

Die Angaben α des Hitzdrahtinstrumentes fallen also mit zunehmendem Widerstand im Kreise sehr stark ab.

Das liegt nicht etwa daran, daß durch das Einschalten des elektrolytischen Widerstandes sich die Amplitude der Schwingung merklich geändert hätte. Solange die Schlagweite F_1 konstant geblieben ist, so muß dasselbe auch von der Anfangsamplitude der Schwingung gelten [253c]. Aber durch das Einschalten des elektrolytischen Widerstands bei merklich ungeändertem Selbstinduktionskoeffizienten muß die Dämpfung der Schwingung erhöht worden sein [219a]. Der Grund für die starke Abnahme der Angaben des

*) Das Bolometer, das für die Messungen in Kap. XIV und XV benützt wurde, hatte einen Eisendraht von 0,025 mm Durchmesser. Noch bei $n = 10^7$/sec. wird also $\varkappa = 0{,}845$ und $w/w = 1{,}15$, vorausgesetzt, daß $\sigma/\sigma_{Hg} = 8$, $\mu/\mu_0 = 100$ ist; bei $n = 10^6$/sec. ergibt sich sogar w/w nur $= 1{,}005$.

**) a = direkt abgelesener Ausschlag in Millimeter. α = derjenige konstante Strom in Amp., welcher denselben Ausschlag a hervorruft = Angabe des geeichten Instruments.

Hitzdrahtinstruments kann nur in der Erhöhung der Dämpfung gesucht werden.

b. Daß die Angaben eines Hitzdrahtinstruments bei derselben Anfangsamplitude von der Dämpfung abhängen müssen, lehrt ein

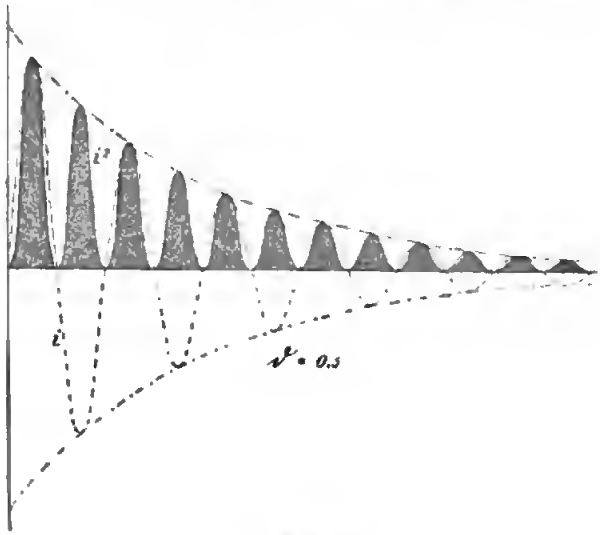


Fig. 382.

Blick auf die Fig. 382 und 383. In denselben ist — ausgezogene Kurve — der Wärmeeffekt $i^2 w$ einer schwach (Fig. 382) und einer

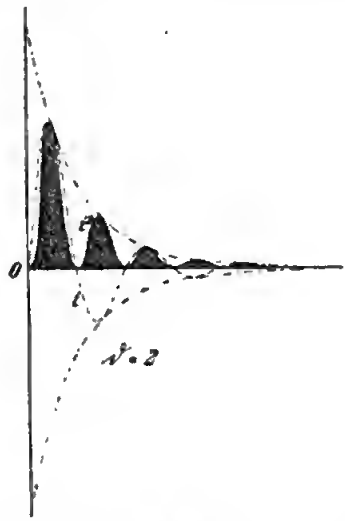


Fig. 383.

stark (Fig. 383) gedämpften Schwingung derselben Amplitude dargestellt. Die Summe der getonten Flächen repräsentiert in jeder Figur die bei der ganzen Schwingung entwickelte Wärmemenge.

Daß sie bei der schwach gedämpften bei weitem größer ist, übersieht man unmittelbar.

c. Die Beziehung, welche zwischen der Wärmeentwicklung und der Dämpfung besteht, kann nicht elementar entwickelt werden. Die Integralrechnung [135]) zeigt das folgende: Ist der Dämpfungsfaktor der Schwingung δ, die Anfangsamplitude i_0, so ist die bei einer einzigen Entladung in einem Draht vom effektiven Widerstand w entwickelte Wärmemenge

$$W = w i_0^2 \cdot \frac{1}{4\delta\left[1+\left(\frac{\delta}{\pi n}\right)^2\right]} \quad \ldots\ldots (1)$$

Ist die Schwingung nicht extrem stark gedämpft, so ist δ^2 klein gegen $(\pi n)^2$ [222], und es gilt demnach annähernd

$$W = w \cdot \frac{i_0^2}{4\delta} \text{*)} \quad \ldots\ldots (2)$$

Der Wärmeeffekt L_w, der die Angaben des Instruments bestimmt, ist demnach gegeben durch

$$L_w = b \cdot w \cdot \frac{i_0^2}{4\delta} \quad \ldots\ldots (2a)$$

(b Entladungszahl pro Sekunde).

Die Angabe des Hitzdrahtinstruments wird annähernd umgekehrt proportional dem Dämpfungsfaktor.

d. Die Beziehung Gl. (2) ist besonders wichtig, weil sie zeigt, daß Hitzdrahtinstrumente zur Bestimmung der Dämpfung verwendet werden können. Es sollen durch ein Hitzdrahtinstrument zwei Schwingungen derselben Wechsel- und Entladungszahl mit den Amplituden i_{10} und i_{20} hindurchgeschickt werden. Man bekomme den Ausschlag von a_1 bezw. a_2 Skalenteilen, der bei konstantem Strom den Stromstärken α_1 bezw. α_2 Amp. entspreche. Bezeichnet dann δ_1 und δ_2 den Dämpfungsfaktor der beiden Schwingungen, so ist nach Gl. (2) bezw. 43

$$\frac{i_{10}^2/\delta_1}{i_{20}^2/\delta_2} = \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2} \quad \ldots\ldots (3)$$

oder bei Gleichheit der Amplituden

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2} \quad \ldots\ldots (4)$$

*) Die Genauigkeit dieser Formel ist dieselbe wie diejenige der Thomsonschen Formel $n = 1/\pi \sqrt{pc}$ [222].

oder wenn die Ausschläge a_1 und $a_2 \sim i^2$ (i Strom in dem Hitzdrahtinstrument) sind [43a]:

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{a_2}{a_1}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Bezeichnet z. B. in dem Versuch von a δ den Dämpfungsfaktor, wenn in den Kondensatorkreis der elektrolytische Widerstand w eingeschaltet ist, δ_0 den Dämpfungsfaktor, wenn der elektrolytische Widerstand ausgeschaltet ist, so läßt sich nach Gl. (4) δ/δ_0 aus den Zahlen α der Tabelle in a berechnen. Man erhält die in der Tabelle für δ/δ_0 angegebenen Werte.

245. Ermittelung der Amplitude aus den Angaben von Hitzdrahtinstrumenten.

a. Aus 241 u. ff. geht hervor, daß man aus Angaben von Hitzdrahtinstrumenten nur unter Berücksichtigung aller in Betracht kommenden Faktoren auf die Stromamplituden schließen darf. Bezüglich der Angaben von Hitzdrahtinstrumenten der in Fig. 42 und 43 abgebildeten Art ist aber noch aus einem anderen Grunde Vorsicht geboten. Fügt man solche Instrumente an Stellen einer Leitung ein, an denen eine große Spannungsamplitude vorhanden ist, so bekommt man auch durch die Wirkung des oszillatorischen elektrischen Feldes im Hohlraum des Glasgefäßes Ausschläge. Die Angaben des Instruments hängen dann überhaupt nicht mehr vom Strom im Draht allein ab und sind demnach vollkommen unbrauchbar. Ob das Instrument sich an einer solchen Stelle befindet, kann leicht daran erkannt werden, daß in diesem Fall bei Annäherung eines Stanniolblattes oder der Hand an die Glaswand des Instruments der Ausschlag in die Höhe geht[136].

b. Werden solche Stellen vermieden, so sind Hitzdrahtinstrumente sehr wichtig zum Vergleich zweier Stromamplituden i_{10} und i_{20}, wenn in beiden Fällen Wechselzahl n und Dämpfungsfaktor δ der Schwingung und die Entladungszahl b dieselben sind. Erhält man an dem mit konstantem Strom geeichten [43] Hitzdrahtinstrument in beiden Fällen die Angaben α_1 bezw. α_2 Amp., so folgt aus 244 Gl. (2a) und 43

$$\frac{i_{10}}{i_{20}} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}.$$

c. Der wirkliche Wert der Stromamplitude einer gedämpften Schwingung kann aus den Angaben von Hitzdrahtinstru-

menten ermittelt werden, wenn man Entladungszahl b, Wechselzahl n und Dämpfungsfaktor δ der Schwingung kennt.

Es sei z. B.

$$n = 10^6/_{sec.},$$
$$\delta = 0{,}05 \cdot 10^6,$$

entsprechend einem Dekrement $b = 0{,}1$ (Fig. 358),

$$b = 50/_{sec.}$$

Das Hitzdrahtinstrument habe einen Platindraht von 0,1 mm Radius, sei mit Gleichstrom geeicht und zeige α Amp. an.

Der Wärmeeffekt L_w im Draht ist nach **244** Gl. (2a)

$$L_w = b \cdot \frac{w \cdot i_0^2}{4\delta} = \frac{w \cdot i_0^2 \cdot 50}{4 \cdot 0{,}05 \cdot 10^6}$$
$$= \frac{w\, i_0^2}{4 \cdot 10^3}$$

(w = effektiver Widerstand des Platindrahtes).

Da dieser Wärmeeffekt = demjenigen von α Ampère Gleichstrom sein soll, so gilt

$$L_w = \frac{w \cdot i_0^2}{4 \cdot 10^3} = w \cdot \alpha^2 \quad [43]$$

(w = Widerstand des Platindrahtes für Gleichstrom), also

$$i_0 = \frac{w}{w} \cdot \sqrt{4000} \cdot \alpha = \frac{w}{w} \cdot 63\, \alpha \text{ Ampère.}$$

Nun zeigt eine Berechnung nach den in **233** gegebenen Regeln, daß im vorliegenden Fall w/w nicht merklich von 1 verschieden ist. Es ist also annähernd

$$i_0 = 63\, \alpha \text{ Ampère.}$$

Die Angaben α des Instruments hat man im vorliegenden Falle also mit 63 zu multiplizieren, um die Stromamplitude in Ampère zu bekommen.

d. Das Beispiel zeigt, wie sehr die Empfindlichkeit von Hitzdrahtinstrumenten für die Messung von Stromamplituden verschieden ist von der Empfindlichkeit bei stationärem Strom oder langsamen Schwingungen. Ist das Instrument so beschaffen, daß es bei konstantem Strom noch $^1/_{100}$ Amp. abzulesen gestattet [vgl. 82, 227], so könnte also bei der in b vorausgesetzten Schwingung erst ein Unterschied der Amplitude von 0,6 Amp. nachgewiesen werden.

e. In den meisten Fällen wird der Dämpfungsfaktor einer Schwingung nicht bekannt sein; man wird also die Amplitude der Schwingung nicht ermitteln können. Allein die Angaben von Hitzdrahtinstrumenten, die ein Maß für den Mittelwert von i^2, d. h. den *„Stromeffekt“*

$$i_{eff}^2 = b \cdot \frac{i_0^2}{4\delta}$$

geben, sind unter Umständen wertvoller als die Kenntnis der Amplitude.

246. Ersatz der Hitzdrahtinstrumente durch Elektrometer.

a. Zwei Punkte P_1 und P_2 (Fig. 384) einer Leitung, in welcher schnelle Schwingungen vorhanden sind, seien mit zwei kleinen vertikalen Platten C_1 und C_2 verbunden. Zwischen beiden Platten schwebe wie bei der Anordnung in **6a** eine an einem Kokonfaden bifilar aufgehängte Metallnadel N. Dann ist nach **6a** das Drehmoment, welches auf die Nadel ausgeübt wird, proportional dem Quadrat der elektrischen Feldintensität E zwischen den Platten und damit $\sim \mathfrak{V}^2$, wenn $\mathfrak{V}$ die Spannung zwischen den Platten und damit zwischen P_1 und P_2 ist. Da die Nadel den raschen Schwankungen von $\mathfrak{V}^2$ nicht zu folgen vermag, so kommt nur der Mittelwert des Drehmoments und damit von $\mathfrak{V}^2$ zur Wirkung.

Wie nun der Mittelwert von i^2 nach **245e** $= b \cdot \frac{i_0^2}{4\delta}$ ist, so muß der Mittelwert von $\mathfrak{V}^2$, d. h. der *„Spannungseffekt“*

$$\mathfrak{V}_{eff}^2 = b \cdot \frac{\mathfrak{V}_0^2}{4\delta}$$

sein. Dieser Größe ist der Ausschlag der Nadel annähernd proportional.

Da aber nach **250** $\mathfrak{V}_0 \sim i_0$ ist, so gibt der Ausschlag der Nadel auch ein Maß für den Stromeffekt.

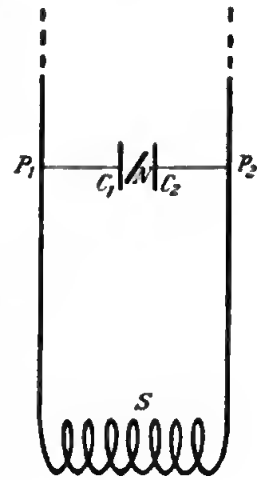


Fig. 384.

b. Diese elektrometrische Messung hat vor derjenigen durch Hitzdrahtinstrumente sogar manche Vorteile. Die Hitzdrahtinstrumente müssen, wenn sie einigermaßen empfindlich sein sollen, ziemlich hohen Widerstand haben. Werden sie also in einen Stromkreis eingeführt, so verbrauchen sie ziemlich viel Energie und ändern deshalb unter Umständen den Wider-

stand und die Dämpfung des Kreises. Im Gegensatz dazu verbraucht ein derartiges Elektrometer, wie es schematisch in **a** beschrieben wurde, keine merkliche Energie und ändert deshalb die Dämpfung nicht merklich.

Nachteile der Elektrometer sind ihre Kapazität, welche die Verhältnisse des Stromkreises beeinflussen kann, ferner die geringere Handlichkeit, da für die Erreichung einer genügenden Empfindlichkeit die Drehung der Nadel mit Spiegel und Skale abgelesen werden muß.

c. Bei der praktischen Ausführung von Messungen empfiehlt es sich, eine Form des Elektrometers zu wählen, wie sie wohl zuerst von V. Bjerknes[137]) angewandt wurde. Zwei Quadranten Q_1 und Q_2

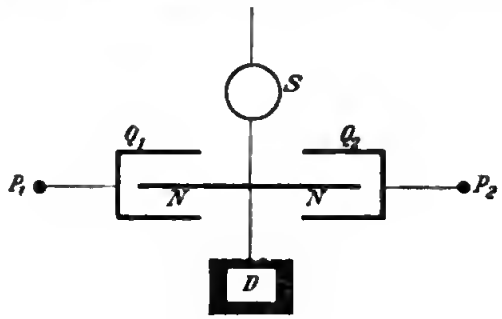


Fig. 385.

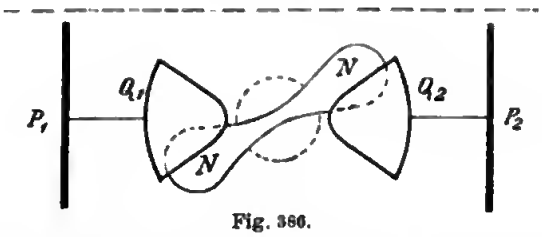


Fig. 386.

(Fig. 385: Vertikaldurchschnitt, Fig. 386: Ansicht von oben), ähnlich den bei Quadrantelektrometern gebrauchten, werden an Stelle der beiden Platten C_1 und C_2 in Fig. 384 mit den beiden Punkten P_1 und P_2 der Leitung verbunden. Die zwischen ihnen schwebende Nadel N hat die aus Fig. 386 ersichtliche Form; sie ist mit einem leichten Spiegelchen S und einer Flüssigkeits- oder Luftdämpfung D versehen. Die Ablenkungen werden mit Fernrohr und Skale abgelesen. Es ist sehr zu empfehlen, Quadranten und Nadel (durch Vermittlung der Dämpfungsflüssigkeit) durch große Widerstände (nasse Fäden) zu verbinden. Es werden dadurch Störungen durch konstante Ladungen der Nadel vermieden, die Schwingungen in der Leitung dagegen nicht merkbar beeinflußt [252].

247. Ersatz der Hitzdrahtinstrumente durch Dynamometer.

Der Fleming'sche Wechselstrommesser [164] kann auch für gedämpfte Ströme beliebiger Wechselzahl verwendet werden. Hertz [138]) hat z. B. eine Anordnung, die sich im Prinzip von der Fleming'schen nicht unterschied, benützt, um noch sehr rasche Schwingungen (n = ca. $5 \cdot 10^7/_{sec.}$) zu untersuchen. Nach demselben Prinzip hat

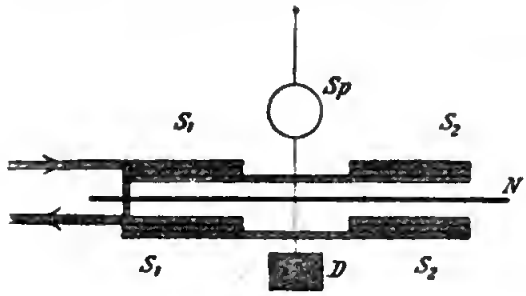


Fig. 387.

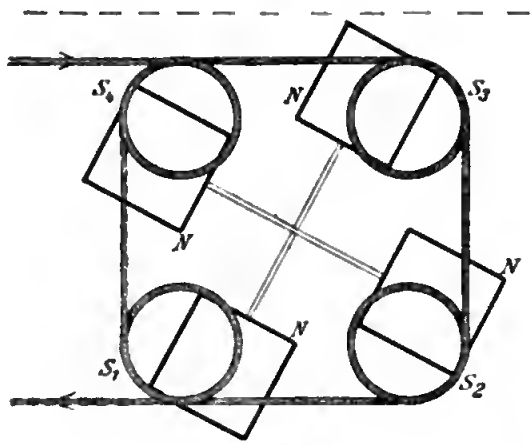


Fig. 388.

N. Papalexi [139]) ein Meßinstrument konstruiert, das für Schwingungen, wie sie Kondensatorkreise liefern, sehr geeignet ist.

Eine schematische Seitenansicht derselben ist in Fig. 387, eine Ansicht von oben in Fig. 388 wiedergegeben. Statt der einen vertikalen Spule (S, Fig. 254) des Fleming'schen Apparates besitzt dieses Instrument als festen Teil, durch welchen die Schwingungen hindurchgeschickt werden, vier horizontale Spulenpaare $S_1 - S_4$; die Spulen jedes einzelnen Paares stehen koaxial übereinander (Fig. 387). Der bewegliche Teil, welcher der Metallscheibe K in Fig. 254 entspricht, besteht aus vier horizontalen quadratischen Rahmen aus Aluminium-

blech (N, Fig. 388), welche untereinander, mit dem Spiegel Sp und dem Dämpfungsflügel D fest verbunden und an einem Kokonfaden bifilar aufgehängt sind. Jeder der quadratischen Rahmen befindet sich zum Teil in dem Raum zwischen den Spulen eines Spulenpaars. Wird Wechselstrom durch die Spulen geschickt, so suchen die Rahmen sich so einzustellen, daß möglichst wenig Induktionslinien durch dieselben hindurchgehen [**162**]: sie werden also aus dem Raum zwischen den Spulen herausgetrieben und es wird dadurch der Spiegel Sp gedreht. Der Drehungswinkel wird mit Fernrohr und Skale abgelesen.

Der Winkel, um den der Spiegel gedreht wird, ist wie beim Bolometer [**43** und **245e**] dem Mittelwert von i^2, d. h. dem Stromeffekt der Schwingungen in den Spulen proportional. Die Empfindlichkeit des Instrumentes ist etwa die eines Bolometers mäßiger Empfindlichkeit. Einem solchen gegenüber besitzt es, wenn seine Dämpfung ebenso stark gemacht wird wie diejenige eines guten Spiegelgalvanometers, kaum irgendwelche Nachteile. Sein relativ großer Selbstinduktionskoeffizient ist nur für gewisse Zwecke als ein Nachteil zu betrachten, für andere ist er ein Vorteil [**329c**]. Ein entschiedener Vorteil des Instruments besteht in seiner Einfachheit und seiner Unempfindlichkeit gegen magnetische Störungen, z. B. durch den Induktor.

§ 4. Beziehung zwischen Strom und EMK oder Spannung in Leitungen ohne Kondensatoren.

248. Allgemeine Beziehungen für gedämpfte Schwingungen.

a. Eine einfache Ueberlegung zeigt die Richtigkeit des folgenden Satzes: Die Resultante von zwei gedämpften Schwingungen derselben Wechselzahl und derselben Dämpfung*) ist wieder eine Schwingung mit derselben Wechselzahl und derselben Dämpfung. Die Amplitude und Phase bestimmt sich in derselben Weise durch Vektordiagramme wie bei ungedämpften Schwingungen [**62**].

b. Eine Größe $\mathfrak{B}$ stehe [vgl. **65**, **66**] zu einer gedämpften Schwingung $\mathfrak{A}$ in der Beziehung

$$\mathfrak{B} = \pm k \cdot \mathfrak{A}',$$

worin k einen positiven konstanten Proportionalitätsfaktor bedeutet. Dann ist, wie mit Hilfe der Differentialrechnung einfach zu beweisen

*) D. h. von der Form [**55b** und **217** Gl. 1.]: $\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A}_{1\,0} \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\pi n t + \varphi_1)$ $\mathfrak{A}_2 = \mathfrak{A}_{2\,0} \cdot e^{-\delta t} \sin(\pi n t + \varphi_2)$.

ist, auch $\mathfrak{B}$ eine gedämpfte Schwingung derselben Wechselzahl und von demselben Dämpfungsfaktor wie $\mathfrak{A}$.

Für die Amplitude von $\mathfrak{B}$ gilt

$$\mathfrak{B}_0 = \mathfrak{A}_0 \sqrt{\pi^2 n^2 + \delta^2} = \pi n \mathfrak{A}_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{\pi n}\right)^2}$$

$$= \pi n \mathfrak{A}_0 \sqrt{1 + \left(\frac{b}{2\pi}\right)^2} \text{ [217 Gl. 4]}$$

und für die Phase: Ist

$$\mathfrak{B} = + k \cdot \mathfrak{A}',$$

so ist

$$\sphericalangle (\mathfrak{B}, \mathfrak{A}) = - (90 + \psi),$$

d. h. $\mathfrak{B}$ gegen $\mathfrak{A}$ um den $\sphericalangle (90 + \psi)$ verfrüht.

Ist der Proportionalitätsfaktor negativ, d. h.

$$\mathfrak{B} = - k \cdot \mathfrak{A}',$$

so wird

$$\sphericalangle (\mathfrak{B}, \mathfrak{A}) = + (90 - \psi),$$

d. h. $\mathfrak{B}$ um den $\sphericalangle (90 - \psi)$ gegen $\mathfrak{A}$ verspätet. Darin ist ψ ein zwischen 0 und 90° liegender Winkel, der durch die Beziehung

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\delta}{\pi n} = \frac{b}{2\pi}$$

bestimmt ist.

Für Schwingungen, die nicht extrem stark gedämpft sind, so daß δ klein ist gegen πn bezw. b gegen 2π, wird sehr annähernd*) wie bei ungedämpften Schwingungen

$$\mathfrak{B}_0 = \pi n \cdot \mathfrak{A}_0,$$
$$\sphericalangle (\mathfrak{B}, \mathfrak{A}) = \mp 90°.$$

249. Die Grundgleichungen.

a. Die Theorie[128]) ergibt für einen quasistationären Wechselstromkreis beliebiger Wechselzahl

$$i w = \mathfrak{E}_a - p i' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

oder

$$i w = \mathfrak{E}_a + \mathfrak{E}_i,$$

*) Für $b = 0{,}3$, eine schon ziemlich stark gedämpfte Schwingung, wird

$$\mathfrak{B}_0 = \pi n \, \mathfrak{A}_0 \cdot 1{,}001,$$
$$\psi = 2\,^3/_4\,°.$$

wenn

$$\mathfrak{E}_1 = -\,\mathfrak{p}\,\mathfrak{i}' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

als induzierte EMK eingeführt wird.

Man erhält also dieselben Gleichungen, die in 85 und 86 für langsame Schwingungen entwickelt wurden. Der einzige Unterschied ist der, daß an Stelle der Werte w und p für stationären Strom die entsprechenden Größen $\mathfrak{w}$ und $\mathfrak{p}$ für oszillatorischen Strom getreten sind *).

b. Für ungedämpfte Schwingungen folgt aus Gl. (2) in genau derselben Weise wie in 86 c **) für den ganzen Stromkreis:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{i}_0 &= \frac{\mathfrak{E}_{a0}}{\mathfrak{z}} \\ \mathfrak{z} &= \sqrt{\mathfrak{w}^2 + (\pi\,\mathfrak{n}\,\mathfrak{p}^2)} \\ \operatorname{tg}(\mathfrak{i}, \mathfrak{E}_a) &= \frac{\pi\,\mathfrak{n}\,\mathfrak{p}}{\mathfrak{w}}, \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

ebenso für ein Stück des Stromkreises, zwischen dessen Endpunkten die Spannung $\mathfrak{V}$ besteht:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{i}_0 &= \frac{\mathfrak{V}_0}{\mathfrak{z}} \\ \mathfrak{z} &= \sqrt{\mathfrak{w}^2 + (\pi\,\mathfrak{n}\,\mathfrak{p})^2} \\ \operatorname{tg}(\mathfrak{i}, \mathfrak{V}) &= \frac{\pi\,\mathfrak{n}\,\mathfrak{p}}{\mathfrak{w}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

c. Stellt aber die äußere EMK $\mathfrak{E}_a$ bezw. $\mathfrak{V}$ eine gedämpfte Schwingung (Wechselzahl n, Dämpfungsfaktor δ) dar, so sind die Gl. (4) und (5) zu ersetzen [140]) durch

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{i}_0 &= \frac{\mathfrak{E}_{a0} \text{ bezw. } \mathfrak{V}_0}{\mathfrak{z}} \\ \mathfrak{z} &= \sqrt{(\mathfrak{w} - \mathfrak{p}\,\delta)^2 + (\pi\,\mathfrak{n}\,\mathfrak{p})^2} \\ \operatorname{tg}(\mathfrak{i}, \mathfrak{E}_a) \text{ bezw. } \operatorname{tg}(\mathfrak{i}, \mathfrak{V}) &= \frac{\pi\,\mathfrak{n}\,\mathfrak{p}}{\mathfrak{w} - \mathfrak{p}\,\delta} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

d. h. man hat bei gedämpften Schwingungen an Stelle von $\mathfrak{w}$ zu nehmen $\mathfrak{w} - \mathfrak{p}\,\delta$.

*) Richtiger wäre es schon in 86 gewesen, statt w und p die Werte $\mathfrak{w}$ und $\mathfrak{p}$ für oszillatorischen Strom zu gebrauchen. Ihr Ersatz durch die Werte für stationären Strom hat sich aber, solange es sich um langsame Schwingungen handelt, in 234 a und 240 c gerechtfertigt.

**) Aber auch ohne daß dabei auf den Znstand am Anfang der Schwingungen Rücksicht genommen wäre [vgl. 93].

d. Alle diese Beziehungen gelten nur, wenn die Voraussetzungen von **239a** erfüllt sind. Die zweite ist es stets, solange ein quasistationärer Stromkreis überhaupt bequem realisiert werden kann.

250. Grenzfälle.

In **88** sind zwei Grenzfälle unterschieden worden:

I. Induktanz sehr klein gegen Widerstand: induktionslose Leitung;

II. Induktanz sehr groß gegen Widerstand.

Es wurde dort festgestellt, daß im Gebiet der technischen Wechselzahlen alle Drahtleitungen, die keine Spulen enthalten, als induktionslos betrachtet werden müssen, daß Grenzfall II nur durch Spulen mit Eisenkernen realisiert werden könne.

a. Daß die Verhältnisse bei Wechselzahlen von der Größenordnung $10^6/_{sec.}$ und darüber ganz anders liegen, geht schon aus einem einfachen Beispiel hervor.

In **212c** und **240** war ein Kondensatorkreis von $3 \cdot 10^6/_{sec.}$ Wechseln betrachtet worden, dessen Strombahn durch einen Kreis von 50 cm Durchmesser aus Kupferdraht von 5 mm Drahtdurchmesser gebildet war. Es ergab sich

$$\mathfrak{w} = 0{,}0316 \text{ Ohm} = 3{,}16 \cdot 10^7 \text{ C.G.S.},$$
$$\mathfrak{p} = 1472 \text{ C.G.S.},$$

also

$$\pi n \mathfrak{p} = \pi \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot 1472 = 1{,}39 \cdot 10^{10} \text{ C.G.S.},$$
$$\frac{\pi n \mathfrak{p}}{\mathfrak{w}} = 439.$$

Die Induktanz ist also mehr als 400mal größer als der Widerstand.

Nun ist allerdings der Draht hier sehr dick angenommen worden. Aber selbst wenn als Drahtdurchmesser nur 1 mm vorausgesetzt wird, ergibt sich

$$\mathfrak{w} = 0{,}17 \text{ Ohm} = 1{,}7 \cdot 10^8 \text{ C.G.S.}$$
$$\mathfrak{p} = 1977 \text{ [Tab. IX]} + 17 \text{ [239c]} = 1994 \text{ C.G.S.},$$

also

$$\frac{\pi n \mathfrak{p}}{\mathfrak{w}} = 110,$$

die Induktanz immer noch ca. 100mal größer als der Widerstand.

Wenn man aber den Draht durch eine Glasröhre (innerer Durchmesser = 1 mm), die mit einem Elektrolyten, z. B. konzentrierter Kupfersulfatlösung, gefüllt ist, ersetzt, so wird

$$\mathfrak{w} = w \text{ [234c]} = 4{,}42 \cdot 10^5 \text{ Ohm [Tab. III]} = 4{,}42 \cdot 10^{14} \text{ C.G.S.},$$
$$\mathfrak{p} = p \text{ [239c]} = 1977 \text{ [Tab. IX]} + 79 \text{ [239c]} = 2056 \text{ C.G.S.},$$

also

$$\frac{\pi n p}{w} = 4{,}39 \cdot 10^{-5}.$$

Jetzt wird also die Induktanz sehr klein gegen den Widerstand (Grenzfall I).

Schon dieses Beispiel legt also folgende, leicht zu verifizierende Regel nahe: Ist die Wechselzahl der Schwingung von der Größenordnung 10^6 oder darüber, so können Leitungen, die praktisch induktionslos sind, nur durch Elektrolyte hergestellt werden. In allen Leitungen, die aus Kupferdrähten von nicht extrem kleinem Radius bestehen, ist der Widerstand sehr klein gegen die Induktanz.

b. In den beiden Grenzfällen I und II wird die Beziehung zwischen Strom und Spannung bezw. EMK besonders einfach.

1. Im Grenzfall I (elektrolytische Widerstände) ist $\pi n p$ klein gegen w. Nun kann man der Gl. (6) in **249** folgende Form geben:

$$\mathfrak{z} = w \sqrt{\left(1 - \frac{\pi n p}{w} \cdot \frac{\delta}{\pi n}\right)^2 + \left(\frac{\pi n p}{w}\right)^2},$$

$$\operatorname{tg}(i, \mathfrak{S}_a) = \frac{\pi n p}{w\left(1 - \frac{\pi n p}{w} \cdot \frac{\delta}{\pi n}\right)}.$$

$\left(\frac{\pi n p}{w}\right)$ ist in diesem Grenzfall sehr klein gegen 1. $\frac{\delta}{\pi n} = \frac{b}{2\pi}$ ist stets klein gegen 1, solange die Schwingung nicht extrem stark gedämpft ist [222].

Also gilt annähernd für induktionslose Leitung

$$\left.\begin{aligned} i_0 &= \frac{\mathfrak{S}_{a0} \text{ bezw. } \mathfrak{V}_0}{w} \\ \sphericalangle(i, \mathfrak{S}_a) \text{ bezw. } \sphericalangle(i, \mathfrak{V}) &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (1)$$

2. Im Grenzfall II (Leitungen aus nicht zu dünnen Drähten eines gut leitenden, nicht ferromagnetischen Metalls), $\pi n p$ sehr groß gegen w, gehen, solange die Dämpfung nicht extrem groß ist, die Gl. (6) in **249** annähernd über in

$$\left.\begin{aligned} i_0 &= \frac{\mathfrak{S}_{a0} \text{ bezw. } \mathfrak{V}_0}{\pi n p} \\ \sphericalangle(i, \mathfrak{S}_a) \text{ bezw. } \sphericalangle(i, \mathfrak{V}) &= 90^0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (2)$$

Die Gl. (1) und (2) sind genau analog denjenigen in 88, welche in den beiden Grenzfällen die Beziehungen bei ungedämpften

Schwingungen angeben. Ein merklicher Einfluß der Dämpfung auf Amplitude und Phase des Stromes ist also in beiden Grenzfällen nicht vorhanden.

251. Praktische Folgen.

a. Im Gebiet der langsamen Schwingungen, wo im allgemeinen hohe Selbstinduktionskoeffizienten oder hohe Widerstände zur Verwendung kommen, ist es meistens ziemlich gleichgültig, welche Länge oder Form die Zuleitungen zu den Drosselspulen, Glühlampen oder auch Meßinstrumenten haben. Bei quasistationären Schwingungen hoher Wechselzahl ist die Stromamplitude in Drahtleitungen in erster Linie abhängig vom Selbstinduktionskoeffizienten der Leitung [**250b**]. Groß wird dieser niemals sein. Da die Benützung von Eisenkernen in Spulen sehr unvorteilhaft ist [**270**], würde großer Selbstinduktionskoeffizient große Länge der Leitung bedingen; große Länge der Leitung ist aber, wenn der Strom quasistationär bleiben soll, ausgeschlossen [**227**]. Hat aber die Leitung kleinen Selbstinduktionskoeffizienten, so ändert sich dieser und damit der Strom unter Umständen sehr stark, wenn man irgend einem Teil der Leitung etwas andere Form gibt oder zum Einschalten eines Meßinstrumentes Anschlußdrähte, wenn auch nur von einigen Zentimetern Länge, benützt. Darauf ist also bei Versuchen mit schnellen Schwingungen sorgfältig zu achten.

b. Die Beziehung **249** Gl. (5) und (6) bezw. **250** Gl. (2) für ein Stück einer Leitung setzt voraus, daß man berechtigt ist, von einem Selbstinduktionskoeffizienten des betreffenden Stücks als einer ausschließlich durch die Form dieses Stücks bestimmten Größe zu reden*). Das ist beinahe nur dann der Fall, wenn das betreffende Stück der Leitung eine Ringspule, unter Umständen auch, wenn es eine gerade Spule ist*). Wenn aber in einen Strom z. B. ein nahezu geschlossener Kreis (Fig. 389 ACB) eingeschaltet wird, so wird im allgemeinen der Selbstinduktionskoeffizient der ganzen Strombahn keineswegs um den aus den Formeln der Tabelle VIII folgenden Selbstinduktionskoeffizienten des Kreises ACB vermehrt. Diese Formeln sind unter der Voraussetzung abgeleitet, daß der Kreis auch die ganze Strombahn bildet. Wird aber der Kreis in eine andere Strombahn eingeschaltet, so wird die Anzahl der durch den Kreis hindurch-

) Vgl. die Ableitung der entsprechenden Gleichung in 87a und S. 48 Fußnote).

tretenden Induktionslinien überhaupt nicht nur von den Dimensionen des Kreises, sondern auch von denen der übrigen Strombahn abhängen. Es wäre in diesem Fall also nicht richtig, die Spannung $\mathfrak{V}$

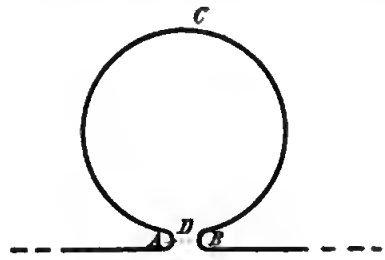


Fig. 389.

zwischen den Punkten A und B aus dem Strom i nach der Beziehung 250 Gl. (2)

$$\mathfrak{V}_0 = \pi n p \cdot i_0$$

abzuleiten, und für p den aus 239 bezw. Tabelle VIII berechneten Wert einzusetzen.

Allerdings ist dann[141]), wenn die ganze übrige Strombahn konstant gehalten wird,

$$i_0 = \frac{\mathfrak{V}_0}{\mathfrak{z}} \text{ und}$$

$$\mathfrak{z} = \sqrt{(w - q\delta)^2 + (\pi n q)^2}$$

oder, wenn $\pi n q$ sehr groß ist gegen w,

$$\mathfrak{V}_0 = \pi n q \cdot i_0.$$

Aber der Proportionalitätsfaktor q ist im allgemeinen nicht identisch mit dem Selbstinduktionskoeffizienten p des Kreises ACB. Er ist bestimmt durch den Induktionsfluß, welcher den Kreis durchsetzt, während er in die Leitung eingeschaltet ist.

In Zusammenhang damit steht das folgende. Ist ein Stromkreis aus mehreren Teilen zusammengesetzt, deren Selbstinduktionskoeffizienten nach Tabelle VIII zu berechnen wären, z. B. aus einem Kreis und einem Rechteck, so darf im allgemeinen nicht angenommen werden, daß der Selbstinduktionskoeffizient des ganzen Stromkreises = dem Selbstinduktionskoeffizienten des Kreises + demjenigen des Rechtecks sei, beide berechnet nach Tabelle VIII. Die Verhältnisse liegen also ganz anders, als wenn zwei Drosselspulen in Serie geschaltet werden [91].

c. Eine für viele Versuche wichtige Anordnung ist die in Fig. 390 schematisch dargestellte. Ein Kondensatorkreis CK induziert auf einen

geschlossenen Drahtkreis K, an den ein Hitzdrahtthermometer H (oder Bolometer) angeschlossen ist und der sich in solcher Entfernung vom Kondensatorkreis befindet, daß eine Rückwirkung auf diesen nicht möglich ist [316a]. Es liegt nahe zu denken, daß man den Ausschlag im Hitzdrahtinstrument H dadurch steigern könne, daß man statt des

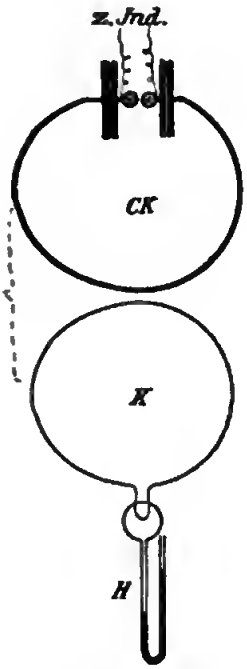


Fig 390.

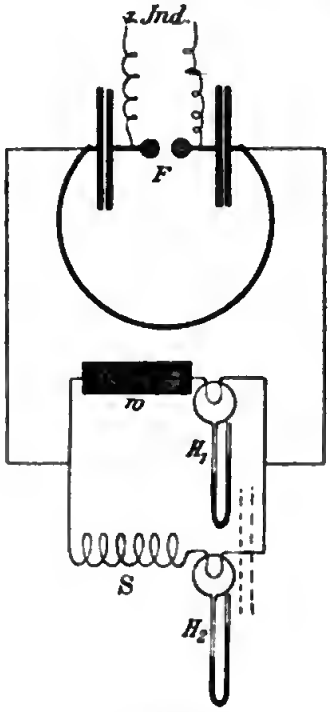


Fig. 391.

einen Kreises K mehrere Windungen benützt, da die induzierte EMK $\mathfrak{E}_a$ proportional der Windungszahl N wächst [38d]. Tatsächlich ergibt der Versuch genau das Gegenteil, vorausgesetzt, daß der Widerstand des Hitzdrahts nicht sehr groß und derselbe mit ganz kurzen Anschlußdrähten an K angeschaltet ist. Ein Versuch lieferte z.B. folgende Zahlen:

Anzahl Windungen	Angabe des Hitzdrahtinstruments in Ampère
1	0,082
2	0,074
3	0,060
4	0,049
5	0,033
6	0,025

Der Ausschlag ist also am größten bei einer einzigen Windung. Eine Erklärung ergibt sich schon aus **250 b**. Unter den gemachten Voraussetzungen gilt annähernd für den Strom i in dem Stromkreis mit dem Hitzdrahtinstrument

$$i_0 = \frac{\mathfrak{S}_{a0}}{\pi n p} \text{ [250 b]},$$

worin p merklich identisch ist mit dem Selbstinduktionskoeffizienten der Drahtkreise. Dieser ist nach **34 c** annähernd $\sim N^2$, $\mathfrak{S}_{a0}$ annähernd $\sim N$, also annähernd

$$i_0 \sim \frac{1}{N}.$$

Genau kann diese Beziehung durch die angegebenen Zahlen nicht bestätigt werden, da die Voraussetzungen dieser Beziehung bei den Versuchen nicht genau erfüllt waren.

d. Teilt man die Entladung eines Kondensatorkreises in zwei Zweige (Fig. 391), bezeichnet i_1 bezw. i_2 den Strom in denselben, $\mathfrak{z}_1$ bezw. $\mathfrak{z}_2$ ihre Impedanz, so gilt, wenn **249** Gl. (6) auf die beiden Zweige angewendet werden darf [b],

$$\frac{\dot{i}_{10}}{\dot{i}_{20}} = \frac{\mathfrak{z}_2}{\mathfrak{z}_1}^{142}). \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Ist Zweig 1 im wesentlichen ein hoher elektrolytischer Widerstand w, Zweig 2 eine Drahtleitung mit dem Selbstinduktionskoeffizienten p (Fig. 391)*), so wird aus Gl. (1)

$$\frac{\dot{i}_{10}}{\dot{i}_{20}} = \frac{\pi n p}{w}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Setzt man in beide Zweige möglichst gleiche Hitzdrahtinstrumente und reguliert den elektrolytischen Widerstand w so, daß die Instrumente denselben Ausschlag zeigen, demnach [241 ff.] die Stromamplitude in beiden Zweigen dieselbe und $\pi n p = w$ ist, so kann diese Anordnung in zweierlei Weise verwendet werden. Einmal kann sie dazu dienen, um zu demonstrieren, welche hohen Werte die Induktanz einer einfachen Drahtleitung oder Spule mit wenig Windungen bei diesen hohen Wechselzahlen annimmt. Dann aber läßt sich auf diese Anordnung eine Methode[143]) zur Bestimmung der Wechselzahl gründen: Ist p bekannt, w bestimmt, so folgt aus Gl. (2) die Wechselzahl *n*.

*) Die gestrichelten Linien sind weg zu denken.

252. Folgerungen für die Eigenschwingungen von Kondensatorkreisen.

Die Dämpfung eines Kondensatorkreises, dessen Kapazität = c, Selbstinduktionskoeffizient = p und Widerstand = w sei, soll nicht extrem groß sein, so daß δ^2 gegen $(\pi n)^2$ vernachlässigt werden kann. Dann gilt für die Strombahn des Kondensatorkreises die Beziehung [**250** Gl. (2)]

$$i_0 = \frac{\mathfrak{V}_0}{\pi n p} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

($\mathfrak{V}_0$ = anfängliche Spannung zwischen den Kondensatorbelegungen) mit der Besonderheit, daß [**209**]

$$n = \frac{1}{\pi \sqrt{p c}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

ist.

a. Aus Gl. (1) folgt, daß die Stromamplitude i_0 in erster Näherung vom Widerstand des Kondensatorkreises überhaupt nicht abhängt.

Eine Bestätigung dieser Folgerung liegt in den Fig. 369 und 370, die sich nach **221c** auf Kondensatorkreise von derselben Kapazität, demselben Selbstinduktionskoeffizienten und derselben Anfangsspannung beziehen. Trotzdem der Widerstand im Falle von Fig. 370 bedeutend größer ist als bei Fig. 369, und die Dämpfung in beiden Fällen schon ziemlich beträchtlich ist ($\mathfrak{d}$ = ca. 0,14 bezw. 0,25), verhalten sich die Stromamplituden, wie eine Ausmessung der Negative ergab, wie 51,6 : 49,5, unterscheiden sich also nur sehr wenig.

b. Wenn Kapazität und Spannung dieselbe ist, d. h. also dieselben Kondensatoren und dieselbe Funkenstrecke verwendet werden, so wird

$$i_0 = \frac{\text{konst.}}{\sqrt{p}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Hierin hängt die Konstante von der Wechselzahl nicht mehr ab.

Da die Stromamplitude i_0 bis etwa zu 10^6 Wechseln mit der Braun'schen Röhre bestimmt werden kann [58], so läßt sich auf die Beziehung Gl. (3) eine einfache Methode gründen, um die mit anderen Mitteln schwer direkt bestimmbaren Selbstinduktionskoeffizienten von relativ kleinen Spulen miteinander zu vergleichen. Ist die Stromamplitude = i_{10}, wenn die Strombahn des Kondensators durch die eine Spule (p_1) gebildet ist, = i_{20} wenn diese Spule durch eine andere (p_2) ersetzt ist, so folgt aus Gl. (3)

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{i_{20}}{i_{10}}\right)^2.$$

Kennt man p_2, so ergibt sich der Wert von p_1[144]).

c. Bei der praktischen Verwendung von Kondensatorkreisen [Kap. XX] ist meist die Wechselzahl, also das Produkt von Kapazität und Selbstinduktionskoeffizient, vorgegeben. Soll für eine bestimmte Wechselzahl ein Kondensatorkreis gebaut werden, so kann das erreicht werden, einmal, indem man relativ große Kapazität und kleine Selbstinduktion, und dann, indem man relativ kleine Kapazität und große Selbstinduktion verwendet.

Für die Beurteilung der Frage, welche Vorteile die eine oder andere Konstruktion bei Kondensatorkreisen ohne Funkenstrecke besitzt, sind maßgebend, abgesehen von der Gl. (1), die Beziehungen

$$\mathfrak{d} = \frac{\delta}{n/2} = \frac{w}{n \cdot p} = \pi^2 n \cdot w c \text{ [217 und 209]} \quad . \quad . \quad (4)$$

und

$$W_e = \frac{1}{2} c \mathfrak{V}_0^2 \text{ [40a]}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Die letztere sagt aus, daß die Energie W_e, welche der Kondensator und damit der Kondensatorkreis anfänglich erhielt, der Kapazität proportional ist.

Aus diesen Beziehungen folgt unmittelbar: Konstruiert man den Kondensatorkreis so, daß er große Kapazität und entsprechend kleinen Selbstinduktionskoeffizienten enthält, so hat man bei vorgegebener Spannung den Vorteil größerer Stromamplitude [Gl. (1)], größerer Energie, aber den Nachteil größerer Dämpfung. Das umgekehrte gilt, wenn für den Kondensatorkreis kleine Kapazität und entsprechend großer Selbstinduktionskoeffizient verwendet wird.

Würde man z. B. für die Wechselzahl $3{,}18 \cdot 10^6/_{sec.}$ zwei Kondensatorkreise mit folgenden Dimensionen bauen

I.	II.
$c_1 = 10 \cdot 10^{-3}$ MF	$c_2 = 0{,}1 \cdot 10^{-3}$ MF
$p_1 = 1000$ C.G.S.*)	$p_2 = 100\,000$ C.G.S.*)
$w_1 = 0{,}1$ Ohm*)	$w_2 = 1$ Ohm*),

so würde bei $\mathfrak{V}_0 = 10\,000$ Volt:

$i_{1\,0} = 1000$ Ampère	$i_{2\,0} = 10$ Ampère
$W_{e\,1} = 0{,}5 \cdot 10^7$ C.G.S.	$W_{e\,2} = 0{,}5 \cdot 10^5$ C.G.S.
$\mathfrak{d}_1 = 0{,}03$	$\mathfrak{d}_2 = 0{,}003$.

*) Das entspricht ungefähr der Annahme, daß die Strombahn bei Kondensatorkreis I ein Kreis von 30 cm Durchmesser und 1 mm Drahtdurchmesser sei, bei Kondensatorkreis II eine Spule, die aus 10 solchen Kreisen besteht.

Bei Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke liegen aber die Verhältnisse anders: hier bedingt große Kapazität und kleiner Selbstinduktionskoeffizient nicht nur große Energie und Stromamplitude, sondere auch noch relativ kleines Dekrement [219b].

d. Das Beispiel I zeigt, welche hohe Stromamplituden man bei Versuchen mit Kondensatorkreisen hoher Wechselzahl erhalten kann. Im Widerspruch damit scheint zu stehen, daß man bei diesen Versuchen unbedenklich Kupferdrähte von etwa einem Millimeter Durchmesser verwenden kann. Nach den Erfahrungen bei langsamen Schwingungen könnte es scheinen, daß so dünne Drähte bei so hohen Stromstärken sofort durchbrennen müßten. Der scheinbare Widerspruch klärt sich aber auf, wenn man daran denkt, daß diese hohen Stromamplituden nur äußerst kurze Zeit andauern. Bei dem Kondensatorkreis I in c ist die Stromamplitude schon nach $1{,}4 \cdot 10^{-4}$ Sekunden auf den tausendsten, nach $2{,}4 \cdot 10^{-4}$ Sekunden auf den hunderttausendsten Teil des Anfangswertes herabgesunken, beträgt also nur noch $^1/_{100}$ Amp. Selbst wenn man 100 Entladungen des Kondensatorkreises in der Sekunde hat, ist nur während $^1/_{40}$ der Zeit die Stromamplitude größer als $^1/_{100}$ Amp., während $^{39}/_{40}$ der Zeit ist der Kondensatorkreis praktisch stromlos. Der effektive Wert des Stroms ist deshalb auch nicht besonders groß [vgl. 244 und 245].

e. In derselben Weise erklärt sich die außerordentlich hohe Leistung, welche ein solcher Kondensatorkreis liefert. Nimmt man an, daß bei dem Kondensatorkreis I in c die Schwingung nach $1{,}4 \cdot 10^{-4}$ Sekunden praktisch als abgelaufen betrachtet werden kann, so wird die Energie von $0{,}5 \cdot 10^7$ C.G.S. in $1{,}4 \cdot 10^{-4}$ Sekunden verbraucht. Das entspricht einer mittleren Leistung von

$$\frac{0{,}5 \cdot 10^7}{1{,}4 \cdot 10^{-4}} = \text{ca. } 4 \cdot 10^{10} \text{ C.G.S.}$$
$$= \text{ca. } 4 \text{ Kilowatt [42]}$$
$$= \text{ca. } 5 \text{ Pferdekräften.}$$

Diese hohe Leistung rührt aber nicht daher, daß ein besonders hoher Betrag von Energie umgesetzt wird, sondern daher, daß der Umsatz in äußerst kurzer Zeit erfolgt. Da Leistung gleich umgesetzter Energie dividiert durch Zeit des Umsatzes ist, so muß man einen hohen Wert der Leistung auch bei mäßiger Größe der Energie, aber sehr kurzer Umsatzzeit erhalten.

f. Der Stromeffekt der Schwingung ist nach 245e

$$= b \cdot \frac{i_0^2}{4\delta}$$

oder nach Gl. (1) und 217 Gl. (2) bei Dämpfung nur durch Joulesche Wärme

$$= b \cdot \frac{l}{2\pi^2 n^2} \cdot \frac{\mathfrak{V}_0^2}{w \cdot p} = b \cdot \frac{c}{2w} \cdot \mathfrak{V}_0^{2*}), \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

also umso größer, je kleiner der Selbstinduktionskoeffizient und je größer demnach bei derselben Wechselzahl die Kapazität ist. Bei

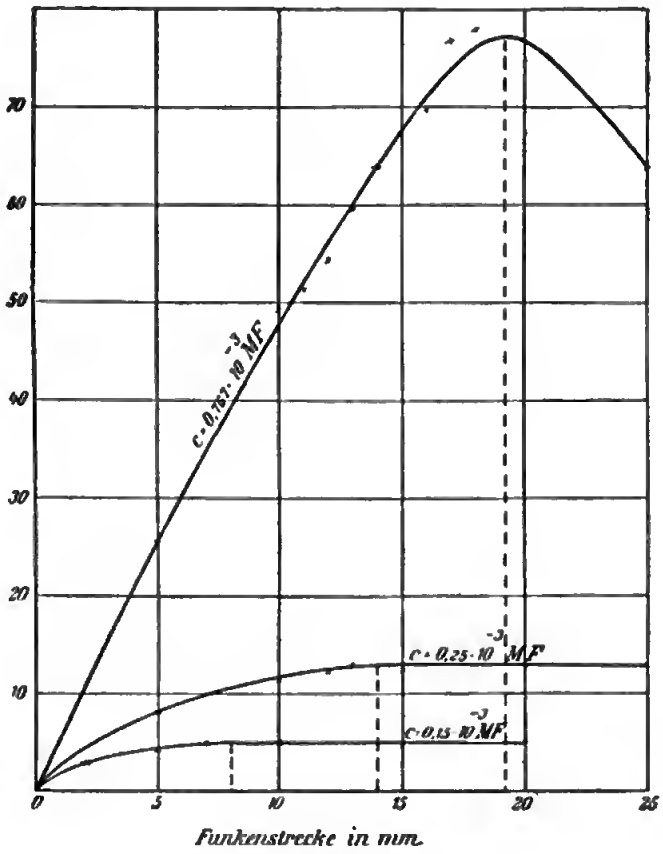


Fig. 392.

Kondensatorkreisen ohne Funkenstrecke folgt aus Gl. (6), daß der Stromeffekt proportional $\mathfrak{V}_0^2$ ist.

Bei Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke bedingt eine Erhöhung der Anfangsspannung $\mathfrak{V}_0$ eine Vergrößerung der Funken-

*) Also $\sim W_e$ [c].

strecke. Einer Vergrößerung der Funkenstrecke entspricht aber eine Aenderung des Dämpfungsfaktors δ [218 und 219]. Wie also der Stromeffekt sich mit der Spannung ändert, hängt ganz davon ab, wie die Funkendämpfung δ_f in dem betreffenden Falle mit der Funkenlänge variiert. Die Zunahme des Stromeffekts bei Vergrößerung der Spannung muß z. B. bei kleinen Kapazitäten ganz anders erfolgen als bei großen [219d].

Das bestätigt der Versuch. Mißt man den Stromeffekt der Eigenschwingungen eines Kondensatorkreises mit einem Hitzdrahtinstrument, das man entweder unmittelbar in den Kondensatorkreis eingeschaltet oder in der Anordnung Fig. 390 gebrauchen kann [318], so erhält man für die Zunahme des Stromeffekts mit der Funkenlänge Kurven, wie sie in Fig. 392 als Resultat von solchen Messungen dargestellt sind *). Der Stromeffekt steigt anfangs ziemlich rasch an; aber von einer kritischen Funkenlänge an nimmt er überhaupt nicht mehr zu, sondern bleibt entweder konstant oder nimmt sogar ab. Diese kritische Funkenlänge ist umso kleiner, je kleiner die Kapazität ist; bei Kapazitäten von $1 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad und einem Durchmesser der Kugeln an der Funkenstrecke von 1,5 cm liegt sie etwa bei 2 cm**).

253. Die Spannung zwischen Punkten einer Leitung.

a. Für die Messung der Spannungsamplitude zwischen zwei Punkten einer Leitung kann die Braun'sche Röhre ebensogut benützt werden wie zur Messung von Stromamplituden [58]. Sie ist aber nur verwendbar bis zu Wechselzahlen von ca. 10^6 Wechseln. Bei Wechselzahlen über $10^6/_{sec.}$ bietet ein gewisses Maß für die Spannungsamplitude die *„Schlagweite"*: Man verbinde die beiden Punkte, zwischen denen die Spannungsamplitude festgestellt werden soll, möglichst kurz mit zwei Metallkugeln, deren Abstand reguliert werden kann, stelle die Kugeln so ein, daß eben Funken zwischen ihnen übergehen. Dieser Abstand der beiden Kugeln ist die Schlagweite zwischen den beiden Punkten bei dem betreffenden Radius der Kugeln. Bezüglich der Messung von Spannungsamplituden durch Schlagweiten ist das folgende zu beachten.

Wie die Spannung bei Schwingungen mit der Funkenlänge zusammenhängt, ist nicht genau bekannt. Die Beziehung zwischen Schlag-

*) Bei solchen Messungen ist das in 241d Gesagte zu beachten.

**) Material der Kugeln in der Funkenstecke Zink. — Wie der Stromeffekt mit der Funkenlänge zunimmt, hängt außerdem sehr stark von dem Radius der Kugeln an der Funkenstrecke ab [427].

weite und der Zeit nach konstanter Spannung ist für verschiedene Kugelradien in Tabelle XIX, soweit es bis jetzt bekannt ist, angegeben. Im Gebiet der Wechselzahlen von Kondensatorkreisen ($n = 10^6$ bis $10^7/_{sec.}$ [213a]) scheinen diese Beziehungen wenigstens noch annähernd zu gelten[145]). Bei sehr viel höheren Wechselzahlen gelten sie aber nicht mehr[146]). Die Genauigkeit, mit welcher die Schlagweite gemessen werden kann, hängt in hohem Maße von der Regelmäßigkeit ab, mit welcher die Schwingungen erzeugt werden. Es sind also zu derartigen Messungen nur gut arbeitende Unterbrecher [430] zu verwenden.

Zur Messung der Schlagweite bedient man sich am besten der sog. „*Funkenmikrometer*", im wesentlichen zwei gut voneinander isolierte Metallkugeln, deren Abstand reguliert und an einer Teilung

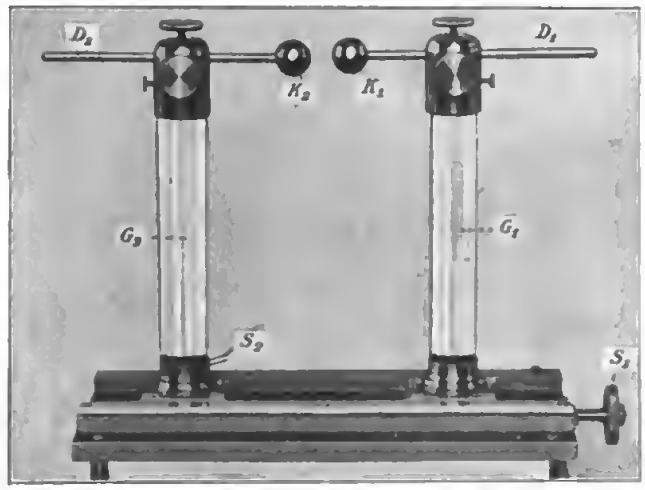


Fig 393.

abgelesen werden kann. In Fig. 393 ist eines abgebildet. Es besitzt eine feine Regulierung des Kugelabstandes durch die Schraube S_1, und eine grobe: wenn man die Schraube S_2 löst, kann der Teil, welcher die Glasstange G_2 trägt, mit der Hand verschoben werden. Löst man die Schrauben oben, so können die Funkenkugeln K_1 und K_2 mit den Drähten D_1 und D_2 entfernt werden. Eine den Drähten $D_1 D_2$ parallele dicke Bohrung ermöglicht, das Funkenmikrometer auch in Leitungen mit dicken Drähten einzufügen, und zwei dünne Bohrungen dienen zum Anschluß von Drähten (Anschluß des Induktors oder Aehnliches). Die Art, wie die Kugeln K_1 und K_2 angebracht sind, verhindert, daß bei großen Spannungen die Funken zwischen anderen Teilen des Funkenmikrometers überschlagen.

Für manche Demonstrationszwecke empfiehlt es sich, die Metall-

kugeln durch dünne, vorn zugespitzte Bogenlampenkohlen zu ersetzen. Die Funken zwischen Kohlen sind glänzender als zwischen Metallkugeln.

b. Für die Größe der Spannungsamplitude $\mathfrak{V}_0$ zwischen zwei Punkten einer metallischen Leitung gilt nach 250 Gl. (2)

$$\mathfrak{V}_0 = \pi n p \,.\, i_0,$$

wenn p der Selbstinduktionskoeffizient des Stückes der Leitung zwischen den betrachteten Punkten ist und wenn die Beziehung 250 Gl. (2) angewendet werden darf [251 b].

Nach 250a kann die Induktanz $\pi n p$ bei metallischen Leitungen für die hohen Wechselzahlen, wie sie Kondensatorkreise liefern, relativ hohe Beträge erreichen, nach 252d gilt dasselbe von der Stromamplitude i_0. Beides zusammen hat zur Folge, daß zwischen Punkten einer Drahtleitung, zwischen denen nur ein kurzes Stück Leitung liegt, bei schnellen Schwingungen sehr hohe Spannungen auftreten können.

Nimmt man z. B. an, ein Kondensatorkreis enthalte eine kleine Spule, deren Selbstinduktionskoeffizient gleich demjenigen eines Kupferdrahtkreises von 50 cm Durchmesser und 5 mm Drahtdurchmesser [250a] ist, so wäre bei einer Wechselzahl von $3 \cdot 10^6/_{\text{sec.}}$ die Spannungsamplitude $\mathfrak{V}_0$ zwischen den Enden dieser Spule bei einer Stromamplitude von 1000 Amp.

$$= 13{,}9 \text{ Ohm} \times 1000 \text{ Amp.}$$
$$= \text{ca. } 14000 \text{ Volt.}$$

Das würde eine Schlagweite von ca. 4 mm zwischen Kugeln von 1 cm Radius geben.

Demonstrieren lassen sich diese hohen Spannungen z. B. durch folgende, wohl von N. Tesla herrührende Anordnung (Fig. 394). Zwischen den äußeren Belegungen zweier Leidener Flaschen, die an die Pole eines Induktors angeschlossen und gut isoliert sind, ist eine Funkenstrecke F eingeschaltet. Die inneren Belegungen sind durch ein Rechteck aus dickem Kupferdraht $A_4 A B B_4$ verbunden, an welchem in regelmäßigen Abständen in den Punkten $A_1 A_2$, A_3, A_4, B_1, B_2 etc. Haken angelötet sind. In die Haken werden Geißlerröhren eingehängt. Sobald man den Induktor in Betrieb setzt und Schwingungen in dem Kondensatorkreis erzeugt, leuchten die Röhren. Da Geißlerröhren zum Ansprechen im allgemeinen mindestens mehrere hundert Volt Spannung brauchen, so beweist der Versuch, daß zwischen den Punkten $A_1 B_1$ bezw. $A_2 B_2$ etc. sehr hohe Spannungen herrschen

müssen, trotzdem diese Punkte durch kurzen dicken Kupferdraht miteinander verbunden sind. — Da von den Röhren am geringsten $A_1 B_1$, stärker $A_2 B_2$ etc. leuchtet, so gibt der Versuch außerdem ein anschauliches Bild für die Zunahme der Spannung zwischen den Seiten $A_1 A_4$ und $B_1 B_4$ des Rechtecks. Will man diese Zunahme der Span-

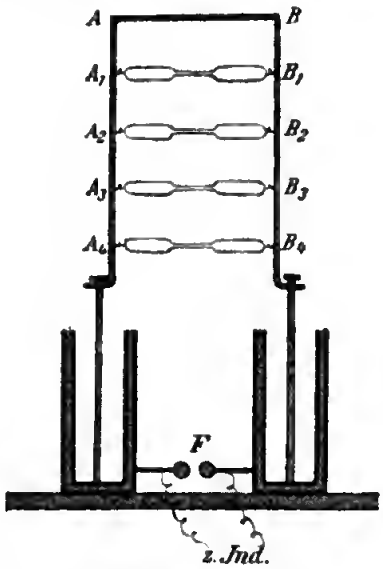


Fig 394.

nung genauer verfolgen, so braucht man nur ein Funkenmikrometer parallel mit A B längs des Rechtecks zu verschieben und die Schlagweiten in den verschiedenen Punkten zu messen.

c. Nach **a** kann die Spannungsamplitude zwischen zwei Punkten einer Leitung durch Messung der Schlagweite annähernd bestimmt werden. Nach **250** Gl. (2) ist aber proportional der Spannungsamplitude die Stromamplitude in der Leitung. Mißt man also die Spannungsamplitude zwischen zwei Punkten einer Leitung, so erhält man damit auch ein gewisses Maß für die Stromamplitude.

Ein Beispiel für die Verwendung der Schlagweite als Maß für die Stromamplitude ist in **244 a** schon angegeben worden. In der Anordnung Fig. 379 ergab sich, daß die Schlagweite bei F_1 annähernd konstant blieb, als Widerstand in den Kondensatorkreis eingeschaltet wurde, daß dieselbe erst dann etwas geringer wurde, als der eingeschaltete Widerstand sehr hohe Beträge erreicht hatte. Darin liegt also eine Bestätigung der Angabe in **252 a**, daß die Stromamplitude eines Kondensatorkreises in erster Annäherung von dem Widerstand der Strombahn unabhängig ist. Erst bei sehr hohem Widerstand macht sich sein Einfluß auf die Stromamplitude geltend.

254. Isolation der Leitungen bei schnellen Schwingungen.

a. Nach **253 b** können bei schnellen Schwingungen sehr hohe Spannungen zwischen zwei Punkten einer Strombahn auftreten. Man hat deshalb darauf zu achten, daß nicht Teile einer Leitung, zwischen denen eine hohe Spannungsamplitude herrscht, einander zu nahe kommen, da nach **253 a** sonst Funken zwischen denselben überschlagen. Welche Folgen das Ueberschlagen von Funken hat, kann mit Hilfe der Anordnung Fig. 395 einfach gezeigt werden. Werden die Kugeln des Funkenmikrometers F_1 so weit auseinander geschraubt, daß kein Funke zwischen denselben übergeht, so gibt das Hitzdrahtthermometer H den dem normalen Strom im Kondensatorkreis entsprechenden Ausschlag; in einem Versuch z. B. zeigte es 1,05 Amp. an. Sobald aber die Kugeln von F_1 so weit zusammengebracht wurden, daß Funken zwischen ihnen übergingen, sank der Ausschlag auf 0,75 Amp., und er ging umso weiter herunter, je kleiner die Funkenstrecke F_1 gemacht wurde.

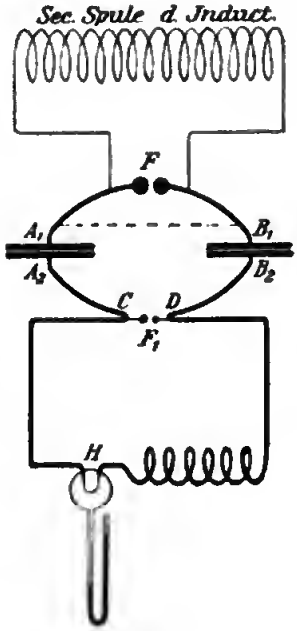


Fig. 395.

Wenn nämlich Funken bei F_1 überschlagen, so stellt die Anordnung eine Stromverzweigung dar zwischen den Zweigen CF_1D und CHD. Der Zweig CF_1D hat, da er zum Teil durch die Funkenbahn gebildet wird, nicht unbeträchtlichen Widerstand, dessen Größe aber doch, wenn nicht die Funkenbahn sehr groß ist, einige Ohm nicht überschreitet; die Induktanz dieses Zweiges ist wegen der geringen Länge sehr gering. Der Zweig CHD besitzt zwar nur geringen Widerstand, aber unter Umständen erhebliche Induktanz. Da nun bei einer Stromverzweigung die Stromamplituden in den beiden Zweigen sich umgekehrt verhalten wie die Impedanzen der betreffenden Zweige [**251 d**], so muß ein bedeutender Teil des Gesamtstromes durch den Zweig CF_1D und nicht mehr durch CHD hindurch gehen. Die Schwingungen im Zweig CHD werden also dadurch, daß ein Funke bei F_1 übergeht, stark geschwächt*).

*) Abgesehen davon, daß durch das Uebergehen der Funken die Schwingungen im Kreis überhaupt geändert werden.

b. Es folgt aus dem Gesagten, daß das Ueberschlagen derartiger Funken unbedingt zu verhindern ist. Ist es nicht möglich, dies dadurch zu tun, daß man Teile der Leitung, zwischen denen hohe Spannungen bestehen, genügend weit auseinander legt, so müssen diese Teile durch Materialien von genügender Durchschlagsfestigkeit voneinander isoliert werden.

Als solche Materialien kommen außer den schon in **17** angegebenen in Betracht Oele, in welche die Leitungen eingebettet werden, besonders die in der Technik gebrauchten Transformatorenöle, auch Petroleum. Für Laboratoriumszwecke sind ganz besonders wegen ihrer Bequemlichkeit zu empfehlen die mit dicker Paragummilage umgebenen biegsamen Kupferseile, die z. B. von Siemens & Halske hergestellt werden.

c. Während gegen ein Ueberschlagen von Funken bei Versuchen mit schnellen Schwingungen größte Sorgfalt zu verwenden ist, sind an die Isolation der Drähte gegen Stromverluste durch Leitung nur sehr geringe Anforderungen zu stellen. In der Anordnung Fig. 395 können die Punkte $A_2 B_2$ durch einen hohen Widerstand (nasser Faden, dünne Röhre mit Kupfersulfatlösung oder Aehnliches) miteinander verbunden werden, ohne daß sich irgend etwas Merkliches an der Schlagweite bei F_1 oder an der Angabe des Hitzdrahtinstrumentes H ändert. Wohl stellt ein solcher hoher elektrolytischer Widerstand so gut eine Zweigleitung zu CHD dar, wie in dem Versuch **a** der Funke bei F_1. Aber die Stromamplitude in diesem elektrolytischen Widerstand verhält sich nach **251 d** zu derjenigen in Leitung CHD wie die Induktanz dieser Leitung zu der Größe des elektrolytischen Widerstandes. So groß diese Induktanz auch sein mag, mehr als einige hundert Ohm wird sie nie betragen, wenn die Wechselzahl der Schwingung groß und der Strom quasistationär bleiben soll [**250a** und **251a**]; der Widerstand aber einer dünnen Röhre mit Kupfersulfat oder gar eines nassen Fadens beträgt leicht mehrere tausend Ohm [**250a**]. Demnach ist der Teil der Stromamplitude, welcher durch den elektrolytischen Widerstand hindurchgeht, nur sehr gering; er ändert an der Schwingung in CHD nichts Merkliches. Noch weniger würde sich natürlich ändern, wenn man die Punkte $A_2 B_2$ durch eine Holzleiste oder Aehnliches verbunden hätte. Gegen Isolationsverluste durch Leitung sind also die raschen Schwingungen sehr wenig empfindlich. Es genügt für die meisten Laboratoriumszwecke blanke Drähte zu verwenden und diese nur durch Holz (Tischplatte, Holzstativ) voneinander zu isolieren.

d. Wird derselbe elektrolytische Widerstand zwischen $A_1 B_1$ eingeschaltet, so sind nur noch relativ kleine Funken bei F und demnach sehr schwache Schwingungen zu erhalten, auch dann, wenn der Primärstrom im Induktor so hoch als irgend zulässig gesteigert wird.

Befindet sich der elektrolytische Widerstand zwischen $A_1 B_1$, so verzweigt sich der Strom des Induktors zwischen ihm und den durch die Leitung $A_2 C H D B_2$ in Serie geschalteten Kondensatoren $A_1 A_2$ und $B_1 B_2$. Nehmen wir an, der Strom des Induktors bestehe aus einer einzigen Schwingung von der Wechselzahl n [215] und sei nicht extrem stark gedämpft, so daß die Beziehungen 257 a Geltung haben, so kommt für die Verzweigung in Betracht die Größe des elektrolytischen Widerstandes w und die Kondensanz der beiden Kondensatoren und damit ihre Kapazität c. Unter der Annahme $w = 10000$ Ohm, c für jeden Kondensator $= 10^{-3}$ Mikrofarad, $n = 10^4/_{sec.}$ ergibt die Rechnung, daß die Stromamplitude in dem elektrolytischen Widerstand 6mal größer würde als die Stromamplitude, welche zum Laden der Kondensatoren verbraucht wird.

Dazu kommt, daß durch den elektrolytischen Widerstand auch die Spannung, welche der Induktor zwischen den Punkten $A_1 B_1$ liefert, bedeutend verringert werden kann. Nimmt man als Widerstand und Selbstinduktionskoeffizient des Induktors die auf S. 48 (Fußnote **) angegebenen Werte an, so würde die Spannung zwischen $A_1 A_2$ etwa 3mal geringer sein, wenn der elektrolytische Widerstand eingeschaltet, als wenn er nicht vorhanden ist, vorausgesetzt, daß in beiden Fällen dieselbe EMK induziert wird.

Daraus folgt, daß eine mangelhafte Isolation von Teilen, die durch den Induktor auf hohe Spannung geladen werden, außerordentlich schädlich ist.

e. Aus **c** und **d** ergibt sich ein großer Vorteil der Serienschaltung von Kondensatorkreisen gegenüber der einfachen [197]. Bei der Serienschaltung (Fig. 395) hat man nur nötig, den kleinen Teil $A_1 F B_1$ gut zu isolieren, da nur dieser Induktorladungen bekommt; bei der einfachen Schaltung z. B. Fig. 333 muß aber der ganze Kondensatorkreis sorgfältig isoliert werden.

255. Die Wirkung der Blitzableiter bei elektrischen Leitungen.

Gefährdet durch Blitzschläge sind oberirdische Leitungen, wie sie bei Telegraphen- oder Telephonanlagen oder elektrischen Kraftübertragungen [150] gebraucht werden.

a. Eine solche Kraftübertragung sei in der einfachsten Form

angenommen. Auf der einen Station befinde sich eine Wechselstrommaschine M (Fig. 396), auf der anderen ein Transformator T. Der eine Pol der Maschine sei durch die Leitung $M_1 T_1$ mit dem einen Pol der Primärspule des Transformators verbunden, der andere Pol sowohl der Maschine als des Transformators sei an Erde gelegt, diese also als Rückleitung benützt*).

Ueber der Leitung $M_1 T_1$ stehe eine Gewitterwolke W, deren Spannung gegen die Erde allmählich sehr hoch werde. Schließlich wird dann dasselbe eintreten, was in der Anordnung Fig. 333 geschieht, wenn man der einen Kondensatorbelegung eine immer höhere

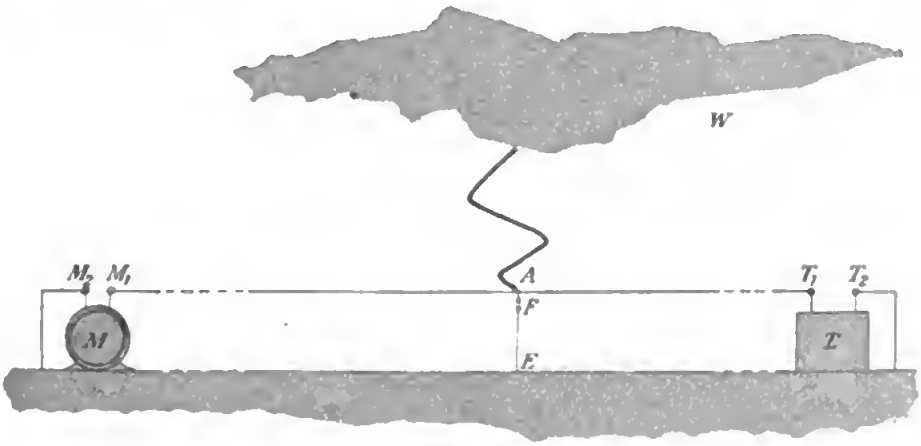


Fig. 396.

Spannung gegen die andere Belegung erteilt: es wird ein Funke zwischen der Wolke und einem der nächsten mit der Erde verbundenen Punkte, z. B. dem Punkt A der Leitung $M_1 T_1$, übergehen, „der Blitz bei A in die Leitung schlagen".

Es soll nun vorerst angenommen werden, daß in diesem Funken dasselbe vor sich gehe, wie in dem Funken der Anordnung Fig. 333, d. h. daß in ihm ein gedämpfter Wechselstrom hoher Wechselzahl fließe, der die Wolke allmählich entlädt. Die Folge wird, wenn die Leitung A F E nicht vorhanden ist, sein, daß dieser Wechselstrom sich bei A in zwei Teile teilt. Ein Teil wird durch Leitung $A M_1$ und die Maschine M fließen, ein anderer Teil durch Leitung $A T_1$ und den Transformator T. Da dabei zwischen den Wicklungen der Maschine bezw. des Transformators sehr hohe Spannungen auftreten müssen [253 b], so ist die wahrscheinliche Folge, daß die Isolation

*) Diese Annahme ist aber nur der Einfachheit halber gemacht; in der Praxis werden die Leitungen in der Regel nicht geerdet.

der Maschinen- bezw. Transformatorenwicklungen durchschlagen werden und dadurch Kurzschlüsse und Betriebsstörungen entstehen.

Ein Mittel, um diese Wirkung von Blitzschlägen zu vermindern, legt der Versuch **254a** nahe. Man denke sich bei A eine möglichst kurze, durch eine Funkenstrecke F unterbrochene Verbindung A F E zwischen der Leitung und der Erde angelegt. Dann wird, wenn die Funkenstrecke F nicht zu groß ist, ein Funke bei F überschlagen und ein Teil der Entladung auch durch diesen Zweig hindurchgehen.

Nach **251d** gilt für die Stromamplituden i_{10} in $A M_1 M_2$, i_{20} in $A T_1 T_2$ und i_{30} in A F E

$$i_{10} : i_{20} : i_3 = \frac{1}{\mathfrak{z}_1} : \frac{1}{\mathfrak{z}_2} : \frac{1}{\mathfrak{z}_3}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

wenn $\mathfrak{z}_1$, $\mathfrak{z}_2$, $\mathfrak{z}_3$ die Impedanz der drei Leitungen bezeichnet. Die Impedanz $\mathfrak{z}_1$ bezw. $\mathfrak{z}_2$ ist merklich identisch mit der Induktanz der betreffenden Leitungen [**250a**]. Dasselbe gilt auch annähernd für die Leitung A F E trotz der darin befindlichen Funkenstrecke und des „Funkenwiderstandes". Es ist anzunehmen, daß dieser sehr klein ist, höchstens von der Größenordnung $^1/_{10}$ Ohm, da es sich beim Blitz um sehr große Stromstärken handelt, entsprechend den Verhältnissen bei sehr großen Kapazitäten in Kondensatorkreisen [**218c**]. Die Induktanz der Leitung A F E kann aber kaum ebenso klein sein. Die Leitung A F E muß mindestens eine Länge haben gleich dem Abstand, in welchem die Hochspannungsleitung $M_1 T_1$ über der Erde geführt ist, also wenigstens einige Meter lang sein. Es folgt also aus Gl. (1) annähernd

$$i_{10} : i_{20} : i_{30} \frac{1}{p_1} : \frac{1}{p_2} : \frac{1}{p_3}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

worin p_1 bezw. p_2 bezw. p_3 den Selbstinduktionskoeffizienten der drei Wege bedeutet, auf welchen der Strom zur Erde fließt. Die Selbstinduktionskoeffizienten p_1 und p_2 sind mindestens gleich den Selbstinduktionskoeffizienten der Leitungen $A M_1$ bezw. $A T_1$, auch wenn die Maschine bezw. der Transformator durchschlagen wird; p_1 und p_2 sind also jedenfalls viel größer als p_3.

Es folgt also aus Gl. (2), daß i_{30} bedeutend größer sein muß als i_{10} und i_{20}, d. h. daß fast der ganze Strom durch die Funkenbahn F nach der Erde geht, während die Ströme in den Leitungen viel geringer sind.

b. Voraussetzung war, daß der Strom im Blitz ein quasistationärer Wechselstrom hoher Wechselzahl sei. Daß dieser Strom sehr hohe Wechselzahl haben soll und gleichzeitig auf einer eventuell mehrere Kilometer langen Leitung $A M_1$ bezw. $A T_1$ als quasistationär betrachtet werden darf, ist nach **227** ausgeschlossen. Allein, wenn der Blitzstrom in den langen Leitungen $A M_1$ und $A T_1$ auch nicht mehr quasistationär ist, so bleibt doch, solange nur die Leitung A F E kurz ist gegen die Wellenlänge, das Resultat bestehen, daß der Strom in dieser Leitung denjenigen in den Leitungen $A T_1$ und $A M_1$ im allgemeinen bei weitem an Stärke übertrifft.

Aber es ist überhaupt sehr zweifelhaft, ob die Blitzentladung eine oszillatorische ist. Es ist nach dem, was bis jetzt über Blitze bekannt ist, ebensogut möglich, daß ein Blitz eine aperiodische Entladung darstellt. Sicher aber ist, daß bei einem Blitz, mag die Entladung oszillatorisch oder aperiodisch sein, der Strom von einem hohen Wert sehr rasch auf Null abfällt. In diesem Fall zeigt aber[147]) die Theorie[148]), daß auch bei der Verzweigung einer aperiodischen Entladung die Stromamplitude in den Zweigen umso kleiner wird, je größer der Selbstinduktionskoeffizient der betreffenden Zweigleitung ist. Qualitativ bleiben also die Folgerungen, die oben aus Gl. (2) gezogen wurden, bestehen.

c. Die in **a** beschriebene Wirkung dieser Funkenblitzableiter kann im Laboratorium in einfacher Weise demonstriert werden. Eine längere Leitung M A T stelle die Leitung $M_1 T_1$ von Fig. 396, je eine eng gewickelte Spule M und T die Maschine und den Transformator dar (Fig. 397). Die Erde wird durch ein großes Blech ersetzt, die Gewitterwolke durch irgend einen großen Leiter w (großes Blechgefäß oder Aehnliches) markiert, der gut isoliert aufgestellt oder aufgehängt ist. Die Ladung desselben erfolgt durch eine große Influenzmaschine, Induktor oder Teslatransformator [356]. Läßt man dann, ehe die Leitung A F E angebracht ist, einen Funken von w nach A über-

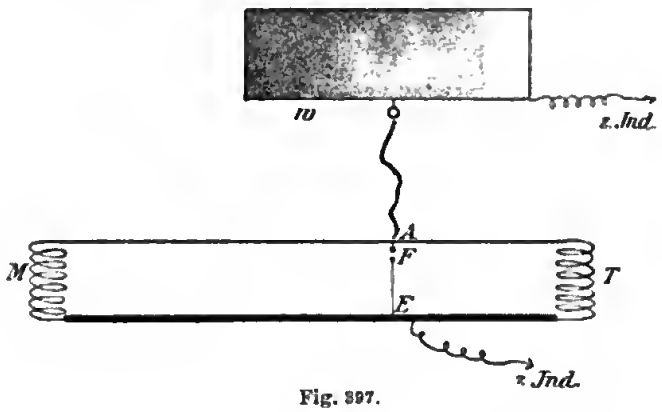


Fig. 397.

gehen, so schlagen auch überall zwischen den Windungen der Spulen M und T Funken über. Legt man nun die Leitung A F E an, so erhält man bei F einen starken Funken, zwischen den Windungen der Spulen M und T ist aber jede Funkenbildung verschwunden.

d. Nach dem in **a** auseinandergesetzten Prinzip[149]) sind die Blitzableiter für Telephon- und Telegraphenanlagen gebaut. In Fig. 398 und 399 sind zwei Formen abgebildet. Bei der einen besteht die

Funkenstrecke einfach aus einer Spitze und einer Metallplatte, bei der anderen aus einer Anzahl von scharfen Kanten aus Kohle. Der Teil L ist unmittelbar mit der Leitung, der Teil E auf dem kürzesten Wege mit der Erde verbunden. Schlägt der Blitz in die Lei-

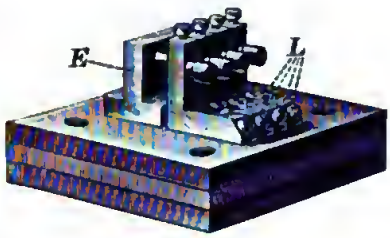


Fig. 398.

Fig. 399.

tung, so geht der Hauptteil der Entladung durch den Blitzableiter und nicht durch die Apparate.

Die auf demselben Prinzip beruhenden Blitzableiter für Hochspannungsleitungen sind die sog. Hörnerblitzableiter. Sie wurden zuerst von Siemens & Halske gebaut und haben die in Fig. 400

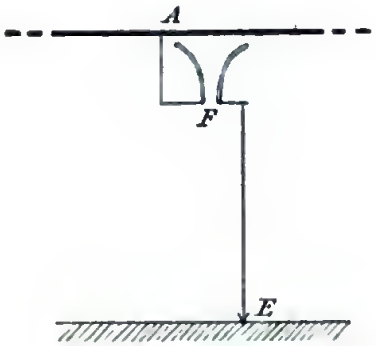


Fig. 400.

bezw. 401 abgebildete Form. Von ihnen werden längs der ganzen Leitung möglichst viele in der aus der schematischen Figur 400 ersichtlichen Weise angebracht, so daß immer einer in der Nähe der Stelle, an welcher der Blitz einschlägt, sich befindet.

Die eigentümliche Form der Hörnerblitzableiter hat folgenden Grund. Wenn (vgl. Fig. 396) ein Funke bei F überschlägt, so stellt er eine leitende Verbindung zwischen A und E her. Die Folge

davon ist, daß der Strom der Hochspannungsmaschine M zum weitaus größten Teil auf dem Weg M_1AFEM_2 fließt und nicht durch den Transformator T hindurch, da die Impedanz des Weges AFE bedeutend kleiner ist als diejenige von AT_1T_2E. Gleichzeitig wird der Strom der Maschine wegen der kleinen Impedanz des Weges

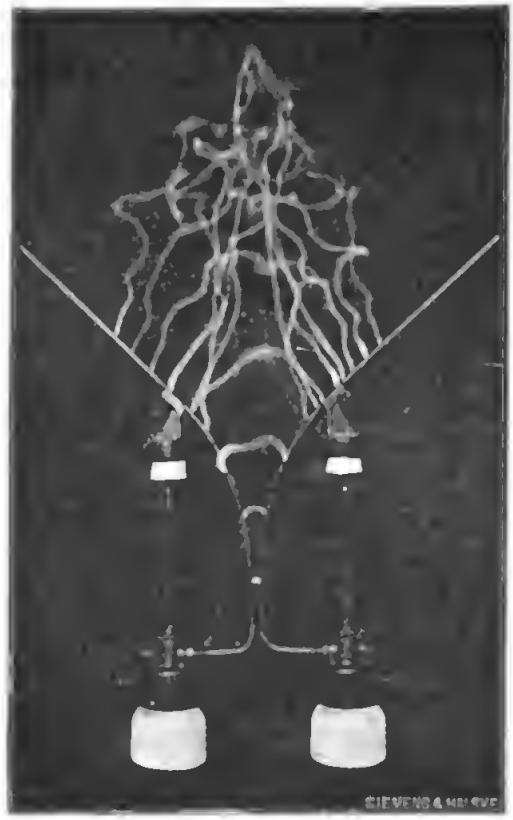


Fig. 401.

M_1AFEM_2 außerordentlich groß: die Maschine ist durch den Funken bei F „kurzgeschlossen".

Eine Beschädigung der Maschine oder wenigstens eine Betriebsstörung durch diesen Kurzschluß verhindert die Form der Hörnerblitzableiter in folgender Weise. Der Funke (Blitz) und damit auch der Maschinenstrom gehen zuerst an der Stelle über, wo die Hörner sich am nächsten stehen, also ganz unten. Die dadurch hervorgerufene Erwärmung der Luft bewirkt eine starke Luftströmung nach oben, welche unterstützt durch die elektromagnetische Wirkung des Stromes*)

*) Das folgt aus 44 d, wonach ein Stromkreis sich in einem magnetischen Feld so einstellt, daß möglichst viele magnetische Induktionslinien durch ihn

die Funken- bezw. Strombahn nach oben drängt. Die Funkenbahn wird dadurch immer länger und der Funke reißt schließlich ab, so daß der Kurzschluß nur ganz kurze Zeit dauert*).

e. Tatsächlich sind alle diese Blitzableiter nicht im stande, die schädlichen Wirkungen eines direkten Blitzschlags in die Leitung vollkommen zu verhindern[150]). Wirksam sind sie aber, wenn durch Blitze in der Nähe der Leitung sehr rasch veränderliche Ströme in derselben induziert werden, welche Anlaß zu hohen Spannungen geben. Dabei ist die Art der Wirkung der Blitzableiter ganz ähnlich wie sie oben [**a**] in allerdings sehr schematischer Weise geschildert wurde.

256. Bestimmung der Phasendifferenz zwischen zwei Schwingungen[151]).

Gegeben seien zwei Leitungen mit den Schwingungen i_1 und i_2 derselben Wechselzahl und Dämpfung; letztere sei nicht extrem stark, daß der Dämpfungsfaktor gegen πn vernachlässigt werden kann. Gesucht sei die Phasendifferenz zwischen beiden Schwingungen.

Man verbinde zwei gleiche Drahtkreise oder Spulen K_1 und K_2 (Fig. 402) unter sich und mit einem Hitzdrahtinstrument H (oder auch für Demonstrationszwecke mit einer Funkenstrecke); man schalte außerdem eine Wippe W so ein, daß die Leitung zu K_2 kommutiert werden kann. Auf diese beiden Drahtkreise lasse man die Schwingungen i_1 und i_2 induzieren, und zwar in folgender Weise:

(1) K_2 so weit von Leitung i_2 entfernt, daß i_2 nicht merklich induziert: Angabe von $H = \alpha_1$ Amp.

(2) K_1 so weit von Leitung i_1 entfernt, daß i_1 nicht merklich induziert: Angabe von $H = \alpha_2$ Amp.

(3) K_1 bezw. K_2 genau in die Lagen gebracht, die sie im Versuch 1 bezw. 2 hatten, so daß jetzt sowohl i_1 als i_2 induzieren: Angabe von $H = \alpha_3$ Amp.

---

hindurchgehen. Befindet sich der Stromkreis nur in seinem eigenen Feld und ist er, wie hier in der Funkenbahn, deformierbar, so muß er sich so deformieren, daß sein Selbstinduktionskoeffizient möglichst groß wird; das ist im allgemeinen der Fall, wenn er eine möglichst große Fläche umspannt.

*) Man kann dies im Laboratorium sehr gut demonstrieren. Zu dem Zweck schließt man an die Pole eines mit Wechselstrom betriebenen Induktors zwei nach Art der Hörnerblitzableiter gebogene Blechstreifen an und reguliert ihren Abstand so, daß eben keine Funken übergehen. Läßt man dann durch einen zweiten Induktor einen Funken zwischen den beiden Blechstreifen überschlagen, so bildet sich zwischen ihnen sofort ein Flammenbogen, der nach oben wandert und dann abreißt.

(4) K_2 kommutiert, sonst wie bei (3): Angabe von $H = \alpha_4$ Amp.

Wird in dem Stromkreis $K_1\,H\,K_2$ eine EMK $\mathfrak{E}$ induziert, so gilt für den Strom i in diesem Stromkreis [249c]

$$i_0 = \frac{\mathfrak{E}_0}{\mathfrak{z}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

wenn $\mathfrak{z}$ die Impedanz des Stromkreises für die betreffende Wechselzahl ist. Bei den vorliegenden Versuchen (1) bis (4) ist die Dämpfung von i immer dieselbe = derjenigen von i_1 und i_2. Die Angaben des Hitzdrahtinstrumentes H sind also, wenn $\mathfrak{z}$ unverändert gelassen wird,

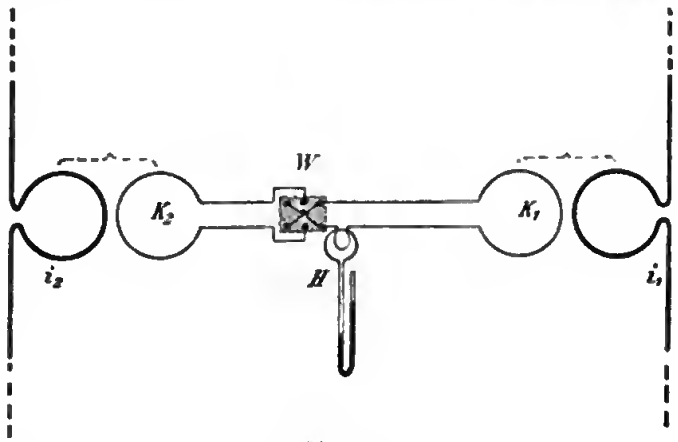


Fig. 402.

proportional der Amplitude der EMK in den vier Versuchen [245b]. Bezeichnet man die EMK, welche durch i_1 bezw. i_2 in dem Stromkreis $K_1\,H\,K_2$ induziert wurde, mit $\mathfrak{E}_1$ bezw. $\mathfrak{E}_2$, so ist demnach

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= k\,.\,\mathfrak{E}_{1\,0},\\
\alpha_2 &= k\,.\,\mathfrak{E}_{2\,0},\\
\alpha_3 &= k\,.\,(\mathfrak{E}_1 + \mathfrak{E}_2)_0,\\
\alpha_4 &= k\,.\,(\mathfrak{E}_1 - \mathfrak{E}_2)_0
\end{aligned}$$

(k ein von der Wechselzahl und Dämpfung der Schwingung, der Unterbrechungszahl, dem Material und der Dicke des Hitzdrahtes abhängiger Faktor).

Das Vektordiagramm von $\mathfrak{E}_1$ und $\mathfrak{E}_2$ (Fig. 403) kann aus drei*) der Angaben α_1 bis α_4 konstruiert werden. Aus α_1, α_2, α_3 z. B. folgt $OA : OB : OC$. Daraus $\sphericalangle (BOA) = \sphericalangle (\mathfrak{E}_2, \mathfrak{E}_1)$. Der Phasenwinkel $\sphericalangle (\mathfrak{E}_2, \mathfrak{E}_1)$ ist aber gleich dem gesuchten $\sphericalangle (i_1, i_2)$, da $\sphericalangle (\mathfrak{E}_1, i_1) = \sphericalangle (\mathfrak{E}_2, i_2)$ [248b].

*) Die vierte dient nur zur Kontrolle.

Unter den Vorsichtsmaßregeln, welche diese Methode erfordert, wenn sie richtige Werte liefern soll, ist abgesehen von der Konstanz von $\mathfrak{z}$ und k wichtig, daß die Kreise K_1 und K_2 so weit von den

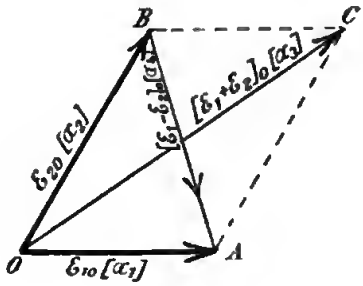


Fig 403.

Leitungen i_1 und i_2 entfernt sein müssen, daß durch die Ströme in K_1 und K_2 die Schwingungen i_1 und i_2 keine merkliche Aenderung erfahren.

§ 5. Beziehung zwischen Strom und Spannung in Leitungen mit Kondensatoren.

257. Die allgemeinen Gleichungen.

a. Wenn die Dämpfung der Schwingung nicht extrem groß ist, so daß δ^2 gegen $(\pi n)^2$ vernachlässigt werden kann, so steht der Strom i in einer Leitung, deren Widerstand bezw. Selbstinduktionskoeffizient w bezw. p und in welche ein Kondensator von der Kapazität c eingeschaltet ist, zu der Spannung $\mathfrak{V}_a$ an den Enden der Leitung in der Beziehung [vgl. **193**] [152])

$$i_0 = \frac{\mathfrak{V}_{a0}}{\mathfrak{z}} \text{ *)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\mathfrak{z} = \sqrt{\left[w - \frac{\delta}{\pi n}\left(\pi np - \frac{1}{\pi nc}\right)\right]^2 + \left[\pi np - \frac{1}{\pi nc}\right]^2}. \quad (2)$$

$$\operatorname{tg}(i, \mathfrak{V}_a) = \frac{\pi np - \frac{1}{\pi nc}}{w - \frac{\delta}{\pi n}\left(\pi np - \frac{1}{\pi nc}\right)}. \quad \ldots \quad (3)$$

*) Dabei ist aber auf den Zustand am Anfang der Schwingung keine Rücksicht genommen.

Im einen Grenzfall, wenn $\pi n p - 1/\pi n c$ klein ist gegen w, geht Gl. (2) merklich in

$$\mathfrak{z} = w \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2a)$$

über. In dem anderen Grenzfall, wenn $\pi n p - 1/\pi n c$ groß ist gegen w, wird annähernd

$$\mathfrak{z} = \pi n p - \frac{1}{\pi n c}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2b)$$

Für diese beiden Grenzfälle werden also die Beziehungen ganz analog denen bei ungedämpften Schwingungen [**186** bezw. **193**].

b. Praktisch liegen aber die Verhältnisse bei Schwingungen von einigen Millionen Wechseln ganz anders als im Gebiet der technischen Wechselzahlen. Um bei technischen Wechselzahlen eine Kondensanz zu erhalten, die einige hundert Ohm nicht übersteigt, mußte man Kondensatoren von einigen Mikrofarad Kapazität verwenden. Bei Wechselzahlen von 10^6 bis $10^7/_{sec.}$ erfüllen denselben Zweck Kondensatoren, deren Kapazität im Verhältnis $100 : 10^6$ bezw. $100 : 10^7$ kleiner ist. Eine Leidener Flasche mittlerer Größe von 10^{-3} Mikrofarad wirkt also bei 10^6 bezw. 10^7 Wechseln ebenso wie ein Kondensator von 10 bezw. 100 Mikrofarad bei 100 Wechseln. Die Kondensanz einer solchen Leidener Flasche wäre bei 10^6 Wechseln nur 318 Ohm.

258. Praktische Folge.

a. Aus den Beziehungen in **257a** folgt [vgl. **194**], daß es möglich ist, durch Einschalten von Kondensatoren in eine Leitung die Induktanz derselben ganz oder teilweise zu kompensieren. Da nun nach **250a** bei Drahtleitungen die Induktanz das Ausschlaggebende für die Stromamplitude ist, so muß man durch Einschalten eines Kondensators in eine Drahtleitung die Stromamplitute bei derselben Spannung erhöhen können.

Für eine Drahtleitung z. B., deren Induktanz $\pi n p$ bei $n = 10^6/_{sec.}$ $= 318$ Ohm, deren Widerstand $w = 10$ Ohm ist, würde, wenn kein Kondensator eingeschaltet ist, gelten

$$i_0 = \frac{\mathfrak{V}_0}{\sqrt{w^2 + (\pi n p)^2}} \; [250b] = \frac{\mathfrak{V}_0}{318}.$$

Wird dagegen eine Leidener Flasche von 10^{-3} Mikrofarad in diese Leitung eingeschaltet, so wird die Induktanz der Leitung durch die

Kondensanz der Leidener Flasche nach 257b gerade kompensiert und es gilt jetzt [257 Gl. (2a)]

$$i_0 = \frac{\mathfrak{V}_0}{w} = \frac{\mathfrak{V}_0}{10}.$$

Das Einschalten der Leidener Flasche hat also die Wirkung, die Stromamplitude auf mehr als den 30fachen Wert zu bringen.

b. Demonstrieren läßt sich diese Wirkung der Kondensatoren in folgender auch für die praktische Verwendung wichtigen Form. Die Entladung eines Kondensatorkreises (Fig. 391) wird verzweigt. Der eine Zweig besteht im wesentlichen aus einem hohen*) elektrolytischen Widerstand w (Röhre mit Kupfersulfatlösung mit verschiebbaren Elektroden [234c]), der andere Zweig aus einer kleinen Drahtspirale S. In den beiden Zweigen befinden sich die Hitzdrahtthermometer H_1 und H_2. Der elektrolytische Widerstand wird zuerst so reguliert, daß die beiden Hitzdrahtinstrumente denselben Ausschlag zeigen. Wird nun in Zweig 2 ein Kondensator (Leidener Flasche, Mikanitkondensator) eingeschaltet (in Fig. 391 gestrichelt), so zeigt das Instrument H_2 in diesem Zweig einen größeren Ausschlag als H_1 im anderen Zweig. Durch passende Wahl der Kapazität des Kondensators event. auch des Selbstinduktionskoeffizienten der Spule S kann leicht erreicht werden, daß der Ausschlag H_1 unmerklich, der Ausschlag von H_2 sehr groß wird, daß also fast der ganze Strom durch den Zweig 2 hindurchgeht, der Zweig 1 praktisch stromlos wird.

259. Verhalten von Kondensatoren bei hoher Wechselzahl.

Nach dem, was sich in 233 und 239 bezüglich des Widerstands und des Selbstinduktionskoeffizienten gezeigt hat, liegt die Frage nahe, ob die Kapazität eines Kondensators — d. h. das Verhältnis seiner Ladung zu der momentanen Spannung zwischen den Belegungen — dieselbe ist bei schnellen Schwingungen (c) wie bei konstanter Ladung (c).

a. Schon bei Luftkondensatoren ist aus Gründen, die später auseinandergesetzt werden, ein Einfluß der Wechselzahl auf die Kapazität vorhanden; aber er ist bei einfacher Form des Kondensators berechenbar [274] und, wie die Rechnung zeigt, für Wechselzahlen unter 10^8 praktisch zu vernachlässigen.

*) Damit die Eigenschwingungen des aus den beiden Zweigen gebildeten Kondensatorkreises keinen merklichen Einfluß bekommen.

Für Messungen ist deshalb, wenn irgend möglich, ein Luftkondensator zu verwenden. Allerdings besitzt ein solcher einen großen Mangel. Stehen die Belegungen einander nahe, so schlagen bei einigermaßen hohen Spannungen Funken zwischen ihnen über. Sind aber die Belegungen ziemlich weit voneinander entfernt, so bekommt der Kondensator unhandliche Größe, wenn seine Kapazität nur etwa diejenige einer Leidener Flasche mittlerer Größe sein soll.

b. Flüssigkeiten sind als Isolatoren in Kondensatoren in mancher Beziehung günstiger. Viele, aber bei weitem nicht alle [153]) Flüssigkeiten teilen mit der Luft die Eigenschaft, daß noch bei Wechselzahlen von ca. $10^8/_{sec.}$ ihre Dielektrizitätskonstante von derjenigen bei konstantem Feld nicht merklich verschieden ist. Für den Einfluß der Wechselzahl auf die Kapazität eines solchen Flüssigkeitskondensators gilt dann das für den Luftkondensator Gesagte. Nur macht sich dieser Einfluß bei umso niedrigeren Wechselzahlen bemerkbar, je größer die Dielektrizitätskonstante ist [274]. Einen Vorteil bietet die Verwendung von Flüssigkeiten, da es Flüssigkeiten gibt, welche hohe Durchschlagsfestigkeit haben (Oele etc.), und andererseits solche, welche hohe Dielektrizitätskonstante besitzen, also große Kapazitäten liefern (z. B. Wasser, vgl. Tab. I). Flüssigkeiten, die beides vereinigen, gibt es allerdings nicht; die Dielektrizitätskonstante der Oele ist nur 2- bis 3mal größer als diejenige der Luft.

Die Flüssigkeiten mit hoher Dielektrizitätskonstante haben außerdem ein nicht unbedeutendes **Leitvermögen**. Welche Wirkung das Leitvermögen der dielektrischen Schicht im Kondensator hat, übersieht man am besten, wenn man bedenkt, daß man einen solchen Kondensator in seiner Wirkung im wesentlichen ersetzen kann

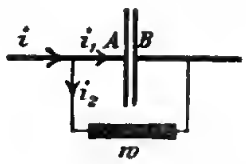


Fig. 404.

1. durch einen Kondensator, dessen Dielektrikum dieselbe Dielektrizitätskonstante ε aber kein merkliches Leitvermögen besitzt, und 2. einen parallel dazu geschalteten Widerstand w, der dieselbe Größe hat wie der Widerstand zwischen den Kondensatorbelegungen, aber keine merkliche Kapazität (vgl. Fig. 404).

Bezeichnet in dieser Verzweigung i_1 den Strom in den Kondensator hinein (= Ladungsstrom), i_2 den Strom durch den Widerstand w

(= **Strom** durch den Kondensator hindurch), so ist, wenn von der **Dämpfung** der Schwingung abgesehen wird,

$$i_{10} = \pi n c \,.\, \mathfrak{V}_0 = \pi n c \,.\, \mathfrak{V}_0 \text{ [257]*)}, \quad \ldots \quad (1)$$

$$i_{20} = \frac{\mathfrak{V}_0}{w} \text{ [250b]*)} \quad \ldots \quad (2)$$

($\mathfrak{V}$ = **Spannung** zwischen den Verzweigungspunkten, identisch mit der **Spannung** zwischen den Belegungen) oder da

$$c = \frac{S\varepsilon}{l} \text{ [17a]}, \quad \ldots \quad (3)$$

$$\frac{1}{w} = \frac{S\sigma}{l} \text{ [25b]} \quad \ldots \quad (4)$$

ist (S Fläche einer Kondensatorbelegung, l Abstand der beiden Belegungen), so folgt

$$\frac{i_{10}}{i_{20}} = \frac{\pi n \varepsilon}{\sigma} \quad \ldots \quad (5)$$

Nimmt man z. B. destilliertes Wasser, so wird (Tab. I und III am Schluß des Buches) bei $n = 10^4/_{sec.}$ (Induktorschwingungen) $i_{10} : i_{20} =$ ca. 2,8. Andererseits wird für

$$n = 10^6/_{sec.} \qquad \frac{i_{10}}{i_{20}} = \text{ca. } 280$$

$$n = 10^7/_{sec.} \qquad \frac{i_{10}}{i_{20}} = \text{ca. } 2800.$$

Die Verhältnisse liegen also ganz ähnlich wie in dem Versuch **254c** und **d**. Soll der Kondensator Induktorladungen bekommen, so können als Dielektrikum Flüssigkeiten, deren Leitvermögen etwa dasjenige von gut destilliertem Wasser ist, keinesfalls verwandt werden. Soll aber die Ladung des Kondensators nur durch Schwingungen erfolgen, deren Wechselzahl über $10^5/_{sec.}$ liegt, so ist die Verwendung von solchen Flüssigkeitskondensatoren möglich.

Einen Nachteil besitzen solche Flüssigkeitskondensatoren aber auch bei schnellen Schwingungen: sie verbrauchen, sobald die Flüssigkeit leitet, Energie. Das Vektordiagramm für die Verzweigung in

*) Statt c und w die Werte für konstanten Zustand c und w zu setzen, ist man, so lange $n < 10^5/_{sec.}$ ist, nach dem oben bezw. in **234c** Gesagten berechtigt.

Fig. 404 ist dasjenige von Fig. 405*). Die verbrauchte Leistung ist nach 96

$$= i_{eff} \cdot \mathcal{V}_{eff} \cos(i, \mathcal{V});$$

$\cos(i, \mathcal{V})$ ist aber nicht $= 0$, $\sphericalangle (i, \mathcal{V})$ nicht $= 90°$, sobald das Dielektrikum des Kondensators Leitvermögen besitzt.

c. Von den verschiedensten Nachteilen der Luft- und Flüssigkeitskondensatoren frei sind Kondensatoren mit festem Dielektrikum, besonders Glas und Glimmer bezw. Mikanit. Sie vereinigen ziemlich

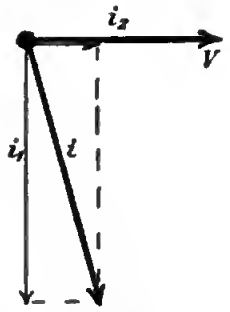


Fig. 405.

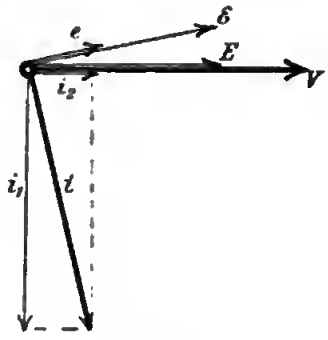


Fig. 406.

große Dielektrizitätskonstante mit sehr guter Durchschlagsfestigkeit und einem auch für Induktorladungen völlig zu vernachlässigenden Leitvermögen, gutes Material vorausgesetzt.

Ihr Nachteil besteht in der Erscheinung der dielektrischen Hysteresis [189b], deren Wirkung bei schnellen Schwingungen sehr beträchtlich werden kann. Man bezeichnet damit die Tatsache, daß ähnlich wie bei der magnetischen Hysteresis [103] die elektrische Induktion $\mathfrak{E}$ nicht einfach proportional der elektrischen Feldintensität E ist, wenn man in einem solchen festen Dielektrikum ein elektrisches Feld erzeugt**). Läßt man also auf einen Kondensator mit festem Dielektrikum eine periodische sinusförmige Spannung $\mathcal{V}$ einwirken, so ist gleichphasig und ebenfalls sinusförmig die elektrische Feldintensität E im Dielektrikum**). Die Kurve der elektrischen Induktion $\mathfrak{E}$

*) Unter der Voraussetzung, daß i, i_1, i_2 in der Richtung der Pfeile in Fig. 404 positiv gerechnet werden und unter $\mathcal{V}$ die Spannung der Platte A gegen B verstanden wird.

**) Es gilt also nicht mehr

$$\mathfrak{E} = \varepsilon E \text{ [16]},$$

dagegen bleibt bestehen

$$\mathcal{V} = E l \text{ [4a]}$$

und

$$e = S \cdot \mathfrak{E} \text{ [16]}.$$

ist im allgemeinen überhaupt keine Sinuskurve [vgl. 107] und in der Phase gegen die Kurve von E verschoben. Sieht man von der Verschiedenheit der Kurvengestalt ab, so hat die dielektrische Hysteresis die Wirkung, die elektrische Induktion gegen die elektrische Feldintensität in der Phase zu verspäten. Proportional mit der elektrischen Induktion $\mathfrak{E}$ ist aber die Ladung e auf den Kondensatorbelegungen [S. 468 Fußnote **)] und um 90° gegen e verfrüht [185b] der Strom i in den Kondensator hinein. Das Vektordiagramm wird also dasjenige von Fig. 406. Die Wirkung der dielektrischen Hysteresis besteht also zum Teil darin, daß der Strom i in den Kondensator hinein nicht mehr um 90° gegen die Spannung $\mathfrak{V}$ zwischen den Kondensatorbelegungen verschoben ist, demgemäß Energie im Kondensator verbraucht wird. Da außerdem im allgemeinen auch die Amplitude des Stromes eine andere ist, als sie sich aus Gl. (1) ergeben würde, d. h. da der Proportionalitätsfaktor c in dieser Gleichung nicht den Wert c hat, so kann man das praktische Resultat so aussprechen: Kondensatoren mit festem Dielektrikum haben im allgemeinen bei schnellen Schwingungen den Nachteil, daß

(1) ihre Kapazität eine andere ist als bei konstanter Ladung,

(2) in ihnen Energie verbraucht wird.

d. Die in **c** besprochene Erscheinung kann noch etwas anders aufgefaßt werden. Man kann den Strom i in Fig. 406 zerlegen in eine mit $\mathfrak{V}$ gleichphasige Komponente i_2 und eine gegen $\mathfrak{V}$ um 90° verfrühte i_1. Der Kondensator verhält sich also so, wie wenn er eine Dielektrizitätskonstante ε definiert durch

$$i_{10} = \mathfrak{V}_0 \cdot \pi n c = \mathfrak{V}_0 \cdot \frac{S}{l} \cdot \pi n \varepsilon$$

und ein Leitvermögen σ, bestimmt durch

$$i_{20} = \frac{\mathfrak{V}_0}{w} = \mathfrak{V}_0 \frac{S}{l} \cdot \sigma$$

[**b.** Gl. (1—4)], hätte. Obwohl Kondensatoren z. B. aus Mikanit, welche die Erscheinung der dielektrischen Hysteresis stark zeigen, ein merkliches Leitvermögen für konstanten Strom nicht besitzen, ist ihre Wirkung bei schnellen Schwingungen genau so, wie wenn sie — abgesehen von einer etwas veränderten Dielektrizitätskonstanten — ein ganz beträchtliches Leitvermögen besäßen.

Kapitel XI.

Der magnetische Kreis hoher Wechselzahl.

260. Allgemeines.

a. Das magnetische Feld eines stationären Stromkreises bestimmt sich durch die Beziehung [31a]

$$\mathfrak{M} = \frac{Q_s}{\nu}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

worin $\mathfrak{M}$ die MMK längs irgend einer Kurve, Q_s die durch *die* Kurve hindurchtretenden Stromlinien und ν den bekannten Proportionalitätsfaktor bezeichnet. Befindet sich der Stromkreis in einem homogenen Medium, z. B. Luft, so ist der Verlauf der magnetischen Intensitätslinien nur von der Form des Stromkreises abhängig, ihre Dichte an irgend einer Stelle des Raumes dem Strom proportional [31c].

Wird in ein solches Feld eines stationären Stroms ein Körper gebracht, dessen Material von demjenigen des Mediums (der Luft) verschieden ist, so wird das magnetische Feld dadurch nur geändert, wenn die magnetische Permeabilität des Körpers nicht dieselbe ist wie diejenige des Mediums (der Luft) [28c].

b. Ist der Strom im Stromkreis veränderlich, so tritt an Stelle der speziellen Beziehung Gl. (1) die allgemeinere [35d]

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{\nu} \cdot (Q_s + Q_e'), \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

worin Q_e die elektrischen Induktionslinien bedeutet, welche durch die Kurve, längs welcher $\mathfrak{M}$ gerechnet wird, hindurchtreten. Ausschließen lassen sich diese elektrischen Induktionslinien nicht, da ein elektrisches Feld nach 37 stets entstehen muß, wenn ein veränderliches magnetisches Feld vorhanden ist. Aber wenn der veränderliche Strom ein Wechselstrom ist — und nur dieser Fall interessiert — und der Stromleiter sich in einem homogenen Isolator befindet, so hängt

nach **68b** die magnetische Wirkung des induzierten elektrischen Felds (Q_e') in hohem Maße ab von der Größe der Wechselzahl. Ist diese nicht bedeutend größer als $10^6/_{sec.}$, so kann die Wirkung dieses induzierten elektrischen Feldes vernachlässigt werden gegen die Wirkung des Stroms (Q_s)*). Dann aber ist wiederum

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{v} \cdot Q_s. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Für das magnetische Feld gilt also praktisch dasselbe wie bei einem stationären Strom, wie es in Kap. IV und teilweise auch in Kap. X angenommen wurde.

Das ist aber nur so lange richtig, als das Medium, in welches der Stromkreis eingebettet wurde, ein homogener Isolator ist. Anders werden die Verhältnisse, wenn in das Medium Körper gebracht werden von anderem Material als das Medium. Bei stationärem magnetischen Feld tritt nach **a** eine Aenderung nur ein, wenn der Körper in der Permeabilität sich von dem Medium unterscheidet, im magnetischen Wechselfeld muß eine Deformation des Felds auch dann eintreten, wenn der Körper Leitvermögen besitzt.

Dann nämlich tritt das induzierte elektrische Feld, dessen Einfluß nach dem oben Gesagten in einem Isolator vernachlässigt werden konnte, doch in Wirksamkeit, insofern als es in dem Körper mit Leitvermögen Ströme hervorruft. Die magnetische Wirkung dieser Ströme darf im allgemeinen nicht vernachlässigt werden. Die Folge davon ist, daß die Gl. (3) zwar auch jetzt noch Gültigkeit hat, aber unter Q_s jetzt auch die Stromlinien der induzierten Ströme zu verstehen sind. Das magnetische Feld wird deshalb durch einen in das isolierende Medium eingebetteten Leiter im allgemeinen völlig verändert. Welcher Art die Aenderung in einfachen Fällen ist, wurde in Kap. V für die langsamen Schwingungen der Technik gezeigt und soll in den folgenden §§ 1 und 2 für schnellere Schwingungen besprochen werden.

c. Wenn die Wechselzahl immer weiter gesteigert wird, so muß man nach **68b** in ein Gebiet kommen, wo die magnetische Wirkung des induzierten elektrischen Felds gegen die magnetische Wirkung des Stroms nicht mehr zu vernachlässigen ist, wo also die Beziehung

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{v} (Q_s + Q_e')$$

*) Das gilt nicht, wenn der Stromkreis einen Kondensator enthält; vgl. aber dann **192a**.

nicht nur theoretische, sondern auch praktische Gültigkeit hat. Das hat zweierlei Folgen.

(1) Auch wenn der Stromkreis sich in einem homogenen Isolator befindet, z. B. Luft, kann das magnetische Feld ganz andere Form haben als bei stationärem oder langsam wechselndem Strom. In welcher Weise das induzierte elektrische Feld nach dieser Richtung wirkt, wird in Kapitel XVIII an einem Beispiel auseinandergesetzt werden.

(2) Der Stromkreis soll sich zuerst in einem homogenen Isolator befinden, z. B. in Luft. Dann werde in das magnetische Wechselfeld ein Körper gebracht, der zwar ebenfalls Isolator sei, aber eine von der Luft verschiedene Dielektrizitätskonstante besitze. Dadurch wird nach 37 e das induzierte elektrische Feld geändert und damit im allgemeinen auch dessen magnetische Wirkung [35 c].

Während also für ein stationäres magnetisches Feld (a) nur die Permeabilität eines Körpers, für langsame Wechselfelder seine Permeabilität und sein Leitvermögen eine Rolle spielen, kommen für sehr rasch veränderliche magnetische Wechselfelder Permeabilität, Leitvermögen und Dielektrizitätskonstante in Frage. Den Einfluß der letzteren behandelt § 3.

§ 1. Die Wirkung von Spulen und leitenden Röhren.

261. Experimentelle Anordnung.

Um mit Schwingungen, wie sie Kondensatorkreise liefern, analoge Versuche wie die in Kap. V beschriebenen ausführen zu können, empfiehlt es sich, folgende Anordnung zu verwenden (Fig. 407).

Zur Erzeugung der Schwingungen dient ein Kondensatorkreis in Serienschaltung. Er besteht aus zwei Leidener Flaschen C_1 und C_2, zwischen deren äußeren, gut isolierten Belegungen die Funkenstrecke F sich befindet, während die inneren Belegungen durch einen*) vertikalen Drahtkreis K verbunden sind.

Zum Nachweis der Aenderungen des magnetischen Wechselfelds in der Umgebung des Kondensatorkreises wird eine Spule S_1 (Fig. 408) benützt, gebildet aus einigen wenigen (4 bis 6) gut isolierten oder genügend weit voneinander abstehenden Windungen; der Radius der Spule betrage nicht mehr als die Hälfte des Radius des Drahtkreises K. An die Enden der Spule S_1 sind angeschlossen zwei Drähte l_1 und l_2, welche zu den Kugeln eines Funkenmikrometers F_1 führen.

*) Oder besser mehrere koaxiale und parallel geschaltete.

Bringt man diese Spule mit Ansatzdrähten*) und Funkenstrecke so in ein magnetisches Wechselfeld, daß ein oszillatorischer magnetischer Induktionsfluß durch die Spule hindurch stattfindet, so wird in ihr eine oszillatorische EMK induziert. Diese ruft einen Wechsel-

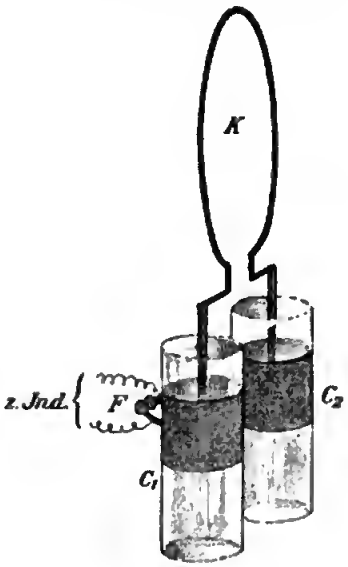


Fig. 407.

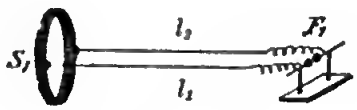


Fig. 408.

strom in der Spule und den Drähten l_1 und l_2, damit eine oszillatorische Ladung der beiden Kugeln des Funkenmikrometers und infolge davon eine oszillatorische Spannung zwischen denselben hervor. Sind die Kugeln nahe genug, so schlagen Funken zwischen denselben über.

Die Anordnung ist also ganz analog derjenigen in **67**, nur werden die Spannungsamplituden nicht durch ein Voltmeter, sondern durch das Funkenmikrometer [**253a**] bestimmt. Die Anordnung kann demnach wie diejenige in **67** dazu dienen, um Richtung und Amplitude des Wechselfelds in der Umgebung des Kondensatorkreises zu ermitteln.

*) Für Demonstrationszwecke empfiehlt es sich, die Länge der Drähte l_1 und l_2 so lange zu variieren, bis unter sonst gleichen Umständen die Schlagweite bei F_1 ein Maximum wird [**325**]. Dann aber ist noch sorgfältiger als sonst darauf zu achten, daß bei den Versuchen kein Leiter dem Kondensatorkreis so nahe gebracht wird, daß die Schwingungen in demselben dadurch merklich geändert werden. Auch der Spule S_1 dürfen die Leiter nicht zu sehr genähert werden.

262. Die magnetische Impedanz von Spulen.

a. Das Analogon des Versuches in **119a 1**, der die magnetische Induktanz von Spulen im magnetischen Wechselfeld illustrierte, erhält man in folgender Weise. Die Stellung der Spule S_1 ist die in Fig. 409 (von oben gesehen) angegebene, das Funkenmikrometer F_1 so eingestellt, daß eben kräftige Funken übergehen.

Wird nun an die Stelle A (Fig. 409) eine kurzgeschlossene Spule oder auch nur ein einfacher Kreis aus relativ dünnem Kupferdraht gebracht, so verschwinden die Funken bei F_1 sofort. Um wieder Funken zu erhalten, muß man die Funkenstrecke F_1 sehr erheblich zusammenschrauben. In einem Versuch z. B. sank die Schlagweite von 4,2 auf 2,2 mm, als bei A derselbe Ring aus Kupferdraht aufgestellt wurde, mit dem im Versuch **119b** eine merkliche Wirkung nicht erzielt werden konnte [vgl. S. 196 Fußnote *)].

Zur Erklärung des Versuches braucht dem in **119** Ausgeführten wohl kaum etwas hinzugefügt zu werden. Die Verhältnisse liegen qualitativ genau wie dort. Auffallen kann nur, daß jetzt ein einfacher Drahtkreis so kräftige magnetische Induktanz zeigt, während er sich dort als unwirksam erwiesen hatte. Der Unterschied wird aber leicht verständlich, wenn man die Beziehung in **115c** ansieht und bedenkt, daß im vorliegenden Fall die Wechselzahl im allgemeinen größer als $10^6/_{sec.}$ sein wird*), während sie in **119** etwa $100/_{sec.}$ war.

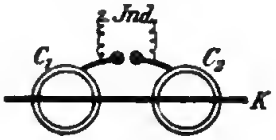
b. Daß es sich bei dem Versuch in **a** nicht um eine eigentliche „Schirmwirkung" handelt im Sinne von **465d**, kann auch hier [vgl. **119b**] dadurch gezeigt werden, daß man die kurzgeschlossene Spule bezw. den Drahtring in die Stellung B (Fig. 409) hinter die Spule S_1 bringt. Sofort verschwinden auch jetzt die Funken am Funkenmikrometer F_1, wenn es vorher so eingestellt war, daß eben lebhafte Funken übergingen.

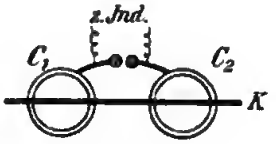
c. Auch der Verzweigungsversuch von **119a 2** kann in anschaulicher Weise wiederholt werden. Zu dem Zweck benützt man außer der Spule S_1 in Fig. 408 noch eine zweite gleiche Spule S_2, welche in derselben Weise wie S_1 mit einer Funkenstrecke F_2 verbunden ist. Beide Spulen werden in eine bezüglich des Kondensatorkreises symmetrische Stellung gebracht; Fig. 410 zeigt die Anordnung von oben gesehen. Die Schlagweite bei F_1 und F_2 ist dann genau dieselbe. Die Funkenstrecke F_2 wird so eingestellt, daß die Funken bei ihr

*) Tatsächlich war bei dem Versuch, auf den sich die Zahlen 4,2 bezw. 2,2 mm in a bezogen, die Wechselzahl = ca. $2 \cdot 10^7/_{sec.}$

eben gut übergehen, die Funkenstrecke F_1 so, daß eben keine Funken überschlagen.

Hält man nun eine kurzgeschlossene Spule oder einen einfachen Drahtkreis vor die Spule S_2 (A Fig. 410), so verschwinden die Funken bei F_2, treten aber auf bei F_1. Daß die Funken bei F_2 aufhören,





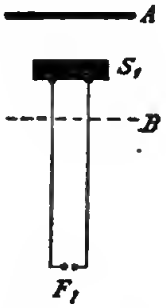


Fig. 409.

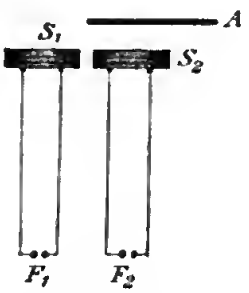


Fig. 410.

hat denselben Grund wie beim Versuch in **a**. Daß sie in F_1 einsetzen, nachdem vor S_2 der Drahtkreis geschoben wurde, erklärt sich in derselben Weise wie in dem entsprechenden Versuche von **119 a 2**.

263. Magnetische Impedanz von Röhren.

a. Daß das Innere von Metallröhren für ein magnetisches Wechselfeld in der Richtung ihrer Achse eine starke magnetische Impedanz besitzt, ist in **116** auf dem Gebiet der langsamen Schwingungen gezeigt worden. Eine Demonstration derselben Wirkung für schnelle Schwingungen ist z. B. durch folgende Anordnungen möglich*).

(1) Ein Kondensatorkreis (Fig. 411) enthält zwei gleiche Spulen K_1 und K_2 von ganz wenigen Windungen. Im Innern dieser Spulen und koaxial mit ihnen befinden sich zwei kleinere gleiche Spulen S_1 und S_2, die wie bei den Versuchen in **262** je mit einer

*) Einfacher können die folgenden Versuche mit der Anordnung Fig. 502 in **333 b** gemacht werden; der Nachweis, daß die Amplitude des magnetischen Induktionsflusses geschwächt wird, ist aber nur indirekt.

Funkenstrecke verbunden sind. Es treten dann, wenn der Kondensatorkreis in Eigenschwingungen versetzt wird, bei F_1 und F_2 ziemlich lange Funken über, und zwar ist die Schlagweite bei F_1 und F_2

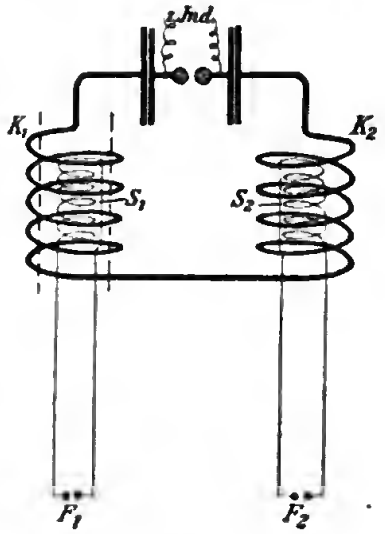


Fig. 411.

dieselbe. Wird nun aber über die Spule S_1 im Innern von K_1 eine Metallröhre*) geschoben, so verschwinden die Funken bei F_1, nicht aber bei F_2 — geeignete Einstellung der beiden Funkenmikrometer

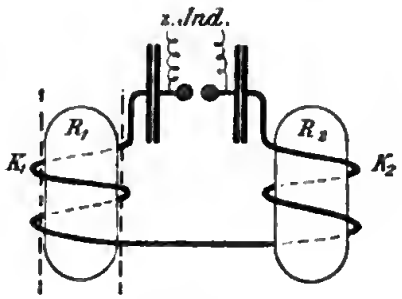


Fig. 412.

vorausgesetzt. Untersucht man die Schlagweite bei F_1 und F_2, so ergibt sich, daß diejenige bei F_1 ganz gering, diejenige bei F_2 sehr viel größer ist.

(2) Eine effektvollere Art des Versuches ist die folgende von J. J. Thomson[153a]) angegebene (Fig. 412). Statt der Spulen S_1 und S_2 werden in das Innere der Spulen K_1 und K_2 zwei Glasröhren R_1 und R_2 gebracht, die auf ca. $^1/_{10}$ mm Quecksilberdruck evakuiert sind.

*) In Fig. 411 gestrichelt.

Läßt man den Kondensatorkreis in Wirkung treten, so leuchtet das Innere der Röhren intensiv auf: vom Wechselstrom in den Spulen K_1 und K_2 wird ein annähernd zylindrisches magnetisches Wechselfeld im Innern der Glasröhren hervorgerufen, durch dieses ein annähernd zyklisches elektrisches Wechselfeld [38a] und damit eine zyklische elektrische Strömung induziert, welche das Leuchten des Gases im Innern der Röhren zur Folge hat. Sobald über eine der beiden Glasröhren, z. B. R_1 in K_1, eine Metallröhre geschoben wird (in Fig. 412 gestrichelt), so erlischt das Leuchten derselben vollständig, während es in der anderen (R_2) fortdauert.

Die Erklärung für die Versuche 1 und 2 ist dieselbe. Durch die bedeutende magnetische Induktanz, welche das Innere von Metallröhren für das magnetische Wechselfeld in der Richtung ihrer Achse besitzt, wird die Amplitude des magnetischen Induktionsflusses im Innern dieser Röhren im Verhältnis zu dem Induktionsfluß im Innern von K_2 sehr stark herabgedrückt.

Der Versuch gelingt auch mit Röhren aus dünnstem Stanniol, wenn nur einigermaßen hohe Wechselzahlen verwendet werden [153b].

b. Bei Röhren aus relativ schlecht leitendem Material, z. B. Elektrolyten, gilt die Beziehung **116** sehr annähernd noch bei Wechselzahlen zwischen 10^6 und $10^7/_{sec.}$, wenn die Röhren nicht sehr dick sind. Es ist also die magnetische Induktanz für ein magnetisches Wechselfeld in der Richtung ihrer Achse bei gleicher Dicke wenigstens annähernd proportional dem Produkt aus Leitvermögen und Wechselzahl. Demnach wirkt eine Röhre aus maximal leitender Schwefelsäure ($\sigma/\sigma_{Hg} = 6{,}9 \cdot 10^{-5}$, Tab. III) bei 10^7 Wechseln in der Sekunde etwa ebenso wie eine ebenso dicke Metallröhre aus Platin ($\sigma/\sigma_{Hg} = 6{,}7$) oder Eisen ($\sigma/\sigma_{Hg} = 6$ bis 10) bei 100 Wechseln. Es müssen demnach auch Röhren mit Elektrolyten in dem Versuch **a** eine ausgesprochene Wirkung ergeben.

Um das zu prüfen, kann man in folgender Weise verfahren. In die Spule K_1 (Fig. 412) stellt man ein Becherglas, in welchem man die evakuierte Röhre R_1 mit einigen Korkstückchen festklemmt (Fig. 413). Solange sich in dem röhrenförmigen Raum zwischen Becherglas und Röhre R_1 Luft befindet, leuchtet die Röhre R_1 so gut wie R_2. Wird aber in das Becherglas ein gut leitender Elektrolyt gegossen, so hört die Röhre R_1 ganz oder fast ganz auf zu leuchten.

c. Auffallend ist, daß der Versuch auch mit verdünnten Gasen gelingt. Um ihn damit anzustellen, kommt in die Spule K_1

ein Glasgefäß G, dessen Form aus dem Querschnitt Fig. 414 zu ersehen ist. In dem Inneren dieses Glasgefäßes befindet sich die Röhre R_1. Das Glasgefäß G steht mit einer Quecksilberluftpumpe in Verbindung. Solange G mit Luft von Atmosphärendruck gefüllt ist, leuchtet die evakuierte Röhre R_1 bei dem Versuch Fig. 412 ebenso hell wie R_2. Wird aber G etwa auf den Druck von Geißlerröhren evakuiert, so hört das Leuchten in R_1 auf, dafür leuchtet aber der Inhalt von G. Während die Luft bei Atmosphärendruck ein fast vollkommener Isolator ist, besitzt die verdünnte Luft in G ein relativ gutes*) Leitvermögen — deshalb kommt sie zum Leuchten — und demnach die

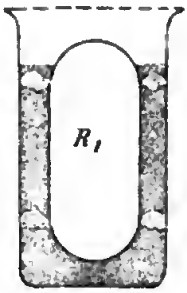


Fig. 413.

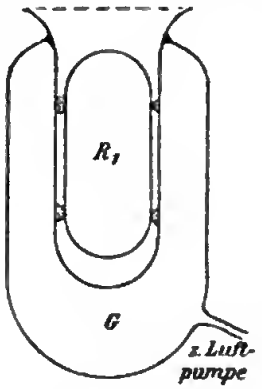


Fig. 414.

aus dem Glasgefäß G gebildete Röhre eine nicht unbedeutende magnetische Induktanz.

Evakuiert man das Glasgefäß sehr stark, so tritt das Leuchten wieder in R_1 auf, verschwindet in G: sehr stark verdünnte Luft besitzt bekanntlich ein sehr geringes Leitvermögen.

264. „Reflexionsversuch".

Der „Reflexionsversuch" von **120** kann mit Hilfe der Anordnung Fig. 409 leicht wiederholt werden und liefert bei weitem kräftigere Wirkungen als bei den langsamen Schwingungen in **120**. Die Spule S_1 wird (Fig. 415) so aufgestellt, daß der Induktionsfluß durch dieselbe so klein wie irgend möglich wird, am Funkenmikrometer F_1

*) Und zwar etwa ein ebenso gutes wie bestleitende Schwefelsäure. Das steht nicht im Widerspruch mit dem in **253 b** für Geißlerröhren Angegebenen. Daß man bei Röhren mit Metallelektroden einen einigermaßen beträchtlichen Strom nur bei hohen Spannungen bekommt, liegt daran, daß der „Uebergangswiderstand" zwischen Metall und Gas sehr groß ist.

also keine Funken zu erhalten sind. Wird aber ein Kreis aus Kupferdraht ungefähr in die Stellung A in Fig. 415 gehalten, so

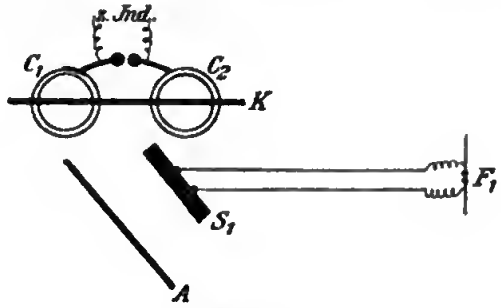


Fig. 415.

treten sofort am Funkenmikrometer F_1 lehhafte Funken auf. Die für diese Erscheinung in **120** angegebenen Gründe gelten auch hier.

§ 2. Wirkung von leitenden Zylindern und Platten.

265. Verteilung des magnetischen Induktionsflusses.

Daß ein leitender Zylinder, der in ein nahezu homogenes magnetisches Wechselfeld — Zylinderachse parallel den Induktionslinien des Wechselfelds — gebracht wird, in seinem Innern eine ungleichförmige Verteilung der magnetischen Induktion hervorruft, ist in **121** his **126** entwickelt worden. Die dortigen Beziehungen gelten auch jetzt. Aber die sehr viel höhere Wechselzahl hringt es mit sich, daß die Ungleichförmigkeit des Induktionsflusses unter sonst gleichen Umständen sehr viel größer wird, als hei den langsamen Schwingungen in **121** ff.

a. Bei Metallzylindern wird nach **124** die Verteilung des magnetischen Induktionsflusses auf einem Zylinderquerschnitt umso weniger gleichförmig, je größer der Betrag von

$$\varkappa = r\sqrt{n} \cdot \sqrt{\frac{\pi \sigma \mu}{8 v^2}}$$

ist. Je größer also die Wechselzahl n ist, umso kleiner braucht der Radius r des Zylinders und sein Leitvermögen σ zu sein, damit dieselbe Ungleichförmigkeit des magnetischen Induktionsflusses herauskommt. Während im Gebiet der langsamen Schwingungen ($n = 100/_{sec.}$) nach **128** der magnetische Induktionsfluß in Eisendrähten von 1 mm Durchmesser an abwärts als merklich gleichförmig auf dem ganzen Drahtquerschnitt betrachtet werden durfte, ist schon hei

einer Wechselzahl von 10^6/sec. der magnetische Induktionsfluß praktisch auf eine äußerst dünne Oberflächenschicht beschränkt*). Schon bei Eisendrähten von $^1/_{10}$ mm Radius**) ist die Amplitude des Induktionsflusses in der Nähe der Oberfläche merklich verschieden von derjenigen in der Nähe der Achse.

b. Auch kreisförmige leitende Platten, die in ein magnetisches Wechselfeld so gebracht werden, daß die magnetischen Induktionslinien senkrecht durch ihre Oberfläche hindurchtreten, haben die Eigenschaft [130], den magnetischen Induktionsfluß zu verändern. Sie schwächen den magnetischen Induktionsfluß am stärksten in der Nähe ihrer Achse, am wenigsten an ihrer Peripherie. Nach **130 b** muß die Erscheinung umso deutlicher werden, je größer cet. par. die Dicke und das Leitvermögen der Platte und die Wechselzahl der Schwingung ist. Während bei den langsamen Schwingungen in **130** dicke Kupferplatten nötig waren, um nur eine Andeutung dieser Erscheinung zu liefern, ist zu erwarten, daß bei schnellen Schwingungen schon mit sehr dünnen Platten aus beliebigem Metall eine kräftige Wirkung erzielt werden kann.

266. Experimentelle Bestätigung.

a. Als Bestätigung der in **265 a** besprochenen Erscheinung ist schon eine Beobachtung aufgefaßt worden, die man an der Anordnung von Fig. 412 zu machen Gelegenheit hat. Betrachtet man, wenn der Kondensatorkreis im Betrieb ist, die Röhre R_1 (oder R_2) in der Richtung ihrer Achse, so bemerkt man, daß das Leuchten im Innern der Röhre fast unmerklich ist, nach der Peripherie zu stark an Intensität zunimmt (vgl. die photographische Aufnahme Fig. 416***).

*) Vgl. **234 b**. Was dort für die Verteilung der elektrischen Strömung abgeleitet wurde, gilt genau auch für die magnetische Induktion im vorliegenden Fall, da die Beziehungen für $\mathfrak{B}$ in **124** u. ff. identisch sind mit denjenigen in **230** für $\mathfrak{S}$.

**) Es wird für $n = 10^6$/sec.

bei $\mu/\mu_0 = 100$ $\quad \varkappa = 2{,}14$,

„ $\mu/\mu_0 = 10$ $\quad \varkappa = 0{,}65$.

***) Die hellen Ringe im Innern rühren von Reflexen an der Glaswand her. — Für diesen besonders effektvollen Versuch empfiehlt es sich einen Kondensatorkreis der in Fig. 407 abgebildeten Form zu verwenden und einen möglichst großen evakuierten Rundkolben in das Innere des Drahtkreises zu bringen. Kapazität jeder Leidener Flasche möglichst nicht unter $2 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad. Funkenstrecke nicht unter 2 cm. Man nennt die Erscheinung häufig den „elektrodenlosen Ringstrom" in Gasen.

Es ist also zweifellos, daß die elektrische Strömung bei weitem am stärksten ist in der Nähe der Oberfläche der zylindrischen Röhre und nach dem Innern kontinuierlich abnimmt. Daraus darf aber nicht geschlossen werden, daß dasselbe auch für die magnetische Induktion gilt, was nach **265 a** allerdings bei einem gut leitenden Zylinder der

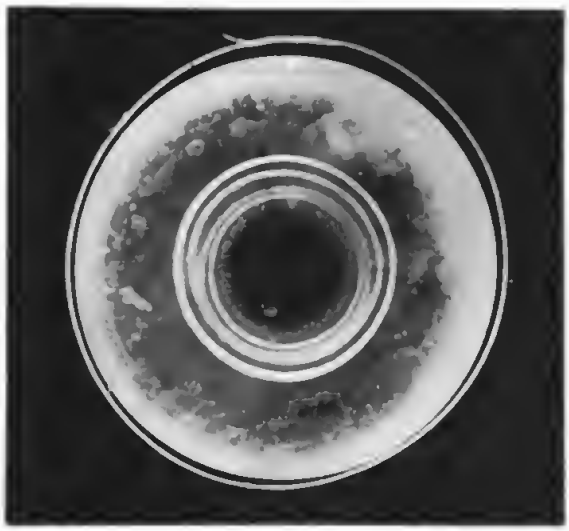


Fig. 416.

Fall ist. Denn auch dann, wenn die Amplitude der magnetischen Induktion auf dem ganzen Querschnitt der Röhre dieselbe wäre, müßte die elektrische Feldintensität und somit die Strömung in irgend einem Punkte umso stärker werden, je weiter derselbe von der Achse entfernt liegt. Es ist einfach zu zeigen [vgl. **123**], daß in diesem Falle

$$E_\varrho = -\frac{\mathfrak{M}'}{2\,v} \cdot \rho$$

ist, wenn E_ϱ die Feldintensität im Abstand ρ von der Achse bezeichnet [154]).

b. Bei Metallplatten kann der experimentelle Nachweis des in **265 b** Ausgeführten mit den Hilfsmitteln der Anordnung Fig. 410 in genau analoger Weise wie in **130** erbracht werden. Von den Spulen S_1 und S_2 ist (Fig. 417) S_1 koaxial mit dem Entladungskreis K; S_2 befindet sich neben S_1. Die Schlagweite bei F_1 und F_2 wird gemessen, wenn der Kondensatorkreis in Tätigkeit ist. Ein Versuch ergab z. B.:

$$F_1 = 8{,}4 \text{ mm}, \quad F_2 = 4{,}4 \text{ mm}.$$

Nun wurde eine Blechscheibe A koaxial zu K und S_1 zwischen Spulen und Kondensatorkreis angebracht*). Die Schlagweite wurde nun

$$F_1 = 0{,}2 \text{ mm}, \quad F_2 = 1 \text{ mm}.$$

Während also, ehe die Metallscheibe sich im Feld befand, die Am-

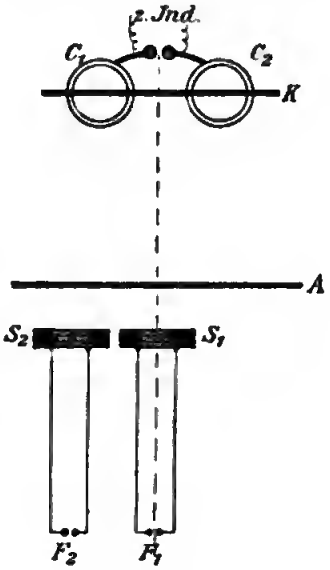


Fig. 417.

plitude der magnetischen Induktion bei S_1 etwa doppelt so groß war wie bei S_2, ist sie jetzt 5mal kleiner.

267. Magnetische Impedanz von leitenden Platten.

a. Die magnetische Impedanz, welche nach **130** leitende Platten für ein magnetisches Wechselfeld senkrecht zu ihrer Oberfläche besitzen, kann in genau derselben Weise demonstriert werden wie die Impedanz von Spulen oder Kreisen. Die Versuche von **262** können mit Metallplatten fast noch besser als mit Drahtkreisen ausgeführt werden. Dabei sind keineswegs, wie bei langsamen Schwingungen, dicke Kupferplatten nötig. Wegen der hohen Wechselzahl**) der Kondensatorschwingungen erhält man mit dünnen Zinkblechen sehr kräftige Wirkungen. In dem Versuch **262a** genügen die dünnsten Stanniolblätter, um die Funken bei F_1 sofort zum Verschwinden zu bringen. In demselben Versuch brachte eine Scheibe aus Zinkblech (Stellung A in Fig. 409), die in dem Versuch von

*) Radius der Scheibe aus Zinkblech = 14 cm, Dicke = 1,5 mm.

) Vgl. die Beziehung in **130.

119 b keine merkbare Wirkung ergeben hatte [vgl. S. 196 Fußnote *)], die Schlagweite bei F_1 von 4,2 mm auf 0,1 mm herab. Bei dem Versuch von **262 c** fiel bei Verwendung derselben Zinkblechscheibe die Schlagweite F_2 von 2,2 auf 0,5 mm, diejenige von F_1 stieg von 2,2 auf 2,3 mm.

b. Verwendet man andererseits sehr dicke Platten, so ist schon ein relativ schlecht leitendes Material, z. B. ein Elektrolyt im stande, eine erhebliche magnetische Impedanz zu liefern. Man kann in der Anordnung Fig. 409 die Spule bezw. den Drahtkreis bei A durch einen Glastrog mit einem Elektrolyten ersetzen. War die Funkenstrecke F_1 so eingestellt, daß gerade Funken übergingen, so verschwinden dieselben sofort, wenn man z. B. verdünnte Schwefelsäure oder Kochsalzlösung in den Glastrog eingießt.

c. Die große magnetische Impedanz, welche Metallplatten für ein magnetisches Wechselfeld hoher Wechselzahl haben, kann sehr vorteilhaft praktisch verwendet werden, um die Apparate gegen die Wirkungen eines solchen Feldes zu schützen. Man braucht sie zu diesem Zweck nur in einen Kasten von nicht zu dünnem Metallblech einzuschließen [vgl. **444**].

268. Spulenkerne aus Eisendrähten. Verstärkung des Induktionsflusses.

Der große Vorteil, den Kerne aus Eisendrähten oder Blechen im Gebiet der langsamen Schwingungen bieten, legt den Gebrauch derselben auch auf dem Gebiet der schnellen Schwingungen nahe. Die Verhältnisse sind hier aber ganz verschieden von denen bei den langsamen Schwingungen.

a. Einmal ist das Bedürfnis ein ganz anderes. Im Gebiet der langsamen Schwingungen verwandte man Eisenkerne zur Verstärkung des magnetischen Induktionsflusses im wesentlichen in 2 Fällen:

(1) um den Selbstinduktionskoeffizienten eines Stromes zu vergrößern und damit die Induktanz derselben möglichst groß gegen den Widerstand zu machen [**88 b**];

(2) um zwei Stromkreise möglichst ohne Streuung aufeinander induzieren zu lassen [Kap. VI § 3].

Im Gebiet der schnellen Schwingungen ist aber der Fall, daß die Induktanz sehr groß ist gegen den Widerstand, nach **250** bei jeder metallischen Leitung schon realisiert; dazu braucht man also keine Eisenkerne. Und daß ein Stromkreis auf einen anderen möglichst ohne Streuung induziert, ist in vielen Fällen gar nicht erwünscht [Kap. XV §§ 2 und 3].

b. Dann aber würde das Bedürfnis nach einer Verstärkung des Induktionsflusses, wenn es vorläge, durch Eisendrähte nur sehr unvollkommen*) befriedigt werden und zwar aus zwei Gründen.

(1) Die Permeabilität von Eisen ist bei schnellen Schwingungen eine viel geringere als bei langsam veränderlichem oder stationärem Feld. Dort lag μ/μ_0 für Felder mäßiger Stärke etwa bei 3000. Bei Wechselzahlen über 10^6/sec. aber ergab schon der Versuch in **236c** einen viel kleineren Wert und genauere**) Versuche, bei denen die Permeabilität von weichen Eisendrähten bei schnellen Schwingungen gemessen wurde, lieferten meist Werte für μ/μ_0, die in der Nähe von 100, teilweise auch erheblich tiefer liegen***). Für Ueberschlagsrechnungen darf bei Wechselzahlen von 10^6 bis 10^7/sec. als wahrscheinlichster Wert wohl etwa 100, als untere Grenze 10 angesehen werden.

(2) Für die Amplitude des magnetischen Induktionsflusses in einer Spule ist nach **112b** bei einem Wechselstrom maßgebend die magnetische Impedanz des Innenraums, nicht der magnetische Widerstand.

Auf dem Gebiet der langsamen Schwingungen war für Eisendrähte von ca. 1 mm Durchmesser an abwärts der magnetische Induktionsfluß als merklich gleichförmig auf dem ganzen Querschnitt zu betrachten, also $\mathfrak{z}_m = \mathfrak{w}_m$ [**128**] und demnach die Verstärkung G

*) Vorausgesetzt, daß man nicht extrem dünne Drähte verwendet. Diese Voraussetzung ist wohl im allgemeinen berechtigt, da das Kilogramm Eisendraht von 0,025 mm Radius an abwärts weit über 1000 M. kostet.

) Vgl. aber das in **236c über diese Messungen Gesagte.

***)

Beobachter	r in mm	n	μ/μ_0
W. M. Varley[144])		$2 \cdot 10^4$/sec.	110
		$7 \cdot 10^4$/sec.	101
P. Cardani[155])	2,7	ca. 10^6/sec.	125,9
	1,5		70,6
	1		46,4
	0,7		25
	0,047		15,6
J. Klemenčič[156])	0,22	$9 \cdot 10^7$/sec.	118
	0,18		111
	0,047		73
S. John[157])		10^8/sec.	83,5—107

des magnetischen Induktionsflusses durch einen Kern von solchen Drähten

$$G = \frac{\mu}{\mu_0} \text{ [129].}$$

Bei schnellen Schwingungen ($n > 10^6/_{sec.}$) ist aber schon in Eisendrähten, deren Radius weit unter 1 mm liegt, der magnetische Induktionsfluß auf einem Querschnitt ganz ungleichförmig verteilt [265a]. Es ist also schon durch sehr dünne Drähte annähernd der Grenzfall I **125** realisiert

$$\mathfrak{z}_m = \varkappa \,.\, \sqrt{2} \,.\, w_m$$

und demnach

$$G = \frac{1}{\varkappa \sqrt{2}} \,.\, \frac{\mu}{\mu_0}.$$

Da $\varkappa$ in diesem Falle jedenfalls größer als 1 ist und cet. par. umso größer wird, je größer die Wechselzahl ist, so ist $\frac{1}{\varkappa \sqrt{2}} \,.\, \frac{\mu}{\mu_0}$ stets kleiner als μ/μ_0. Es folgt daraus, daß bei schnellen Schwingungen die Erhöhung des magnetischen Induktionsflusses in einer Spule selbst durch ziemlich dünne Eisendrähte längst nicht so groß ist, als der Permeabilität μ/μ_0 entsprechen würde. Da $\varkappa$ proportional $\sqrt{n}$ ist [**124**], so muß es sogar für jede beliebige Drahtsorte ein bestimmte Wechselzahl geben, bei welcher $\frac{1}{\varkappa \sqrt{2}} \,.\, \frac{\mu}{\mu_0} = 1$ und über welcher $\frac{1}{\varkappa \sqrt{2}} \,.\, \frac{\mu}{\mu_0}$ kleiner als 1 wird. Dann hat also das Einführen des Eisenkerns in die Spule nicht nur keine Verstärkung, sondern sogar eine Schwächung des magnetischen Induktionsflusses zur Folge.

c. Im folgenden sind die Werte für die Erhöhung G des magnetischen Induktionsflusses durch Eisendrähte von verschiedenem Radius zusammengestellt unter der Annahme, daß die Wechselzahl der Schwingung $= 3 \,.\, 10^6/_{sec.}$ ist.

μ/μ_0	r in mm					
	1	0,5	0,25	0,1	0,05	0,025
1000	6,8	12,6	25,2	63	122	241
100	2,0	4,0	8,0	19,2	37,2	73,5
10	0,6	1,2	2,4	5,8	9,4	10

Bei Drähten also, die nicht extrem dünn sind wie die beiden letzten Sorten, ist die Verstärkung des magnetischen Induktionsflusses immer viel kleiner als μ/μ_0, häufig ganz gering. Der Draht von 1 mm Radius und $\mu/\mu_0 = 10$ stellt schon den Fall dar, wo der Eisenkern den Induktionsfluß schwächt.

269. Spulenkerne aus Eisendrähten. Energieverbrauch.

Jede Induktanz eines magnetischen Kreises bedeutet nach **114b** einen Energieverlust.

a. Bei gegebenem Induktionsfluß Q_m gilt für den Energieverbrauch — im vorliegenden Fall durch die Wirbelströme — pro Sekunde

$$L = \pi n p_m \,.\, \pi n Q_m^2{}_{eff} \quad [131a] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Da $\pi n p_m$ nach **127b** mindestens proportional $\sqrt{n}$ ist, so nimmt der Energieverlust mit der Wechselzahl ziemlich rasch zu. Ferner folgt, daß der Energieverlust bei schnellen Schwingungen längst nicht in demselben Maße durch Verkleinerung des Drahtradius herabgesetzt werden kann wie bei langsamen. Bei langsamen Schwingungen ist für Eisendrähte, deren Radius 1 mm oder darunter beträgt,

$$\pi n p_m = \varkappa^2 \,.\, w_m = r^2 \,.\, n f^2 w_m \quad [127 \text{ und } 128b],$$

bei schnellen Schwingungen ist aber nach **265a** schon durch Eisendrähte, deren Radius bedeutend unter einem Millimeter liegt, der Grenzfall I 125 realisiert und demnach [**128b**]

$$\pi n p_m = \varkappa w_m = r \sqrt{n} \,.\, f \,.\, w_m.$$

Werden also 3mal dünnere Drähte verwendet, so sinkt für dasselbe Volumen des Eisenkerns der Energieverbrauch durch die Wirbelströme bei langsamen Schwingungen auf den 9., bei schnellen Schwingungen nur auf den 3. Teil.

Die folgende Tabelle gibt in Watt den Energieverbrauch (pro Länge 1 cm und Querschnitt 1 cm^2) in Kernen aus Eisendrähten verschiedener Dicke. Als Wechselzahl ist angenommen $3 \,.\, 10^6/_{sec.}$, für den magnetischen Induktionsfluß $Q_{m\,eff} = 1$ C.G.S.

μ/μ_0	r in mm					
	1	0,5	0,25	0,1	0,05	0,025
1000	1,33	0,66	0,33	0,13	0,07	0,03
100	4,10	2,05	1,03	0,41	0,21	0,08
10	13,3	6,7	3,3	1,23	0,36	0,09

Die Zahlen beweisen, wie extrem klein schon die Drahtradien sein müssen, damit der Energieverbrauch auf ein erträgliches Maß herabgedrückt wird.

b. Wesentlich anders werden die Verhältnisse, wenn man nach dem Energieverlust bei derselben äußeren MMK $\mathfrak{M}_a$, d. h. bei demselben Strom in den Spulenwicklungen fragt. Dafür gilt [**131 a**]

$$L = \frac{\pi n p_m}{\mathfrak{z}_m^2} \pi n \mathfrak{M}_a^2{}_{eff} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Bei schnellen Schwingungen ist für nicht extrem dünne Eisendrähte

$$\pi n p_m = \varkappa w_m$$

$$\mathfrak{z}_m = \varkappa \sqrt{2} \cdot w_m$$

$$L = \frac{1}{2 \varkappa w_m} \cdot \pi n \mathfrak{M}_a^2{}_{eff} = \frac{\sqrt{n}}{r} \cdot \frac{\pi}{2 f w_m} \cdot \mathfrak{M}_a^2{}_{eff}.$$

Der Energieverbrauch wird umso größer, je kleiner der Drahtradius wird. Dieses Resultat hat [vgl. **131 c**] darin seinen Grund, daß in relativ dicken Drähten infolge der hohen magnetischen Impedanz nur ein sehr schwaches magnetisches Feld vorhanden ist.

c. Aus den Zahlen der folgenden Tabelle ist das Verhältnis des Energieverbrauchs in Eisendrähten von verschiedener Dicke und demselben Strom in der Spule (Wechselzahl $n = 3 \cdot 10^6/_{sec.}$) zu entnehmen.

μ/μ_0	r in mm					
	1	0,5	0,25	0,1	0,05	0,025
1000	0,53	1.06	2,11	5,3	10,0	19,2
100	0,17	0,33	0,67	1,52	2,85	4,4
10	0,053	0,10	0,19	0,41	0,31	0,09

Die Zahlen selbst geben denjenigen Widerstand in Ohm an, den man zum Widerstand jeder Spulenwindung hinzufügen müßte, um durch Joule'sche Wärme in den Spulenwindungen denselben Energieverbrauch zu bekommen, wie ihn die Wirbelströme in 1 cm^3 des Eisenkerns veranlassen.

270. Experimentelle Untersuchung von Eisenkernen.

Die Beziehungen und danach berechneten Zahlen in **268** und **269** beruhten auf den folgenden Voraussetzungen:

(1) Die Spule ist eine Ringspule (geschlossener magnetischer Kreis) oder sehr lange gerade Spule.

(2) Die Permeabilität ist konstant auch beim Eisen.

(3) Der Energieverbrauch ist nur durch die Wärmeentwicklung der Wirbelströme verursacht.

Praktisch wird man wohl bei schnellen Schwingungen meist mit relativ kurzen geraden Spulen experimentieren. Die Permeabilität des Eisens ist wohl ebensowenig konstant wie bei langsamen Schwingungen und zu dem Energieverbrauch durch die Wirbelströme kommt derjenige durch die Hysteresis hinzu. Die Beziehungen und Zahlen von **268** und **269** können also nicht den Anspruch machen, die tatsächlichen Verhältnisse richtig wiederzugeben. Wie weit sie qualitativ richtig sind, kann nur durch Versuche festgestellt werden.

a. Um die Erhöhung des magnetischen Induktionsflusses in einer Spule durch Kerne aus Eisendrähten kennen zu lernen, kann man sich der Anordnung von Fig. 418 bedienen. S_1 und S_2 sind genau gleiche Spulen. U ist ein Umschalter, durch welchen das Funkenmikrometer F in Nebenschluß zu S_1 oder S_2 gelegt werden kann. In S_1 werden der Reihe nach die verschiedenen Kerne gebracht, die untersucht werden sollen, und es wird, nachdem der Kondensatorkreis in Betrieb gesetzt wurde, die Schlagweite (F_1) bestimmt, wenn das Funkenmikrometer sich im Nebenschluß zu S_1 befindet, und die Schlagweite F_2, wenn es in Nebenschluß zu S_2 geschaltet ist. Die Schlagweite gibt nach **253a** ein gewisses Maß für die Amplitude der Spannung, die zwischen den Enden der betreffenden Spule herrscht. Diese Spannungsamplitude ist nach **250** Gl. (2) proportional dem Selbstinduktionskoeffizienten der betreffenden Spule, da der Strom in beiden Spulen derselbe ist; diesem Selbstinduktionskoeffizienten proportional ist der magnetische Induktionsfluß in den beiden Spulen, da ihre Windungszahl die gleiche ist [**34**]. Aus dem Verhältnis der zu F_1 und F_2 nach Tabelle XIX gehörigen Spannungsamplituden $\mathfrak{V}_1$ und $\mathfrak{V}_2$ ergibt sich also das Verhältnis des magnetischen Induktionsflusses in S_1 zu demjenigen in S_2, d. h. das Verhältnis G des magnetischen Induktionsflusses mit Kern zu demjenigen ohne Kern [**268**].

Das Ergebnis war in einem Versuch*):

*) $C_1 = C_2 =$ ca. $0{,}3 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad. $S_1 = S_2$: Anzahl der Windungen = 10, Radius = 2,5 cm. Die Eisenkerne hatten eine Länge von 20 cm, einen Radius von 2 cm. Radius der Eisendrähte B = 0,9 mm, C = 0,35 mm, D = 0,12 mm.

Kern	A Massiv	B Dicker Draht	C Mittl. Draht	D Dünner Draht	E Pulver
$\mathfrak{w}_1 : \mathfrak{w}_2$	0,66	1,3	1,7	1,7	2,5

b. Der Energieverbrauch in den verschiedenen Kernen kann durch die Anordnung Fig. 419 bestimmt werden. H bedeutet ein Hitzdrahtthermometer, w einen regulierbaren elektrolytischen Wider-

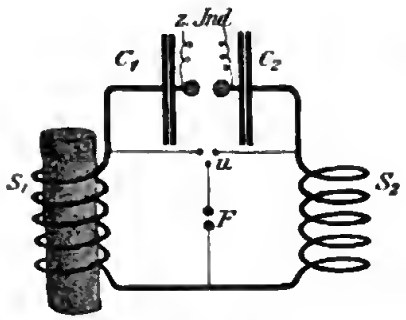


Fig. 418.

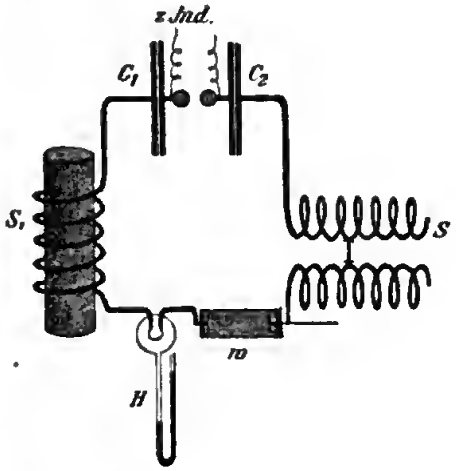


Fig. 419

stand, S ein Spulenpaar, von dem durch einen verschiebbaren Bügel beliebig Windungen zu- oder ausgeschaltet werden können. Dadurch kann der Selbstinduktionskoeffizient des Kondensatorkreises beliebig variiert werden; er muß bei den im folgenden beschriebenen Versuchen jedesmal so eingestellt werden, daß er und damit auch die Wechselzahl [209] und Stromamplitude [252] bei allen Versuchen denselben Wert bekommt*).

Die Messung des Energieverbrauchs in irgend einem Eisenkern geht in folgender Weise vor sich. Der Kern wird in Spule S_1 gebracht, das Hitzdrahtinstrument abgelesen. Dann wird der Kern aus S_1 entfernt und mit Hilfe der Spule S wieder dieselbe Wechselzahl hergestellt. Das Hitzdrahtinstrument gibt nun wegen der kleineren Dämpfung — der Energieverbrauch im Eisenkern ist weggefallen — einen

*) Das geschieht in folgender Weise: In der Nähe des Kondensatorkreises befindet sich ein zweiter, auf den der erste in ganz loser Koppelung [316 b] induziert. Die Spule S wird dann immer so eingestellt, daß die Schwingung des ersten Kondensatorkreises in Resonanz ist [330] mit dem zweiten, der konstant gelassen wird.

größeren Ausschlag [244]. Um denselben Ausschlag wie vorher wiederherzustellen, muß ein gewisser elektrolytischer Widerstand w eingeschaltet, wenn nötig, die Wechselzahl mit Hilfe von S nachreguliert werden. Es ist also jetzt Wechselzahl und Stromamplitude und auch die Dämpfung dieselbe wie vorher, als sich der Kern in S_1 befand. Die Größe w des elektrolytischen Widerstands, die nötig war, um dieselbe Dämpfung herzustellen, gibt ein unmittelbares Maß für den Energieverbrauch in dem betreffenden Eisenkern und damit ein bequemes Mittel, um den Energieverbrauch verschiedener Kerne bei derselben Stromamplitude und damit derselben MMK [269b] miteinander zu vergleichen.

Das Ergebnis, welches ein derartiger Versuch mit den in a benützten Kernen lieferte, ist in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Kern	A Massiv	B Dicker Draht	C Mittl. Draht	D Dünner Draht	E Pulver
w in Ohm	4,5	31	41	55	6

Vergleicht man diese Tabelle, soweit sie sich auf Drähte bezw. Zylinder bezieht, mit 269c, so überzeugt man sich, daß die dortigen Beziehungen und Zahlen die Verhältnisse qualitativ richtig wiedergeben. Insbesondere bestätigt es sich, daß der Energieverbrauch umso kleiner ausfällt, je dicker der Draht ist; besonders gering wird er bei dem massiven Eisenzylinder.

Ein Vergleich dieser Zahlen mit denen der Tabelle in a zeigt, daß die geringe Vermehrung des Induktionsflusses durch einen Kern aus Eisendrähten teuer erkauft ist durch einen sehr bedeutenden Energieverlust. Er ist so groß, daß die praktische Verwendung von Kernen aus Eisendrähten z. B. in Spulen eines Kondensatorkreises oder eines ähnlichen Systems ausgeschlossen erscheinen muß.

271. Spulenkerne aus Eisenpulver.

In den Tabellen von 270, 129 und 131d ist auch für Spulenkerne, die aus Eisenpulver — es war das käufliche sog. Ferrum limatum pulv. subt. — bestanden, die Erhöhung des Induktionsflusses und der Energieverbrauch angegeben. Ein Vergleich dieser Zahlen mit den entsprechenden bei Eisendrähten zeigt, daß Kerne aus Eisenpulver bei derselben Induktion bei weitem weniger Energie ver-

brauchen*) als diejenigen aus Eisendrähten. Bei schnellen Schwingungen verstärken außerdem Kerne aus Eisenpulver den Induktionsfluß bei weitem mehr als Kerne aus Eisendrähten. Will man also bei schnellen Schwingungen den Induktionsfluß in einer Spule verstärken, so ist es bei weitem günstiger Eisenpulver als Eisendrähte zu verwenden.

Am besten rührt man zu diesem Zweck in geschmolzenes Paraffin solange Eisenpulver hinein, als es noch gelingt, einen gleichmäßigen Brei herzustellen. Dann füllt man das ganze in eine Glasröhre, in der es langsam zu einer zementartigen Masse erstarrt.

Die Permeabilität derartiger Zylinder aus Eisenpulver ist nicht sehr groß: μ/μ_0 zwischen 2 und 3. Aber sie besitzen im Gegensatz zu den Eisendrähten eine günstige Eigenschaft: während die Permeabilität von weichen Eisendrähten bei schnellen Schwingungen nur etwa $^1/_{30}$ derjenigen bei konstantem Feld ist [268b], ist die Permeabilität von Eisenpulver bei schnellen Schwingungen (jedenfalls noch bis ca. $5 \cdot 10^6$ Wechseln) nur wenig verschieden (mindestens $^2/_3$) von derjenigen bei konstantem Feld [159]).

§ 3. Die Wirkung von Isolatoren im magnetischen Wechselfeld [160]).

272. Isolierender Zylinder. Verteilung der Induktion auf dem Querschnitt.

Damit die Beziehungen möglichst einfach werden, möge das folgende Beispiel betrachtet werden. Eine Ringspule besitze einen Kern aus einem Isolator (Paraffin oder ähnlichem). Damit bei stationärem Strom das magnetische Feld auf jedem Querschnitt als homogen angesehen werden darf, soll vorausgesetzt werden, daß der Radius der Spule sehr groß ist gegen den Radius einer Windung und damit gegen den Radius eines Kernquerschnitts. Gesucht sei die Verteilung der magnetischen Induktion auf einem Querschnitt des Kernes, wenn die Spule von einem Wechselstrom hoher Wechselzahl durchflossen ist.

*) Berechnet man aus den Zahlen der Tabelle 270a und b den Energieverbrauch für denselben Induktionsfluß [269a], so ergibt sich in einem willkürlichen Maß

Kern	A Massiv	B Dicker Draht	C Mittl. Draht	D Dünner Draht	E Pulver
Energieverbrauch	68	24	24	32	2,4

a. Unter den gemachten Voraussetzungen ist aus Symmetriegründen das magnetische Feld im Innern der Spule jedenfalls ein zylindrisches, demnach [38a] das durch dasselbe induzierte elektrische Feld ein zyklisches. Denkt man sich, wie in **122**, aus dem Kern zwei sehr dünne Röhren mit den Radien r_1 und r_2 (Fig. 210) herausgeschnitten, so muß notwendig die magnetische Feldintensität längs der Röhre r_1 verschieden sein von derjenigen längs r_2.

Das kann in ganz entsprechender Weise gezeigt werden wie in **122**. Fig. 210 stellt einen Querschnitt durch den Spulenkern dar, auf dem die beiden Röhren als 2 Kreise mit den Radien XA_1 bezw. YB_1 und XA_2 bezw. YB_2 erscheinen. Die Gerade XY ist der Querschnitt einer durch die Spulenachse gelegten Ebene, deren Schnittkreise mit den beiden Röhren im Querschnitt die Punkte A_1B_1 bezw. A_2B_2 ergeben. Die gesamte MMK längs des Kreises A_1B_1 setzt sich aus 2 Teilen zusammen, (1) der äußeren MMK $\mathfrak{M}_a$, welche von dem Strom in der Spule*) herrührt, und (2) der induzierten MMK $\mathfrak{M}_{i_1}$, welche von den elektrischen Induktionslinien Q_{e_1}, die in dem Ring AA_1—BB_1 verlaufen, hervorgerufen wird und zwar ist [35c]

$$\mathfrak{M}_{i_1} = \frac{1}{\nu} \cdot Q'_{e_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Für die gesamte MMK längs des Kreises A_2B_2 und damit längs der Röhre r_2 gilt entsprechendes. Die induzierte MMK $\mathfrak{M}_{i_2}$ längs dieser Röhre ist gegeben durch

$$\mathfrak{M}_{i_2} = \frac{1}{\nu} \cdot Q'_{e_2}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

wenn unter Q_{e_2} der elektrische Induktionsfluß in dem ringförmigen Raum AA_2—BB_2 verstanden wird. Nun ist Q_{e_2} verschieden von Q_{e_1}; und zwar ist

$$Q_{e_2} = Q_{e_1} + Q_e ,$$

wenn man mit Q_e den elektrischen Induktionsfluß in A_1A_2—B_1B_2 bezeichnet. Die Folge davon ist, daß nach Gl. (1) und (2) auch $\mathfrak{M}_{i_1}$ und $\mathfrak{M}_{i_2}$ und demnach auch die gesamte MMK längs der Röhre r_1 $(\mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_{i_1})$ verschieden sein muß von der gesamten MMK längs der Röhre r_2 $(\mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_{i_2})$. Daraus aber folgt, wie in **122**, daß die magnetische Induktion im Abstand r_1 von der Spulenachse eine andere sein muß als im Abstand r_2 und, da r_1 und r_2 ganz beliebig

*) Und von dem induzierten elektrischen Feld im Außenraum der Ringspule, vgl. **273a**.

sind, daß die magnetische Induktion in verschiedenem Abstand von der Spulenachse verschieden ist.

b. Nimmt man, was durch das folgende gerechtfertigt werden wird, an, daß der Unterschied zwischen der Induktion in der Achse und derjenigen an der Peripherie weder bezüglich der Phase noch bezüglich der Amplitude groß ist, so läßt sich auch angeben, in welchem Sinne sich die magnetische Induktion in der Achse von derjenigen an der Peripherie unterscheidet.

Unter dieser Annahme ist leicht zu zeigen, daß die gesamte MMK längs der Röhre r_2 größer sein muß als längs der Röhre r_1. Daraus folgt aber, daß die magnetische Induktion am größten ist in der Achse und von da an nach der Peripherie des Kerns kontinuierlich abnimmt. Es ist also gerade umgekehrt wie bei leitenden Kernen [124].

c. Daß die Ungleichförmigkeit der Verteilung der Induktion umso größer ausfallen muß, je größer das Produkt aus der Permeabilität μ des Kerns und der Wechselzahl n der Schwingung ist, kann in genau derselben Weise gezeigt werden, wie in dem analogen Fall [123] bei einem leitenden Kern, ebenso daß an Stelle des Leitvermögens der Ausdruck $\pi n \varepsilon$ (ε = Dielektrizitätskonstante des Kerns) tritt, was im Hinblick auf die Entwicklungen von 68b sehr wahrscheinlich ist. In der Tat liefert die Theorie [161]) das folgende Resultat:

(1) Ebenso wie in 124 die Verteilung der Amplitude der magnetischen Induktion von dem Betrag der Größe

$$\varkappa = r\sqrt{n}\,.\,\mathfrak{k}$$
$$\mathfrak{k} = \sqrt{\frac{\pi\mu\sigma}{8v^2}}$$

abhing, so ist für die Verteilung der Induktion jetzt maßgebend der Betrag desjenigen Ausdrucks γ, den man aus $\varkappa$ erhält, wenn man σ durch $\pi n \varepsilon$ ersetzt: also

$$\left.\begin{aligned}\gamma &= r\sqrt{n}\,.\,\mathfrak{g}\\ \mathfrak{g} &= \sqrt{\frac{\pi\mu\,.\,\pi n\varepsilon}{8v^2}}\end{aligned}\right\}\quad \gamma = \sqrt{\frac{1}{8}}\,.\,r\,.\,\pi n\,.\,\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{v^2}}\,.$$

Die Beziehung für die Amplitude der magnetischen Induktion $\mathfrak{M}_\varrho$ im Abstand ϱ von der Achse des Spulenkerns zu derjenigen ($\mathfrak{M}_2$) in der Achse ist annähernd:

$$\frac{\mathfrak{M}_\varrho}{\mathfrak{M}_2} = 1 - 2\gamma^2\,.\left(\frac{\varrho}{r}\right)^2,$$

also für die Induktion $\mathfrak{M}_1$ an der Oberfläche

$$\frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_2} = 1 - 2\gamma^2.$$

(2) Die Phase der magnetischen Induktion ist in allen Abständen von der Achse dieselbe. Es tritt also nicht eine Phasenverschiebung ein wie bei leitenden Zylindern.

d. Da nach 214 $\sqrt{\frac{\varepsilon_0 \mu_0}{v^2}} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}}$ cm/sec. und die Permeabilität aller Isolatoren etwa diejenige der Luft, ihre Dielektrizitätskonstante höchstens 80mal größer ist, so ist es klar, daß γ^2 nur bei sehr hohen Wechselzahlen einen in Betracht kommenden Wert erreichen kann. Macht man möglichst günstige Annahmen: Radius des Kerns = 10 cm, Dielektrizitätskonstante ε = derjenigen des Wassers, so würde

für	$n = 10^6/_{sec.}$	$10^7/_{sec.}$	$10^8/_{sec.}$
	$\gamma^2 = 1{,}1 \cdot 10^{-5}$	$1{,}1 \cdot 10^{-3}$	$1{,}1 \cdot 10^{-1}$.

Wäre die Dielektrizitätskonstante des Kerns von derjenigen der Luft nicht merklich verschieden, so würde

für	$n = 10^6/_{sec.}$	$10^7/_{sec.}$	$10^8/_{sec.}$
	$\gamma^2 = 1{,}4 \cdot 10^{-7}$	$1{,}4 \cdot 10^{-5}$	$1{,}4 \cdot 10^{-3}$.

Selbst bei einer Wechselzahl von 10^8 wird also die Ungleichförmigkeit der Induktion nur merklich, wenn die Dielektrizitätskonstante des Kerns bedeutend höher ist als diejenige der Luft.

273. Magnetischer Widerstand von isolierenden Zylindern.

Es ist anzunehmen, daß wie bei leitenden Kernen [127] nicht nur die Verteilung der Induktion auf einem Querschnitt, sondern auch der gesamte Induktionsfluß im Kern ein anderer wird bei schnellen Schwingungen als bei konstanter MMK.

a. Bei der Untersuchung der Frage, in welcher Beziehung der magnetische Induktionsfluß im Kern zu der äußeren MMK $\mathfrak{M}_a$, die durch den Strom in der Spule hervorgerufen wird, steht, darf von der Wirkung des induzierten elektrischen Feldes außerhalb der Ringspule nicht abgesehen werden. Man würde sonst denselben Fehler begehen, wie wenn man bei der Berechnung des Selbstinduktionskoeffizienten von Drahtkreisen bei schnellen Schwingungen nur den Teil p_i [239], der von dem magnetischen Feld im Draht herrührt, berücksichtigen, den anderen, gewöhnlich größeren [240 a] Teil p_0, der

durch das magnetische Feld außerhalb des Drahtes erzeugt wird, vernachlässigen würde. Eine elementar durchzuführende Ueberlegung[162]) ergibt, daß die Rückwirkung des induzierten elektrischen Felds außerhalb der Ringspule sich so äußert, als ob der magnetische Widerstand w_m des Kerns eine Verminderung um den Betrag $\frac{\pi^2 n^2 \varepsilon_a}{\mu_a} \cdot p_0$ erfahren würde — darin bezeichnet ε_a, μ_a Dielektrizitätskonstante bezw. Permeabilität des Außenraumes der Ringspule, p_0 den aus Tabelle VIII a am Schlusse des Buches zu entnehmenden Ausdruck *).

Das induzierte elektrische Feld im Innern des Kerns der Ringspule hat, wie nur durch die Theorie[163]) zu beweisen ist, ebenfalls die Wirkung, den magnetischen Widerstand scheinbar zu verkleinern und zwar bei kleinem γ um den Betrag $\gamma^2 w_m$. Bezeichnet also Q_m den magnetischen Induktionsfluß im Kern der Ringspule, $\mathfrak{M}_a$ die von dem Strom in derselben hervorgerufenen MMK längs des Kerns, so ist

$$Q_m = \frac{\mathfrak{M}_a}{\mathfrak{w}_m}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

worin

$$\mathfrak{w}_m = w_m (1 - \gamma^2) - \frac{\pi^2 n^2 \varepsilon_a}{\mu_a} \cdot p_0 \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

den effektiven magnetischen Widerstand des Kerns für die betreffende Wechselzahl bedeutet.

b. Merklich kann aber der Unterschied zwischen $\mathfrak{w}_m$ und w_m im günstigsten Falle erst werden, wenn die Wechselzahl 10^7/sec. erheblich übersteigt. Daß das Glied mit γ^2 in Gl. (2) bei Wechselzahlen unter 10^8/sec. nichts Erhebliches liefert, geht aus 272 d hervor. Aber auch das Glied $\frac{\pi^2 n^2 \varepsilon_a}{\mu_a} \cdot p_0$ macht sich bei Wechselzahlen unter 10^8/sec. kaum bemerkbar. Nimmt man z. B. an, der Radius R des Rings sei 5 cm, derjenige (r) einer Spulenwindung 1 cm, ferner im Innen- und Außenraum des Ringes sei Wasser, so würde bei $n = 10^8$/sec.

$$w_m = 126 \text{ C.G.S.}$$

$$\frac{\pi^2 n^2 \varepsilon_a}{\mu_a} p_0 = 1{,}6 \text{ C.G.S.},$$

also nur ungefähr 1 % von w_m.

*) p_0 ist der Selbstinduktionskoeffizient des Kerns, wenn er von einem Strom sehr hoher Wechselzahl durchflossen wäre [239 b].

Nimmt man allerdings R = 50 cm, r = 10 cm, so würde bei derselben Wechselzahl

$$w_m = 12{,}6$$

$$\frac{\pi^2 n^2 \varepsilon_a}{\mu_a} \cdot p_0 = 16.$$

Aber ein quasistationärer Strom von 10^8 Wechseln und eine Ringspule von derartigen Dimensionen sind zwei Annahmen, die einander ausschließen [251a].

c. Man wird überhaupt im allgemeinen bei so hohen Wechselzahlen nicht in der Lage sein, mit Ringspulen zu experimentieren. Für Zylinder von endlicher und besonders sehr kleiner Länge (Scheiben), die sich im magnetischen Wechselfelde befinden, gelten aber die obigen Beziehungen nicht. Wohl bleibt das qualitative Resultat bestehen, daß sie den magnetischen Widerstand des von ihnen ausgefüllten Raumes scheinbar verkleinern und zwar umso mehr, je größer ihre Länge (Zylinder) bezw. Dicke (Platte) und Dielektrizitätskonstante und je größer die Wechselzahl der Schwingung ist. Aber die Wirkung ist bedeutend geringer als bei Kernen von Ringspulen.

d. Die Verkleinerung des magnetischen Widerstands [Gl. (2)] bedingt eine Vergrößerung des magnetischen Induktionsflusses bei demselben Strom in der Spule. Die Folge davon ist, daß auch der Selbstinduktionskoeffizient der Spule für schnelle Schwingungen einen etwas größeren Wert annehmen muß, als für langsame Schwingungen oder stationäres Feld und zwar einen umso größeren, je größer die Dielektrizitätskonstante des Kerns und des Mediums ist, in welchem sich die Spule befindet. Merkbar wird aber diese Aenderung des Selbstinduktionskoeffizienten in praktischen Fällen nicht werden.

274. Die Kapazität von Plattenkondensatoren bei schnellen Schwingungen.

Ganz analoge Beziehungen erhält man, wie zuerst von E. Cohn und F. Heerwagen[164]) gezeigt wurde, auch für das elektrische Feld in einem Kondensator mit kreisförmigen Platten, wenn die Ladung des Kondensators eine oszillatorische von hoher Wechselzahl ist. Es vertauscht sich nur magnetische Induktion gegen elektrische, Permeabilität gegen Dielektrizitätskonstante. Man findet dementsprechend genau wie in 272c, daß die elektrische Induktion zwischen den Kondensatorplatten nicht mehr homogen ist, sondern in der Achse am größten. Ebenso gilt

$$\frac{\mathfrak{E}_\varrho}{\mathfrak{E}_0} = 1 - 2\gamma^2 \cdot \left(\frac{\varrho}{r}\right)^2,$$

wenn $\mathfrak{E}_\varrho$ die Amplitude der elektrischen Induktion im Abstand ϱ von der Achse, $\mathfrak{E}_z$ diejenige in der Achse und γ die in **272c** angegebene Größe bedeutet.

Entsprechend der Aenderung des magnetischen Widerstands in **273** tritt hier eine Aenderung der Kapazität ein. Definiert man die Kapazität $\mathfrak{c}$ bei der Schwingung dadurch, daß $\frac{1}{2}\,\mathfrak{c}\,\mathfrak{V}^2$ die elektrische Energie im Kondensator ist, wenn die Spannung zwischen den Mitten der Platten $\mathfrak{V}$ ist, so wird annähernd

$$\mathfrak{c} = c\,(1 - 2\gamma^2).$$

Bis zu 10^8 Wechseln pro Sekunde ist also im Falle von Luftkondensatoren nach **272d** bei mäßigen Radien der Platten $\mathfrak{c}$ nur sehr wenig von c verschieden.

Kapitel XII.

Die Eigenschwingungen offener Oszillatoren.

275. Die verschiedenen Formen offener Oszillatoren.

a. Der Kondensatorkreis, den wir bisher als einziges Mittel zur Erzeugung schneller elektromagnetischer Schwingungen kennen lernten, ist im wesentlichen dadurch charakterisiert, daß (1) die Strombahn einen nahezu geschlossenen Stromkreis bildet und (2) das elektrische Feld auf einen ganz engen Raum konzentriert ist. Im Gegensatz dazu stehen andere ebenfalls elektromagnetische Schwingungen erzeugende Systeme, in denen die Strombahn auch nicht annähernd aus einem geschlossenen Stromkreis besteht und bei denen das elektrische Feld nicht mehr auf einen engen Raum zusammengedrängt, sondern ebenso weit ausgedehnt ist wie etwa das magnetische Feld beim Kondensatorkreis. Man bezeichnet diese letzteren Systeme als *„offene Oszillatoren“* oder *„offene Sender“* — im Gegensatz dazu den Kondensatorkreis oft als *„geschlossenen Schwingungskreis“*.

b. Die Haupttypen der offenen Oszillatoren, zwischen welche sich alle anderen als Zwischenformen einordnen lassen, kann man in

Fig. 420.

Fig. 421.

folgender Weise aus dem Kondensatorkreis ableiten. Man denke sich den in Fig. 420 abgebildeten Kondensatorkreis, bestehend aus einer kreisförmigen Strombahn und zwei rechteckigen Kondensatorplatten, allmählich immer weiter auseinander gebogen. Man erhält

dann nach der Zwischenform Fig. 421 schließlich die Form Fig. 422: einen geraden Draht, an beiden Enden zwei Blechplatten und in der

Fig. 422.

Mitte eine Funkenstrecke. Es ist dies diejenige Form, welche Hertz[165]) bei einigen seiner Versuche über schnelle elektrische Schwingungen benützt hat; bei anderen waren die rechteckigen Platten durch

Fig. 423.

Metallkugeln (Fig. 423) oder zylindrische Leiter der in Fig. 424 abgebildeten Form ersetzt.

Man pflegt deshalb die in den Fig. 422, 423 und 424 dargestellten Oszillatoren als *„Hertz'sche Oszillatoren"* zu bezeichnen.

Fig. 424.

c. Der Hertz'sche Oszillator ist nach zwei Richtungen weiter ausgebildet worden.

(1) Wird der geradlinige Draht im Hertz'schen Oszillator von

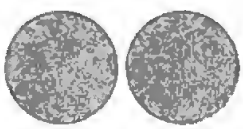


Fig. 425.

Fig. 423 immer weiter verkürzt und schließlich ganz weggelassen, so erhält man die unter dem Namen des *„Righi'schen Senders"* bekannte Form, die einfach aus zwei Kugeln besteht (Fig. 425).

Fig. 426.

Von der geradlinigen Strombahn des Hertz'schen Senders ist nur noch die Funkenbahn übrig geblieben.

Digitized by Google

(2) Reduziert man umgekehrt die Dimensionen der Platten, Kugeln oder Zylinder im Hertz'schen Oszillator immer mehr und läßt man sie schließlich ganz weg, so besteht das System aus einem einzigen

Fig. 427.

Draht bezw. Stab, der in der Mitte durch die Funkenstrecke unterbrochen ist: *„linearer Sender"* (Fig. 426).

Eine Abart des linearen Senders entsteht, wenn man den Draht nicht gerade ausspannt, sondern in der Form einer *Spule* wickelt (Fig. 427).

276. Der physikalische Vorgang bei der Schwingung.

a. Die beiden Hälften eines offenen Senders sollen durch eine Influenzmaschine oder einen Induktor geladen werden, die eine positiv, die andere negativ. Es entsteht dann in der Umgebung des Senders ein elektrisches Feld, dessen Intensitätslinien auf der positiv geladenen Hälfte entspringen, auf der negativ geladenen münden [13], deren Verlauf aber im übrigen von der Form des Senders abhängt.

b. Wird die Ladung immer mehr gesteigert, so geht schließlich ein Funke zwischen den beiden Hälften über und stellt eine leitende Verbindung zwischen denselben her [206a]. Da zwischen beiden Hälften eine Spannung besteht, so muß die Folge ein elektrischer Strom sein und zwar von der positiv geladenen Hälfte zur negativ geladenen.

c. Durch den elektrischen Strom wird ein magnetisches Feld in der Umgebung der Strombahn hervorgerufen. Wie das Feld aussieht, hängt von der Form der Strombahn und der Stromverteilung auf derselben ab. Aber selbst wenn beides bekannt ist, läßt sich auf Grund der früher gegebenen Regeln [29 und 30] nichts Bestimmtes über die Gestalt des magnetischen Feldes aussagen, da in 29 und 30 der Strom als quasistationär vorausgesetzt war, was bei einem offenen Oszillator im allgemeinen nicht zutrifft. Immerhin kann auf einer sehr kurzen Strecke einer Strombahn der Strom als quasistationär angesehen werden. Ferner wird das magnetische Feld in unmittelbarer Umgebung irgend einer Stelle der Strombahn im wesentlichen durch den Strom an der betreffenden Stelle der Strombahn bestimmt, von der Gestalt der übrigen Strombahn und der Stromverteilung auf ihr also merklich unabhängig sein. Aus beidem zu-

sammen folgt aber nach 29c: die magnetischen Intensitätslinien sind in unmittelbarer Umgebung der Strombahn Kreise und das Magnetfeld darf auf ganz kurze Strecken als ein zyklisches angesehen werden.

d. Durch den Strom (b) werden die beiden Hälften des Senders entladen. Ist das erfolgt, so ist das elektrische Feld, das von der Ladung der beiden Hälften des Senders herrührte, verschwunden, dafür ist aber jetzt ein magnetisches Feld vorhanden. Dieses verschwindet nun seinerseits und induziert dadurch ein elektrisches Feld. Die Gestalt dieses induzierten elektrischen Feldes interessiert hauptsächlich im Draht selbst. Aus c einerseits, 38c andererseits folgt, daß dieses induzierte elektrische Feld im Draht und in unmittelbarer Umgebung desselben auf kurze Strecken als ein zylindrisches betrachtet werden darf. Sein Vorzeichen muß [37c] dasselbe sein wie dasjenige des anfänglichen Stromes. Es hat zur Folge, daß der Strom in derselben Richtung wie vorher weiter geht und die beiden Hälften des Senders wieder lädt, aber in entgegengesetzter Weise als anfänglich. Das geht so lange, bis das ganze magnetische Feld verschwunden ist. Ist das geschehen, so ist wie im Anfang nur ein elektrisches Feld vorhanden und der ganze Vorgang wiederholt sich.

e. Die Verhältnisse liegen also qualitativ ganz so wie beim Kondensatorkreis [216]. Der Vorgang bei der Schwingung besteht in der Umsetzung eines elektrischen Feldes in ein magnetisches und umgekehrt; vermittelt wird dieselbe durch den elektrischen Strom. Der ganze Vorgang ist aber unübersichtlicher als beim Kondensatorkreis, da die Gestalt des ganzen elektrischen und magnetischen Feldes sich nicht nach ebenso einfachen Regeln bestimmen läßt wie bei jenem.

§ 1. Die Strömung.

277. Allgemeines.

a. Beim Kondensatorkreis durfte, wenn er Kondensatoren von einigermaßen bedeutender Kapazität enthielt, die Strömung auf der ganzen Strombahn als quasistationär betrachtet werden [211b]. Die Schwingungen sind so langsam, daß die Länge der Strombahn sehr klein gegen die halbe Wellenlänge ist [227d]. Bei kleinen Kapazitäten konnte aber schon bei Kondensatorkreisen die Annahme einer quasistationären Strömung unzulässig werden [211a].

Bei offenen Sendern erhält man aber bei derselben Länge der Strombahn im allgemeinen viel höhere Wechselzahlen als im Kondensatorkreis. Das geht schon aus 275b hervor: Wenn man den Kondensatorkreis von Fig. 420 so auseinanderbiegt, daß die Platten parallel

zueinander bleiben, so ändert sich die Gestalt und damit der Selbstinduktionskoeffizient der Strombahn nur wenig; aber je mehr der Abstand d der Platten vergrößert wird, umso kleiner wird die Kapazität des Kondensators — sie ist nach 17 $\sim 1/d$ —, umso größer die Wechselzahl der Schwingung ($\sim 1/\sqrt{d}$ [209]) und demnach [227 d] umso kleiner die Strecke, auf der es noch erlaubt ist, den Strom als quasistationär anzusehen. Aehnliches gilt, wenn man den Kondensatorkreis noch weiter und schließlich in die Form von Fig. 422 auseinander biegt. Die Wechselzahl wird immer höher, die Stromamplitude an den verschiedenen Stellen immer verschiedener.

b. Wenn also auch der Strom im allgemeinen bei offenen Sendern nicht als quasistationär betrachtet werden darf, so darf bei den Schwingungen, um die es sich im vorliegenden Kapitel handelt, doch angenommen werden, daß der Strom auf allen Teilen der Strombahn wenigstens gleichphasig ist. Sind also A und B zwei Punkte der Strombahn eines offenen Senders, so ist zwar die Stromamplitude in A und B verschieden, aber der Strom erreicht in A und B gleichzeitig seinen Maximalwert, vorausgesetzt, daß nur eine einzige Schwingung vorliegt. Ebenso ist die Dämpfung der Schwingung in allen Punkten des Senders dieselbe.

c. Beim Kondensatorkreis handelte es sich immer nur um eine einzige Schwingung von einer bestimmten Wechselzahl. Bei offenen Sendern muß immer mit der Möglichkeit gerechnet werden, daß gleichzeitig mehrere Schwingungen mit verschiedenen Wechselzahlen und verschiedenen Dämpfungsfaktoren und verschiedener Stromverteilung vorhanden sind. Man nennt diejenige Eigenschwingung eines Senders, welche die geringste Wechselzahl hat, wie in der Akustik oder bei ungedämpften Schwingungen [54], die *Grundschwingung*, die Schwingung mit der nächst höheren Wechselzahl die erste *Oberschwingung*, dann zweite Oberschwingung etc.

278. Experimentelle Ermittlung der Stromverteilung.

a. Wenn nur eine einzige gedämpfte Schwingung vorliegt, so erhält man die Verteilung der Stromamplitude auf einem Draht, indem man an verschiedenen Stellen desselben ein Hitzdrahtinstrument einschaltet. Zeigt dasselbe an zwei Stellen α_1 bezw. α_2 Amp. an, so gilt für die Stromamplituden i_{10} und i_{20} an den beiden Stellen

$$\frac{i_{10}}{i_{20}} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \text{ [245 b]}.$$

Man braucht nur als Abszissen die Entfernung, um die irgend ein Punkt P des Drahtes von einem beliebig gewählten Punkte P_0 absteht, und als Ordinaten die Angaben α des Hitzdrahtinstruments aufzutragen, um die *„Kurve der Stromverteilung"* auf dem Draht zu bekommen.

b. Sind mehrere, der Einfachheit halber zwei gedämpfte Schwingungen von nicht sehr verschiedener Amplitude vorhanden, so bekommt man einfache Beziehungen nur[166]), wenn

(1) bei beiden Schwingungen der Dämpfungsfaktor δ klein ist gegen $\pi \times$ Wechselzahl,

(2) die Differenz der Wechselzahlen $(n_1 - n_2)$ der beiden Schwingungen nicht klein ist gegen n_1 und n_2.

Sind diese Bedingungen erfüllt*), so ist der Wärmeeffekt der beiden gleichzeitig vorhandenen Schwingungen annähernd = der Summe der Wärmeeffekte, die jede Schwingung für sich geben würde. Würde also die erste Schwingung allein in dem Hitzdrahtinstrument die Angabe α_1 Amp. hervorrufen, die zweite Schwingung die Angabe α_2 Amp., so erhält man, wenn beide Schwingungen gleichzeitig vorhanden sind, eine Angabe α_3 Amp., und es ist

$$\alpha_3^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2.$$

279. Die Stromverteilung im linearen Sender.

Es ist von vornherein zu erwarten, daß die Verhältnisse am einfachsten werden bei demjenigen Oszillator, der in seiner ganzen Ausdehnung homogen ist: dem linearen Sender [275c].

a. Die Stromverteilung auf einem solchen bei der Grundschwingung erhält man annähernd**) durch die Anordnung Fig. 428. H_1 ist ein Hitzdrahtinstrument, das man der Reihe nach an möglichst vielen Punkten des Senders einschaltet***), H_2 ein ebensolches, welches immer an derselben Stelle eingeschaltet bleibt und die Konstanz der Schwingung während der Messung kontrollieren soll. Aendert sich die Angabe von H_2, so sind die Angaben von H_1 an den verschiedenen Stellen erst vergleichbar, nachdem sie auf eine Angabe

*) Bedingung 1 verlangt nur, daß die Schwingungen nicht extrem stark gedämpft sind [222]. Bedingung 2 ist stets erfüllt, wenn es sich um Grundschwingung und Oberschwingungen desselben Oszillators handelt [288 ff.].

**) Es sind tatsächlich noch Oberschwingungen vorhanden.

***) Das Einschalten des Hitzdrahtinstruments ändert die Schwingung nicht merklich [296g].

von H_2 reduziert sind. n n sind nasse Fäden oder hohe elektrolytische Widerstände.

Die Werte, welche die Messung an einem im ganzen 20 m langen Sender ergab, sind in Fig. 429 durch Kreuze markiert. Sie liegen

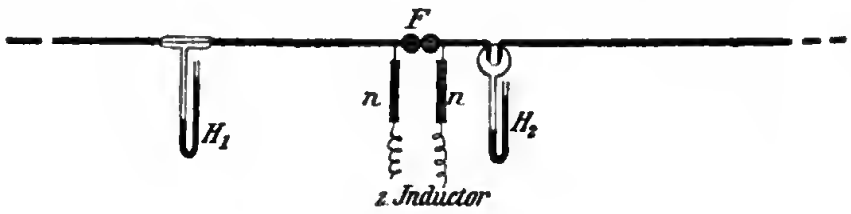


Fig. 428.

sämtlich in der Nähe der ausgezogenen Sinuskurve, welche die Theorie als Kurve der Stromverteilung fordert. Die Abweichungen sind im vorliegenden Fall hauptsächlich durch das Vorhandensein von Oberschwingungen [287 c] bedingt.

In der Mitte des Senders besitzt die Stromamplitude einen Maxi-

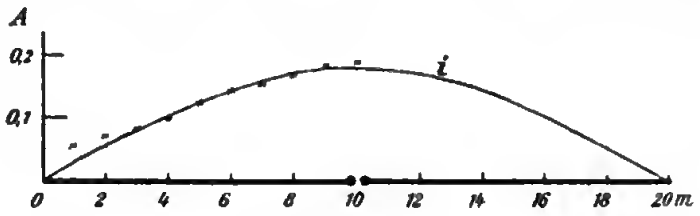


Fig. 429.

malwert. Man nennt eine solche Stelle einen *„Strombauch"*, die Stellen, an denen der Strom Null ist, *„Stromknoten"*.

b. Die Kurve Fig. 429 gibt nur die Verteilung der Stromamplitude. Vereinbart man, daß der Strom als positiv gerechnet und nach oben aufgetragen werden soll, wenn er in der Richtung von

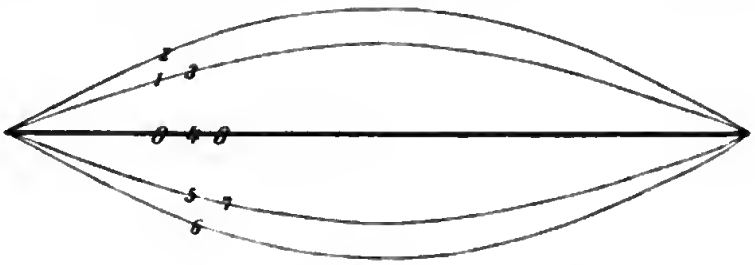


Fig. 430.

links nach rechts in Fig. 430 fließt, so erhält man folgendes Bild für den Strom während einer vollen Periode.

Im Anfang soll der Strom überall Null sein, die Kurve fällt mit

der Abszissenachse zusammen. Nach $^1/_8$ der ganzen Periode nimmt die Kurve die Form der Kurve 1 an, nach $^2/_8$ Periode ist der Strom überall im Maximum (Kurve 2). Von jetzt an nimmt der Strom überall ab; er ist nach $^3/_8$ der Periode durch die Kurve 3 = Kurve 1 dargestellt, nach $^4/_8$ überall Null. Nun wird der Strom negativ, seine Kurve ist nach $^5/_8$ Periode die Kurve 5, nach $^6/_8$ die Kurve 6, nach $^7/_8$ die Kurve 7 = Kurve 5, bis nach $^8/_8$ der Strom wieder wie im Anfang Null ist. Die Kurve der Stromverteilung verschiebt sich also während einer Periode, wie eine an den Enden befestigte, hin und her schwingende Saite.

c. Die Stromverteilung wird nicht wesentlich anders, wenn die beiden Hälften des linearen Senders nicht in einer Geraden liegen, sondern irgend einen Winkel miteinander bilden. Auch dann tritt eine merkliche Aenderung nicht ein, wenn die beiden Hälften gebogen sind, z. B. Teile eines Kreises bilden. Voraussetzung ist nur, daß nicht zwei Teile, die verschiedenen Hälften angehören, einander extrem nahekommen*).

d. Bei den Oberschwingungen eines linearen Senders sind nach Theorie und Versuch, der aber nicht in der in **a** angegebenen Weise ausgeführt werden kann, die Stromkurven ebenfalls Sinuskurven. Während aber die Grundschwingung nur einen Strombauch besitzt, hat die

1. Oberschwingung:	2	Strombäuche		(Fig. 431),
2. „	3	„		(Fig. 432),
3. „	4	„	**)	(Fig. 433). etc.

Das Verhältnis dieser Sinuskurven zu derjenigen der Grundschwingung (Fig. 429) ist sehr einfach: Der Abstand von Stromknoten zu Stromknoten ist bei der Grundschwingung = der ganzen Länge des Senders, bei der ersten Oberschwingung = $^1/_2$ der ganzen Länge, bei der zweiten Oberschwingung = $^1/_3$ der Senderlänge u. s. f.**).

e. Da die Kurven der Stromverteilung sowohl bei der Grundschwingung als bei den Oberschwingungen Sinuskurven sind, so kann die Amplitude i_{0x} an irgend einem Punkte, der vom Ende 0 des

*) Wenn die beiden Hälften parallel geführt werden, darf aber der Abstand derselben beliebig klein sein [383 b].

**) Die kte Oberschwingung hat also $k+1$ Strombäuche, der Abstand von Stromknoten zu Stromknoten ist $\frac{1}{k+1}$ der Senderlänge.

Senders den Abstand x hat, sehr einfach berechnet werden, wenn man die Amplitude $\bar{i}_0$ am Strombauch kennt.

(1) Es liege die Grundschwingung vor. In Fig. 51 (S. 71), wo

Fig. 431.

man als Schwingungskurve für die EMK eine Sinuslinie erhielt, waren als Abszissen die Zeiten t aufgetragen und der Abstand zweier Punkte, in denen die Kurve die Abszissenachse passierte, war 1/n. Dort er-

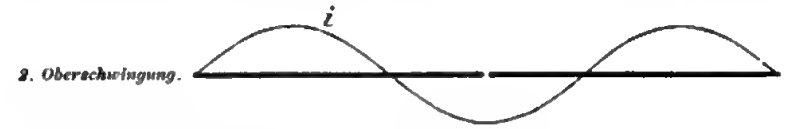


Fig. 432.

gab sich [55] die EMK $\mathfrak{E}$ zur Zeit t ausgedrückt in ihrem Maximalwert $\mathfrak{E}_0$ als

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 \sin \pi n t.$$

Hier (Fig. 429) sind als Abszissen die Abstände auf dem Sender aufgetragen; der Abstand zweier Schnittpunkte von Kurve und Abs-

Fig. 433.

zissenachse ist l, die Länge des Senders; der Maximalwert ist $\bar{i}_0$. Hier muß sich also ergeben

$$i_{x_0} = \bar{i}_0 \sin \frac{\pi x}{l}.$$

(2) In derselben Weise folgt für die

erste Oberschwingung: $i_{x_0} = \bar{i}_0 \cdot \sin \frac{2\pi x}{l}$,

zweite „ $i_{x_0} = \bar{i}_0 \cdot \sin \frac{3\pi x}{l}$,

dritte „ $i_{x_0} = \bar{i}_0 \cdot \sin \frac{4\pi x}{l}$ etc.

280. Stromverteilung im Hertz'schen Sender.

Die Stromverteilung auf dem Draht des Hertz'schen Senders läßt sich in ähnlicher Weise ermitteln wie beim linearen Sender.

a. In der Anordnung von Fig. 428 wurde an die Enden des im ganzen 20 m langen Drahtes je ein Blechzylinder angeschlossen, der isoliert aufgestellt bei statischer Ladung $0{,}10 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad Kapazität besaß. Es ergaben sich bei den in **279a** beschriebenen Messungen die in Fig. 434 durch Kreuze markierten Werte. Sie liegen in der Nähe der unteren ausgezogenen Kurve von Fig. 434, einem Teil der im übrigen gestrichelten Sinuskurve. Diese Kurve unterscheidet sich von der entsprechenden des linearen Senders Fig. 429 (in Fig. 434 gestrichelt eingetragen) in zwei Beziehungen.

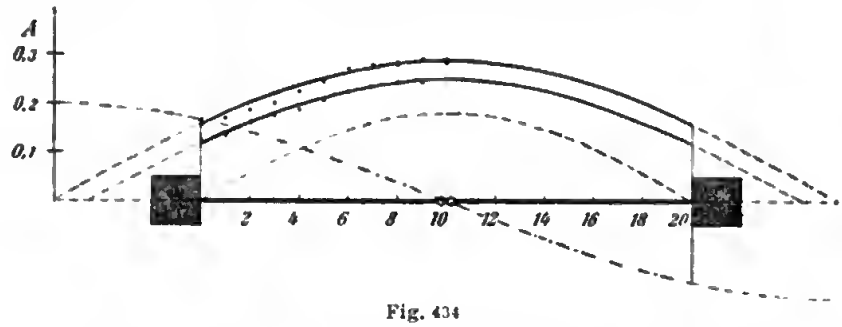


Fig. 434

(1) Das Verhältnis der Stromamplitude in der Mitte zu derjenigen am Ende des Drahts ist viel geringer als beim linearen Sender.

(2) Die Angabe des Hitzdrahtinstruments in der Mitte des Drahtes — d. h. in unmittelbarer Nähe der Funkenstrecke — ist jetzt bedeutend größer als beim linearen Sender*). Das beweist zwar nicht, daß die Stromamplitude jetzt größer ist, da über das Verhältnis der Dämpfungsfaktoren in beiden Fällen nichts bekannt ist. Es folgt aber unmittelbar daraus, daß der Stromeffekt der Schwingung jetzt bedeutend größer ist als beim linearen Sender [245].

b. Wurden statt der Zylinder von $0{,}10 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad Kapazität solche von $0{,}15 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad verwendet, so erhielt man die in Fig. 434 mit Punkten markierten Werte bezw. die obere ausgezogene Kurve. Bei den kleineren Zylindern (a) verhielt sich die An-

*) Es war die Entladungszahl und die Funkenlänge vollkommen dieselbe wie dort, außerdem der effektive Widerstand des Hitzdrahtinstruments für diese Schwingungen merklich derselbe wie für konstanten Strom [243].

gabe des Hitzdrahtinstruments in der Mitte zu derjenigen am Ende des Drahtes wie 1,9 : 1, jetzt bei den größeren Zylindern wie 1,7 : 1. Die Vergrößerung der Zylinder bewirkte also eine weitere Annäherung an die quasistationäre Strömung. Dazu kommt eine weitere Steigerung des Stromeffekts. Bei den kleineren Zylindern (a) war die Angabe des Hitzdrahtinstrumentes in der Mitte = 0,237 Amp., jetzt bei den größeren Zylindern 0,289 Amp., also Steigerung des Stromeffekts im Verhältnis 1,2 : 1.

c. Man kommt zu folgendem Ergebnis: Je größer die Kapazität an den Enden des Hertz'schen Senders ist, umso größer wird unter denselben Umständen der Stromeffekt der Schwingung im Verhältnis zum linearen Sender derselben Länge und umso mehr nähert sich die Stromverteilung der quasistationären.

Das letztere wird verständlich durch die in 288 besprochene Tatsache, daß die Wechselzahl der Schwingung umso mehr herabgedrückt wird, je größer die angehängte Kapazität ist: nach 227 muß die Stromverteilung auf einer bestimmten Länge umso mehr der quasistationären ähnlich werden, je geringer die Wechselzahl der Schwingung ist.

281. Unsymmetrische Sender.

Für spätere Zwecke ist es von Interesse, die Stromverteilung in solchen Systemen kennen zu lernen, die aus einem Draht und einem an einem Ende desselben angehängten Körper größerer Kapazität bestehen.

Um das zu untersuchen, wurden an das eine Ende des 20 m langen Drahtes einmal Blechzylinder von zusammen $0{,}23 \cdot 10^{-3}$ Mikro-

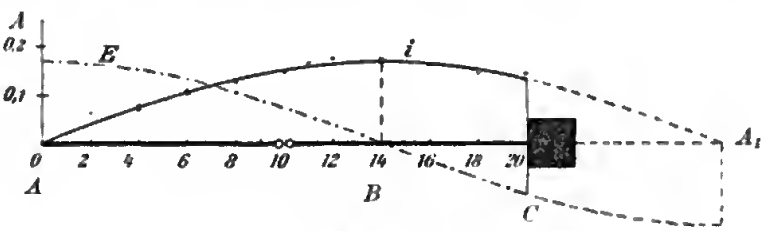


Fig. 435.

farad Kapazität angeschlossen; die Werte, welche das Verfahren von 279a lieferte, sind in Fig. 435 eingezeichnet. Dann wurden die Blechzylinder durch einen großen Ofen ersetzt; nun ergaben sich die Werte und die Kurve von Fig. 436. Bei den angehängten Blechzylindern ist

das Strommaximum etwa 6 m von den Blechzylindern entfernt; war der Ofen, der sicher sehr viel größere Kapazität als die Blechzylinder besaß, angeschaltet, so war das Strommaximum am Ende des Drahtes.

Je größer also die einseitig angehängte Kapazität ist, umso mehr

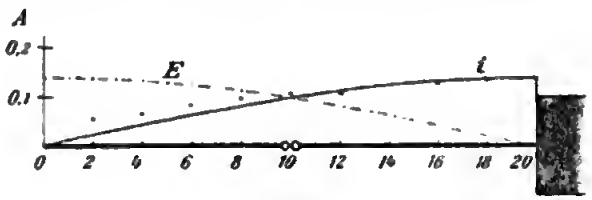


Fig. 436.

rückt das Strommaximum von der Mitte des Drahtes weg nach der Kapazität hin.

282. Abhängigkeit der Stromverteilung von der Lage der Funkenstrecke.

a. Verlegt man beim linearen Sender die Funkenstrecke einmal in die Mitte, wie in **279a**, dann in $^1/_4$ der ganzen Länge und endlich ganz ans Ende, so erhält man der Reihe nach die Kurven Fig. 429, 437a, 437 b. Die Form der Stromkurve, insbesondere die Lage des Strombauchs, ist von der Lage der Funkenstrecke merklich unabhängig.

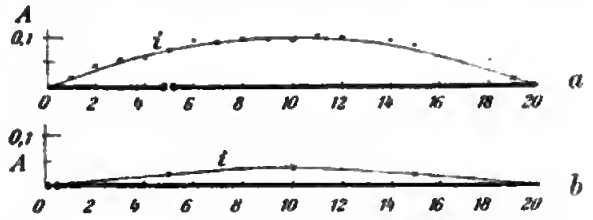


Fig. 437.

Der Stromeffekt wird aber umso größer, je näher die Funkenstrecke dem Strommaximum liegt.

b. Wenn das allgemein richtig ist, so müßte sich bei den unsymmetrischen Sendern von Fig. 435 und 436 der Stromeffekt noch steigern lassen dadurch, daß man bei dem Sender Fig. 435 die Funkenstrecke 6 m von dem Ende, an das die Zylinder angeschlossen sind, bei dem Sender Fig. 436 an das Ende legt, statt in die Mitte. Das bestätigt der Versuch. Wurde die Funkenstrecke bei dem Sender Fig. 435 an der Stelle des Strombauchs angebracht, so zeigte das Hitzdrahtthermometer dort 0,215 Amp., während es im Versuch 281 unter genau gleichen Umständen nur 0,190 ergeben hatte. Ebenso erhielt

man bei dem Sender von Fig. 436 eine Angabe des Hitzdrahtthermometers von 0,215 Amp., als die Funkenstrecke unmittelbar an der Kapazität angebracht war, während vorher die Angabe unter sonst gleichen Umständen nur 0,17 Amp. gewesen war, als die Funkenstrecke in der Mitte des Drahtes lag.

§ 2. Das elektrische Feld an der Oberfläche der Oszillatoren.

283. Beziehung zwischen dem elektrischen Feld und der Stromverteilung.

Kennt man die Verteilung der Stromamplitude i_0 auf einem homogenen Draht, so kann daraus die Verteilung der elektrischen Feldintensität E senkrecht zur Drahtoberfläche ermittelt werden.

a. Man gelangt zu einer Beziehung zwischen beiden durch dieselbe Ueberlegung, die in 82 benützt wurde. Wenn der Strom i_x

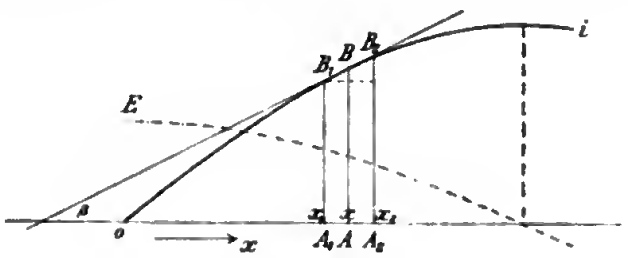


Fig. 438.

im Punkte A_2 (Fig. 438) größer ist als derjenige (i_1) im Punkte A_1, so rührt dies daher, daß durch den Querschnitt bei A_2 nicht nur die ganze Elektrizitätsmenge hindurchgeht, welche den Querschnitt bei A_1 passiert, sondern auch noch ein Teil derjenigen Elektrizitätsmenge, welche die Ladung e des Stückes $A_1 A_2$ ausmacht. Nach **23** gilt unter diesen Umständen

$$i_2 - i_1 = -e'.$$

Da i_1 und i_2 nach **277b** gleichphasig sind, so folgt aus dieser Beziehung nach **248b**

$$(i_2 - i_1)_0 = i_{20} - i_{10} = \pi n e_0, \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

wenn n die Wechselzahl der Schwingung ist und angenommen wird, daß die Schwingung nicht extrem stark gedämpft ist.

Die Ladung e des Stückchens $A_1 A_2$ ist nach **16c** = der Anzahl Induktionslinien, die aus seiner Oberfläche S austreten, also $= S . \mathfrak{E}_x$, wenn $\mathfrak{E}$ die Komponente der elektrischen Induktion senkrecht zur Drahtoberfläche bedeutet an der Stelle (x), an welcher sich das sehr klein

gedachte Stück $A_1 A_2$ befindet. Führt man die Oberfläche S_1 der Längeneinheit des Drahtes ein, so wird $S = (x_2 - x_1) S_1$, wenn x_1 bezw. x_2 den Abstand des Punktes A_1 bezw. A_2 von einem festen Punkt des Drahtes bedeutet. Es folgt dann aus Gl. (1)

$$\mathfrak{E}_{x_0} = \frac{1}{\pi n \,.\, S_1} \,.\, \frac{i_{20} - i_{10}}{x_2 - x_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

oder [16a]

$$E_{x_0} = \frac{1}{\pi n \varepsilon \,.\, S_1} \,.\, \frac{i_{20} - i_{10}}{x_2 - x_1}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wenn E die elektrische Feldintensität senkrecht zur Oberfläche und ε die Dielektrizitätskonstante des Mediums, in welchem sich der Draht befindet, bezeichnet.

b. Man kann dem noch eine etwas andere Form geben, wenn man die Spannung $\mathfrak{V}_x$ an der Stelle $A_1 A_2$ einführt durch die Bedingung, daß die Ladung e des Stückchens $A_1 A_2$ = dieser Spannung $\mathfrak{V}_x$ mal seiner Kapazität sein soll [18]. Nimmt man an, daß für Stücke gleicher Länge diese Kapazität dieselbe ist auf dem ganzen Draht, und bezeichnet man mit c die Kapazität eines Stückes von der Länge 1, so ist

$$e = (x_2 - x_1) \,.\, c \, \mathfrak{V}_x.$$

Aus Gl. (1) ergibt sich dann für $\mathfrak{V}$ die Beziehung

$$\mathfrak{V}_{x_0} = \frac{1}{\pi n c} \,.\, \frac{i_{20} - i_{10}}{x_2 - x_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

c. Ist die Kurve (in Fig. 438 stark ausgezogen), welche die Verteilung der Stromamplitude auf dem Drahte ausdrückt, gezogen, so ist i_{20} dargestellt durch die Strecke $A_2 B_2$, i_{10} durch $A_1 B_1$ und es ist (Fig. 438)

$$\frac{i_{20} - i_{10}}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \beta,$$

also

$$E_{x_0} = \frac{1}{\pi n \varepsilon \,.\, S_1} \,.\, \operatorname{tg} \beta, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

ebenso

$$\mathfrak{V}_{x_0} = \frac{1}{\pi n c} \,.\, \operatorname{tg} \beta. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Je kleiner das Stück $A_1 A_2$ genommen wird, umso genauer gilt die Beziehung Gl. (5), umso mehr wird aber der $\sphericalangle \beta$ identisch mit

dem Winkel, den die Tangente an die Kurve der Stromverteilung mit der Abszissenachse bildet.

Es steht also die Kurve für die Verteilung der elektrischen Feldintensität E senkrecht zur Drahtoberfläche bezw. der Spannung $\mathfrak{V}$ zu der Kurve der Stromverteilung in ganz ähnlicher Beziehung, wie in **51a** die Kurve von $\mathfrak{S}$ zur Kurve von Q_m. Es folgt aus der Beziehung Gl. (5) wie dort:

(1) Ist die Kurve der Stromverteilung eine Sinuskurve, so ist es auch die Kurve der elektrischen Feldintensität bezw. Spannung.

(2) Die Kurve der elektrischen Feldintensität besitzt an denjenigen Stellen ein Maximum, an denen die Kurve der Stromamplitude durch die Abszissenachse hindurchgeht nnd umgekehrt: ein Stromknoten fällt zusammen mit einem Bauch der elektrischen Feldintensität senkrecht zur Senderoberfläche bezw. der Spannung, ein Stromhauch mit einem Knoten der elektrischen Feldintensität bezw. Spannung.

(3) Bezüglich des Vorzeichens ist ein Unterschied zwischen der Gl. (5) und der analogen Gleichung in **51** [S. 73 Fußnote Gl. (4)]. Hier folgt also: die Kurve der elektrischen Feldintensität bezw. Spannung ist da positiv (verläuft über der Abszissenachse), wo die Stromkurve ansteigt, sie ist da negativ, wo die Stromkurve abfällt. Dabei ist vorausgesetzt, daß die elektrische Feldintensität positiv gerechnet wird, wenn die Intensitätslinien aus dem Draht herauskommen, und daß die positive Richtung des Stroms die in Fig. 438 durch einen Pfeil markierte ist.

Die Kurve der elektrischen Feldintensität, welche zu der Kurve der Stromverteilung in Fig. 438 gehört, müßte also von der Art der in Fig. 438 strichpunktierten sein.

284. Das elektrische Feld an der Oberfläche des linearen Senders.

a. Die Kurve, welche bei der Grundschwingung des linearen Senders die Stromverteilung auf demselben angibt, ist in Fig. 439 gestrichelt reproduziert. Die Kurve, welche die Verteilung der elektrischen Feldintensität senkrecht zur Oberfläche des Senders bezw. der Spannung darstellt, muß nach **283c** die Form der ausgezogenen Kurve von Fig. 439 haben. Ebenso entsprechen den Kurven von Fig. 430, welche die Verteilung des Stromes während einer ganzen Schwingung darstellen, die Kurven von Fig. 440, und zwar entsprechen einander immer die mit gleichen Zahlen bezeichneten.

b. Für die Oberschwingungen sind die Stromkurven aus den Fig. 431, 432, 433 in die Kurven Fig. 441, 442, 443 gestrichelt

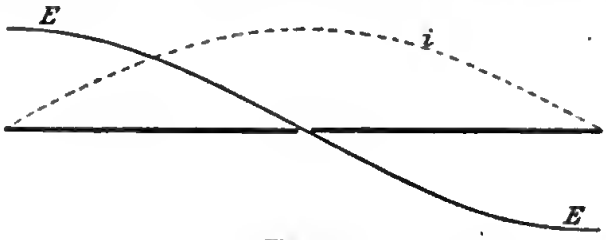


Fig. 439.

eingetragen, die Kurven des elektrischen Felds senkrecht zur Oberfläche bezw. der Spannung ausgezogen.

Eine gemeinsame Eigenschaft der Grundschwingung, der zweiten

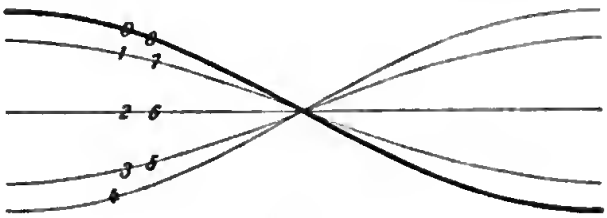


Fig. 440.

und überhaupt aller geradzahligen Oberschwingungen ist, daß in der Mitte des Senders ein Knoten der elektrischen Feldintensität senkrecht zur Senderoberfläche bezw. der Spannung sich befindet und infolge

Fig. 441.

davon in zwei Punkten, welche in demselben Abstand von der Mitte liegen, die elektrische Feldintensität dieselbe Größe, aber verschiedenes

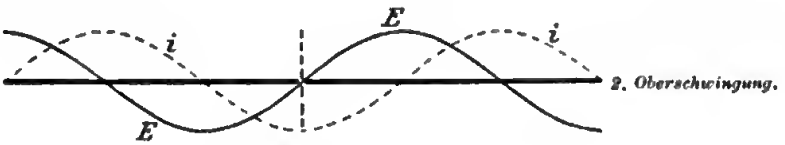


Fig. 442.

Vorzeichen hat. Bei der ersten, dritten und allen ungeradzahligen Oberschwingungen befindet sich in der Mitte ein Bauch der elektrischen Feld-

intensität bezw. Spannung: hier herrscht in demselben Abstand von der Mitte dieselbe elektrische Feldintensität nach Größe und Vorzeichen.

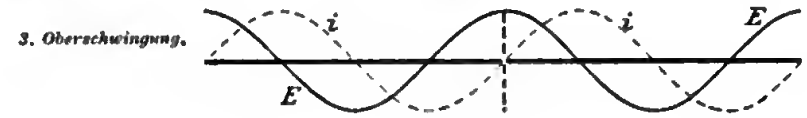


Fig. 443.

Die Kurven der elektrischen Feldintensität stehen in den meisten Figuren neben der Kurve der Stromverteilung.

285. Experimentelle Ermittlung der Spannungsverteilung.

a. Ganz qualitativ kann die Verteilung des elektrischen Felds an der Oberfläche eines Oszillators demonstriert werden, indem man Geißlerröhren derselben Empfindlichkeit*) an verschiedene Stellen des Oszillators anhängt: dieselben leuchten umso stärker, je stärker die elektrische Feldintensität bezw. Spannung an der betreffenden Stelle ist. Um z. B. die Verteilung des elektrischen Feldes senkrecht zur Oberfläche eines linearen Senders zu zeigen, verteilt man die Geißlerröhren auf der einen Hälfte des Senders, leitet diese Hälfte des Senders durch einen hohen elektrolytischen Widerstand n zur Erde ab**), isoliert die andere gut und lädt mit einer Influenzmaschine (Fig. 444), deren Pole man ebenfalls durch hohe elektrolytische Wider-

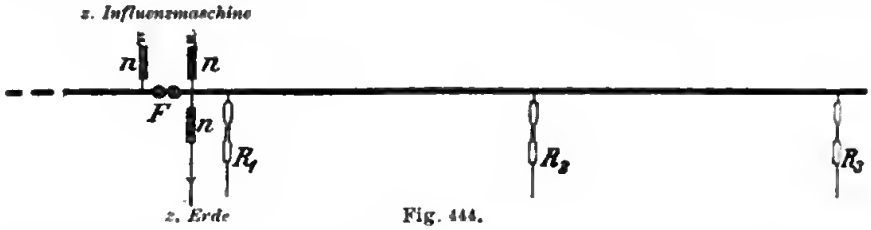


Fig. 444.

stände [294] mit den beiden Senderhälften verbindet. Sobald dann an der Funkenstrecke F Funken überschlagen und damit Schwingungen im Oszillator einsetzen, leuchten die Röhren und zwar am schwächsten die Röhre R_1 (Fig. 444), am stärksten R_3. Der Unterschied zwischen dem Leuchten der Röhre R_3 und demjenigen von R_1 ist aber tatsächlich längst nicht so stark, wie er nach der Kurve E in Fig. 439 zu erwarten wäre.

*) Das muß vorher ausprobiert werden.

**) Sonst leuchten die Röhren infolge der Ladungen der Influenzmaschine. — Sind die Röhren ziemlich unempfindlich, so kann man das Leuchten unterstützen, indem man an die Röhren Drahtstücke von einigen Dezimeter Länge anhängt.

b. Etwas genauer kann der Wert der Amplitude der elektrischen Feldintensität an den verschiedenen Stellen eines Oszillators ermittelt werden auf folgende Weise. Statt Geißlerröhren anzuhängen, legt man an den verschiedenen Punkten der einen Hälfte des Oszillators Funkenmikrometer an (Fig. 445), deren eine Kugel an Erde ge-

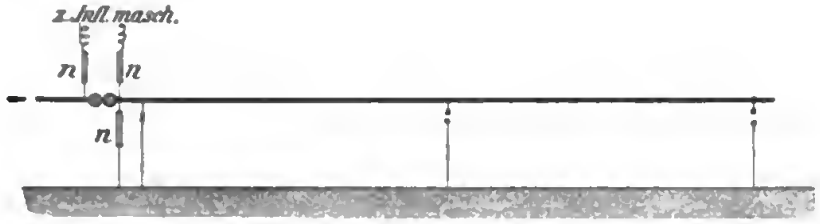


Fig. 445.

legt oder mit einem größeren Leiter verbunden ist*). An jeder Stelle wird die Schlagweite während der Schwingung bestimmt; sie liefert nach 253a ein Maß für die Spannungsamplitude und damit die Amplitude der elektrischen Feldintensität an der betreffenden Stelle. In Fig. 446 sind die Werte wiedergegeben, welche durch das beschriebene

Fig. 446.

Verfahren bei dem 20 m langen Sender, der auch bei den Versuchen in 279 gebraucht worden war, erhalten wurden. Sie bestätigen qualitativ die Angaben von 284a.

Messungen dieser Art sind übrigens, wenn sie sich auf lange Sender beziehen, mit größter Vorsicht aufzunehmen und nur dann

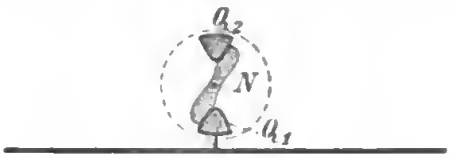


Fig. 447.

einigermaßen zuverlässig, wenn die eine Kugel des Funkenmikrometers an allen Stellen durch dieselbe möglichst kurze Leitung an Erde gelegt werden kann (wie es z. B. in Fig. 445 angenommen ist). Erdet man die Funkenstrecke im Laboratorium durch Anlegen an die Gas-

*) Im übrigen muß die Anordnung wie in a sein.

oder Wasserleitung [370], so kann man je nach der Lage und Länge des Verbindungsdrahts ganz verschiedene Werte bekommen.

c. Bei weitem mehr zu empfehlen, allerdings nur im Laboratorium verwendbar, ist ein kleines Elektrometer [246], dessen einer Quadrant an die verschiedenen Stellen des Oszillators angelegt wird, während man den anderen ebenso wie die Nadel freiläßt*) (Fig. 447).

286. Das elektrische Feld an der Oberfläche einer Spule.

Relativ unbedenklich ist die Verwendung der Funkenmethode, wenn es sich um Oszillatoren von ziemlich geringer Länge, z. B. Spulen, handelt. Dann kann man die eine Kugel des Funkenmikrometers selbst an Gas- oder Wasserleitung anlegen**), da dann die Lage des Verbindungsdrahts bei allen Messungen ziemlich gleich bleiben kann.

a. Für die Grundschwingung einer Spule***) ergaben derartige Messungen die Werte von Fig. 448. Die Kurve für das

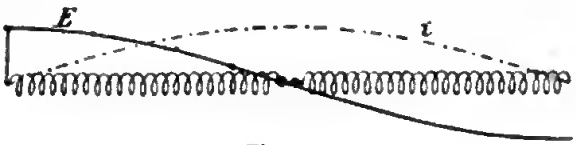


Fig. 448

elektrische Feld kann also nicht sehr stark abweichen von derjenigen des linearen Senders. Jedenfalls muß die elektrische Feldintensität am schwächsten in der Mitte, am stärksten an den Enden der Spule sein. Hängt man zur Demonstration dieser Erscheinung Geißlerröhren an die eine Hälfte der Spule an [285a], so bestätigt der Versuch die Zunahme der elektrischen Feldintensität von der Mitte nach den Enden bei weitem besser als beim linearen Sender.

Aus der Kurve für die Amplitude der elektrischen Feldintensität kann nach 283c auf die Kurve der Stromamplitude geschlossen werden. Sie muß die in Fig. 448 strichpunktierte Form haben. Direkt nach der in 278 angegebenen Methode ist dies nur schwer festzustellen, da man bei Spulen nur sehr geringe Ausschläge in den Hitzdrahtinstrumenten bekommt.

b. Ebenso wie beim linearen Sender sind auch bei Spulen noch

*) Quadranten und Nadel mit sehr hohen Widerständen verbinden [246c]!

**) Vgl. aber 370.

***) Länge der Spule 80 cm, Anzahl der Windungen 54, Radius einer Windung 5,7 cm.

andere Arten von Schwingungen, Oberschwingungen, möglich. Der Unterschied gegenüber dem geraden linearen Oszillator besteht aber darin, daß bei den Oberschwingungen von Spulen der Abstand zweier Strom- oder Spannungsknoten nicht in derselben einfachen Beziehung zur Länge steht wie beim geraden linearen Sender, insbesondere daß dieser Abstand nicht notwendig auf der ganzen Spule konstant ist. P. Drude[167]) fand z. B. bei einer Spule von der Länge 11,5 cm*), als sie in der zweiten Oberschwingung schwang, Knoten der elektrischen Feldintensität in der Mitte und im Abstand 1 cm von den Enden, während diese letzteren 1,9 cm von den Enden hätten entfernt sein müssen, wenn das elektrische Feld ebenso wie beim geraden linearen Sender verteilt wäre [284 b].

287. Das elektrische Feld im Anfang und während der Schwingung.

a. In 284 a ergab sich, daß während der Grundschwingung des linearen Senders die größte Amplitude der elektrischen Feldinten-

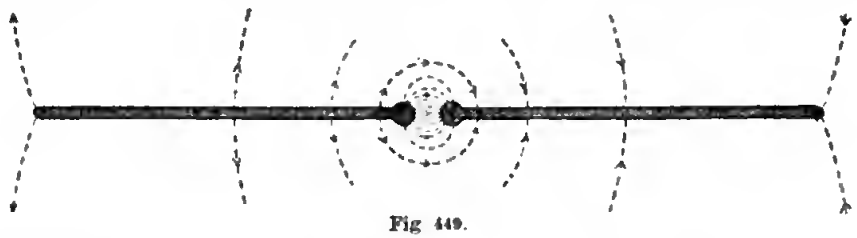


Fig. 449.

sität (senkrecht zur Oberfläche) an den Enden, die geringste in der Mitte herrscht. Während der Schwingung werden also die Intensitätslinien des elektrischen Wechselfelds, die aus dem Sender austreten bezw. in ihn einmünden, umso dichter, je mehr man sich den Enden nähert.

Im Anfang, ehe ein Funken und damit die Schwingung einsetzt, wenn durch einen Induktor oder eine Influenzmaschine die eine Hälfte des Senders positiv, die andere negativ geladen ist, kann kein Zweifel sein, daß die elektrischen Intensitätslinien in dem Raum zwischen den Kugeln der Funkenstrecke besonders dicht sind, dort also die elektrische Feldintensität senkrecht zur Senderoberfläche ein Maximum ist (s. Fig. 449). Es folgt daraus: das elektrische Feld im Anfang der Schwingung muß verschieden sein von demjenigen während der Schwingung.

b. Zu demselben Resultat gelangt man für den Hertz'schen Sender. Im Anfang gilt genau dasselbe wie für den linearen: das

*) Radius einer Windung 2,83 cm, Anzahl der Windungen 107.

elektrische Feld ist hauptsächlich auf die Mitte konzentriert. Während der Schwingung aber ist die elektrische Feldintensität auf dem Draht relativ klein (vgl. Fig. 434, strichpunktierte Kurve). Der Draht mit Funkenstrecke sendet relativ wenige elektrische Intensitätslinien aus; fast alle müssen deshalb aus den Leitern an den Enden austreten bezw. in sie einmünden. In dieser Beziehung ist also das elektrische Feld ganz ähnlich, wie wenn diese Leiter allein im Raum vorhanden und der eine positiv, der andere negativ geladen wäre.

Aehnliches gilt für alle anderen Oszillatoren.

c. Da demnach das elektrische Feld am Anfang der Schwingung ganz andere Gestalt hat, als dann, wenn der normale Schwingungszustand eingetreten ist, so muß angenommen werden, daß das elektrische Feld allmählich von der einen Form in die andere übergeht. Demnach muß auch die Stromkurve erst allmählich die Form, die in 279 ff. beschrieben wurde, bekommen. Es macht dies wahrscheinlich, daß anfänglich außer der Grundschwingung noch andere Schwingungen, die Oberschwingungen, auftreten werden, wenn man die Schwingung dadurch erregt, daß man die beiden Hälften entgegengesetzt lädt, bis ein Funke zwischen ihnen überschlägt.

In der Tat sind unter diesen Umständen Oberschwingungen sowohl beim linearen als beim Hertz'schen Sender beobachtet und hauptsächlich von F. Kiebitz[168]) experimentell untersucht worden. Er konnte beim linearen Sender noch die geradzahligen Oberschwingungen bis zur achten nachweisen, fand allerdings, daß die Amplitude aller Oberschwingungen gegenüber derjenigen der Grundschwingung klein ist. So stark ist dieselbe aber immerhin, daß die Oberschwingungen bei Messungen wie den in 279 ff. und 285 angegebenen sich bemerkbar machen können.

d. Die Tatsache, daß das anfänglich durch Ladung erzeugte elektrische Feld ganz andere Gestalt hat als dasjenige während der Schwingung, macht auch die in 282 mitgeteilte Beobachtung verständlicher. Es war dort festgestellt worden, daß der Stromeffekt der Grundschwingung dann am größten ist, wenn die Funkenstrecke an einem Strombauch bezw. nach 283c an einem Knoten der Spannung liegt. Nun trennt ein Knoten der Spannung diejenigen Teile des Senders, welche während der Schwingung Ladungen von entgegengesetztem Vorzeichen besitzen. Man kann also die dortige Beobachtung so aussprechen: Für den Stromeffekt der Grundschwingung ist es am günstigsten, wenn man die Funkenstrecke so anordnet, daß diejenigen Teile, welche während der Schwingung entgegengesetzt geladen sind,

auch anfangs entgegengesetzte Ladung bekommen, oder daß das anfängliche elektrische Feld wenigstens so weit als möglich dem elektrischen Feld der Schwingung ähnlich wird. Dann wird ein möglichst großer Teil der Energie, die man dem Sender durch die Ladung mitteilt, auch der Grundschwingung zu gute kommen und ein möglichst kleiner für die Oberschwingungen verbraucht werden*).

e. Noch etwas läßt sich aus a folgern. Bei einem linearen Leiter, bei dem die Funkenstrecke sich in der Mitte befindet, ist nach Fig. 449 das anfängliche elektrostatische Feld so beschaffen, daß auf den beiden Hälften die elektrische Feldintensität in demselben Abstand von der Funkenstrecke gleiche Größe, aber entgegengesetztes Vorzeichen hat. Setzt von einem solchen Feld aus die Schwingung ein, so ist es in hohem Maße wahrscheinlich, daß alles auch während der Schwingung in demselben Sinne symmetrisch zur Funkenstrecke bleibt. Daraus folgt aber: es ist zu erwarten, daß nur diejenigen Oberschwingungen auftreten werden, welche dieselben Symmetrieeigenschaften haben wie das anfängliche elektrische Feld, d. h. nach 284b nur die geradzahligen[169]). Das schließt natürlich nicht aus, daß man bei anderer Lage der Funkenstrecke oder, wenn man die Schwingung in anderer Weise als durch elektrostatische Ladung erregt, auch die ungeradzahligen Oberschwingungen erhält.

§ 3. Die Wechselzahlen der Eigenschwingungen offener Sender.

288. Der Hertz'sche Sender.

a. In 275b wurde betont, daß man den Hertz'schen Sender durch allmählichen Uebergang aus dem Kondensatorkreis entstanden denken kann. In 276 wurde gezeigt, daß sich bei diesem Uebergang die physikalischen Vorgänge während der Schwingung nicht qualitativ ändern, und in 280, daß der Strom wie beim Kondensatorkreis auch beim Hertz'schen Sender als annähernd quasistationär betrachtet werden darf, vorausgesetzt, daß die Kapazität der Platten bezw. Kugeln am Ende des Senders genügend groß ist. Es ist deshalb wahrscheinlich, daß, wenn diese Voraussetzung zutrifft, die Wechselzahl des Hertz'schen Senders sich in ähnlicher Weise bestimmen wird wie beim Kondensatorkreis.

*) Dazu kommt aber, daß bei derselben Spannung zwischen den beiden Teilen des Senders die elektrische Ladung ein Maximum wird, wenn die Funkenstrecke sich in der Mitte befindet.

Man kann in der Tat die Wechselzahl n der Grundschwingung eines Hertz'schen Senders, bei dem die Kapazität der Platten bezw. Kugeln relativ groß, die Länge des Drahtes relativ klein ist, in derselben Form ausdrücken wie beim Kondensatorkreis [**209**]

$$n = \frac{1}{\pi \sqrt{pc}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Darin ist p und c dadurch bestimmt, daß

$$-p i' = \mathfrak{V}_i, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$c \mathfrak{V} = e \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

ist, worin unter $\mathfrak{V}_i$ die längs des Drahtes induzierte Spannung*), $\mathfrak{V}$ die Spannung zwischen den Kugeln bezw. Platten auf beiden Seiten und unter e die Ladung einer Kugel bezw. Platte verstanden ist.

b. Wäre die Strombahn des Hertz'schen Senders eine Spule, so könnte man für p allenfalls noch denjenigen Wert nehmen, welchen der Selbstinduktionskoeffizient dieser Spule [vgl. S. 48 Fußnote *)] hätte, wenn sich dieselbe etwa in einem Kondensatorkreis befinden würde. Daß das magnetische Feld im Außenraum der Spule bei den schnellen Schwingungen, welche man unter Umständen im Hertz'schen Sender bekommt, vielleicht eine nicht unwesentlich verschiedene Gestalt hätte, würde nichts schaden. Denn für die Wechselzahl kommt das magnetische Feld nur insoweit in Betracht, als davon die Größe der induzierten EMK abhängt. Diese ist in erster Linie durch das magnetische Feld im Innern der Spule bestimmt und dieses magnetische Feld ist selbst noch bei Wechselzahlen über $10^8/_{sec.}$ nicht sehr verschieden von demjenigen bei viel langsameren Wechseln [**272**].

Wenn aber die Strombahn ein gerader Draht ist, kann von einem Selbstinduktionskoeffizienten desselben im Sinne der Definition von **34a** nicht mehr die Rede sein. Aber es ist anzunehmen, daß das längs des Drahtes induzierte elektrische Feld, welches die Größe von p in Gl. (2) bestimmt, auch hier in erster Linie abhängt von dem magnetischen Feld in unmittelbarer Nähe des Drahtes. Dieses magnetische Feld kann aber nicht merklich verschieden sein von demjenigen, welches in unmittelbarer Umgebung desselben Drahtes vorhanden wäre, wenn dieser einem geschlossenen Stromkreis angehören würde. Es ist also wahrscheinlich, daß auch p wenigstens annähernd denselben

*) An Stelle der längs des Stromkreises induzierten EMK $\mathfrak{E}_i$ beim Kondensatorkreis [**209** Gl. (2) oder **249** Gl. (3)]. — Gemeint ist damit die Spannung in dem induzierten elektrischen Feld.

Wert haben wird wie im letzteren Fall. Für diesen letzteren Fall aber liefert ein Verfahren, das den Selbstinduktionskoeffizienten eines Stromkreises aus einer Wirkung der einzelnen Elemente desselben ableitet[170]) [vgl. **31 d**]

$$p = \frac{\mu_0}{4\pi v^2} \cdot 2l \left[\log \text{nat} \cdot \frac{2l}{r} - 1 \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

$$= 2l \left[\log \text{ nat } \frac{2l}{r} - 1 \right] \text{C.G.S.}$$

(l Länge des Drahtes, r Radius desselben), wenn sich der Draht in Luft befindet*).

c. In **287 b** wurde ferner angegeben, daß beim Hertz'schen Sender während der Schwingung die elektrischen Intensitätslinien aus den Kugeln bezw. Platten am Ende des Senders in ganz ähnlicher Weise entspringen, wie wenn diese Kugeln oder Platten mit entgegengesetzten Ladungen isoliert im Raume wären.

Daraus ergibt sich ein angenäherter Wert von c. Nimmt man an, auf der einen Platte bezw. Kugel sei die Spannung $\mathfrak{V}_1$, die Ladung e, so ist

$$e = c\, \mathfrak{V}_1 \text{ [18]}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

wenn c die Kapazität der isolierten Kugel oder Platte bedeutet. Hat die positiv geladene Kugel oder Platte die Spannung $\mathfrak{V}_1$, so muß die ebenso stark negativ geladene andere Kugel oder Platte die Spannung $-\mathfrak{V}_1$ haben. Für die Spannungsdifferenz $\mathfrak{V}$ zwischen beiden Kugeln (Gl. 3) gilt also

$$\mathfrak{V} = 2\,\mathfrak{V}_1.$$

Setzt man diesen Wert in Gl. (3) ein, so wird

$$e = 2c\,\mathfrak{V}_1;$$

daraus und aus Gl. (5) folgt aber

$$c = \frac{c}{2} \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Man hat also in Gl. (1) für c den halben Wert der Kapazität einzusetzen, den eine Platte oder Kugel hätte, wenn sie statisch geladen frei sich im Raume befände**).

Für Kugeln und kreisrunde Platten ist der Wert von c aus Tabelle II zu entnehmen, für rechteckige Platten am besten durch Vergleich mit einer Kugel experimentell zu bestimmen.

*) Die Verwendung dieses Verfahrens ist aber keineswegs einwurfsfrei, da seine Berechtigung nur für geschlossene Stromkreise feststeht.

**) Das ist aber nur richtig, wenn die andere Platte oder Kugel so weit entfernt ist, daß ihr Einfluß sich nicht bemerkbar macht.

d. Die Beziehungen Gl. (1), (4), (6) sind dann bequem, wenn es sich darum handelt, ein ungefähres Maß für die Wechselzahl des Senders zu bekommen. Sie haben Hertz[171]) dazu gedient, die Wechselzahl der Sender, mit denen er seine ersten Versuche über schnelle Schwingungen machte, zu berechnen, ehe er noch in der Lage war, dieselbe experimentell zu bestimmen. In einem Fall[172]) berechnete z. B. Hertz für einen Sender*) auf die angegebene Weise als Wechselzahl

$$n = 1{,}0 \cdot 10^8/_{sec.}**).$$

Die spätere experimentelle Bestimmung ergab

$$n = 1{,}1 \cdot 10^8/_{sec.}$$

Immer wird man wohl eine so gute Uebereinstimmung nicht erzielen; dazu ist die ganze Berechnung zu wenig exakt. Die Größenordnung wird aber sicher immer richtig herauskommen und das genügt häufig, um mühevolles Ausprobieren zu ersparen.

Natürlich darf die oben angegebene Art der Berechnung nicht auf Sender angewandt werden, bei denen die Voraussetzung derselben nicht erfüllt sind, also nicht auf Sender, bei denen die Kapazität der Platten bezw. Kugeln sehr klein, der Draht sehr lang ist[173]), und nicht auf Righisender [275 c], da dort für das magnetische Feld auch die Strömung auf den Kugeln in Betracht kommt.

e. Die Wechselzahlen der Oberschwingungen sind von Kiebitz[168]) untersucht worden. Er fand, daß sie nicht ganzzahlige vielfache der Wechselzahl der Grundschwingung, daß also wie der akustische Ausdruck lautet, die *Oberschwingungen nicht harmonisch* sind. Er fand z. B. bei einem Hertz'schen Sender, dessen Enden durch quadratische Zinkplatten von 30 cm Seitenlänge gebildet waren und dessen Draht einmal eine Länge von 102 cm, im anderen Fall eine solche von 240 cm hatte, die folgenden Zahlen:

Drahtlänge cm	Grundschwingung		2. Oberschwingung		4. Oberschwingung		6. Oberschwingung	
	$\lambda/2$ cm	n	$\lambda/2$ cm	n_2	$\lambda/2$ cm	n_4	$\lambda/2$ cm	n_6
102	249	$1{,}20 \cdot 10^8/_{sec.}$	108	$2{,}78 \cdot 10^8/_{sec.}$	51	$5{,}88 \cdot 10^8/_{sec.}$	34	$8{,}82 \cdot 10^8/_{sec.}$
240	387	$7{,}75 \cdot 10^7/_{sec.}$	239	$1{,}25 \cdot 10^8/_{sec.}$	112	$2{,}68 \cdot 10^8/_{sec.}$	86	$3{,}49 \cdot 10^8/_{sec.}$

*) Draht 60 cm lang; an beiden Enden je eine quadratische Platte aus Messingblech von 40 cm Seitenlänge.

**) Entspricht $\lambda/2 = 3$ m [227 d].

289. Der lineare Sender.

a. Wenn der Durchmesser des linearen Senders sehr klein ist gegen die Länge, so ergibt sich die Wechselzahl und insbesondere die in 227d definierte Wellenlänge für Grundschwingung und Oberschwingungen in besonders einfacher Weise. Bezeichnet l die Länge des linearen Senders in Zentimeter, so ist für die

$$\text{Grundschwingung: } \frac{\lambda}{2} = l \; ; \; n = \frac{3 \cdot 10^{10}}{l} \text{ cm},$$

$$\text{1. Oberschwingung: } \frac{\lambda_1}{2} = \frac{l}{2}; \; n_1 = 2 \cdot \frac{3 \cdot 10^{10}}{l} \text{ ,}$$

$$\text{2. Oberschwingung: } \frac{\lambda_2}{2} = \frac{l}{3}; \; n_2 = 3 \cdot \frac{3 \cdot 10^{10}}{l} \text{ , etc.}$$

Für die Grundschwingung ist also die Wellenlänge annähernd = der doppelten Drahtlänge.

Der lineare Sender, dessen Dicke klein ist gegen die Länge, hat also harmonische Oberschwingungen.

Kiebitz[168]) hat diese Beziehungen experimentell geprüft. Er fand bei einem linearen Sender von 250 cm Länge und 5 mm Durchmesser folgende Zahlen:

Grundschwingung:	$\frac{\lambda}{2}$	= 248 cm	statt berechnet 250 cm,
2. Oberschwingung:	$\frac{\lambda_2}{2}$	= 83 „	„ „ 83,3 „
4. „	$\frac{\lambda_4}{2}$	= 50,5 „	„ „ 50 „
6. „	$\frac{\lambda_6}{2}$	= 36,5 „	„ „ 35,7 „

Die Uebereinstimmung ist also so gut, als sie nur irgend erwartet werden kann[174]).

b. Für den Fall, daß die Dicke des linearen Senders gegen die Länge zwar noch klein, aber doch nicht so klein ist, daß der Einfluß der Dicke vollkommen wegfällt, hat M. Abraham[175]) auf Grund theoretischer Berechnungen folgende Beziehungen angegeben.

Es bezeichne l die Gesamtlänge des linearen Senders, r seinen Radius und es werde

$$\frac{1}{4 \log \text{nat} \frac{l}{r}} = \eta$$

gesetzt. Dann kann man die in a mitgeteilten einfachen Beziehungen beibehalten, wenn man sich die Länge des Senders verlängert denkt

bei der Grundschwingung um $5{,}6 \cdot \eta^2 l$,
„ „ 1. Oberschwingung „ $3{,}3 \cdot \eta^2 l$,
„ „ 2. Oberschwingung „ $\frac{4{,}8 + 2 \log \text{nat}\, 3}{3} \cdot \eta^2 l$ *) etc.,

so daß also für die Wechselzahl n der Grundschwingung gilt

$$n = \frac{3 \cdot 10^{10}\ \text{cm}}{l\,[1 + 5{,}6\ \eta^2]}.$$

Eine Vermehrung der Dicke des linearen Senders hat also den Einfluß, die Wechselzahl etwas zu verkleinern.

Der Einfluß dieser Korrektion ist aber äußerst gering. Bei einem Draht z. B. von 50 m Länge und 5 mm Radius wird $5{,}6\ \eta^2 = 0{,}007$. Man begeht also einen Fehler von nicht einmal 1 %, wenn man die einfachen Beziehungen von a verwendet.

c. Wenn der Durchmesser eines linearen Senders nur etwa noch $^1/_{10}$ seiner Länge ist, so wäre die oben angegebene Korrektion von Abraham durch eine viel kompliziertere zu ersetzen. Aber selbst dann erhält man durch Anwendung der Beziehung a die Wechselzahl die Grundschwingung mit einer für die meisten praktischen Zwecke genügenden Genauigkeit. Das mag ein besonders krasser

Fig. 450.

Fall zeigen. Hertz hat bei seinen Versuchen über die optischen Eigenschaften elektromagnetischer Wellen einen linearen Sender benützt von der in Fig. 450 abgebildeten Gestalt, bei dem also der Durchmesser im Verhältnis zur Länge schon relativ groß ist.

Die einfache Formel von a würde ergeben

$$\frac{\lambda}{2} = 26\ \text{cm};\quad n = \frac{3 \cdot 10^{10}}{26} = 1{,}15 \cdot 10^{9}/_{\text{sec}}.$$

*) Für die k te Oberschwingung: $\frac{4{,}8 + 2 \log \text{nat}\,(k+1)}{k+1} \cdot \eta^2 l$.

Die in b angegebene Korrektion von Abraham (das Ganze als homogenen Leiter vom Radius 1,5 cm vorausgesetzt) würde liefern

$$\frac{\lambda}{2} = 27 \text{ cm}; \quad n = \frac{3 \cdot 10^{10}}{27} = 1{,}11 \cdot 10^{9}/_{\text{sec.}}$$

Experimentell wurde von Hertz[176]) ermittelt:

$$\frac{\lambda}{2} = 33 \text{ cm}; \quad n = \frac{3 \cdot 10^{10}}{33} = 0{,}9 \cdot 10^{9}/_{\text{sec.}}{}^{*}).$$

Wenn auch hier die Uebereinstimmung des berechneten Wertes mit dem beobachteten nicht mehr besonders gut ist, so würden doch die berechneten Zahlen vollkommen zu einer Orientierung darüber genügen, mit welcher Wechselzahl man es ungefähr zu tun hat.

d. Nach dem in **279c** Ausgeführten ist zu erwarten, daß die Beziehungen oben auch dann noch annähernd gelten, wenn der lineare Sender nicht geradlinig, sondern gekrümmt ist. Das ist richtig, vorausgesetzt, daß der Radius der Krümmung sehr groß ist gegen den Drahtradius, und daß nicht Teile des Drahtes einander sehr nahe liegen, wie es z. B. bei Spulen der Fall ist. P. Drude[177]) fand, daß die Wellenlänge eines linearen Senders, der bis auf einen geringen Abstand der Enden einen Kreis bildete, um 6,5 % grösser war, als diejenige eines geraden Senders derselben Länge. J. A. Pollock[174]), der diese Verhältnisse experimentell untersuchte, gibt an, daß Drähte (Durchmesser 3,3 mm) von 300 bis 450 cm Länge, die bis auf einen Abstand ihrer Enden von 15 cm zu einem Kreis gebogen sind, eine um ca. 3,3 % kürzere Wellenlänge besitzen als gerade Drähte derselben Länge.

290. Unsymmetrische Sender.

a. Von den unsymmetrischen Sendern [**281**] besitzt praktisches Interesse vor allem derjenige (Fig. 436), bei welchem an dem einen Ende ein sehr großer Leiter angehängt ist. Die Verteilung des Stromes und des elektrischen Felds an seiner Oberfläche ist nach **281** dieselbe, wie wenn statt des großen Leiters noch ein zweiter Draht von derselben Länge l angeschlossen wäre. Es liegt deshalb die Vermutung nahe — die Richtigkeit derselben geht z. B. aus der theoretischen Behandlung von M. Abraham[178]) hervor —, daß auch die Wechselzahl dieselbe ist wie diejenige eines symmetrischen linearen Senders von der doppelten Länge $2l$. Es gilt in diesem Fall also:

*) In Luft gemessen.

$$\frac{\lambda}{2} = 2l, \qquad n = \frac{3 \cdot 10^{10}\ \text{cm}}{2l}.$$

Ein Sender dieser Art, dessen Länge = 50 m ist, würde also dieselbe Wechselzahl $3 \cdot 10^6/_{\text{sec.}}$ haben wie der in **212 c** und **240 d** besprochene Kondensatorkreis.

b. Bei dem unsymmetrischen Sender von Fig. 435, der eine Zwischenform zwischen dem symmetrischen linearen Sender und dem eben besprochenen bildet, ist die Stromverteilung auf AC annähernd dieselbe, wie wenn er zu einem linearen Sender gehören würde, dessen halbe Länge = AB ist. Auch hier ist es richtig [**388**], daraus zu schließen, daß auch die Wechselzahl der Grundschwingung dieselbe ist wie bei einem linearen Sender von der halben Länge = AB.

Vergleicht man den unsymmetrischen Sender AC mit einem solchen (Fig. 435) symmetrischen AA_1, dessen halbe Länge = AB ist — man denke sich die Funkenstrecke in B —, so kann man das Resultat auch so aussprechen: Schneidet man von dem linearen Sender ABA_1 bei C ein Stück ab und setzt an dessen Stelle irgend einen größeren Leiter*) (Kugel, Platte, Zylinder), so kann die Kapazität c dieses Leiters bezw. die Länge des Stückes BC immer so gewählt werden, daß auf dem übrigbleibenden Draht die Stromverteilung und die Wechselzahl der Schwingung dieselbe wird wie vorher. Für das Verhältnis, in welchem die Kapazität c des angehängten Leiters zur Länge BC stehen muß, muß aus dem in **281** Gesagten geschlossen werden, daß die Kapazität umso größer zu wählen ist, je kleiner das Stück BC ist. Mit einer für praktische Zwecke genügenden Genauigkeit kann die Größe der Kapazität c bei vorgegebener Länge l von BC entnommen werden aus der Beziehung

$$\frac{c_1}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \operatorname{tg} \frac{2\pi l}{\lambda}\ ^{179}).$$

Darin bedeutet λ die Wellenlänge der Schwingung [$= 2AA_1$] und c_1 die Kapazität der Längeneinheit des Drahtes, für welche die in Tabelle IIh am Schluß des Buches angegebene Formel benützt werden darf.

291. Spulen.

a. Die meisten bisher angegebenen Beziehungen lassen sich unter den gemeinsamen Gesichtspunkt bringen, daß jede Aenderung, welche die „Kapazität" einer Senderhälfte vergrößert, eine Verkleinerung

*) Dessen Längendimensionen klein sind gegen AB.

der Wechselzahl zur Folge hat. Man denke sich nun einen geradlinigen linearen Sender von der Länge l und dem Drahtradius r zu einer Spule gewickelt. Dadurch werden einerseits die mit einer Ladung desselben Vorzeichens versehenen Teile derselben Senderhälfte einander genähert, andererseits aber auch die entgegengesetzt geladenen Teile verschiedener Senderhälften einander näher gebracht. Wäre das erstere allein der Fall, so hätte es eine Verkleinerung der

Fig. 451.

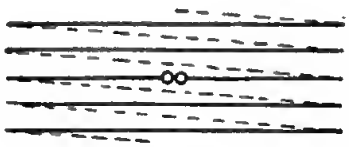


Fig. 452.

Kapazität jeder Senderhälfte zur Folge [18d]; das zweite allein würde diese Kapazität erhöhen [18d]. Ob die Wirkung des einen oder anderen Faktors überwiegt, hängt von den Umständen ab.

Vergleicht man daraufhin zwei Spulen von derselben Drahtlänge l und derselben Ganghöhe g (Fig. 451 und 452), aber verschiedener Länge und demnach verschiedenem Radius R, so folgt unmittelbar, daß die gleich geladenen Teile derselben Hälfte einander bei beiden Spulen gleich nahe liegen, daß demnach wohl auch die Verminderung der Kapazität gegenüber dem geraden Draht etwa gleich groß sein wird. Die entgegengesetzt geladenen Teile der beiden Hälften sind aber bei der niederen breiten Spule Fig. 452 einander viel näher als bei der langen und schmalen Spule Fig. 451. Die dadurch bedingte Erhöhung der Kapazität gegenüber dem geraden Sender muß also bei

der niederen breiten Spule bedeutend größer ausfallen, die Kapazität einer ihrer Hälften demnach bedeutend größer sein als bei der langen schmalen Spule. Wenn also die Hälfte einer von beiden Spulen kleinere Kapazität hat als die Hälfte eines gleich langen geraden Senders, so ist es jedenfalls die lange schmale Spule. Tatsächlich ist die Kapazität einer derartigen langen schmalen Spule sehr viel kleiner als diejenige eines gleich langen, gerade ausgestreckten Drahts.

Nach 288 ist aber zu erwarten, daß für die Wechselzahl der Schwingung nicht nur die Kapazität, sondern auch der Selbstinduktionskoeffizient der Spulen eine Rolle spielen wird. In welchem Verhältnis dieser bei den beiden Spulenformen Fig. 451 und 452 steht, kann nicht ohne weiteres gesagt werden. Bei der Spule Fig. 451 ist die Windungszahl groß, aber der Radius der Windung klein und die äusseren Windungen sind von den mittleren weit entfernt, so daß längst nicht alle Induktionslinien, welche eine Windung passieren, auch durch alle anderen hindurchgehen. Bei der Spule von Fig. 452 ist die Anzahl der Windungen klein, aber der Radius einer Windung groß, außerdem liegen alle Windungen einander sehr nahe. So groß wie der Unterschied in den Kapazitäten, wird der Unterschied in den Selbstinduktionskoeffizienten gewiß nicht werden. Größer als der Selbstinduktionskoeffizient des geraden Drahtes muß aber derjenige jeder Spulenart sein.

Das Ergebnis ist also: Lange schmale Spulen haben bei derselben Drahtlänge und Ganghöhe eine viel höhere Wechselzahl als niedere breite Spulen; bei ersteren ist es denkbar, daß ihre Wechselzahl größer ist als diejenige eines geraden Drahts derselben Länge.

b. Die ganze Ueberlegung in a ist durchaus nicht streng. Sie hatte nur den Zweck, die von P. Drude[180]) experimentell ermittelten Resultate verständlich zu machen.

Für den Faktor f, mit dem man die Länge des Spulendrahtes l multiplizieren muß, um die halbe Wellenlänge zu bekommen —

$$\frac{\lambda}{2} = f.l \; —$$

erhielt Drude z. B. die Kurven in Fig. 453. Kurve A bezieht sich auf eine sehr eng gewickelte Spule (Verhältnis von Ganghöhe zu Drahtdurchmesser = 1,09) ohne Kern; die Kurven B und C auf Spulen mit Ebonitkernen, B auf eine solche von derselben Wicklung wie A, C auf eine etwas weiter gewickelte (Verhältnis von Ganghöhe zu Drahtdicke = 2,4). Als Abszissen sind in allen Kurven aufgetragen die Werte $h/2R$, d. h. Höhe der Spule dividiert durch den Durchmesser derselben.

Es geht aus ihnen hervor:

(1) Von der Ganghöhe hängt die Wellenlänge bezw. Wechselzahl nur wenig ab (Kurve B und C nahezu gleich).

(2) Bei langen schmalen Spulen (h/2R groß gegen 1) kann die Wellenlänge bis etwa 0,7mal kleiner sein, bei kurzen breiten

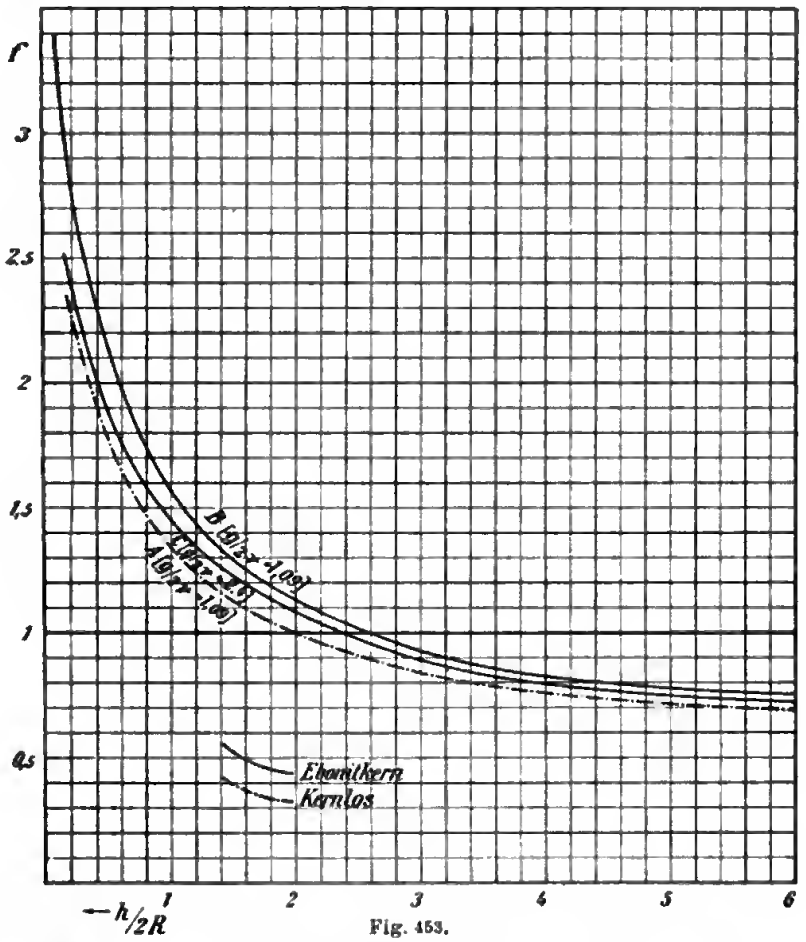


Fig. 453.

Spulen (h/2R $<$ 1) ist sie stets größer und kann sehr viel größer sein als bei einem geraden Draht derselben Länge.

(3) Größer als die Höhe der Spule ist die halbe Wellenlänge in allen praktisch in Betracht kommenden Fällen*).

*) Der kleinste Wert, den f annimmt in dem Bereich, auf den sich die Kurven oben beziehen, ist = 0,7. Nun ist, wenn die Ganghöhe klein ist gegen R, annähernd $l = 2\pi R \,.\, N$ (N Anzahl der Windungen) und es wird dann, da in dem Fall f = 0,7 nach Fig. 453 h = ca. 6 . 2R ist,

$$\frac{\lambda}{2} = 0{,}7 \,.\, \frac{\pi N}{6} \,.\, h,$$

also $\lambda/2 > h$, wenn $N > 3$ ist.

c. Die Spulen der Kurven A und B in Fig. 453 besitzen verschiedene Schwingungszahl, trotzdem sie genau gleich gewickelt sind, allerdings die eine (B) auf einen Ebonitkern, während im Innern der anderen (A) Luft war. Es gebt daraus also hervor, daß auch der Kern einer Spule die Wechselzahl beeinflußt. Das ist leicht verständlich. Würde man einen Hertz'schen Sender, für den die Beziehungen von 288 gelten, in ein Medium von anderer Dielektrizitätskonstanten (ε) als derjenigen der Luft (ε_0) einbetten, so würde die Kapazität c der Leiter an den Enden des Hertz'schen Senders im Verhältnis $\varepsilon/\varepsilon_0$ größer [18c], die Wechselzahl der Schwingung also im Verhältnis $\sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0}$ kleiner [288 Gl. (1)]. Tatsächlich läßt sich für jeden beliebigen Sender exakt beweisen, daß die Wechselzahl im Verhältnis $\sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0}$ kleiner wird, wenn er aus Luft in ein Medium von der Dielektrizitätskonstanten ε gebracht wird[181]).

Für Spulen hat Drude das experimentell bestätigt. Er fand z. B. bei einer Spule, als sie sich in Luft befand, $\lambda/2 = 276$, dagegen $\lambda/2 = 360$, wenn er sie beinahe ganz in ein Gefäß mit Petroleum legte. Da sich die Wechselzahlen in beiden Fällen umgekehrt wie die Wellenlängen verhalten [227d], so folgt für das Verhältnis derselben $360 : 276 = 1{,}31$, während das Verhältnis $\sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0} =$ ca. $\sqrt{2} =$ ca. 1,41 ist. Daß das Verhältnis der Wellenlängen etwas kleiner ausfiel als $\sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0}$, ist durchaus nicht auffallend; gleich $\sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0}$ darf es nach dem oben Gesagten nur werden, wenn die Spule auf große Entfernungen allseitig von Petroleum umgeben wird.

Bekommt statt dessen die Spule nur einen Kern aus einem Material, dessen Dielektrizitätskonstante höher ist als diejenige der Luft, so gilt die oben angegebene Beziehung nicht mehr genau. Aber es ist einleuchtend, daß die Wechselzahl auch dann im gleichen Sinn geändert wird. Das zeigen denn auch die Kurven A und B, außerdem kann es leicht mit der Anordnung Fig. 511 S. 628 nachgewiesen werden.

d. Schon nach dem, was in 286b über die Verteilung der Spannung bei Oberschwingungen von Spulen und ihr Verhältnis zur Spannungskurve der Grundschwingung gesagt wurde, ist zu vermuten, daß die Oberschwingungen von Spulen nicht harmonisch zur Grundschwingung sein werden. Nach den Versuchen von Drude[180]) ist das auch nicht der Fall. Er fand z. B. bei einer Spule

für die Grundschwingung: $\frac{\lambda}{2} = 771$ cm, $n = 3{,}9 \cdot 10^7/_{sec.}$

„ „ 1. Oberschwingung: $\frac{\lambda}{2} = 466$ cm, $n = 6{,}4 \cdot 10^7/_{sec.}$

„ „ 2. Oberschwingung: $\frac{\lambda}{2} = 351$ cm, $n = 8{,}5 \cdot 10^7/_{sec.}$

292. Righi'scher Sender.

Die experimentelle Bestimmung der Wechselzahlen von Righisendern bietet wegen der starken Dämpfung kleiner Oszillatoren bedeutende Schwierigkeiten. Die Werte, welche von verschiedenen Beobachtern gefunden wurden, weichen deshalb auch zum Teil stark von einander ab. G. H. Hull[182]), dessen Methode vielleicht am meisten Vertrauen verdient, fand folgende Werte:

Durchmesser (2R) der Kugeln 1,93 cm, $\lambda = 9{,}1$ cm, $\frac{\lambda}{2R} = 4{,}7$,

„ „ „ „ 0,93 cm, $\lambda = 4{,}3$ cm, $\frac{\lambda}{2R} = 4{,}6$,

„ „ „ „ 0,79 cm, $\lambda = 4{,}0$ cm, $\frac{\lambda}{2R} = 5{,}1$.

Daraus ist zu schließen, daß die Wellenlänge eines Righisenders ungefähr das Fünffache des Durchmessers einer Kugel ist.

293. Sender für sehr rasche Schwingungen.

Die bisher besprochenen Arten von Oszillatoren hatten das Gemeinsame, daß ihre Wechselzahl umso größer wird, je mehr cet. par. ihre Dimensionen verkleinert werden. Bei den linearen Sendern wurde sogar die Wechselzahl genau umgekehrt proportional der Länge. Was sich aber in diesem speziellen Fall ergab, gilt ganz allgemein: wenn man alle Dimensionen eines beliebigen Senders in einem bestimmten Verhältnis 1 : a verkleinert, so wird die Wechselzahl im Verhältnis a:1 vergrößert[181]).

Mit dieser Beziehung ist unter Umständen ein bequemes Mittel gegeben zur Berechnung der Wechselzahlen kleiner Oszillatoren, wenn man die Wechselzahlen größerer, geometrisch ähnlicher experimentell bestimmt hat. Jedenfalls zeigt die Beziehung, in welchem Sinne man vorzugehen hat, um möglichst rasche Schwingungen zu erhalten.

Beispiele für Sender von kleinen Dimensionen und demnach hoher Wechselzahl sind in 289c und 292 schon angeführt worden. Noch weiter in Verkleinerung der Dimensionen ist unter anderen Lampa[183]) gegangen. Die schnellsten bisher bekannten elektromagnetischen Schwingungen wurden von P. Lebedew[184]) hergestellt, der einen extrem kleinen Sender aus zwei Platinzylindern von je 1,33 mm Länge und 0,5 mm Durchmesser konstruierte und damit Schwingungen erhielt, für welche

$$\frac{\lambda}{2} = 0{,}3 \text{ cm}, \qquad n = 10^{11}/_{\text{sec}}.$$

war.

294. Die Zuleitungen zu den Sendern.

Bei allen kleinen Oszillatoren liegt eine Schwierigkeit vor. Wenn sie anfänglich durch einen Induktor oder eine Influenzmaschine geladen werden, so stellen die Zuleitungsdrähte zum Induktor oder der Influenzmaschine eine Art linearer Sender dar, und man wird zum mindesten neben den beabsichtigten Schwingungen des Oszillators auch noch die Schwingungen dieser Zuleitungsdrähte erhalten.

a. Ein einfaches Mittel, um diesen Mißstand bei nicht zu kleinen Sendern zu vermeiden, besteht darin, daß man in die Zuleitungen unmittelbar vor dem Sender nasse Fäden oder hohe elektrolytische Widerstände einschaltet [vgl. 279a]. Für den Strom des Induktors bezw. der Influenzmaschine ändert sich dadurch nicht viel. Eigenschwingungen aber in den Zuleitungen werden dadurch fast ganz unterdrückt.

b. Eine andere auch für die kleinsten Oszillatoren brauchbare, wohl zuerst von Righi[185]) angegebene Methode besteht darin, daß man die Zuleitungen unmittelbar vor dem Oszillator durch eine Funkenstrecke unterbricht. Fig. 454 zeigt schematisch die Anordnung eines Righi'schen Oszillators mit seinen Zuleitungsfunkenstrecken. Daß dieselben ihren Zweck erfüllen, steht fest. Wie ihre Wirkung zu erklären ist, ist weniger sicher. Wahrscheinlich ist das folgende: Wenn die Kugeln A und B durch die Influenzmaschine geladen werden, entsteht zwischen A und C, B und D ein elektrisches Feld. Ist die Spannung genügend groß, so schlägt zwischen A und C und zwischen B und D ein Funke über. Dadurch werden für einen Moment die Kugeln K_1 und K_2 mit den Polen der Influenzmaschine leitend verbunden und K_1 und K_2 bekommen eine gewisse Ladung, die sich mit jedem folgenden Funken steigert, bis schließlich die

Ladung der Kugeln K_1 und K_2 und dadurch die Spannung zwischen ihnen so groß geworden ist, daß nun zwischen K_1 und K_2 ein Funke überschlägt und die Schwingung einsetzt*). Während der Schwingung entstehen zwischen den Punkten A und C, B und D keine so hohen Spannungen, daß dort Funken überschlagen**). Die Zuleitungs-

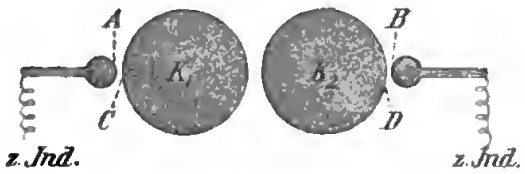


Fig. 454.

funkenstrecken ermöglichen also eine Ladung des Oszillators, sorgen aber dafür, daß derselbe während der Schwingung isoliert ist.

Bei seinem Miniaturoszillator [293] hat Lebedew sowohl elektrolytische Widerstände als Zuleitungsfunkenstrecken verwendet.

295. Der Sender von Lodge[186]).

Mit Hilfe von Zuleitungsfunkenstrecken kann man auch Schwingungen erregen in dem Sender, der in Fig. 455 abgebildet ist und aus einer einzigen Kugel besteht. Der Vorgang ist hier wohl der folgende. A und B sollen durch eine Influenzmaschine geladen werden, bis zwischen AC und BD — und zwar soll angenommen werden gleichzeitig — ein Funke überschlägt. Dadurch wird während

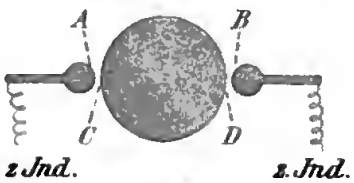


Fig. 455.

einer extrem kurzen Zeit die Kugel K mit den beiden Polen der Influenzmaschine leitend verbunden und die den Punkten C und D benachbarten Teile erhalten Ladungen von entgegengesetztem Vorzeichen. Die Folge davon ist, daß auf der Kugel ein Strom zwischen C und D entsteht, dieser ein magnetisches Feld hervorruft etc. und überhaupt

*) Bei Ladung von ziemlich großen Kugeln mit der Influenzmaschine kann man mit den Angen verfolgen, daß zuerst mehrere kleine Funken bei AC und BD übergehen, ehe der Funke zwischen K_1 und K_2 einsetzt.

**) Voraussetzung ist, daß die Länge der Funkenstrecken AC und BD im Verhältnis zur Entfernung der Kugeln K_1 und K_2 richtig reguliert ist.

der ganze Vorgang so abläuft wie bei jedem anderen Oszillator, dessen beide Hälften anfänglich mit entgegengesetzten Ladungen versehen wurden.

Die Wechselzahlen von Sendern dieser Art wurden von Hull[182]) und J. C. Bose[187]) experimentell bestimmt. Hull fand, daß ein solcher Sender von Lodge genau dieselbe Wechselzahl hat wie ein Righischer Sender [292], dessen Kugeln denselben Durchmesser haben, daß also auch die Wellenlänge eines solchen Senders etwa das Fünffache des Kugeldurchmessers ist. Bose dagegen erhielt bei einem Kugeldurchmesser von 0,78 cm eine Wellenlänge von 1,84 cm, also nur etwas mehr als das Doppelte des Kugeldurchmessers.

§ 4. Die Dämpfung offener Sender.

296. Der lineare gerade Sender.

Für die Dämpfung offener Sender gilt qualitativ Analoges wie beim Kondensatorkreis [**216 ff.**]. Der Grund der Dämpfung ist Energieverbrauch während der Schwingung und zwar

(1) durch Entwicklung von Joule'scher Wärme in den Drähten,
(2) durch Wärmeentwicklung im Funken,
(3) durch Strahlung.

Die Dekremente, welche jede dieser verschiedenen Arten von Energieverbrauch liefern würde, wenn sie allein vorhanden wäre, sollen wie in Kap. IX § 3 mit $\mathfrak{d}_j$, $\mathfrak{d}_f$ und $\mathfrak{d}_s$ bezeichnet werden. Wird Energie auf alle drei Arten abgegeben, so ist das gesamte Dekrement $\mathfrak{d}$ = der Summe dieser drei Teildekremente, also

$$\mathfrak{d} = \mathfrak{d}_j + \mathfrak{d}_f + \mathfrak{d}_s.$$

a. Eine experimentelle Bestimmung der gesamten Dämpfung eines linearen geraden Senders ist in der schon mehrfach zitierten Arbeit von Kiebitz enthalten. Er fand nach der in **336 b** angegebenen Methode bei seinem Sender von 250 cm Länge und 0,25 cm Drahtradius für die Grundschwingung als Dekrement 0,154, für die zweite Oberschwingung 0,182. Das erstere Dekrement würde einem Amplitudenverhältnis 100 : 86, das zweite einem solchen von 100 : 83 entsprechen.

b. Die Dämpfung durch Strahlung wurde berechnet von M. Abraham[175]). Die Beziehungen, zu denen er für das Strahlungs-

dekrement $\mathfrak{d}_s$ von Grundschwingung und Oberschwingungen gelangte, sind:

$$\text{Grundschwingung} \quad \mathfrak{d}_s = 9{,}74\ \eta,$$
$$\text{1. Oberschwingung} \quad \mathfrak{d}_s = 6{,}23\ \eta,$$
$$\text{k te Oberschwingung} \quad \mathfrak{d}_s = \frac{9{,}66 + 4 \log \text{nat}\ (k+1)}{k+1} \cdot \eta.$$

Darin bedeutet η dieselbe Größe wie in **289b**, so daß also für die Grundschwingung

$$\mathfrak{d}_s = \frac{2{,}44}{\log \text{nat} \frac{l}{r}}$$

wird (l Gesamtlänge, r Radius des Drahts). Man erhält bei einer Länge des Drahtes von 100 m bei verschiedenen Drahtradien r folgende Zahlen für das Strahlungsdekrement:

r in mm	$\mathfrak{d}_s$
0,25	0,18
0,5	0,20
1	0,21
1,5	0,22
2	0,22$_5$
2,5	0,23

c. Nach b wird das Strahlungsdekrement kleiner bei den Oberschwingungen als bei der Grundschwingung, und zwar umso kleiner, je höher die Oberschwingung ist. Für die durch Strahlung veranlaßten Dämpfungsfaktoren δ_s folgt aber aus den angegebenen Zahlen für $\mathfrak{d}_s$ und aus **289a**:

$$\text{Grundschwingung} \quad \delta_s = 9{,}74 \cdot \frac{n}{2} \cdot \eta,$$
$$\text{1. Oberschwingung} \quad \delta_s = 12{,}46 \cdot \frac{n}{2} \cdot \eta,$$
$$\text{k te Oberschwingung} \quad \delta_s = [9{,}66 + 4 \log \text{nat}\ (k+1)] \frac{n}{2} \cdot \eta,$$

wenn n die Wechselzahl der Grundschwingung ist. Die Dämpfungsfaktoren sind also bei den Oberschwingungen größer als bei der Grundschwingung. Demnach [**217b**] ist nach derselben Zeit die

Amplitude bei den Oberschwingungen auf einen geringeren Teil ihres Anfangswertes herabgesunken als bei der Grundschwingung. Die Oberschwingungen können schon merklich verklungen sein, während die Grundschwingung noch kräftig fortbesteht.

d. Berechnet man nach den Formeln von **b** die Strahlungsdekremente der von Kiebitz (**a**) benützten Sender, so erhält man für die Grundschwingung $\mathfrak{d}_s = 0{,}343$, für die zweite Oberschwingung $\mathfrak{d}_s = 0{,}168$, während das gesamte Dekrement $\mathfrak{d}$ im ersten Fall bestimmt war zu 0,154, im zweiten zu 0,182. Daß bei der Grundschwingung das berechnete Strahlungsdekrement größer ausfällt als das gemessene ganze Dekrement, hat wohl darin seinen Grund, daß bei den Messungen die Voraussetzung der Theorie nur sehr unvollkommen erfüllt war. Bei der theoretischen Behandlung von Abraham ist angenommen, daß der Sender sich allein im Raum befindet. Bei Messungen, deren Resultate mit denjenigen der Theorie vergleichbar sein sollen, muß zum mindesten verlangt werden, daß sich störende Wände in einem Abstand vom Sender befinden, der groß ist gegen seine Wellenlänge. Dieser Forderung war bei der Grundschwingung ($\lambda = 5$ m) wohl kaum genügt. Aus den Zahlen für die Grundschwingung darf also höchstens das geschlossen werden, daß der Einfluß der Zimmerwände die Dämpfung verkleinern kann*).

Bei der zweiten Oberschwingung darf aber wohl angenommen werden, daß die genannte Bedingung annähernd erfüllt war, daß also der beobachtete Wert $\mathfrak{d} = 0{,}182$ mit dem theoretisch erhaltenen $\mathfrak{d}_s = 0{,}168$ vergleichbar ist. Dann aber folgt aus beiden Werten, daß fast das ganze beobachtete Dekrement auf Kosten der Strahlung zu setzen ist, daß der Energieverlust durch Joule'sche und Funkenwärme nur eine verhältnismäßig untergeordnete Rolle spielen kann.

e. Für den Einfluß der Funkenwärme kann das allerdings nur richtig sein, solange die Funkenstrecke klein ist. Bei großen Funken kann die Dämpfung durch den Funken zweifellos großen Einfluß gewinnen. In Fig. 456 sind durch Kreuze markiert die Angaben eines Hitzdrahtinstruments eingetragen, das sich in einem linearen Sender von 20 m Gesamtlänge befand; Abszissen sind die Längen der Funkenstrecke. Danach wächst ebenso wie bei den Kondensatorkreisen [252 f] der Stromeffekt der Schwingung von

*) In der Nähe befindliche Metallmassen (Gas-, Wasserleitungen) können aber die Dämpfung vergrößern [S. 626 Fußnote *)].

einer gewissen Funkenlänge an überhaupt nicht mehr, was nur durch eine starke Zunahme des Dekrements zu erklären ist.

f. Daß das Dekrement durch Joule'sche Wärme $\mathfrak{d}_J$ in allen praktisch in Betracht kommenden Fällen sehr klein ist gegen das

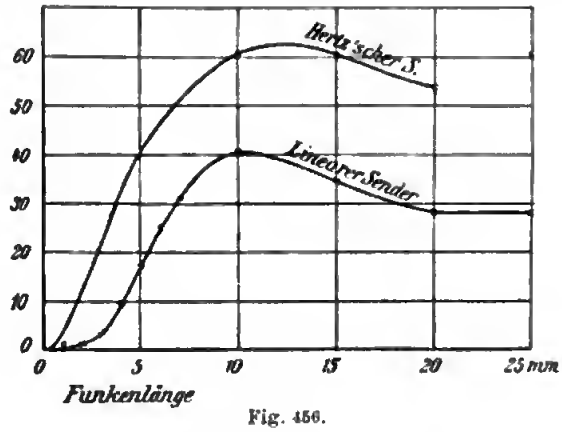


Fig. 456.

Strahlungsdekrement, kann durch Rechnung gezeigt werden. Das Joule'sche Dekrement kann mit einer für eine Ueberschlagsrechnung genügenden Genauigkeit berechnet werden aus der Beziehung [188])

$$\delta_J = \frac{w}{2p}, \quad \mathfrak{d}_J = \frac{\delta_J}{n\pi} = \frac{w}{np}, \quad \ldots\ldots (1)$$

die ganz derjenigen für den Kondensatorkreis [217] analog ist. Darin bedeutet w den effektiven Widerstand des linearen Senders [233] und p den in Tabelle VIII e 2 angegebenen Selbstinduktionskoeffizienten für einen isolierten Draht. Berechnet man nach dieser Formel das Joule'sche Dekrement $\mathfrak{d}_J$, so wird man es in allen praktisch in Betracht kommenden Fällen viel kleiner finden als das Strahlungsdekrement.

Das geht schon aus folgendem Beispiel hervor. Ein linearer Sender bestehe aus zwei je 50 m langen Kupferdrähten ($l = 100$ m), deren Durchmesser = 1 mm ($r = 0{,}05$ cm) sei. Dann ergibt sich für die Grundschwingung aus $\mathfrak{d}$

$$\mathfrak{d}_\Sigma = 0{,}2,$$

aus Gl. (1)

$$\mathfrak{d}_J = 0{,}014,$$

nach genaueren Berechnungen [189])

$$\mathfrak{d}_J = 0{,}013.$$

Das Joule'sche Dekrement ist also nur etwa der 15. Teil des Strahlungsdekrements. Dabei war hier der Draht für seine Länge sehr dünn angenommen. Nimmt man ihn dicker, so vergrößert sich das Strahlungsdekrement, während das Joule'sche herabgedrückt wird.

g. Daß die Joule'sche Wärme nur einen geringen Einfluß auf die Größe des gesamten Dekrementes hat, läßt sich auch durch einen einfachen Versuch demonstrieren. In einem linearen Sender befindet

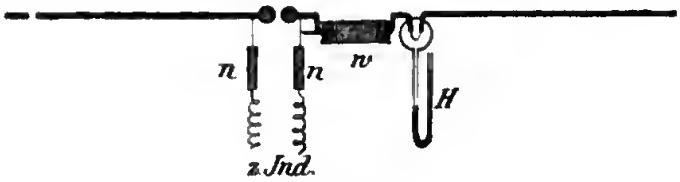


Fig. 457.

sich nahe der Mitte (Fig. 457) ein regulierbarer elektrolytischer Widerstand w und ein Hitzdrahtthermometer H. Solange die Elektroden des Widerstandes sich berührten, derselbe also ausgeschaltet war, zeigte das Instrument bei einem Versuch ($\lambda = 20$ m) 0,2 Amp. an. Wurde nun allmählich immer mehr Widerstand eingeschaltet, so fiel — ganz im Gegensatz zu dem analogen Versuch beim Kondensatorkreis [244a] — die Angabe des Hitzdrahtinstrumentes nur äußerst langsam; sie betrug z. B. in dem eben genannten Versuch immer noch 0,17 Amp., als schon 12 Ohm elektrolytischer Widerstand eingeschaltet war. Da der effektive Widerstand des Drahtes nur ca. 3 Ohm*) betrug, so hätte das Einschalten von 12 Ohm eine ganz andere Wirkung haben müssen, wenn die Dämpfung durch Joule'sche Wärme das Ausschlaggebende gewesen wäre**).

*) Diese 3 Ohm wirken aber nur wie $^3/_2$ am Strombauch eingeschaltete Ohm. Bezeichnet nämlich w_1 den effektiven Widerstand eines Zentimeters vom Draht, so ist der Wärmeeffekt in dem Zentimeter $= w_1 i^2_{eff}$, wenn i der Strom in demselben ist. Nun ist der Strom an den verschiedenen Stellen verschieden, demnach auch der Wärmeeffekt in einem Zentimeter. Allein da der Wärmeeffekt im ganzen Draht gleich der Summe der Wärmeeffekte in den einzelnen Teilen ist, so muß man den gesamten Wärmeeffekt richtig erhalten, wenn man statt der verschiedenen Werte von i^2_{eff} ihren Mittelwert nimmt. Dieser ist, wie aus 71 und 279a leicht abzuleiten ist $= \frac{1}{2} \bar{i}^2_{eff}$ ($\bar{i}$ Strom im Strombauch). Der Wärmeeffekt im ganzen Draht von der Länge λ cm ist also $= \frac{1}{2} \lambda w_1 . \bar{i}^2_{eff} = \frac{w}{2} . \bar{i}^2_{eff}$.

**) Beweisend ist der Versuch nur, wenn sich durch das Einschalten des Widerstands die Funken- und Strahlungsdämpfung nicht ändert. Ein besserer Beweis für den geringen Einfluß der Joule'schen Wärme auf die Dämpfung wird später [338a] gegeben werden.

297. Der nahezu geschlossene lineare Oszillator.

Für die Stromverteilung und Wechselzahl war es nach **279c** und **289d** ziemlich gleichgültig, ob ein linearer Sender geradlinig oder etwa zu einem nahezu geschlossenen Kreise gebogen war. Für die Dämpfung hat man aber, wie das folgende zeigt, den nahezu geschlossenen linearen Oszillator zu unterscheiden von dem geradlinigen.

a. Die Dämpfung eines nahezu zum Kreise geschlossenen linearen Oszillators wurde experimentell von V. Bjerknes[190]) bestimmt. Er fand bei einem solchen von 123 cm Länge und 0,25 mm Radius*) des Kupferdrahtes als Gesamtdekrement $\mathfrak{d} = 0{,}034$. Das Joule'sche Dekrement $\mathfrak{d}_j$ berechnete sich zu 0,007, so daß für das Strahlungsdekrement $\mathfrak{d}_s$ 0,027 übrig bleibt. Ausführlichere experimentelle Untersuchungen über lineare Oszillatoren, welche nahezu zum Kreis geschlossen sind, liegen vor von S. Lagergreen[191]), der unter anderem für einen Drahtradius 0,019 cm und verschiedene Längen l des Oszillators folgende Zahlen ermittelte:

Länge l	200 cm	275 cm	350 cm
Wechselzahl n	$8{,}26 \cdot 10^7$/sec.	$5{,}03 \cdot 10^7$/sec.	$4{,}36 \cdot 10^7$/sec.
$\mathfrak{d}$ (experimentell bestimmt)	0,072	0,078	0,040
$\mathfrak{d}_j$ (berechnet)	0,013	0,014	0,015
$\mathfrak{d}_s = \mathfrak{d} - \mathfrak{d}_j$	0,060	0,065	0,025

Da die Oszillatoren von Lagergreen nicht linear im strengen Sinn waren, sondern zwischen ihren Enden einen kleinen Kondensator von $9 \cdot 10^{-6}$ Mikrofarad Kapazität hatten, so müssen seine Zahlen als eine untere Grenze für $\mathfrak{d}$, die aber von dem Wert für einen streng linearen Sender nicht weit entfernt sein kann, betrachtet werden.

b. Berechnet man nach den Formeln von **296b** die Strahlungsdekremente für lineare geradlinige Sender, welche dieselben Dimensionen haben wie die Oszillatoren von Lagergreen mit 200 und 350 cm Drahtlänge, so findet man für den ersten $\mathfrak{d}_s = 0{,}26$, für den zweiten $\mathfrak{d}_s = 0{,}25$. Daraus und aus den Zahlen von **a** folgt:

(1) Auch bei dem nahezu geschlossenen linearen Sender ist das Strahlungsdekrement größer als das Joule'sche, aber längst nicht

*) Die Oszillatoren enthielten wie diejenigen von Lagergreen keine Funkenstrecke. Es waren tatsächlich kreisförmige Resonatoren [315], die Art der Untersuchung die Resonanzmethode [336].

in demselben Maße wie bei einem geradlinigen linearen Sender derselben Dimensionen. Das hat zur Folge, daß

(2) das gesamte Dekrement bei einem nahezu geschlossenen linearen Sender bedeutend kleiner ist als bei einem geradlinigen derselben Dimensionen.

298. Der Hertz'sche Sender.

a. Die Dämpfung des Hertz'schen Senders ist der Gegenstand von zwei Arbeiten von V. Bjerknes[192]), bei denen ganz verschiedene Untersuchungsmethoden zur Verwendung kamen, die sich aber auf denselben Sender bezogen. Die Leiter an den Enden desselben waren Messingscheiben von 40 cm Durchmesser, die Strombahn war ein Draht von 204 cm Länge und 2 mm Durchmesser; Wellenlänge λ der Schwingung = 443 cm, Wechselzahl n also = $1{,}35 \cdot 10^8/_{\text{sec}}$. Die eine Methode (Resonanzmethode [**336**]) ergab als gesamte Dämpfung

$$\mathfrak{d} = 0{,}26,$$

eine andere Methode

$$\mathfrak{d} = 0{,}22.$$

b. Daß für die Dämpfung des Hertz'schen Senders die Joulesche Wärme gegenüber der Strahlung nur eine sehr geringe *Rolle* spielt, folgt aus einer theoretischen Untersuchung von M. Plank[192a]). Es kann in derselben Weise gezeigt werden wie beim linearen Sender [**296 g**]. Das Resultat eines derartigen Versuchs wird später mitgeteilt werden.

c. Auch die Funkendämpfung ist, solange die Funkenlänge klein ist, nicht das Bestimmende.

Bjerknes fand bei dem in **a** beschriebenen Sender die in Fig. 458 durch Kreuze markierten Werte für das Dekrement, als er die Funkenlänge allmählich von 1 auf 5 mm vergrößerte. Denkt man sich diese Kurve bis zum Schnitt mit der Ordinatenachse fortgesetzt — das scheint nach dem ganzen Verlauf der Kurve gestattet zu sein —, so erhält man als Dekrement für die Funkenlänge Null $\mathfrak{d}$ = ca. 0,26. Bei 1 mm Funkenlänge, wo das Dekrement 0,27 ist, ist demnach nur ca. 0,01 = ca. 4 % auf Kosten der Funkendämpfung zu setzen.

Bei großen Funken wird aber der Einfluß der Funkendämpfung bedeutend. Das geht aus der oberen Kurve von Fig. 456 hervor, welche die Abhängigkeit des Stromeffekts von der Funkenlänge darstellt [vgl. **296 e**].

d. Mit Rücksicht auf späteres ist es von Interesse, die Dämpfung, welche beim Hertz'schen Sender durch Strahlung veranlaßt ist, zu vergleichen mit der Strahlungsdämpfung bei einem linearen Sender

derselben Wechselzahl oder auch derselben Länge. Für einen linearen Sender derselben Wechselzahl und derselben Drahtdicke wie beim Hertz'schen Sender von a (Länge desselben $= \lambda/2 = 221{,}5$ cm) ergeben die Formeln von 296b

$$b_\nu = 0{,}317;$$

für einen linearen Sender derselben Länge, wie beim Hertz'schen Sender folgt ungefähr 0,320.

e. Das Resultat ist also:

(1) Die Dämpfung des Hertz'schen Oszillators ist in erster Linie durch Strahlung verursacht; die Joule'sche Wärme ist immer, die

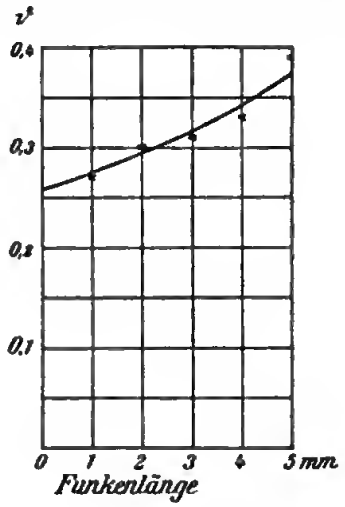


Fig. 458.

Funkenwärme, solange die Funkenlänge klein ist, von sehr geringem Einfluß auf die Dämpfung.

(2) Die gesamte Dämpfung und damit nach (1) auch die Dämpfung durch Strahlung ist bei einem Hertz'schen Sender nur wenig verschieden von derjenigen bei einem linearen Sender derselben Länge oder auch derselben Wechselzahl. Das gilt aber nur, solange die Strombahn nicht sehr kurz und nicht die Leiter am Ende sehr groß sind.

299. Spulen.

Ueber die Dekremente der Eigenschwingungen von Spulen scheinen keine genaueren Messungen vorzuliegen. Aus späteren Versuchen [339] geht aber hervor, daß ihre Dämpfung sehr viel geringer sein kann als diejenige von Hertz'schen oder linearen Sendern; sie ist ungefähr von der Größenordnung, wie man sie bei Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke bekommt.

300. Vergleich der offenen Oszillatoren mit dem Kondensatorkreis.

a. Bezüglich der Ursachen der Dämpfung war in 220 b festgestellt worden, daß die Dämpfung des quasistationären Kondensatorkreises fast ausschließlich durch die Wärmeentwicklung in den Drähten und der Funkenstrecke bestimmt ist; die Dämpfung durch Strahlung ist dagegen von ganz verschwindendem Einfluß. Bei den offenen Sendern — mit Ausnahme der Spulen — ist das Verhältnis genau das umgekehrte: die Dämpfung durch Strahlung ist das Ausschlaggebende, nur gering die Dämpfung durch Joulesche und Funkenwärme.

Instruktiv sind in dieser Beziehung die Messungen von Lagergreen[191]). Er stellte sich Oszillatoren her, indem er an einen Kondensator veränderlicher Kapazität einen zum Kreis gebogenen Draht von 320 cm Länge anschloß. Er erhielt bei den verschiedenen Kapazitäten für das gesamte Dämpfungsdekrement $\mathfrak{d}$ bezw. das Joule'sche Dekrement $\mathfrak{d}_j$ die Werte, die in Fig. 459 durch Kreuze bezw. kleine Kreise markiert und durch die oberste bezw. unterste Kurve verbunden sind. Aus beiden sind die Werte von $\mathfrak{d}_s$*) (mittlere Kurve von Fig. 459) berechnet. So lange die Kapazität an den Enden ganz klein ist, so lange also der Oszillator im wesentlichen einen linearen nahezu geschlossenen Sender [297] darstellt, überwiegt das Strahlungsdekrement $\mathfrak{d}_s$ bei weitem das Joule'sche $\mathfrak{d}_j$. Je größer aber die Kapazität wird, umso kleiner wird das Strahlungsdekrement. Es geht aus dem Verlauf der Kurven mit großer Wahrscheinlichkeit hervor, daß bei einer weiteren Steigerung der Kapazität die beiden Kurven für $\mathfrak{d}_j$ und $\mathfrak{d}_s$ sich geschnitten hätten und das Strahlungsdekrement kleiner als das Joule'sche geworden wäre. Die Kurven zeigen also, wie die Dämpfungsverhältnisse des geschlossenen linearen Senders allmählich in diejenigen des quasistationären Kondensatorkreises übergehen.

b. Was die Größe der gesamten Dämpfung betrifft, die in Fig. 459 durch die oberste Kurve dargestellt ist, so zeigen die Messungen von Lagergreen, daß auch diese beim Uebergang vom linearen geschlossenen Sender zum Kondensatorkreis bedeutend abnimmt. Bei Kondensatorkreisen ohne Funkenstrecke ist es zweifellos möglich, Schwingungen zwischen 10^6 und 10^7 Wechseln herzustellen, deren Dekrement 0,005 nicht weit übersteigt [340 d]. So schwach gedämpfte Schwingungen sind aber

*) In Fig. 459 mit $\mathfrak{d}_s$ bezeichnet.

mit offenen und auch mit nahezu geschlossenen linearen Sendern gewiß nicht zu erhalten. Aber auch Kondensatorkreise mit Funkenstrecken können Schwingungen liefern [vgl. Tab. XVII mit **296b**], die im Verhältnis zu offenen Sendern schwach gedämpft sind.

c. Dazu kommt noch ein sehr wichtiger Unterschied zwischen Kondensatorkreis und offenem Sender. Im Anfang, ehe die Schwin-

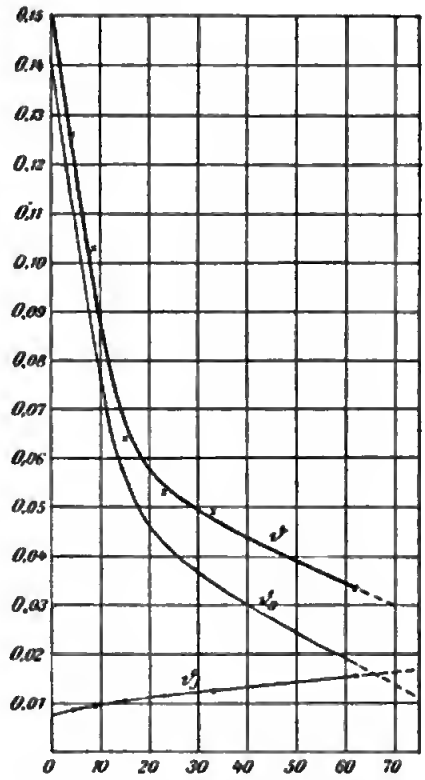


Fig 459.

gungen einsetzen, ist die gesamte Energie, welche das System enthält, identisch mit der Energie des elektrischen Felds, welches durch Ladung der beiden Senderhälften erzeugt wurde. Bei vorgegebener Spannung (Funkenlänge) ist diese Energie proportional der Kapazität einer Senderhälfte bezw. des Kondensators.

Es läßt sich aus **288c** und Tabelle II leicht ableiten, daß bei derselben Wechselzahl bei weitem am günstigsten sein wird der Kondensatorkreis, nächst ihm der Hertz'sche Sender und am ungünstigsten der lineare gerade Sender. Von Spulen ist nach **291a**

anzunehmen, daß sie schlechter sein werden als der lineare geradlinige Sender, wenn sie hoch und schmal, besser als der lineare Sender, wenn sie breit und flach gewickelt sind.

Das kann experimentell leicht bestätigt werden, indem man die Kapazität der Senderhälften bei verschiedenen Arten von Sendern derselben Wechselzahl mißt und mit der Kapazität eines Kondensatorkreises derselben Wechselzahl vergleicht. Man findet dann, daß von den offenen Sendern am besten ist der Hertz'sche Sender, und zwar umso besser, je größer die Leiter am Ende und je kürzer gleichzeitig die Länge der Strombahn ist; daß in dieser Beziehung breite flache Spulen viel besser sind als lange, schmale; daß aber bei weitem besser als alle diese Oszillatoren schon ein Kondensatorkreis mit nur mäßig großer Kapazität ist.

Dasselbe kann auch durch einen einfachen Demonstrationsversuch gezeigt werden. Man lädt die verschiedenen Sender derselben Wechselzahl*), die auf ihre Kapazität geprüft werden sollen, mit einer Influenzmaschine, indem man die beiden Hälften an die beiden Pole legt und zwischen dieselben immer genau dieselbe Funkenstrecke setzt. Bei gleichmäßiger Rotation der Influenzmaschine liefert diese in derselben Zeit immer nahezu dieselbe Elektrizitätsmenge**). Die Senderhälften werden also zu der Spannung, welche der Funkenstrecke entspricht, umso rascher geladen sein, je kleiner ihre Kapazität ist; umso rascher folgen die Funken aufeinander. Man findet dann, daß am langsamsten die Funken aufeinander folgen beim Kondensatorkreis, schneller beim Hertz'schen Sender, noch schneller beim linearen Sender und am schnellsten bei langen schmalen Spulen.

*) Verschiedene Sender derselben Wechselzahl sind nach der in **330** angegebenen Methode leicht durch Ausprobieren herzustellen.

**) Am besten mit einem kleinen Motor antreiben. Die Sender sind gut zu isolieren.

Kapitel XIII.

Wirkung einer ungedämpften Schwingung auf einen Oszillator.

301. Erregung von Eigenschwingungen elektrischer Oszillatoren.

a. In den Kapiteln IX und XII war stillschweigend oder ausgesprochenermaßen die Voraussetzung gemacht, daß die Oszillatoren anfänglich elektrisch geladen sind, daß also zuerst ein elektrisches Feld hergestellt und dann das System sich selbst überlassen wird. Das Zusammenfallen dieses elektrischen Feldes leitet dann alle diejenigen Erscheinungen ein, die früher als Eigenschwingungen eines solchen Systems beschrieben wurden. Notwendig ist es aber keineswegs, daß gerade ein elektrisches Feld anfänglich hergestellt wird. Das zeigt schon der Versuch mit dem Kondensatorkreis eines Funkeninduktors [215]. Dort wurde zuerst ein elektrischer Strom oder, was stets auf dasselbe hinauskommt, ein magnetisches Feld erregt und nun der Kondensatorkreis sich selbst überlassen. Das Resultat waren genau dieselben Schwingungen, wie wenn anfänglich der Kondensator geladen gewesen wäre.

b. Es ist aber nicht nur gleichgültig, ob anfänglich ein elektrisches oder magnetisches Feld vorhanden war, es ist auch für das Zustandekommen der Schwingungen bis zu einem gewissen Grade ohne Bedeutung, wie das anfänglich vorhandene elektrische oder magnetische Feld beschaffen war. Das folgt schon daraus, daß es für die Schwingungen, abgesehen von praktischen Gesichtspunkten, keinen Unterschied ausmacht, ob man die beiden Hälften des Oszillators durch eine Influenzmaschine oder einen Induktor lädt. Im ersten Falle wird ein elektrisches Feld hergestellt, das ganz langsam an Intensität zunimmt und fast als konstant betrachtet werden kann; im zweiten Fall steigt das elektrische Feld relativ rasch an.

Ganz Entsprechendes gilt, wenn das anfängliche Feld ein mag-

netisches war. Der Fall von 215 stellte das magnetische Analogon zum Laden mit der Influenzmaschine dar: das anfänglich vorhandene magnetische Feld war so gut wie konstant. Ein gewisses magnetisches Analogon zum Laden mit dem Induktor kann man in folgender Weise erhalten. Ein Kondensatorkreis, der außer einem größeren Papierkondensator $C_1 C_2$ eine Spule S und zwei kleinere Spulen $S_1 S_2$ zum Ablenken der Kathodenstrahlen in einer Braun'schen Röhre enthält, kann durch eine Wippe an die Pole einer Akkumulatorenbatterie A (Fig. 460)

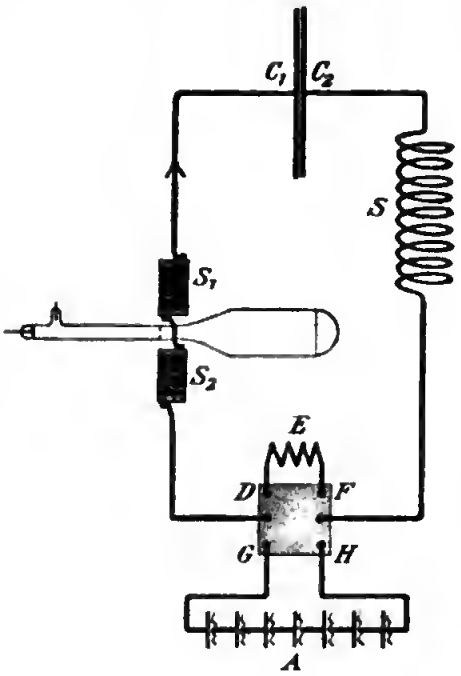


Fig. 460.

angelegt werden. Geschieht das, so ist die Folge davon ein Strom in den Kondensator hinein und damit ein rasch ansteigendes magnetisches Feld. Aber der Strom fließt nicht etwa in unveränderter Richtung, bis die Kondensatorbelegungen auf die Spannung der Akkumulatorenbatterie geladen sind. Das rasch ansteigende magnetische Feld hat vielmehr Schwingungen im Kondensatorkreis zur Folge, wie sie die photographisch aufgenommene Stromkurve*) Fig. 461 zeigt. Daß diese Schwingungen sowohl nach Wechselzahl als nach Dämpfung identisch sind mit denjenigen, welche man bei Entladung desselben

*) Kapazität des Kondensators = 7,8 Mikrofarad. Selbstinduktionskoeffizient des Stromkreises = 0,09 Henry, n = 380/sec.

Kondensatorkreises erhält, kann bewiesen werden, indem man die Wippe umlegt*) und die Stromkurve aufnimmt [vgl. 204].

c. Es gilt überhaupt ganz allgemein[193]): Jedes beliebige System elektrischer oder magnetischer Kräfte, das auf einen Kondensatorkreis oder einen anderen elektromagnetischen Oszillator wirkt, hat im allgemeinen zur Folge, daß der betreffende Oszillator in seine Eigenschwingungen, d. h. in Schwingungen der ihm eigentümlichen Wechselzahl und Dämpfung gerät. Die Amplitude und Phase der Eigenschwingungen hängt von der Beschaffenheit der äußeren elektrischen oder magnetischen Kräfte ab.

Das schließt natürlich keineswegs aus, daß außer den Eigenschwingungen noch andere Schwingungen erregt werden, ebensowenig, daß unter besonderen Umständen die Amplitude der Eigenschwingungen Null wird, die Eigenschwingungen also überhaupt nicht auftreten.

302. Eigenschwingungen beim Laden eines Kondensators.

Die Bestimmung der Amplitude und Phase der Eigenschwingungen wird besonders einfach in dem Beispiel von **301 b** beim Laden eines Kondensators.

a. Es bezeichne $\mathcal{V}_1$ die Spannung der Akkumulatorenbatterie, $\mathcal{V}_2$ die Spannung, welche die Kondensatorbelegungen infolge der Schwingungen bekommen, so daß also die gesamte zwischen den Belegungen herrschende Spannung $\mathcal{V}$ sich bestimmt aus

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_1 + \mathcal{V}_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

i sei der Strom im Kondensatorkreis. Es sind dann folgende Bedingungen zu erfüllen. Im Moment, in welchem der Kondensatorkreis an die Pole der Batterie angelegt wird, muß

$$i = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

sein, da der Strom eben erst im Entstehen begriffen ist, ebenso

$$\mathcal{V} = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

*) Voraussetzung ist, daß der Teil DEF (Fig. 460) denselben Widerstand und Selbstinduktionskoeffizienten besitzt, wie die Leitung GAH. Ist allerdings S eine größere Spule mit Eisenkern, so ist der Einfluß der Leitung GAH auf Wechselzahl und Dämpfung unmerklich; man kann also D und F durch einen beliebigen Kupferdraht verbinden.

da der Kondensator Ladung und damit Spannung eben nur durch den Strom i erhalten kann.

Dazu kommt als allgemeine Bedingung

$$i = c\mathfrak{V}' \text{ [185 b]} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

(c = Kapazität des Kondensators), vorausgesetzt, daß unter i der Strom in der Richtung des Pfeils von Fig. 460, unter $\mathfrak{V}$ die Spannung der Platte C_1 gegen C_2 verstanden wird. Aus der Bedingung (4) folgt umso genauer, je kleiner die Dämpfung des Kondensatorkreises ist, daß i gegen $\mathfrak{V}$ um 90° in der Phase verfrüht ist [248 b].

Aus Bedingung (2) und (4) ergibt sich unmittelbar die Lage

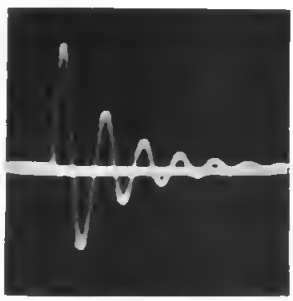


Fig. 461.

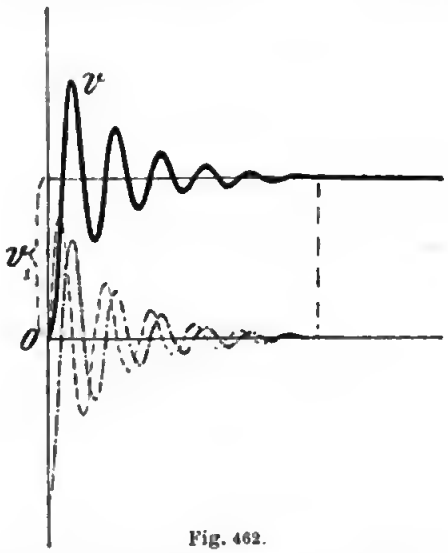


Fig. 462.

der Kurve von i und $\mathfrak{V}_2$*), wie sie in Fig. 462 eingetragen ist. Im ersten Moment hat also $\mathfrak{V}_2$ gerade seinen negativen Minimalwert $\mathfrak{V}_{20}$. Für die Größe dieser Amplitude folgt aus Gl. (1) und (3)

$$\mathfrak{V}_{20} = \mathfrak{V}_{10}.$$

Die Kurve für die Gesamtspannung $\mathfrak{V}$ muß also die in Fig. 462 stark ausgezogene sein.

Das Resultat ist also: Der Einfluß der Eigenschwingungen macht sich in der Weise geltend, daß die Spannung zwischen den Kondensatorbelegungen im Anfang nicht sofort den endgültigen Wert $\mathfrak{V}_1$ annimmt, sondern eine Zeitlang um diesen Wert herum oszilliert.

b. In Fig. 463 ist die Stromkurve abgebildet, welche man be-

*) Kurve i gestrichelt, Kurve $\mathfrak{V}_2$ strichpunktiert, erstere gleich der Kurve von Fig. 461.

kommt, wenn man in den Kondensatorkreis von Fig. 460 noch absichtlich einen größeren Widerstand*) einschaltet und damit die Dämpfung seiner Eigenschwingungen erhöht. Die daraus resultierende Kurve für $\mathfrak{v}$ ist in Fig. 464 stark ausgezogen. Vergleicht man sie

Fig. 463.

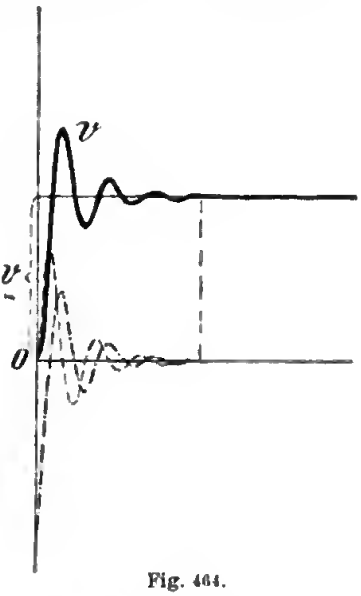


Fig. 464.

mit derjenigen von Fig. 461, so überzeugt man sich unmittelbar davon, daß der Kondensator seine endgültige Spannung umso rascher bekommt, je größer die Dämpfung seiner Eigenschwingungen ist.

§ 1. Einfluß der Eigenschwingungen. Allgemeiner Fall.

303. Möglichkeit von Eigenschwingungen.

Daß durch alle elektromagnetischen Kräfte ein Oszillator zu Schwingungen der ihm eigentümlichen Wechselzahl und Dämpfung angeregt werden soll [**301 c**], scheint in direktem Widerspruch mit Kap. VIII § 2 zu stehen. Dort war der Fall behandelt, daß auf einen Kondensatorkreis, d. h. nach Kap. IX auf ein System, das elektromagnetische Eigenschwingungen ausführen kann, eine äußere ungedämpfte elektromotorische Kraft wirkt. Das Resultat war aber: die Wechselzahl der Schwingungen, in welche der Kondensatorkreis gerät, ist nicht die dem Kondensatorkreis eigentümliche, sondern diejenige der äußeren EMK, und gedämpft ist die Schwingung ebenso wie die äußere EMK überhaupt nicht. Da die Beziehungen von Kap. VIII § 2 sich durch

*) Vier parallel geschaltete Glühlampen (32 Kerzen, 123 Volt).

Versuche überall bestätigen ließen, so kann kein Zweifel daran sein, daß ungedämpfte Schwingungen von der Wechselzahl der von außen wirkenden Kräfte tatsächlich im Kondensatorkreis vorhanden waren. Es fragt sich nur: können nicht etwa außer diesen durch die äußere EMK hervorgerufenen sog. *„erzwungenen Schwingungen"* noch gedämpfte Eigenschwingungen von der dem Kondensatorkreis eigentümlichen Wechselzahl und Dämpfung vorhanden gewesen sein?

Eines ist von vornherein sicher. Wenn diese Eigenschwingungen beim Schließen des Kondensatorkreises auftreten, so müssen sie schon kurz nachher wegen ihrer Dämpfung unmerklich geworden sein. In dem Fall von Fig. 461 ist z. B. die Amplitude der Eigenschwingungen schon nach zwölf Halbschwingungen, d. h. da die Wechselzahl $380/_{\text{sec.}}$ war, nach $12/380 =$ ca. $1/30$ Sekunde fast unmerklich geworden. Die Mittel aber, mit denen die Beziehungen von Kap. VIII geprüft wurden, waren im wesentlichen Hitzdrahtinstrumente, die zum mindesten eine Sekunde brauchen, um sich nach Stromschluß einzustellen. Wären also bei den Versuchen von Kap. VIII beim Einschalten des Kondensatorkreises Eigenschwingungen von der Art der in Fig. 461 dargestellten aufgetreten, so wäre das gewiß nicht bemerkt worden. Was bei den dortigen Versuchen gemessen wurde, waren die erzwungenen Schwingungen. Wenn also die dort aufgestellten Beziehungen sich durch die Versuche bestätigen ließen, so folgt daraus nur, daß jene Beziehungen für die erzwungenen Schwingungen richtig waren. Als Beweis gegen das anfängliche Vorhandensein von Eigenschwingungen können jene Versuche daher nicht betrachtet werden.

304. Notwendigkeit der Eigenschwingungen.

Das Auftreten von Eigenschwingungen in den Kondensatorkreisen bei den Versuchen von Kap. VIII ist aber nicht nur möglich. Es dient sogar dazu, einen Widerspruch zu beseitigen, auf den die Behandlung von Kap. VIII, welche auf die Eigenschwingungen keine Rücksicht nimmt, führt.

In 185 b war festgestellt worden, daß in einer Leitung, die einen Kondensator enthält, der Strom i und die Spannung $\mathfrak{P}$ zwischen den Kondensatorbelegungen um $90°$ in der Phase verschoben sind, d. h. also: wenn der Strom Null ist, so muß die Spannung gerade ihren Maximalwert $\mathfrak{P}_0$ annehmen. Läßt man nun auf einen solchen Kondensatorkreis plötzlich eine oszillatorische EMK $\mathfrak{S}_a$ wirken, etwa indem man die Enden der Leitung an die Sekundärpole eines Wechselstromtransformators anlegt und dann plötzlich schließt, so ist

im ersten Moment augenscheinlich wie in **302a** der Strom $i = 0$. Es muß aber auch gleichzeitig wie in **302a** die Spannung $\mathfrak{V}$ zwischen den Kondensatorbelegungen Null sein, da der Kondensator eine Ladung noch nicht besitzt und eine solche erst durch den Strom erhalten kann. Es ist also ausgeschlossen, daß die Beziehungen von **193**, die auf der Gültigkeit von **185b** beruhen, schon sofort nach Stromschluß gelten.

Nimmt man aber an, daß anfangs außer den erzwungenen Schwingungen, auf welche sich das in Kap. VIII Ausgeführte allein bezog, noch Eigenschwingungen auftreten, so führen die Beziehungen von Kap. VIII auf keinen Widerspruch. Es setzt sich dann in jedem Moment die gesamte Spannung $\mathfrak{V}$ zusammen aus der Spannung $\mathfrak{V}_1$, welche die Kondensatorbelegungen infolge der erzwungenen Schwingung erhalten, und der Spannung $\mathfrak{V}_2$, die von den Eigenschwingungen herrührt. Ebenso setzt sich der gesamte Strom i zusammen aus dem durch die äußere Spannung hervorgerufenen Strom i_1 und dem Strom der Eigenschwingung i_2. Die Bedingungen, daß im Anfang

$$i = i_1 + i_2 = 0, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\mathfrak{V} = \mathfrak{V}_1 + \mathfrak{V}_2 = 0 \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

sein müssen, können dann sehr gut erfüllt sein, da ja Amplitude und Phase der Eigenschwingungen für die Befriedigung dieser Bedingungen zur Verfügung stehen.

305. Amplitude und Phase der Eigenschwingungen.

Die Bestimmung von Amplitude und Phase der Eigenschwingungen wird besonders einfach dann, wenn die Eigenschwingungen des Kondensatorkreises (bezw. allgemein des Oszillators) nicht extrem stark gedämpft sind, so daß δ_2^2 klein ist gegen $(\pi n_2)^2$ (δ_2 = Dämpfungsfaktor, n_2 = Wechselzahl der Eigenschwingungen). Dann ist annähernd der Strom i_2 gegen die Spannung $\mathfrak{V}_2$ wie bei ungedämpften Schwingungen um 90° verschoben [**248b**]. Das soll angenommen werden.

a. Die Spannungskurve der erzwungenen Schwingung ($\mathfrak{V}_1$) sei die in Fig. 465 dünn ausgezogene: sie sei im Moment des Stromschlusses gerade im Maximum $= \mathfrak{V}_{10}$. In diesem Fall überzeugt man sich sehr leicht, daß den Bedingungen Gl. (1) und (2) genügt wird, wenn man die Amplitude der Eigenschwingung $\mathfrak{V}_{20} = \mathfrak{V}_{10}$ macht und die Phase so wählt, daß $\mathfrak{V}_2$ im Anfang gerade im Minimum $= -\mathfrak{V}_{20}$

ist (strichpunktierte Kurve in Fig. 465). Dann ist im Anfang $\mathcal{V} = \mathcal{V}_1 + \mathcal{V}_2 = \mathcal{V}_{10} - \mathcal{V}_{20} = 0$ und $i = i_1 + i_2$ ist ebenfalls Null, da bei dieser Annahme sowohl i_1 als i_2 im Anfang Null sind. Die tatsächliche Spannungskurve, welche die Resultante der Kurven von $\mathcal{V}_1$ und $\mathcal{V}_2$ ist, ist in Fig. 465 stark ausgezogen. Es ist eine ziemlich kom-

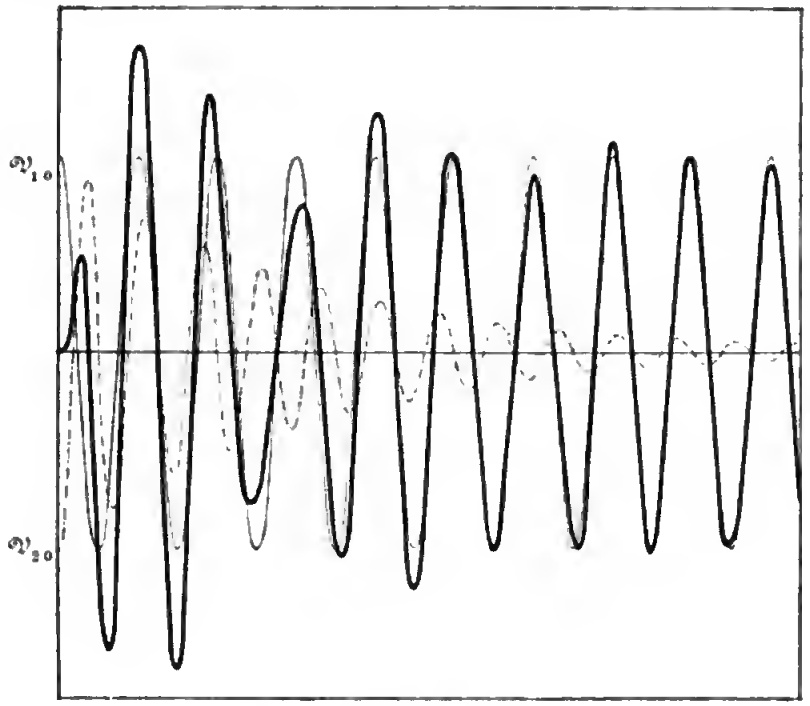


Fig. 465.

plizierte Kurve, die aber schon nach wenig Schwingungen in die Kurve der erzwungenen Schwingung übergeht und zwar umso rascher, je stärker gedämpft die Eigenschwingungen des Kondensatorkreises sind.

b. Ist umgekehrt der Moment, in welchem der Stromschluß erfolgt, so gelegen, daß die Spannung der erzwungenen Schwingung gerade Null ist, der Strom im Maximum, so folgt für die Stromkurve genau dasselbe, was eben für die Spannungskurve abgeleitet wurde. Man braucht in Fig. 465 nur $\mathcal{V}$ durch i zu ersetzen.

c. Zwei weitere Fälle, in welchen die Beziehungen zwischen den Eigenschwingungen und den erzwungenen einfach werden, sind die folgenden.

(1) Die auf den Kondensatorkreis von außen wirkende EMK $\mathcal{E}_a$ sei gerade im Maximum oder Minimum, wenn der Strom geschlossen wird. Dann gilt, wie eine einfache Rechnung zeigt [194]), für

die Amplitude $\mathfrak{V}_{10}$ der erzwungenen und diejenige $\mathfrak{V}_{20}$ der Eigenschwingung

$$\frac{\mathfrak{V}_{20}}{\mathfrak{V}_{10}} = \frac{\sqrt{(\pi n_2)^2 + \delta_2^2}}{\pi n_2} \text{ *)}$$

oder bei nicht extrem starker Dämpfung

$$\mathfrak{V}_{20} = \mathfrak{V}_{10}.$$

Es wird die Spannungsamplitude der Eigenschwingung = derjenigen der erzwungenen Schwingung.

Man zeichne also die Kurve der erzwungenen Schwingung $\mathfrak{V}_1$ nach den in 193 angegebenen Beziehungen, dann die Kurve der Eigenschwingung $\mathfrak{V}_2$ und zwar mit derselben Amplitude wie diejenige der erzwungenen Schwingung. Dann verschiebe man die letztere Kurve so, daß der Wert von $\mathfrak{V}_2$ für den Moment des Stromschlusses gleich aber von entgegengesetztem Vorzeichen wird wie der Anfangswert von $\mathfrak{V}_1$ **).

(2) Die auf den Kondensatorkreis von außen wirkende EMK sei im Moment des Stromschlusses gerade Null, dann wird

$$\frac{\mathfrak{V}_{20}}{\mathfrak{V}_{10}} = \frac{n_1}{n_2} \text{ *)}$$

oder annähernd [185c und 248b]

$$i_{20} = i_{10}.$$

Es wird also die Stromamplitude der Eigenschwingung = derjenigen der erzwungenen Schwingung. Die Konstruktion der Stromkurve muß also nach denselben Regeln erfolgen wie diejenige der Spannungskurve im Falle (1).

d. Experimentell kann das Vorhandensein von Eigenschwingungen des Kondensatorkreises kurz nach Stromschluß mit der Braun'schen Röhre nachgewiesen werden. Zur Demonstration genügt Beobachtung im rotierenden Spiegel und eine Versuchsanordnung, die man aus derjenigen von Fig. 460 erhält, wenn man die Punkte G und H statt mit den Polen einer Akkumulatorenbatterie mit den Endklemmen einer Wechselstromleitung verbindet. Wird dann die Wippe

*) Diese Gleichung gilt exakt für jede beliebige Größe der Dämpfung.

**) Die Lage der Kurve ist hierdurch nicht eindeutig bestimmt. Sie wird es dadurch, daß im Anfang auch $i_2 = -i_1$ sein muß. Die richtige Lage der Kurve ergibt sich danach stets einfach.

so gelegt, daß der Kondensatorkreis an die Wechselstromleitung angeschlossen wird, so sieht man im rotierenden Spiegel Kurven ähnlich wie Fig. 465, die man unschwer als Resultanten einer ungedämpften (erzwungenen) und einer gedämpften Schwingung (Eigenschwingung) erkennt.

306. Spannungserhöhung beim Einschalten eines Kondensators.

Die stark ausgezogene Kurve von Fig. 465 zeigt eine eigentümliche Erscheinung. Das Zusammenwirken der erzwungenen und der Eigenschwingungen hat zur Folge, daß z. B. in der dritten Halbschwingung die Spannung bei weitem höher wird als die normale Spannungsamplitude $\mathfrak{V}_{10}$ der erzwungenen Schwingung allein. Man kann also beim Einschalten eines Koudensators und einer Spule — nach **199 f** also auch beim Einschalten eines längeren Kabels — im Anfang bedeutend höhere Spannung und deshalb auch höheren Strom erhalten, als während des normalen Betriebes*).

Der experimentelle Nachweis für das Auftreten einer solchen höheren Spannung bezw. eines höheren Stroms kann mit der Braunschen Röhre einfach erbracht werden. Die Anordnung ist die in **305 d** vorausgesetzte: in Fig. 460 die Punkte G und H nicht an eine Akkumulatorenbatterie, sondern an zwei Wechselstromklemmen angeschlossen**). Schließt man dann durch Umlegen der Wippe nach G H den Strom, so beobachtet man unter Umständen, daß im ersten Moment der Fleck der Braun'schen Röhre weit mehr abgelenkt wird, als nachher unter dem Einfluß der erzwungenen Schwingungen allein. Kurz nach dem Einschalten muß also der Strom beträchtlich größer gewesen sein als nachher.

§ 2. Einfluß der Eigenschwingungen. Resonanzfall.

307. Bedingung für Resonanz.

a. In **194 b** war betont worden, daß in einem Kondensatorkreis der Strom i dann besonders stark wird, wenn die Wechselzahl n_1 (in **194** n genannt) der auf ihn von außen wirkenden EMK $\mathfrak{E}_a$ so

*) Vgl. **93 c**. Aehnlich wie dort werden die Verhältnisse auch beim Einschalten eines Kondensators ohne merkliche Selbstinduktion.

**) Es empfiehlt sich, Spulen ohne Eisenkern zu verwenden. Die Erscheinung zeigt sich auch mit Spulen, die einen Eisenkern haben. Man ist aber dann nicht sicher, ob der Grund dafür der hier besprochene ist.

groß ist, daß die Induktanz $\pi n_1 p$*) gleich der Kondensanz $1/\pi n_1 c$*), also

$$\pi n_1 p = \frac{1}{\pi n_1 c} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wird. Es war dies eine Folge der Beziehung zwischen i und $\mathfrak{E}_a$

$$i_0 = \frac{\mathfrak{E}_{a0}}{\sqrt{w^2 + \left(\pi n_1 p - \frac{1}{\pi n_1 c}\right)^2}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

die augenscheinlich dann einen maximalen Wert für i_0 ergibt, wenn im Nenner $(\pi n p - 1/\pi n c) = 0$ ist. Daß in diesem Fall auch die Amplitude $\mathfrak{V}_0$ der Spannung zwischen den Kondensatorbelegungen ein Maximum wird**), ist zwar aus der Gleichung für $\mathfrak{V}_0$

$$\mathfrak{V}_0 = \frac{1}{\pi n c} \cdot \frac{\mathfrak{E}_{a0}}{\sqrt{w^2 + (\pi n p - 1/\pi n c)^2}} \text{ [Gl. (2), 185 Gl. (2), 248b]} \quad (3)$$

nicht unmittelbar ersichtlich, wohl aber aus einer leichten Umformung dieser Beziehung.

Wenn in **194b** dieser Erscheinung der Name Resonanz beigelegt wurde, so konnte damals für die Berechtigung dieses Namens nur angeführt werden, daß man in der Akustik ebenfalls von Resonanz spreche, wenn ein System bei einer ganz bestimmten Schwingungszahl der auf dasselbe wirkenden Kräfte in besonders starke Schwingungen gerate. In der Akustik ist aber bekannt, daß diejenige Schwingungszahl, auf welche ein System besonders stark reagiert, genau oder mindestens nahezu identisch ist mit der Schwingungszahl, welche die Eigenschwingungen des Systems besitzen.

Es liegt also die Frage nahe, ob nicht auch bei dem elektromagnetischen Resonanzfall von **194b** etwas Aehnliches vorliegt. In Kap. VIII ließ sich diese Frage noch nicht beantworten, da dort die Eigenschwingungen von Kondensatorkreisen noch nicht behandelt waren. Jetzt kann die Frage beantwortet werden, und zwar für schwach gedämpfte Kondensatorkreise in bejahendem Sinn. Die Bedingung für Resonanz Gl. (1) kann nämlich geschrieben werden

$$n_1 = \frac{1}{\pi \sqrt{pc}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

*) Mit Rücksicht auf **233**, **239** und **259** ist p, c und w von **194** durch die Werte p, c, w ersetzt.

) Vorausgesetzt, daß der Kondensatorkreis nicht sehr stark gedämpft ist, vgl. **313.

Andererseits gilt für die Wechselzahl n_2 schwach gedämpfter Kondensatorkreise annähernd

$$n_2 = \frac{1}{\pi \sqrt{pc}} \quad [209 \text{ Gl. (4a)}] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Die Bedingung Gl. (1) ist also identisch mit

$$n_1 = n_2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

D. h.: wirkt auf einen Kondensatorkreis von schwacher Dämpfung eine äußere oszillatorische EMK, so werden die in dem Kondensatorkreis erregten Schwingungen dann am kräftigsten, wenn die Wechselzahl der äußeren EMK und der Wechselzahl der Eigenschwingungen des Kondensatorkreises zusammenfallen. Man sagt in diesem Fall häufig: der Kondensatorkreis sei auf die Wechselzahl der äußeren EMK „abgestimmt".

Die elektrische Resonanz ist also auch in dieser Beziehung ein vollkommenes Analogon der akustischen.

b. Strenge richtig ist allerdings Gl. (5) und damit auch der angegebene Satz nicht. Aber der Fehler ist so lange sehr gering, als die Dämpfung des Kondensatorkreises nicht extrem groß wird. Allgemein tritt an Stelle von Gl. (5) die richtige

$$n_2 = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{1}{pc} - \delta^2} \quad [222 \text{ Gl. (1a)}] \quad . \quad . \quad . \quad (5a)$$

oder

$$\frac{1}{pc} = \pi^2 n_2^2 + \delta^2$$

und an Stelle von Gl. (6) die Beziehung

$$\pi^2 n_1^2 = \pi^2 n_2^2 + \delta^2 . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6a)$$

oder

$$n_1 = n_2 \sqrt{1 + \left(\frac{\delta^2}{\pi n_2}\right)} = n_2 \sqrt{1 + \left(\frac{b}{2\pi}\right)^2} . \quad . \quad . \quad (6b)$$

Allgemein ist also *„Resonanz"*, d. h. der Fall, in welchem die erregte Schwingung eine maximale Amplitude bekommt, verschieden von *„Isochronität"*, d. h. dem Fall, in welchem die Wechselzahl der Eigenschwingungen und diejenige der erregenden Schwingung gleich sind.

c. Das in **a** und **b** Gesagte gilt keineswegs nur für Kondensatorkreise, für die es aus früheren Beziehungen elementar abgeleitet werden konnte. Es behält seine Gültigkeit, wenn eine ungedämpfte

Schwingung von der Wechselzahl n_1 auf einen beliebigen Oszillator wirkt, dessen Eigenschwingungen die Wechselzahl n_2 und den Dämpfungsfaktor δ haben [193]).

308. Ansteigen der Amplitude bei Resonanz.

a. Wie hoch im Falle der Resonanz Strom- und Spannungsamplitude ansteigen, geht schon aus den Beziehungen von **194** hervor. Aus **194** Gl. (1) folgt, wenn man w durch $2p\delta$ [**217** Gl. (2)] ersetzt,

$$i_0 = \frac{\mathfrak{E}_{a0}}{2p\delta}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

daraus und aus **185** Gl. (4a)

$$\mathfrak{V}_{a0} = \frac{\mathfrak{E}_{a0}}{pc \,.\, 2\pi n\delta} = \pi n \,.\, \frac{\mathfrak{E}_{a0}}{2\delta}. \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Strom- und Spannungsamplitude steigen umso höher an, je geringer die Dämpfung des Kondensatorkreises ist. Genau dasselbe gilt aber von jedem beliebigen Oszillator, auf den ungedämpfte äußere Schwingungen wirken.

b. Die Frage, in welcher Weise Strom- und Spannungsamplitude ansteigen, kann mit Hilfe der in **305** gegebenen Regeln beantwortet werden. Sie liefern im vorliegenden Falle ein besonders einfaches Ergebnis, da hier die Wechselzahl der erzwungenen und der Eigenschwingungen zusammenfällt*). Die beiden für Späteres allein in Betracht kommenden Fälle sind die, daß im Moment, in welchem der Kondensatorkreis geschlossen wird,

(1) entweder die äußere EMK $\mathfrak{E}_a$ gerade Null ist [**305c** 2],

(2) oder „ „ „ „ eben im Maximum oder Minimum ist [**305c** 1].

Im Fall (1) ist dann auch der Strom i_1 der erzwungenen Schwingung im Anfang gerade Null [**194** Gl. (1)], die Spannung $\mathfrak{V}_1$ der erzwungenen Schwingung also gerade im Maximum [Fall **305a**]. Die Spannungsamplitude $\mathfrak{V}_{20}$ der Eigenschwingung wird dann gleich derjenigen der erzwungenen Schwingung $\mathfrak{V}_{10}$, und zwar ist die Spannung der Eigenschwingung im Anfang gerade im Minimum. Die Spannungskurve der Eigenschwingung kann also nur die in Fig. 466 strichpunktierte Lage haben. Da die Spannungskurve der erzwungenen

*) Vorausgesetzt, daß die Dämpfung nicht extrem groß ist, was im folgenden angenommen werden soll.

Schwingung die in Fig. 466 schwach ausgezogene ist, so muß die Spannungskurve der resultierenden Schwingung die in Fig. 466 stark ausgezogene sein.

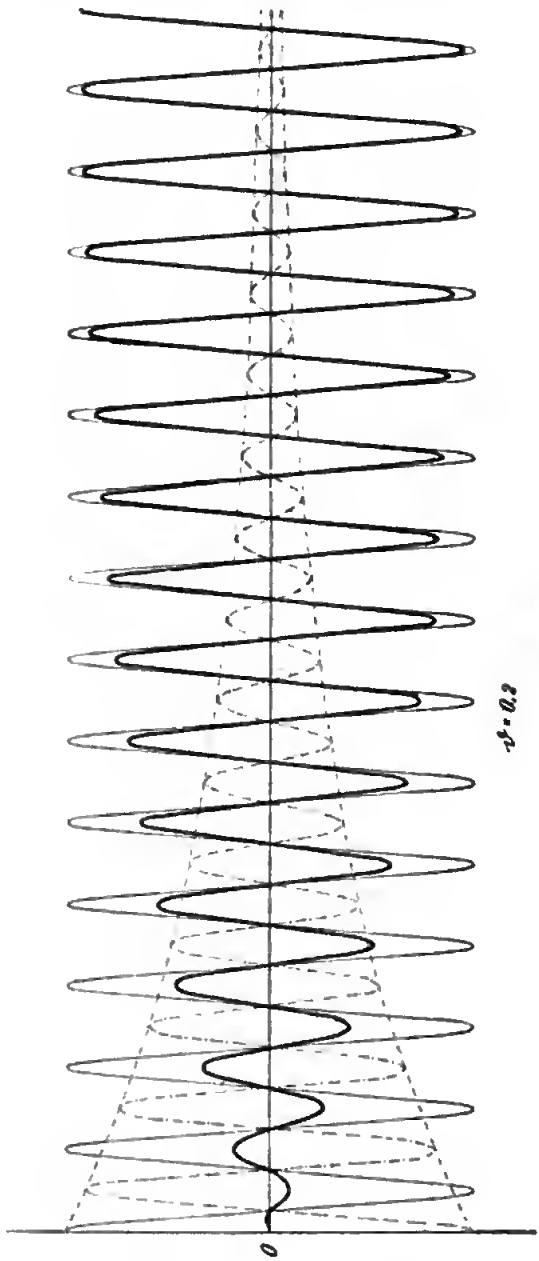


Fig. 466.

Im Fall (2), der mit **305 b** zusammenfällt, gilt für die Stromkurven genau, was eben für die Spannungskurven entwickelt wurde.

Das Resultat ist in beiden Fällen eine Schwingung, deren Amplitude allmählich ansteigt zu dem Werte, den die Amplitude der erzwungenen Schwingung besitzt.

c. Im vorliegenden Fall war es nicht notwendig, die Strom- oder Spannungskurven wirklich zu zeichnen. Was interessiert, kann schon aus den Amplitudenkurven [217 b] abgeleitet werden. Da die erzwungenen und die Eigenschwingungen dieselbe Wechselzahl haben und um 180° gegeneinander in der Phase verschoben sind, so ist die Amplitude der resultierenden Schwingung in jedem Moment die Differenz

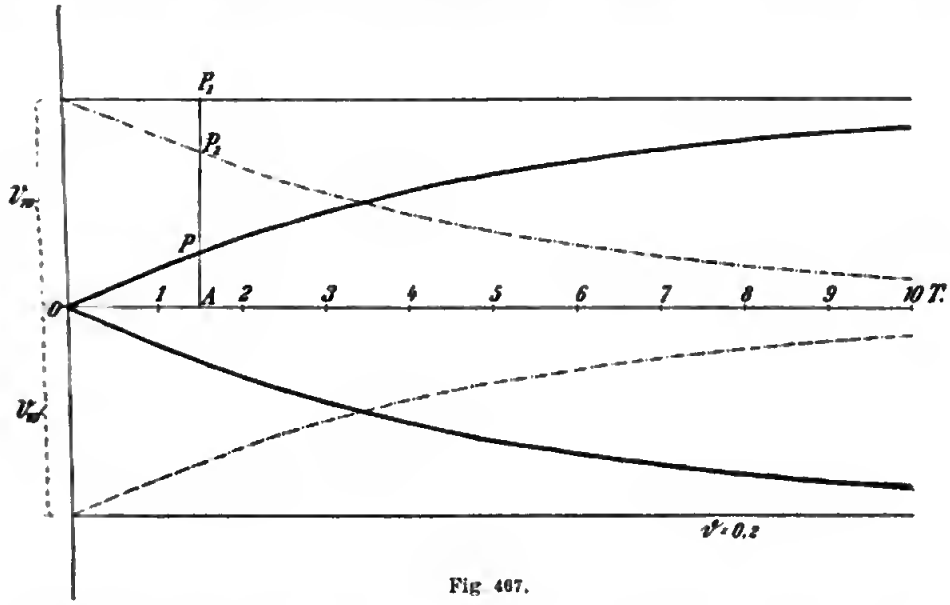


Fig. 467.

der Amplitude der erzwungenen Schwingung und der Eigenschwingung. Man kann also die Amplitudenkurve der resultierenden Schwingung in folgender Weise erhalten. P_1 (Fig. 467) sei ein Punkt auf der Amplitudenkurve der erzwungenen Schwingung, der zur Abszisse A gehört, P_2 ein Punkt auf der Amplitudenkurve der Eigenschwingung für dieselbe Abszisse. Dann ist der Punkt P auf der Amplitudenkurve der resultierenden Schwingung für dieselbe Abszisse bestimmt durch die Beziehung

$$\begin{aligned} AP &= AP_1 - AP_2 \text{ oder} \\ &= P_1P_2. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3) \end{aligned}$$

Im vorliegenden Fall ist die Amplitudenkurve der erzwungenen ungedämpften Schwingung eine Parallele*) zur Abszissenachse im Abstand $\mathfrak{V}_{10}$ (in Fig. 467 dünn ausgezogen). Die Amplitudenkurve

*) In Fig. 467 ist auch die dazu (bezüglich der Abszissenachse) symmetrische gezeichnet.

der gedämpften Eigenschwingungen besteht nach **217 b** aus einer Exponentialkurve*) (in Fig. 467 strichpunktiert). Führt man die Konstruktion, die aus Gl. (3) folgt, aus**), so erhält man als Amplitudenkurve der resultierenden Schwingung die in Fig. 467 stark ausgezogene, die mit der Kurve von Fig. 466 übereinstimmt.

d. Die Figuren 466 und 467 stellen die Verhältnisse bei relativ schwach gedämpften Eigenschwingungen dar ($\mathfrak{d} = 0{,}2$). Zum Vergleich soll nun angenommen werden, daß unter sonst gleichen Umständen der Dämpfungsfaktor bezw. das Dekrement $\mathfrak{d}$ den vierfachen Wert ($= 0{,}8$) besitzt. Nach Gl. (1) bezw. (2) ist dann die Amplitude der erzwungenen Schwingung viermal kleiner und da die Amplitudenkurve der Eigenschwingung sehr viel rascher nach der Abszissenachse abfällt, so muß die Amplitudenkurve der resultierenden Schwingung sehr viel rascher zu ihrem Maximalwert ansteigen. Die Fig. 468, welche

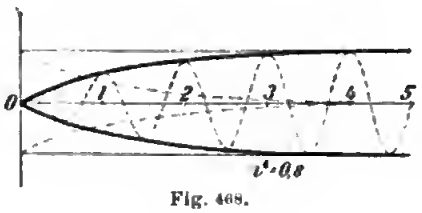


Fig. 468.

die Amplitudenkurven für diesen Fall darstellt, bestätigt das. Vergleicht man Fig. 468 mit Fig. 466 und bedenkt man, daß, was hier für den Kondensatorkreis entwickelt wurde, unter denselben Umständen für einen beliebigen Oszillator gilt, so folgt: Je weniger stark gedämpft die Eigenschwingungen eines Oszillators sind, umso größer ist die Amplitude, welche die Schwingung im Resonanzfall erreicht; umso langsamer steigt aber nach Stromschluß die Amplitude zu ihrem Maximalwert an***).

e. Es läßt sich jetzt auch die Frage beantworten: Was ist der physikalische Grund, der bei Resonanz ein so mächtiges Ansteigen der Schwingungsamplitude hervorruft? Man erhält darüber am besten Aufschluß, wenn man in Fig. 466 die Kurve der resultierenden Schwingung und diejenige der erzwungenen, die mit der äußeren EMK nach **194** Gl. (1) gleichphasig ist, vergleicht: sie sind von An-

*) Vgl. S. 559 Fußnote *).

**) Sie kommt einfach darauf hinaus, daß man die obere Amplitudenkurve der Eigenschwingung um die Strecke $\mathfrak{A}'_{1\,0}$ nach unten und die untere nach oben verschiebt.

***) Bezüglich des Ansteigens liegen die Verhältnisse also ganz wie in dem Fall von **302 b.**

fang an gleichphasig. Daraus folgt: Nachdem in der ersten Periode eine Schwingung geringer Amplitude erregt wurde, wirkt bei Resonanz in den folgenden Perioden auf den Kondensatorkreis eine Kraft, welche in jedem Moment die schon vorhandene Schwingung verstärkt. Dieser Zustand tritt aber auch nur bei Resonanz ein. Sobald die äußere Kraft eine andere Wechselzahl hat als die Eigenschwingungen des Systems, tritt, solange noch die Eigenschwingungen vorhanden sind, im allgemeinen der Fall ein, daß die äußere Kraft der vorhandenen Schwingung entgegenwirkt und sie wieder schwächt [vgl. Fig. 465]. Und sind die Eigenschwingungen abgelaufen, so wirkt die äußere EMK, die jetzt nicht gleichphasig mit Strom oder Spannung im Kondensatorkreis ist [194], immer der Schwingung während eines Teils der Periode entgegen.

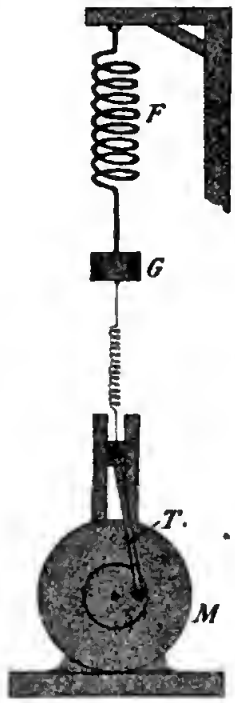


Fig. 469.

Will man diese Vorgänge durch ein mechanisches Beispiel illustrieren, so empfiehlt sich folgende Anordnung (Fig. 469). An einer starken Feder F hängt ein Gewicht G [vgl. 220]. Beide zusammen bilden ein mechanisches System, das Eigenschwingungen ausführen kann. Um auf dieses System eine ungedämpfte periodische Kraft wirken zu lassen, verbindet man das Gewicht G durch eine ganz weiche und leichte Feder mit einer Triebstange T, die durch einen kleinen Elektromotor in auf- und abgehende Bewegung versetzt wird. Im allgemeinen kommt nun das Gewicht in sehr geringe Bewegungen. Woher das rührt, kann man hier mit den Augen verfolgen. Wenn das Gewicht seinen höchsten Punkt erreicht hat, gilt dasselbe nicht auch von der Triebstange; die Bewegung des Gewichtes und die äußere Kraft sind nicht gleichphasig. Wenn also das Gewicht nach oben geht, bewegt sich die Triebstange eine Zeitlang nach unten, wirkt also der Bewegung des Gewichts während dieser Zeit gerade entgegen.

Bei einer bestimmten Tourenzahl des Motors kommt aber das Gewicht in starke Schwingungen, dann nämlich, wenn die Tourenzahl dieselbe ist wie die Schwingungszahl der Eigenschwingungen von Gewicht und Feder, wenn also das schwingende System und die äußere Kraft in Resonanz sind. In diesem Fall sieht man unmittelbar, wie

die Triebstange immer im richtigen Tempo an dem Gewichte zieht, so daß sie in jedem Moment die schon vorhandene Schwingung verstärkt.

309. Energieverhältnisse.

a. Das mechanische Beispiel ist auch geeignet, eine wichtige Eigenschaft der Resonanz zu illustrieren, vorausgesetzt, daß man einen schwachen Motor*) und eine relativ starke Feder F verwendet. Bei dem Versuch oben genügt ein schwacher Motor, um ein großes Gewicht an einer sehr starken Feder in kräftige Schwingungen zu versetzen, bei denen die Feder sehr stark ausgedehnt wird. Verbindet man das Gewicht durch einen starren Draht mit der Triebstange, so ist der Motor nicht in Gang zu bringen: er ist nicht im stande, während einer einzigen Umdrehung genügend Energie zu entwickeln, um die Feder F auch nur so weit auszudehnen, daß er sich drehen kann. Daß das schwingende System bei Resonanz trotzdem eine so große Energie besaß und demnach vom Motor erhalten hatte, hat folgenden Grund. Bei jeder Umdrehung gab der Motor etwas Energie an das schwingende System ab. Dieses hat die Energie nicht durch Reibung oder Luftwiderstand aufgezehrt, sondern zum größten Teil aufbewahrt. Da es bei jeder Umdrehung wieder etwas Energie hinzubekam, so hat sich allmählich ein großer Energievorrat in dem System aufgestapelt. Das System stellt also im Resonanzfall einen Ansammlungsapparat für die Energie dar.

b. Genau dasselbe gilt im elektromagnetischen Fall. In **199e** war die Erscheinung beschrieben, daß eine EMK von ca. 130 Volt bei Resonanz im stande ist, eine Schwingung hervorzurufen, bei welcher die Spannung zwischen den Kondensatorplatten auf etwa den dreifachen Wert anstieg. Der hohe Betrag an Energie, den in diesem Fall der Kondensator besaß, kam auch hier dadurch zu stande, daß anfänglich bei jeder Schwingung durch die äußere EMK auf den Kondensatorkreis eine gewisse Energie übertragen, von diesem nicht ganz verbraucht, sondern zum Teil erhalten wurde. Bei jeder neuen Schwingung kam dann ein neuer Betrag von Energie hinzu und verstärkte die schon vorhandene Schwingung.

c. Nach dieser Darstellung könnte es allerdings scheinen, als ob man die Amplitude der Schwingung beliebig hoch ansteigen lassen

*) Gut eignen sich für derartige Versuche die Motoren an sog. „Motorunterbrechern", die schon mit einer vertikalen Triebstange versehen sind.

könnte, wenn man nur die äußeren Kräfte genügend lang wirken läßt. Der Grund, daß das nicht der Fall ist, liegt darin, daß mit dem Ansteigen der Schwingungsamplitude auch der Energieverbrauch pro Schwingung wächst und zwar rascher als die Energiezufuhr von außen. Das läßt sich elementar zeigen, wenn es sich um einen schwach gedämpften Kondensatorkreis handelt, auf den eine ungedämpfte äußere EMK wirkt. Nach **308 d** steigt dann die Amplitude nur sehr langsam an; man kann also ohne großen Fehler die Amplitude während einer einzigen Schwingung als konstant betrachten und für eine einzige Schwingung die Beziehungen, die streng nur bei ungedämpften Schwingungen gelten, anwenden. Nach diesen ist die Energie, die auf einen Kondensatorkreis (Strom i) durch eine äußere EMK $\mathfrak{E}_a$ in der Sekunde übertragen wird, $i_{eff} \cdot \mathfrak{E}_{aeff}$ [96], vorausgesetzt, daß i und $\mathfrak{E}_a$ gleichphasig sind, was bei Resonanz zutrifft. Die Energie, welche der Kondensatorkreis während einer ganzen Periode T der Schwingung erhält, ist also [42c]

$$= i_{eff}\, \mathfrak{E}_{aeff} \cdot T.$$

Da $\mathfrak{E}_{a0}$ konstant sein soll, so ist die pro Schwingung dem Kondensatorkreis zugeführte Energie $\sim i_{eff}$, d. h. sie steigt proportional der Stromamplitude an.

Der Energieverbrauch aber während einer Periode ist [233a]

$$= w\, i_{eff}^2 \cdot T,$$

er steigt also an proportional dem Quadrat der Stromamplitude, also viel rascher als die Energiezufuhr. Es muß also immer einen gewissen Wert der Stromamplitude geben, bei welcher die dem System von außen gelieferte Energie von demselben vollkommen verbraucht wird, von welcher an also eine Steigerung der Energie und damit der Amplitude nicht mehr möglich ist.

Es folgt aus dieser Ueberlegung auch, daß dieser Zustand umso früher erreicht sein wird, je größer der Energieverbrauch des Systems bei einer bestimmten Stromamplitude, d. h. je größer unter sonst gleichen Umständen die Dämpfung des Systems ist. Man erhält damit also eine Begründung der schon in anderer Weise abgeleiteten Tatsache, daß bei stärker gedämpften Systemen der Maximalwert der Amplitude niedriger liegt als bei schwach gedämpften [308a].

d. Eine gewisse Kontrolle für die Richtigkeit der mitgeteilten Auffassung bildet die folgende Ueberlegung. Nach dieser Auffassung

steigt die Amplitude dann nicht mehr weiter, wenn die von außen auf das System übertragene Energie gleich der im Innern verbrauchten ist. Auf der anderen Seite geht aus **308** hervor, daß das Maximum der Amplitude dann erreicht ist, wenn die Eigenschwingungen des Systems abgestorben, also nur noch die erzwungenen übrig sind. Daraus folgt aber: Für die erzwungenen Schwingungen muß der Satz gelten, daß bei ihnen von außen dem System nur so viel Energie geliefert wird, als es verbraucht, d. h. beim Kondensatorkreis in Wärme umsetzt. Tatsächlich ist dieser Satz schon früher abgeleitet worden [200].

Betont muß aber werden, daß dieser Satz, wie das vorhergehende zeigt, nur gilt, nachdem die Schwingung ihre maximale Amplitude schon erreicht hat. Während die Schwingung noch im Ansteigen begriffen ist, wird ein großer Teil der dem System von außen zugeführten Energie zum Aufbau des elektrischen und magnetischen Feldes verwendet.

§ 3. Resonanzkurven.

310. Resonanzkurven bei schwacher Dämpfung.

a. Da es nach **305** ff. bei der Einwirkung einer ungedämpften Schwingung auf einen Oszillator hauptsächlich auf die Wechselzahl n_1 der ungedämpften Schwingung, diejenige n_2 des Oszillators und dessen Dämpfung ankommt, so empfiehlt es sich vor allem, in die Beziehungen **307** Gl. (2) und (3) die beiden Wechselzahlen und den Dämpfungsfaktor einzuführen.

Man erhält mit Benützung von **222** Gl. (1) und **217** Gl. (2)

$$i_0 = \frac{\pi n_1}{p\sqrt{[(\pi n_1)^2 - (\pi n_2)^2 - \delta^2]^2 + (\pi n_1 \cdot 2\delta)^2}} \cdot \mathfrak{E}_{a0}, \quad . \quad (1)$$

$$\mathfrak{V}_0 = \frac{(\pi n_2)^2 + \delta^2}{\sqrt{[(\pi n_1)^2 - (\pi n_2)^2 - \delta^2]^2 + (\pi n_1 \cdot 2\delta)^2}} \cdot \mathfrak{E}_{a0}. \quad . \quad . \quad (2)$$

Es soll nun vorerst angenommen werden, daß die Dämpfung nicht extrem groß sei, so daß also [**222**] δ^2 gegen $(\pi n_2)^2$ vernachlässigt werden kann. Dann vereinfachen sich die beiden Gleichungen zu

$$i_0 = \frac{\pi n_1}{p\sqrt{[(\pi n_1)^2 - (\pi n_2)^2]^2 + (\pi n_1 \cdot 2\delta)^2}} \cdot \mathfrak{E}_{a0}, \quad . \quad . \quad (3)$$

$$\mathfrak{V}_0 = \frac{(\pi n_2)^2}{\sqrt{[(\pi n_1)^2 - (\pi n_2)^2]^2 + (\pi n_1 \cdot 2\delta)^2}} \cdot \mathfrak{E}_{a0}. \quad . \quad . \quad (4)$$

b. Diese Beziehungen müssen den Ausgangspunkt bilden für die Beantwortung der Frage: Wie ändert sich die Amplitude i_0 bezw. $\mathfrak{V}_0$ der erzwungenen Schwingung, wenn

(1) entweder die Wechselzahl n_1 der äußeren EMK geändert, diejenige n_2 des Kondensatorkreises konstant gelassen wird; oder wenn

(2) die Wechselzahl n_1 der äußeren EMK konstant bleibt, diejenige n_2 des Kondensatorkreises sich ändert?

Da die beiden Wechselzahlen in den Gleichungen (3) und (4) nicht in derselben Weise enthalten sind, so muß die Antwort verschieden ausfallen, je nachdem die eine oder andere Frage gestellt wird. Im folgenden soll nur die zweite beantwortet werden, da sie besonders im Hinblick auf späteres wichtiger ist.

c. Die Verhältnisse für i_0 werden verschieden, je nachdem zur Aenderung der Wechselzahl n_2 die Kapazität bei konstantem Selbstinduktionskoeffizienten des Kondensatorkreises oder bei konstanter Kapazität der Selbstinduktionskoeffizient geändert wird. Die erste Anordnung soll im folgenden vorausgesetzt werden; sie besitzt abgesehen von anderem den Vorteil, daß der Dämpfungsfaktor δ praktisch unverändert bleibt.

d. Die Frage, welche Werte die Amplitude i_0 und $\mathfrak{V}_0$ der Schwingung annimmt, wenn bei konstanter Wechselzahl n_1 der äußeren EMK $\mathfrak{E}_a$ dem Kondensatorkreis allmählich verschiedene Wechselzahlen erteilt werden, läßt sich am anschaulichsten durch eine Kurve beantworten. Man trägt als Abszissen die veränderliche Wechselzahl n_2 auf, als Ordinaten die Amplituden i_0 oder $\mathfrak{V}_0$ der Schwingung bei der betreffenden Wechselzahl.

Die Kurven Fig. 470 und 471 sind auf diese Weise nach den Gleichungen (3) und (4) gezeichnet unter denselben Annahmen

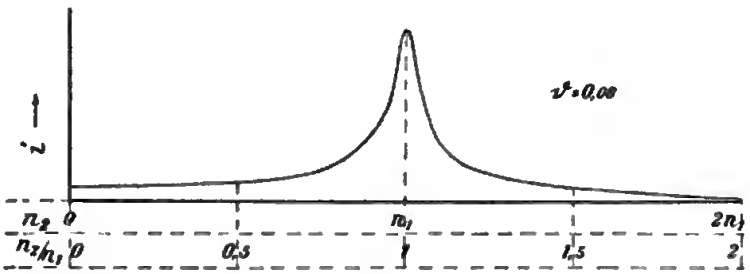


Fig. 470.

($\mathfrak{d} = 0{,}08$). Beide Kurven sind nicht ganz derselben Art, da ja auch die Gleichungen für i_0 und $\mathfrak{V}_0$ verschieden sind. Aber sie besitzen das Gemeinsame, daß sie für $n_2 = n_1$, d. h. dann, wenn die Wechsel-

zahl der Eigenschwingungen des Kondensatorkreises zusammenfällt mit derjenigen der äußeren EMK, ein ausgesprochenes Maximum haben. Sie zeigen also anschaulich, was schon früher festgestellt wurde [307a]: Solange die Wechselzahl der Eigenschwingungen im Kondensatorkreis verschieden ist von derjenigen der äußeren EMK, ist

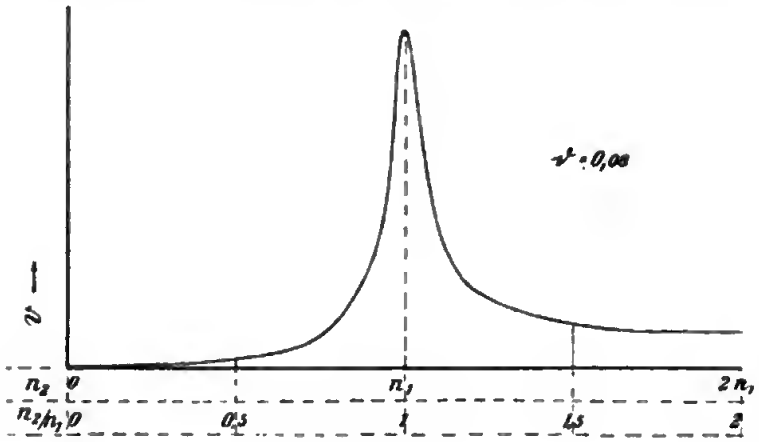


Fig. 471.

die Amplitude der erregten Schwingung nur sehr gering, bei Resonanz aber steigt dieselbe sehr stark an.

Kurven der Art wie Fig. 470 und 471 werden allgemein als *„Resonanzkurven"* bezeichnet.

e. Die in **d** angegebene Konstruktion der Resonanzkurven ist unter Umständen nicht günstig, wenn die Resonanzkurven verschiedener Kondensatorkreise, bei denen die Resonanz nicht für dieselbe Wechselzahl eintritt, miteinander zu vergleichen sind. Es wird ein solcher Vergleich erleichtert, wenn man als Abszissen nicht die Wechselzahl n_2 der Eigenschwingungen im Kondensatorkreis, sondern ihr Verhältnis zu der Wechselzahl der äußeren EMK (n_2/n_1) aufträgt. Führt man dieses Verhältnis in die Gleichungen (3) und (4) oben ein, so gehen sie über in

$$i_0 = \frac{1}{\pi n_1 p \sqrt{\left[1-\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{2\delta}{\pi n_1}\right)^2}} \cdot \mathfrak{E}_{a0}, \quad \ldots \quad (5)$$

$$\mathfrak{J}_0 = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{2\delta}{\pi n_1}\right)^2}} \cdot \mathfrak{E}_{a0} \quad \ldots \quad (6)$$

oder, wenn man den Dämpfungsfaktor δ durch das Dekrement $\mathfrak{d} = \frac{2\delta}{n_2}$ [217 Gl. (4)] ersetzt,

$$i_0 = \frac{1}{\pi n_1 p \sqrt{\left[1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \left(\frac{\mathfrak{d}}{\pi}\right)^2}} \cdot \mathfrak{E}_{a0}, \quad (5a)$$

$$\mathfrak{V}_0 = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \left(\frac{\mathfrak{d}}{\pi}\right)^2}} \cdot \mathfrak{E}_{a0}. \quad . \quad . \quad (6a)$$

f. Endlich ist es für den Vergleich von Resonanzkurven, die unter verschiedenen Umständen, insbesondere auch bei verschiedener Amplitude $\mathfrak{E}_{a0}$ der äußeren EMK aufgenommen wurden, störend, daß die Amplituden bei Resonanz im allgemeinen verschieden sein werden. Man vermeidet das, indem man die Kurven nach den in d oder e gegebenen Regeln zeichnet, dann aber den Maßstab so wählt, daß für alle Resonanzkurven die Ordinate im Resonanzpunkt dieselbe Länge erhält. Oder man trägt von vornherein als Ordinaten nicht i_0 bezw. $\mathfrak{V}_0$, sondern i_0/i_r bezw. $\mathfrak{V}_0/\mathfrak{V}_r$ auf, wobei unter i_r bezw. $\mathfrak{V}_r$ der Wert der Amplitude im Resonanzfall verstanden ist. Dann wird natürlich die Ordinate im Resonanzpunkt = 1. Für die Verhältnisse i_0/i_r und $\mathfrak{V}_0/\mathfrak{V}_r$ ergeben die Gl. (5) und (6)

$$\frac{i_0}{i_r} = \frac{2\delta}{\pi n_1 \sqrt{\left[1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{2\delta}{\pi n_1}\right)^2}}, \quad . \quad . \quad (7)$$

$$\frac{\mathfrak{V}_0}{\mathfrak{V}_r} = \frac{2\delta \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}{\pi n_1 \sqrt{\left[1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{2\delta}{\pi n_1}\right)^2}}. \quad . \quad . \quad (8)$$

Die Resonanzkurven der Schwingungen von Fig. 470 und 471 sind in der Fig. 472 nach diesem Verfahren dargestellt. Der Vorteil dieses Verfahrens fällt in die Augen: es ist jetzt viel leichter als aus Fig. 470 und 471 zu sehen, wie sich die Resonanzkurve des Stroms von derjenigen der Spannung unterscheidet. Resonanzkurven, deren Abszissen nach der in e, deren Ordinaten nach der eben gegebenen Anweisung aufgetragen sind, werden auch bei verschiedener Wechselzahl und Amplitude vergleichbar.

g. Was im vorhergehenden über die Resonanzkurven von Kondensatorkreisen ausgeführt wurde, gilt genau oder mit unwesentlichen

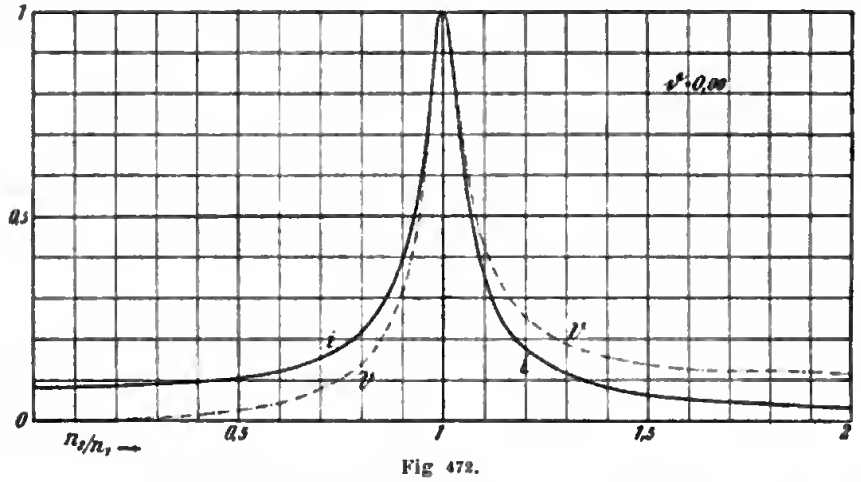


Fig 472.

Aenderungen für die Resonanzkurven jedes beliebigen Oszillators, auf den eine ungedämpfte Schwingung einwirkt.

311. Ermittlung der Dämpfung aus der Resonanzkurve bei schwach gedämpften Systemen.

Dieselbe ungedämpfte Schwingung (EMK) wirke auf zwei Kondensatorkreise oder andere Oszillatoren, bei denen die Wechselzahl der Eigenschwingungen dieselbe, die Dämpfung aber verschieden ist. Nach **310** Gl. (3) und (4) erhält man dann verschiedene Resonanzkurven. In Fig. 473 sind zwei solche Resonanzkurven gezeichnet*); die stark ausgezogene entspricht dem Dekrement 0,02, die dünn ausgezogene dem Dekrement 0,08.

a. Ein Vergleich der beiden Kurven zeigt — was natürlich auch schon aus den Beziehungen **308 a** unmittelbar folgt —: Je größer die Dämpfung ist, umso weniger steigt die Kurve im Resonanzpunkt an. Die Amplituden i_r bezw. $\mathfrak{V}_r$ stehen zu den Dämpfungsfaktoren δ_1 und δ_2 der beiden Kondensatorkreise in der Beziehung [**308 a**]

$$\frac{i_{r_2}}{i_{r_1}} = \frac{\mathfrak{V}_{r_2}}{\mathfrak{V}_{r_1}} = \frac{AC}{AB} = \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{\mathfrak{d}_1}{\mathfrak{d}_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Die Dämpfungsfaktoren und — aber nur bei gleicher Wechselzahl der Eigenschwingungen — auch die Dekremente verhalten sich bei

*) Abszissen $\frac{n_2}{n_1}$; Ordinaten: die Werte der Amplitude i_0 bezw. $\mathfrak{V}_0$.

gleicher Amplitude der äußeren EMK umgekehrt wie die Ordinaten der Resonanzkurven im Resonanzpunkt.

b. Bringt man die beiden ausgezogenen Kurven in Fig. 473 auf dieselbe Höhe im Resonanzpunkt, indem man die Ordinaten der dünn ausgezogenen im Verhältnis AB : AC vergrößert [vgl. **310 f**], so erhält man die in Fig. 473 strichpunktierte Kurve. Sie verläuft im Resonanzpunkt bei weitem flacher als die stark ausgezogene Kurve. Das gilt ganz allgemein. Besitzt von zwei Oszillatoren der eine größeres Dekrement als der andere, so verläuft die Resonanzkurve des Oszillators mit dem größeren Dekrement im Resonanzpunkt flacher als

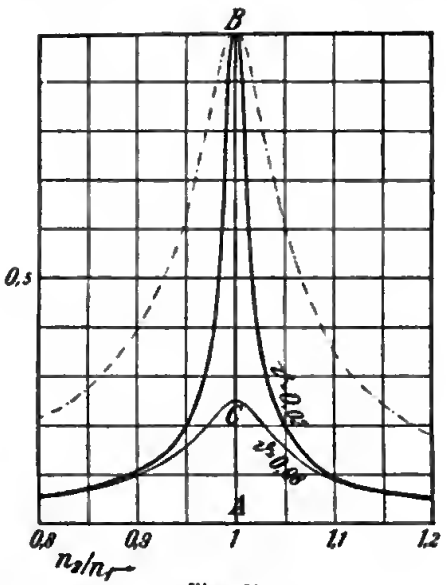


Fig. 473.

diejenige des Oszillators mit dem kleineren Dekrement, — vorausgesetzt, daß beide Kurven im Resonanzpunkt dieselbe Ordinate haben.

Der Beweis soll nur für die Kurve der Stromamplitude erbracht werden, wenn als Abszissen die Werte n_2/n_1 aufgetragen sind. . In allen anderen Fällen ist der Beweis in derselben Weise zu führen.

Die Gl. (7) in **310** kann geschrieben werden [195])

$$\frac{i_0}{i_r} = \frac{2\delta}{\pi n_1 \sqrt{\left(1+\frac{n_2}{n_1}\right)^2\left(1-\frac{n_2}{n_1}\right)^2+\left(\frac{2\delta}{\pi n_1}\right)^2}}; \quad . \quad (2)$$

i_0 bedeutet die Amplitude für die Wechselzahl n_2 bezw. die Abszisse n_2/n_1 (Punkt C, Fig. 474) und ist durch die Ordinate CD_1 dargestellt. Kümmert man sich nun nur um den Verlauf der Resonanzkurve in

der Nähe des Resonanzpunkts A, so ist annähernd $1 + \frac{n_2}{n_1} = 2$. Da $1 - \frac{n_2}{n_1}$ der Abstand der Abszisse $n_2|n_1$ (Punkt C) von der Abszisse des Resonanzpunkts (A) also = AC ist, so geht die Gleichung, wenn man diesen Abstand AC mit x bezeichnet, über in

$$\frac{i_0}{i_r} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{\left(\frac{\delta}{\pi n_1}\right)^2}}} \quad \ldots\ldots (3)$$

In der Nähe des Resonanzpunkts ist n_1 annähernd $= n_2$, der Wechselzahl der Eigenschwingungen im Kondensatorkreis; $\frac{\delta}{n_2/2}$ ist nach 217 Gl. (4) $= \mathfrak{d}$, dem Dekrement der Schwingung. Also wird annähernd

$$\frac{i_0}{i_r} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{\left(\frac{\mathfrak{d}}{2\pi}\right)^2}}} \quad \ldots\ldots (4)$$

Nun wird der Nenner für ein bestimmtes x umso weniger von 1 verschieden, je größer das Dekrement $\mathfrak{d}$ der Eigenschwingungen ist. Daraus folgt aber: Je größer das Dekrement $\mathfrak{d}$ ist, umso weniger unterscheidet sich i_0 von i_r, d. h. die Ordinate CD in einem bestimmten Abstand vom Resonanzpunkt von derjenigen AB im Resonanzpunkt, umso flacher verläuft also die Resonanzkurve in der Nähe des Resonanzpunkts.

c. Liegen für zwei Oszillatoren die Resonanzkurven (Fig. 474, ausgezogene und strichpunktierte Kurve) vor, und sind als Abszissen die Werte n_2/n_1, als Ordinaten die Werte von i_0/i_r aufgetragen, so kann aus dem Verlauf derselben in der Nähe des Scheitelpunkts das Verhältnis der Dekremente $\mathfrak{d}_1$ und $\mathfrak{d}_2$ der beiden Schwingungen bestimmt werden. Man ziehe in der Nähe des Scheitelpunkts eine Parallele D_2E_2 zu der Abzissenachse, welche von den beiden Resonanzkurven die Sehnen D_1E_1 bezw. D_2E_2 abschneidet. Dann verhält sich

$$\frac{\mathfrak{d}_1}{\mathfrak{d}_2} = \frac{D_1E_1}{D_2E_2}.$$

Die Richtigkeit dieser Angabe ergibt sich, wenn die Kurven Stromamplituden darstellen, unmittelbar aus Gl. (4); sie bleibt aber bestehen, wenn statt der Stromamplituden die Spannungsamplituden aufgetragen werden.

Vor der Methode in **a**, die ebenfalls das Verhältnis der Dekremente gibt, besitzt diese den großen Vorteil, daß bei ihr Wechselzahl und Amplitude der äußeren EMK nicht bekannt oder in beiden Fällen gleich zu sein braucht.

d. Aber nicht nur das Verhältnis zweier Dekremente kann aus zwei Resonanzkurven, es kann auch der absolute Wert des

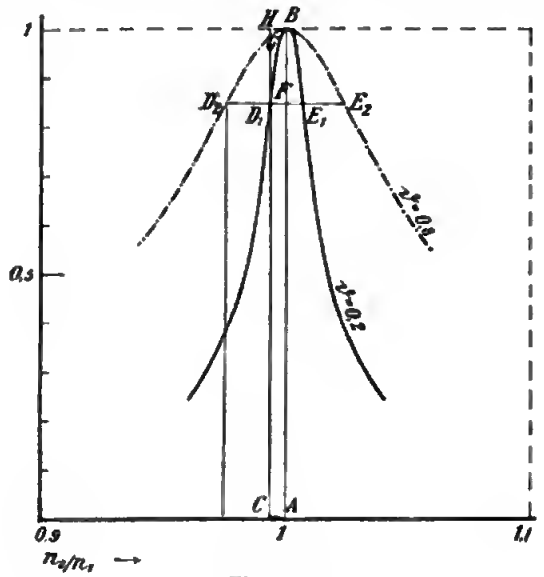


Fig. 474.

Dekrements einer Schwingung aus der Resonanzkurve allein bestimmt werden.

Es liege die in Fig. 474 ausgezogene Resonanzkurve vor. Aus Gl. (4) folgt dann

$$\mathfrak{d} = 2\pi x \cdot \frac{i_0}{\sqrt{i_r^2 - i_0^2}} \text{ *)}. \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Man ziehe also eine Parallele zur Ordinatenachse in dem kleinen Abstand $AC = x$. Die dadurch abgeschnittene Ordinate $CD_1 = FA$ stellt dann i_0, die Ordinate AB im Resonanzpunkt i_r dar.

Es ist dann nach Gl. (5)

$$\mathfrak{d} = 2\pi \cdot AC \cdot \frac{FA}{\sqrt{(AB)^2 - (FA)^2}} \text{ *)}.$$

*) Die Gleichung ist identisch mit $\mathfrak{d} = 2\pi x \sqrt{\frac{i_0^2}{i_r^2 - i_0^2}}$. Hätte man als Ordinaten nicht i_0, sondern i_0^2 aufgetragen, so wäre einfach:

$$\mathfrak{d} = 2\pi \cdot AC \sqrt{\frac{FA}{FB}}.$$

312. Die Schärfe der Resonanz.

Die beiden Systeme, deren Resonanzkurven in Fig. 474 durch die ausgezogene und die strichpunktierte Linie dargestellt sind, sollen zuerst in Resonanz sein mit der äußeren EMK $\mathfrak{E}_a$; dann soll ihre Wechselzahl so geändert werden, daß bei beiden die Aenderung von n_2/n_1 denselben Betrag (Abszisse C) erreicht. Bei dem ersten System ändert sich dann die Amplitude um den Betrag HD_1, also sehr stark, bei dem zweiten nur um HG, also sehr wenig. Diese Tatsache, daß dieselbe relative Aenderung der Wechselzahl bei dem ersten System die Amplitude der Schwingung viel stärker herabdrückt als beim zweiten, wird häufig dadurch ausgedrückt, daß man sagt: die Resonanz sei bei dem System 1 schärfer als bei dem System 2.

Als Maß für die „*Schärfe der Resonanz*" eignet sich am besten die Krümmung der Resonanzkurve in ihrem Scheitelpunkt, d. h. der reziproke Wert des Krümmungsradius*) ρ im Scheitelpunkt der Kurve. Wurde die Kurve nach den in **310** e und f gegebenen Regeln — Abszissen n_2/n_1, Ordinaten i_0/i_r bezw. $\mathfrak{V}_0/\mathfrak{V}_r$ — gezeichnet, so ist, wie eine einfache Rechnung ergibt[196]),

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\left(\frac{b}{2\pi}\right)^2}.$$

Das ist also gleichzeitig auch der Ausdruck für die oben definierte Schärfe der Resonanz.

313. Resonanzkurven bei starker Dämpfung.

a. Die Dämpfung sei so stark, daß die Vernachlässigung von δ^2 gegen $(\pi n_2)^2$ nicht mehr zulässig ist. Es ist dann für die Konstruktion der Resonanzkurven die Benützung der Gl. (3) und (4) in **310** nicht mehr erlaubt; man hat von den allgemeinen Gl. (1) und (2) auszugehen.

In den Fig. 475 und 476 sind Resonanzkurven für die Strom- und Spannungsamplitude derselben Schwingungen gezeichnet, auf welche sich schon die Fig. 467 und 468 bezogen. Die Wirkung starker Dämpfung (strichpunktierte Kurve) besteht also in folgenden zwei Punkten:

(1) Die Wechselzahl, bei welcher die Spannungsamplitude (Fig. 476) ein Maximum wird, ist verschieden von derjenigen, bei welcher die Stromamplitude (Fig. 475) einen maximalen Wert er-

*) = Radius desjenigen Kreises, der sich der Kurve am besten anschmiegt.

reicht, d. h. der Resonanzpunkt ist bei Strom- und Spannungsamplitude verschieden.

(2) Das Maximum der Amplitude tritt weder bei Strom noch bei

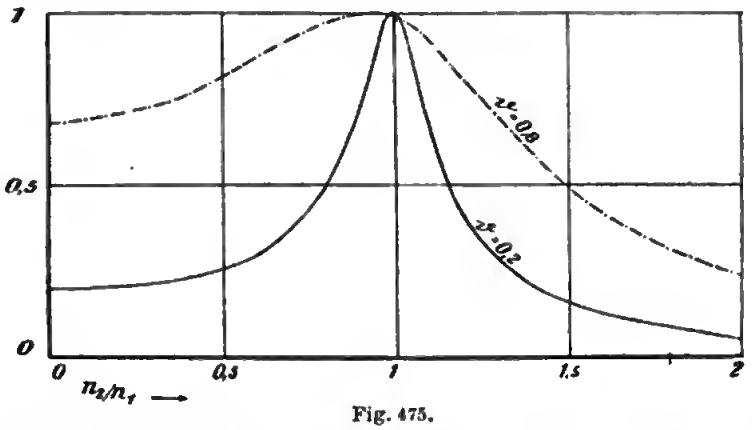


Fig. 475.

Spannung dann ein, wenn die Wechselzahl der Eigenschwingungen (n_2) und diejenige der erregenden Schwingung (n_1) gleich sind:

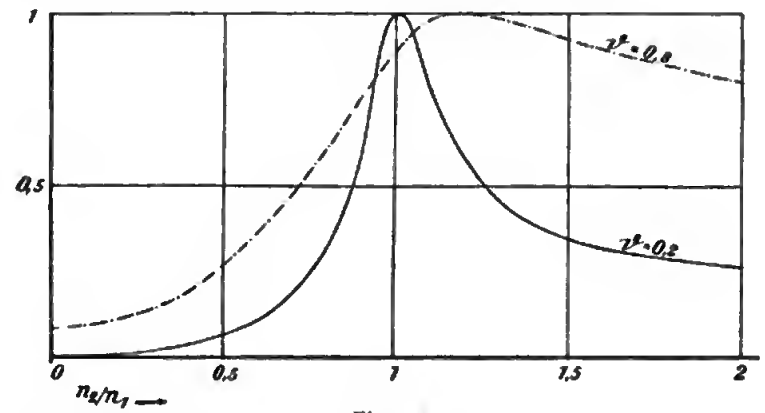


Fig. 476.

Resonanz ist weder für Strom noch für Spannung gleichbedeutend mit Isochronität.

b. In den Gl. (1) und (2) von **310** werde

$$(\pi n_2)^2 + \delta^2 = (\pi n_3)^2$$

gesetzt; sie gehen dann über in

$$i_0 = \frac{\pi n_1}{p\sqrt{[(\pi n_1)^2 - (\pi n_3)^2]^2 + (\pi n_1 . 2\delta)^2}}, \quad \ldots \quad (1)$$

$$\mathfrak{V}_0 = \frac{(\pi n_3)^2}{\sqrt{[(\pi n_1)^2 - (\pi n_3)^2]^2 + (\pi n_1 . 2\delta_1)^2}}. \quad \ldots \quad (2)$$

Sie unterscheiden sich von den Gl. (3) und (4) in **310** nur dadurch, daß n_3 an Stelle von n_2 getreten ist. Alle Folgerungen, die sich in **310** aus diesen Gleichungen ergaben, können also jetzt in genau derselben Weise aus den Gl. (1) und (2) oben gezogen werden.

314. Praktische Verwendung von Resonanz und Resonanzkurven.

a. Die Erscheinung der Resonanz kann benützt werden, um die Wechselzahl eines Wechselstroms zu bestimmen. Es muß ein Kondensatorkreis zur Verfügung stehen, bei dem die Wechselzahl der Eigenschwingungen regulierbar und bei jeder Einstellung bekannt und dessen Dämpfung gering ist.

Auf diesen Kondensatorkreis lasse man den Wechselstrom, dessen Wechselzahl bestimmt werden soll, einwirken etwa in der Schaltung von Fig. 477: S_1 ist eine Spule, durch welche der zu untersuchende Strom geschickt wird und welche auf die Spule S_2 und damit den Kondensatorkreis induziert. Man stelle dann den Kondensatorkreis zuerst auf sehr niedrige Wechselzahl ein und steigere dieselbe immer

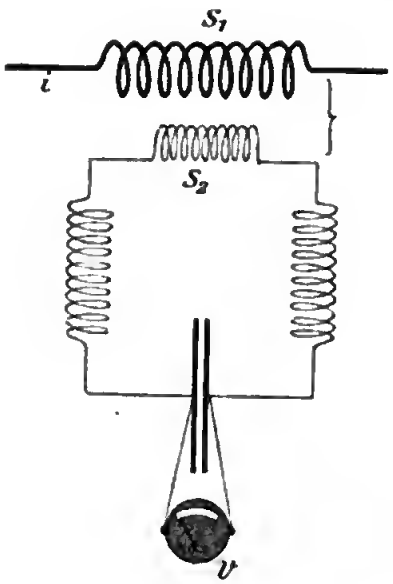


Fig. 477.

mehr, während fortgesetzt der Strom im Kondensatorkreis durch ein Ampèremeter oder auch die Spannung zwischen den Kondensatorplatten durch ein elektrostatisches Voltmeter (V Fig. 477) beobachtet wird. Man wird dann finden, daß in einem bestimmten Gebiet der Strom oder die Spannung stark ansteigt und für eine bestimmte

Wechselzahl n_1 ihr Maximum erreicht. Diese Wechselzahl ist nach **307 oder 310** sehr annähernd die gesuchte des Wechselstroms.

b. Besonders wertvoll ist diese Methode dann, wenn der zu untersuchende Wechselstrom aus mehreren Schwingungen mit verschiedenen Wechselzahlen zusammengesetzt ist, z. B. wenn es sich um einen nicht sinusförmigen Wechselstrom handelt [54]. Wird dann die Wechselzahl des Kondensatorkreises allmählich gesteigert, so erhält man zuerst ein starkes Ansteigen der Amplitude, wenn die Wechselzahl des Kondensatorkreises in Resonanz ist mit der Wechsel-

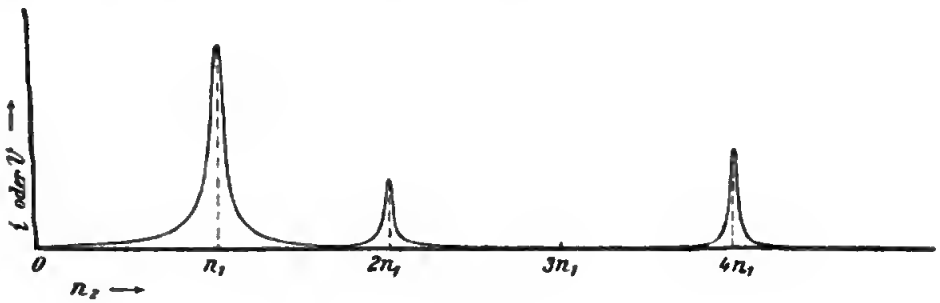


Fig. 478.

zahl der Grundschwingung. Die Amplitude steigt aber auch dann wieder an, wenn die Wechselzahl des Kondensatorkreises gleich derjenigen irgend einer Oberschwingung ist. Man braucht also nur die Resonanzkurve zu konstruieren, indem man als Abszissen die Wechselzahl des Kondensatorkreises n_2, als Ordinaten die abgelesenen Stromstärken bezw. Spannungen aufträgt, um sofort übersehen zu können, welche Oberschwingungen in dem untersuchten Wechselstrom enthalten sind. Denn die Resonanzkurve, welche man in diesem Falle erhält, ist einfach die Resultante der Resonanzkurven, welche jede der Schwingungen für sich geben würde[197]). Nimmt also die Resonanzkurve die Form von Fig. 478 an, so würde daraus folgen, daß außer der Grundschwingung (Wechselzahl n_1) noch die erste und dritte Oberschwingung (Wechselzahl $2n_1$ bezw. $4n_1$) vorhanden sind.

Aus der Höhe der Ordinaten in den Resonanzpunkten kann außerdem nach **308 a** berechnet werden, in welchem Verhältnis die Amplituden der Oberschwingungen zu derjenigen der Grundschwingung stehen. Es ist also durch diese Methode eine vollständige Analyse der Schwingungsform eines Wechselstroms möglich[198]).

c. Der Kondensatorkreis sei eben in Resonanz mit der Grundschwingung. Dann ist die Amplitude der Grundschwingung in ihm

sehr stark, diejenige der Oberschwingungen ganz verschwindend. Praktisch ist also im Kondensatorkreis ein von Oberschwingungen befreiter, sinusförmiger Wechselstrom vorhanden. Diese Methode kann gute Dienste leisten, wenn es sich darum handelt, für Meßzwecke einen möglichst genau sinusförmigen Wechselstrom zu erhalten.

Umgekehrt ist im Kondensatorkreis, wenn er in Resonanz mit einer Oberschwingung ist, praktisch nur diese enthalten [vgl. auch 198a]. Es ist also möglich, aus einem nicht sinusförmigen Wechselstrom niedriger Wechselzahl einen annähernd sinusförmigen sehr hoher Wechselzahl zu isolieren. Nötig ist aber, damit dies gelingt, daß die Tourenzahl der Wechselstrommaschine sehr konstant ist [199]).

Kapitel XIV.

Gekoppelte Systeme. Extrem lose Koppelung.

315. Verschiedene Arten der Koppelung.

a. Unter Koppelung zweier elektromagnetischer Systeme (zweier geschlossener Stromkreise, zweier Oszillatoren oder eines Oszillators mit einem geschlossenen Stromkreis) versteht man [81]) [vgl. **152a**] eine Anordnung, bei welcher irgendwelche elektromagnetische Vorgänge im einen System elektromagnetische Vorgänge im anderen zur Folge haben, z. B. Schwingungen im einen auch Schwingungen im anderen System hervorrufen. Man bezeichnet dasjenige System, in welchem durch irgend eine Energiezufuhr von außen (z. B. durch anfängliches Laden mit einem Induktor) die Schwingungen erzeugt werden, als *„Primärsystem"*, das zweite, welches seine Schwingungen nur durch Einwirkung des ersten erhält, als *„Sekundärsystem"*, ähnlich wie beim Transformator [**133**]. Sind beide Systeme Oszillatoren, so wird auch häufig das Primärsystem als *„Oszillator"* im engeren Sinn von dem sekundären, dem *„Resonator"*, unterschieden.

b. Zwei Arten von Koppelung waren schon in **152a** besprochen worden, die magnetische und die galvanische. Eine dritte Art

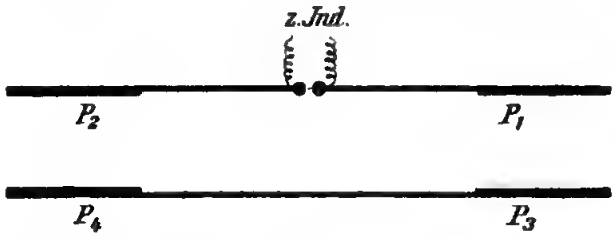


Fig. 479.

der Koppelung ist die *elektrische Koppelung:* das elektrische Feld des Primärsystems wirkt unmittelbar auf das Sekundärsystem ein. Ein Beispiel, in welchem die elektrische Koppelung eine Rolle spielt, bildet die Anordnung Fig. 479: zwei Hertz'sche Oszillatoren, die einander in

einem nicht zu großen Abstand*) gegenüber gestellt sind. Werden in dem einen (P_1P_2) durch Induktorladungen Schwingungen erzeugt, so ist es im wesentlichen das elektrische Feld dieses Oszillators, welches auch den zweiten Oszillator (P_3P_4) zu Schwingungen anregt.

Im folgenden ist, wenn es nicht ausdrücklich anders angegeben ist, stets magnetische Koppelung vorausgesetzt.

316. Lose und feste Koppelung.

a. Wenn ein Primärsystem auf ein sekundäres wirkt und dort Schwingungen erregt, so müssen diese Schwingungen auch auf das Primärsystem zurückwirken und dessen Schwingungen ändern. Beim technischen Transformator wäre man bei Vernachlässigung der Rückwirkung, welche die Sekundärspule auf den Primärkreis ausübt [Kap. VI § 2], zu ganz falschen Resultaten gelangt.

Tatsächlich kann aber die Anordnung so getroffen werden, daß das Sekundärsystem auf das primäre keine in Betracht kommende Rückwirkung ausübt, ohne daß gleichzeitig die Wirkung des Primärsystems auf das sekundäre unmerklich wird. Um das einzusehen, denke man sich zwei genau gleiche Stromkreise in nicht zu kleinem Abstand einander gegenüberstehen. Im ersten werde durch eine äußere EMK $\mathfrak{E}_a$ ein Wechselstrom i hervorgerufen, der einen gewissen magnetischen Induktionsfluß Q_m durch den ersten Stromkreis hindurch zur Folge hat und in diesem eine EMK $\mathfrak{E}_i$ induziert. Die Amplitude derselben ist nach 88b annähernd gleich derjenigen von $\mathfrak{E}_a$, wenn die Induktanz des Stromkreises groß ist gegen seinen Widerstand, was angenommen werden soll. Von diesem magnetischen Induktionsfluß gehe nur ein Teil, etwa $^1/_{10}$, durch den zweiten Kreis hindurch: die Amplitude der äußeren EMK in demselben und also auch der Stromamplitude ist deshalb nur $^1/_{10}$ von derjenigen im ersten. Von den magnetischen Induktionslinien des zweiten Kreises geht wieder $^1/_{10}$ durch den ersten Kreis hindurch, also nur $^1/_{100}$ von den magnetischen Induktionslinien, die schon vorher im ersten Kreis vorhanden waren. Die Verhältnisse im Primärkreis können also nur wenig geändert werden, während im zweiten Kreis immer noch 10 % der Schwingungsamplitude des ersten Kreises auftritt.

b. Das Beispiel weist auch darauf hin, wovon die Größe der Rückwirkung auf das Primärsystem abhängen wird. Der magnetische

*) Aber auch nicht zu klein, sonst wirken die Platten P_1P_3 und P_2P_4 als Kondensatoren, die ganze Anordnung als Kondensatorkreis.

Induktionsfluß durch das Primärsystem ist proportional dem Selbstinduktionskoeffizienten p_1 desselben. Der magnetische Induktionsfluß, den das Primärsystem durch das sekundäre hindurchschickt, ist proportional dem wechselseitigen Induktionskoeffizienten p_{21} der beiden Systeme. Es wird demnach der Induktionsfluß und deshalb die Amplitude der Schwingung im Sekundärsystem im Verhältnis zu derjenigen im Primärsystem umso größer, je größer p_{21} im Verhältnis zu p_1, d. h. je größer p_{21}/p_1 ist. Ebenso wird der von dem Sekundärsystem durch das Primärsystem hindurchgeschickte Induktionsfluß umso größer, je größer der Quotient p_{12}/p_2 ist. Im ganzen wird also die Rückwirkung cet. par. umso bedeutender ausfallen, je größer

$$\frac{p_{21}}{p_1} \cdot \frac{p_{12}}{p_2}$$

ist. Die Wurzel daraus

$$K = \sqrt{\frac{p_{12} \cdot p_{21}}{p_1 \cdot p_2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

oder, wenn $p_{21} = p_{12}$ ist,

$$K = \frac{p_{12}}{\sqrt{p_1 p_2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

wird als *„magnetischer Koppelungskoeffizient"* oder einfach *„Koppelungskoeffizient"* der beiden Systeme bezeichnet.

Gehen nur sehr wenige Induktionslinien des primären Systems durch das sekundäre hindurch und umgekehrt, so wird K nur wenig von Null verschieden. Man nennt dann die Koppelung *„lose"*. Gehen fast alle Induktionslinien des einen Systems durch das andere hindurch, so ist K nur wenig von 1 verschieden und man spricht von *„enger"* oder *„fester"* Koppelung. Der Fall extrem fester Koppelung war beim Transformator ohne Streuung realisiert. Dort war [**33 b**, **34 c**] $p_{12}^2 = p_1 p_2$, also $K = 1$.

c. Daß übrigens die Stärke der Rückwirkung nicht nur durch die Stärke der Koppelung bestimmt ist, zeigte sich schon im Falle des Transformators. Wenn man an die Sekundärspule einen sehr hohen Widerstand anschließt, so daß der Sekundärstrom nur sehr gering wird, so ist die Rückwirkung des Stromes in der Sekundärspule auf die primäre zu vernachlässigen [**140 d** Gl. (2)] trotz der Stärke der Koppelung. Es muß also für die Rückwirkung außer der Stärke der Koppelung auch noch der Widerstand im Sekundärsystem und damit eventuell dessen Dämpfung eine Rolle spielen.

§ 1. Einwirkung eines Oszillators auf einen geschlossenen Stromkreis.

317. Der Strom im geschlossenen Stromkreis.

Es möge, wie es im Versuch von 251 c der Fall war, ein Oszillator, z. B. ein Kondensatorkreis, induzieren auf einen geschlossenen Stromkreis. Die Koppelung zwischen Strom- und Kondensatorkreis sei so lose, daß die Rückwirkung vernachlässigt werden darf.

a. Ist der Strom im Kondensatorkreis i_1, so ist die dadurch im geschlossenen Stromkreis induzierte EMK

$$\mathfrak{E}_a = - p_{21} \cdot i_1' \quad [38\,e].$$

Wenn die Dämpfung der Schwingungen im Kondensatorkreis nicht extrem stark ist, so folgt [248] aus dieser Beziehung annähernd

$$\mathfrak{E}_{a0} = \pi n p_{21} \cdot i_{10} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$
$$\sphericalangle (\mathfrak{E}_a, i_1) = 90^0.$$

Da der Strom in dem Moment, in welchem die Schwingungen im Kondensatorkreis einsetzen, Null ist, so muß die EMK $\mathfrak{E}_a$ im ersten Moment gerade im Maximum oder Minimum sein[200]).

b. Auf den geschlossenen Stromkreis wirkt also eine EMK $\mathfrak{E}_a$, die eine gedämpfte Schwingung (Dämpfungsfaktor $= \delta$, Wechselzahl $= n$) darstellt. Dieser Fall wurde schon in 249 behandelt unter der Voraussetzung, daß der Strom im ganzen geschlossenen Stromkreis als quasistationär betrachtet werden darf. Das soll auch jetzt angenommen werden. Dann hatte sich für den Strom i_2 in dem geschlossenen Stromkreis ergeben

$$i_{20} = \frac{\mathfrak{E}_{a0}}{\sqrt{(w_2 - p_2\delta)^2 + (\pi n p_2)^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

$$\operatorname{tg}(i_2, \mathfrak{E}_a) = \frac{\pi n p_2}{w_2 - p_2\delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

(w_2 = effektiver Widerstand, p_2 = Selbstinduktionskoeffizient des geschlossenen Stromkreises.) Aber die Ableitungen in 249 leiden an demselben Mangel wie diejenigen in 86: es ist der Zustand am Anfang der Schwingung dabei nicht berücksichtigt.

Daß die Beziehungen von 249 für den Anfang der Schwingung nicht gelten können, folgt aus ähnlichen Ueberlegungen wie in 93. Wie die Verhältnisse am Anfang tatsächlich liegen, wurde für ungedämpfte Schwingungen in 93 angegeben. Das dort Gesagte gilt aber ebenso

auch für gedämpfte[140]). Insbesondere behält die Regel, nach der man die Stromkurve auch für den Anfang der Schwingung konstruieren kann, ihre Gültigkeit: Man zeichne zuerst die Stromkurve, welche aus den Beziehungen Gl. (2) und (3) folgt (in Fig. 480 die dünn aus-

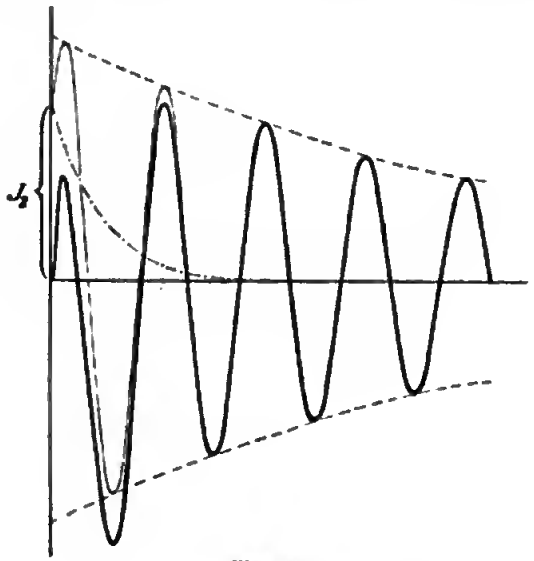


Fig. 480.

gezogene Kurve). Der Wert von i_2, den diese Kurve für den Anfang ergibt, sei J_2. Dann konstruiere man die Kurve, welche der Beziehung

$$i_2 = J_2 \cdot e^{-\frac{w_2}{p_2} \cdot t}$$

entspricht (in Fig. 480 strichpunktiert). Die Ordinaten dieser Kurve ziehe man von denen der ersten Kurve ab; die (in Fig. 480 stark ausgezogene) Differenzkurve ist die gesuchte Stromkurve.

Die Kurven von Fig. 480 sind unter der Annahme gezeichnet, daß die Schwingung im Kondensatorkreis die in Fig. 466 strichpunktierte ($\mathfrak{d} = 0{,}2$) mit der Wechselzahl $3 \cdot 10^6/_{\text{sec.}}$, der geschlossene Stromkreis der in **240** als Beispiel benützte sei (Kreisradius 25 cm, Radius des Kupferdrahtes 2,5 mm). Außerdem ist angenommen, daß in den Kreis noch so viel elektrolytischer Widerstand eingeschaltet ist, daß der gesamte Widerstand gleich der Induktanz = 13,9 Ohm wird.

c. Hätte man in den Kreis nicht noch elektrolytischen Widerstand eingeschaltet, so wäre sein effektiver Widerstand = ca. 0,03 Ohm, also nur klein gegen die Induktanz gewesen. Dann aber ist [**250 b** 2] i_2 gegen $\mathfrak{S}_a$ um ungefähr 90° in der Phase verschoben und demnach im Anfang $i_2 = J_2 = 0$. In diesem Falle treten die in **b** he-

sprochenen Komplikationen am Anfang der Schwingung überhaupt nicht auf. Die Schwingung ist von Anfang an durch die Gleichungen (2) und (3) dargestellt, die unter diesen Umständen die Form

$$i_{2\,0} = \frac{\mathfrak{S}_{a0}}{\pi n p_2}$$

$$\sphericalangle\,(i_2, \mathfrak{S}_a) = 90^0$$

annehmen [250b 2].

Setzt man noch den Wert von $\mathfrak{S}_a$ aus Gl. (1) ein und bedenkt man, daß in diesem Fall i_2 gegen i_1 um 180^0 in der Phase verschoben ist, so erhält man

$$i_2 = - i_1 \cdot \frac{p_{21}}{p_2}.$$

Das Ergebnis ist also: Wirken auf einen geschlossenen Stromkreis die Schwingungen eines Oszillators, so treten in dem geschlossenen Stromkreis im allgemeinen nicht dieselben gedämpften Schwingungen auf wie im Oszillator. Nur dann, wenn in dem geschlossenen Stromkreis die Induktanz bei weitem größer ist als der Widerstand (Grenzfall II in **250b**), ist der Strom in dem geschlossenen Kreis in jedem Moment demjenigen im Oszillator proportional, und zwar ist der Proportionalitätsfaktor unabhängig von der Wechselzahl.

318. Der Wärmeeffekt im Stromkreis.

a. Die Bedingung, Induktanz groß gegen Widerstand, ist nach **250a** von 10^6 Wechseln pro Sekunde an bei jeder Leitung aus einigermaßen dicken und gut leitenden Drähten erfüllt. Allein bei der wichtigsten Verwendung der in **317** besprochenen Anordnung ist in den Stromkreis ein Hitzdrahtinstrument (Hitzdrahtthermometer [**251c**] Bolometer [**329**]) von relativ hohem Widerstand eingeschaltet. Wohl kann man auch dann die Induktanz groß gegen den Widerstand machen, indem man dem Stromkreis statt einer einzigen Kreiswindung (Fig. 390) mehrere gibt und dadurch den Selbstinduktionskoeffizienten steigert. Aber nach **251c** wird dadurch die Empfindlichkeit der Anordnung herabgedrückt. Eine Kompensierung dieses Mangels durch stärkere Koppelung mit dem Kondensatorkreis kann unter Umständen dessen Schwingungen stören. Das Resultat ist, daß man praktisch unter Umständen doch auf Anordnungen angewiesen ist, in welchen der Grenzfall „Induktanz groß gegen Widerstand" nicht vorliegt. Für die Untersuchung der Frage, was man

mit der Anordnung von Fig. 390 dann tatsächlich mißt, darf also dieser Grenzfall nicht vorausgesetzt werden.

b. Liegt dieser Grenzfall aber nicht vor, so haben die Schwingungen in dem geschlossenen Stromkreis die komplizierte Form, die in **317 b** besprochen wurde. Es ist deshalb zu vermuten, daß der Wärmeeffekt in dem Stromkreis, von dem die Angabe des eingeschalteten Meßinstruments abhängt, auch in einer sehr komplizierten Beziehung zu den Schwingungen im Kondensatorkreis steht. Das ist im allgemeinen auch richtig. In allen praktisch wichtigen Fällen aber ist der Wärmeeffekt merklich derselbe, wie wenn die Schwingungen die Form von Gl. (2) und (3) in **317** bezw. der dünn ausgezogenen Kurve von Fig. 480 hätten, d. h. es ist der Wärmeeffekt in einem Draht vom effektiven Widerstand w bei b Entladungen pro Sekunde annähernd

$$L_w = b \cdot w \cdot \frac{i_{20}^2}{4\delta} \quad [244\,c]$$

$$= b \cdot w \cdot \frac{(\pi n p_{21})^2}{(w_2 - p_2\delta)^2 + (\pi n p_2)^2} \cdot \frac{i_{10}^2}{4\delta} \quad [317 \text{ Gl. (2)}]$$

$$= b \cdot w \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{w_2}{\pi n p_2} - \frac{\delta}{\pi n}\right)^2} \cdot \left(\frac{p_{21}}{p_2}\right)^2 \cdot \frac{i_{10}^2}{4\delta}$$

$$= b \cdot w \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{w_2}{\pi n p_2}\right)^2} \cdot \left(\frac{p_{21}}{p_2}\right)^2 \cdot \frac{i_{10}^2}{4\delta}$$

bei nicht sehr starker Dämpfung. Hätte man das Instrument direkt in den Kondensatorkreis eingeschaltet, so wäre der Wärmeeffekt in demselben

$$= b \cdot w \cdot \frac{i_{10}^2}{4\delta}$$

gewesen. Daraus folgt: Induziert ein Kondensatorkreis auf einen geschlossenen Stromkreis, in dem sich ein Hitzdrahtinstrument befindet, so ist der Wärmeeffekt in demselben proportional demjenigen, welchen man bei Einschaltung des Instruments in den Kondensatorkreis selbst erhalten hätte. Der Proportionalitätsfaktor ist aber im allgemeinen von der Wechselzahl der Schwingung abhängig. Nur dann, wenn die Induktanz des geschlossenen Stromkreises groß ist gegen den Widerstand, wird der Wärmeeffekt, der in diesem Fall

$$= b \cdot w \cdot \left(\frac{p_{21}}{p_2}\right)^2 \cdot \frac{i_{10}^2}{4\delta}$$

ist, ebenso weit [243] von der Wechselzahl unabhängig, wie wenn das Hitzdrahtinstrument sich im Kondensatorkreis selbst befunden hätte. Die Realisierung dieses Falles ist also anzustreben, wenn es sich um Messungen bei verschiedenen Wechselzahlen handelt.

§ 2. Einwirkung eines Oszillators auf einen anderen bei extrem loser Koppelung.

319. Erzwungene Schwingungen und Eigenschwingungen. Allgemeiner Fall.

Ein Oszillator (z. B. Kondensatorkreis) werde durch einen Induktor oder eine Influenzmaschine in Schwingungen versetzt. Er induziere auf einen zweiten Oszillator (etwa ebenfalls Kondensatorkreis) in so loser Koppelung, daß die Rückwirkung dieses sekundären Oszillators auf den primären völlig unmerklich ist. Dann verlaufen die Schwingungen im primären Oszillator so, als ob der sekundäre nicht vorhanden wäre, und auf den sekundären wirkt eine EMK $\mathfrak{E}_a$, deren Wechselzahl n_1 und Dämpfung δ_1 diejenige des primären Oszillators sind [317 a, b]. Die Frage ist: welcher Art sind die Schwingungen, welche in dem sekundären Oszillator unter dem Einfluß dieser EMK zu stande kommen?

a. Die Aufgabe ist analog der in Kap. XIII behandelten. Der einzige Unterschied besteht darin, daß die äußere EMK $\mathfrak{E}_a$, welche auf den sekundären Oszillator wirkt, jetzt nicht mehr ungedämpft, sondern gedämpft ist. In Kapitel XIII [303] war das Resultat: Es entstehen in dem Kondensatorkreis Schwingungen:

(1) Erzwungene Schwingungen (i_1 bezw. $\mathfrak{V}_1$), welche dieselbe Wechselzahl n_1 haben wie die äußere EMK und wie diese ungedämpft sind.

(2) Eigenschwingungen (i_2 bezw. $\mathfrak{V}_2$) von der dem Kondensatorkreis eigentümlichen Wechselzahl n_2 und Dämpfung δ_2.

Analoges gilt, wie die Theorie zeigt[201]), auch in dem jetzt vorliegenden Fall. Man erhält im sekundären Oszillator ebenfalls zwei Schwingungen,

(1) erzwungene Schwingungen, deren Wechselzahl n_1 und Dämpfung δ_1 dieselbe ist wie diejenige der äußeren EMK $\mathfrak{E}_a$, d. h. wie diejenige des primären Oszillators.

(2) Eigenschwingungen von der dem sekundären Oszillator eigentümlichen Wechselzahl n_2 und Dämpfung δ_2.

b. Die Amplitude und Phase der erzwungenen Schwingungen bestimmt sich ähnlich wie in dem Fall von Kapitel XIII durch die

Wechselzahlen der beiden Oszillatoren und ihre Dämpfungsfaktoren. Und zwar können die Beziehungen für Amplitude und Phase aus denjenigen in **310 a** unmittelbar abgeleitet werden, indem man an Stelle des dort auftretenden einzigen Dämpfungsfaktors δ die Differenz $\delta_1 - \delta_2$ der Dämpfungsfaktoren beider Oszillatoren setzt. Es ist also

$$\left.\begin{aligned} i_{10} &= \frac{\pi n_1}{p_2 \sqrt{[(\pi n_1)^2 - (\pi n_2)^2 - (\delta_1 - \delta_2)^2]^2 + [\pi n_1 . 2(\delta_1 - \delta_2)]^2}} \cdot \mathfrak{E}_{a0}{}^{*)} \\ \mathfrak{V}_{10} &= \frac{(\pi n_2)^2}{\sqrt{[(\pi n_1)^2 - (\pi n_2)^2 - (\delta_1 - \delta_2)^2]^2 + [\pi n_1 . 2(\delta_1 - \delta_2)]^2}} \cdot \mathfrak{E}_{a0}{}^{*)} \\ \operatorname{tg}(\mathfrak{V}_1, \mathfrak{E}_a) &= \frac{2 \pi n_1 . (\delta_1 - \delta_2)}{(\pi n_1)^2 - (\pi n_2)^2 - (\delta_1 - \delta_2)^2} . \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

c. Für die Amplitude und Phase der Eigenschwingungen ist wie in **305** maßgebend einerseits die Bedingung, daß im Anfang sowohl Strom als Spannung im sekundären Oszillator Null sein muß, andererseits der Anfangswert von $\mathfrak{E}_a$. Die Verhältnisse werden auch hier nur dann einfach, wenn einer der in **305** besprochenen Fälle vorliegt. Von diesen interessiert praktisch nur der, daß im ersten Moment der Strom im primären Oszillator Null und demnach die EMK $\mathfrak{E}_a$, welche auf den sekundären Oszillator wirkt, gerade im Maximum bezw. Minimum ist [**317 a**]. Dann ist analog dem entsprechenden Fall bei den ungedämpften Schwingungen [**305 c 1**]

$$\frac{\mathfrak{V}_{20}}{\mathfrak{V}_{10}} = \frac{\sqrt{(\pi n_2)^2 + (\delta_1 - \delta_2)^2}}{\pi n_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

oder, wenn beide Schwingungen nicht extrem stark gedämpft sind,

$$\mathfrak{V}_{20} = \mathfrak{V}_{10} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\,a)$$

Da ferner annähernd [**185 c** und **248**]

$$i_0 = \pi n c . \mathfrak{V}_0$$

ist, so folgt aus Gl. (2 a)

$$\frac{i_{20}}{i_{10}} = \frac{n_2}{n_1} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

---

*) Diese Beziehungen gelten bei nicht extrem starker Dämpfung; bei beliebiger Dämpfung sind sie zu ersetzen durch

$$i_{10} = \frac{\sqrt{(\pi n_1)^2 + \delta_1{}^2}}{p_2 \sqrt{[(\pi n_1)^2 - (\pi n_2)^2 - (\delta_1 - \delta_2)^2]^2 + [\pi n_1 . 2(\delta_1 - \delta_2)]^2}} \cdot \mathfrak{E}_{a0}$$

$$\mathfrak{V}_{10} = \frac{(\pi n_2)^2 + \delta_2{}^2}{\sqrt{[(\pi n_1)^2 - (\pi n_2)^2 - (\delta_1 - \delta_2)^2]^2 + [\pi n_1 . 2(\delta_1 - \delta_2)]^2}} \cdot \mathfrak{E}_{a0}.$$

Die Phase der Eigenschwingungen erhält man in diesem Fall genau wie in **305 c 1**: Man zeichne die Kurve der erzwungenen Schwingung ($\mathfrak{V}_1$ bezw. i_1), wie sie aus Gl. (1) folgt, dann die Kurve der Eigenschwingung ($\mathfrak{V}_2$ bezw. i_2) mit derjenigen Amplitude, die sich aus Gl. (2) bezw. (3) ergibt. Man verschiebe dann die Kurve der Eigenschwingung so, daß für den ersten Moment der Wert von $\mathfrak{V}_2$ bezw. i_2 gleich, aber von entgegengesetztem Vorzeichen wird wie der Anfangswert von $\mathfrak{V}_1$ bezw. i_1.

d. Aus Gl. (1) folgt ebenso wie in **310 d**, daß die Amplitude der erzwungenen Schwingungen etwa für $n_2 = n_1$ ein Maximum wird. Dasselbe gilt dann unter den Bedingungen von **c** auch für die Eigenschwingungen.

320. Verlauf der Schwingung bei Isochronität.

Der einfachste und zugleich praktisch wichtigste Fall ist der, daß die Wechselzahlen der beiden Oszillatoren und demnach auch im Sekundärsystem die Wechselzahlen der erzwungenen und der Eigenschwingung gleich sind (Fall der Isochronität).

a. Vorerst folgt dann aus **319** Gl. (2a) und (3), daß nicht nur die Spannungsamplituden, sondern auch die Stromamplituden der erzwungenen und der Eigenschwingung gleich werden. Sodann ergibt sich aus **319** Gl. (1) $\sphericalangle (\mathfrak{V}_1, \mathfrak{S}_a) =$ annähernd $90°$ und demnach $\sphericalangle (i_1, \mathfrak{S}_a) = 0$. Es wird also hier wie bei den ungedämpften Schwingungen der Strom der erzwungenen Schwingung gleichphasig mit der EMK $\mathfrak{S}_a$. Da diese im Anfang der Schwingung gerade im Maximum oder Minimum ist, ist es auch der Strom der erzwungenen Schwingung und nach **319 c** dann auch der Strom der Eigenschwingung. Die Stromkurven der erzwungenen und der Eigenschwingung müssen also zueinander in demselben Verhältnis stehen wie die leicht ausgezogene und die strichpunktierte Kurve in Fig. 466.

b. Um im übrigen ein Bild davon zu bekommen, wie bei Isochronität die Schwingung verläuft, genügt es nach **308 c**, die Amplitudenkurven der beiden Schwingungen und aus diesen in der dort angegebenen Weise die Differenzkurve zu konstruieren.

Ist zur Zeit t die Amplitude $\mathfrak{A}_1$ der erzwungenen Schwingung $= i_{1\,0} \cdot e^{-\delta_1 t}$ diejenige $\mathfrak{A}_2$ der Eigenschwingung $= i_{2\,0} \cdot e^{-\delta_2 t}$, so gilt, da im vorliegenden Fall $i_{2\,0} = i_{1\,0}$ ist, für die Amplitude $\mathfrak{A}$ der resultierenden Schwingung

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_1 - \mathfrak{A}_2 = i_{1\,0} (e^{-\delta_1 t} - e^{-\delta_2 t}). \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Diese Beziehung versagt, wenn die beiden Dämpfungsfaktoren gleich ($\delta_1 = \delta_2 = \delta$) sind. Es tritt dann[202]) an ihre Stelle die Beziehung

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_0 \,.\, t \,.\, e^{-\delta t}; \quad . \quad . \quad (2)$$

die Form der Amplitudenkurve besitzt aber keinen anderen Charakter, als wenn δ_1 von δ_2 verschieden ist.

In Fig. 481 ist die Konstruktion durchgeführt für zwei Schwingungen mit den Dekrementen 0,08 und 0,02, in Fig. 482 für die Dekremente 0,08 und 0,2 und in Fig. 483 für zwei Schwingungen, welche dasselbe Dekrement 0,08 haben**).

Zum Teil schon aus diesen Kurven, zum Teil aus einer einfachen Diskussion der Gl. (1) und (2) läßt sich das folgende ableiten: Sind die Dämpfungen der beiden Schwingungen genau oder annähernd gleich, so steigt die Amplitude umso rascher an und fällt umso rascher ab, je größer die Dämpfung ist. Sind die Dämpfungen verschieden, so ist die Geschwindigkeit, mit welcher die Amplitude ansteigt, in erster Linie bestimmt durch die Schwingung mit der stärkeren Dämpfung und erfolgt umso rascher, je stärker diese ist. Der Abfall der Amplitude hängt im wesentlichen von der schwächer ge-

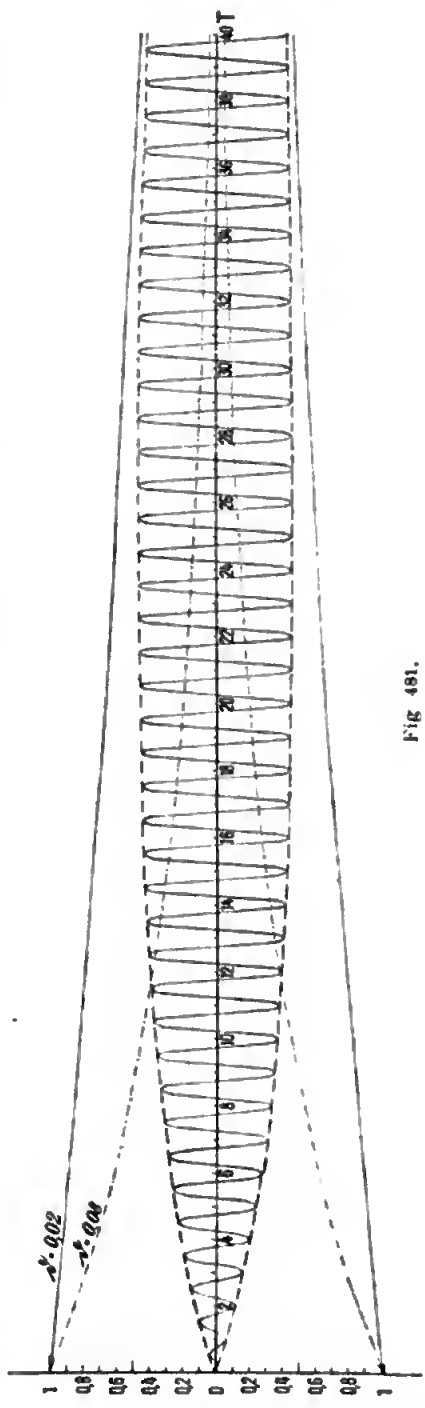


Fig. 481.

*) Und zwar ist

$$\mathfrak{A}_0 = \frac{1}{2\pi^2 n^2 p_2} \,.\, \mathfrak{E}_{a0}.$$

**) Etwa 0,2 ist das Dekrement eines linearen Senders, dessen Länge sehr groß gegen seinen Querschnitt ist [vgl. 296 b], 0,08 das Dekrement eines Kondensatorkreises mit Funkenstrecke [219] und 0,02 das Dekrement eines Kondensatorkreises ohne Funkenstrecke mit einem Widerstand mittlerer Größe [240 d].

dämpften Schwingung ab und erfolgt umso langsamer, je schwächer diese gedämpft ist.

Bei großer Verschiedenheit der beiden Dämpfungsfaktoren ist schon nach kurzer Zeit der Verlauf der

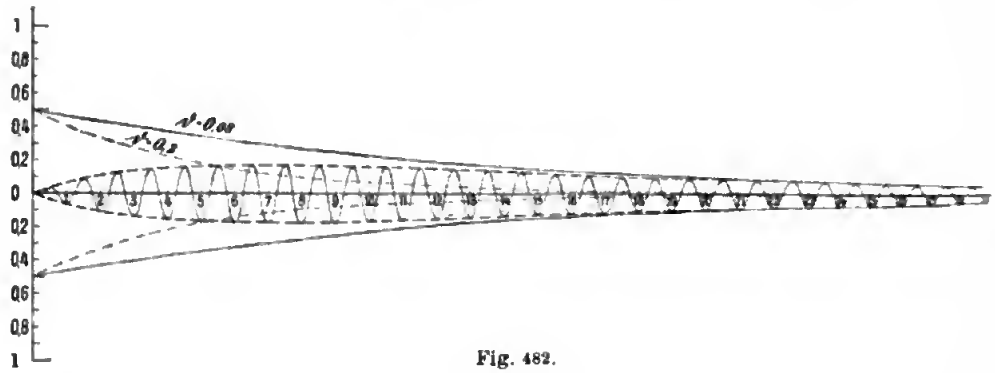


Fig. 482.

Schwingung merklich so, wie wenn nur die schwächer gedämpfte Schwingung vorhanden wäre.

Bemerkenswert ist außerdem, daß der Verlauf der Schwingung unverändert bleibt, wenn man δ_1 und δ_2 vertauscht. Ob also ein stark gedämpfter Oszillator auf einen schwach gedämpften oder ein schwach gedämpfter auf einen stark gedämpften induziert, hat für die

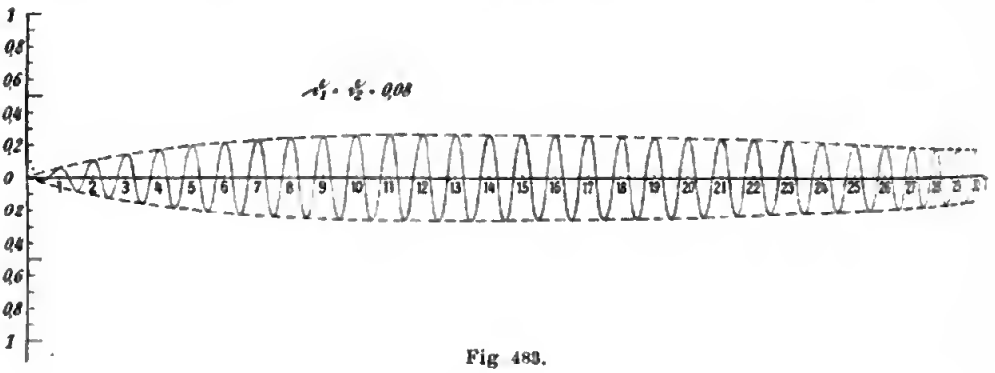


Fig 483.

Schwingungen im sekundären Oszillator dieselbe Wirkung, wenn in beiden Fällen dieselben Dämpfungsfaktoren vorliegen.

c. Die Frage, wie hoch die Amplitude im Maximum ansteigt, wie groß die „*Maximalamplitude*“ ($\mathfrak{A}_{max}$ bezw. i_{max}) ist, kann hier bei weitem nicht so einfach beantwortet werden wie in **308a**. Dort war die Maximalamplitude identisch mit der Amplitude der erzwungenen Schwingung. Hier ist das, wie die Fig. 482 und 483 zeigen, keines-

wegs der Fall. Zwar ist auch hier die Amplitude der erzwungenen Schwingung, für welche nach **308a** und **319b** im Fall der Isochronität

$$i_{10} = i_{20} = \frac{\mathfrak{E}_{a0}}{2p_2(\delta_1 - \delta_2)}, \quad \ldots \quad (3)$$

$$\mathfrak{V}_{10} = \mathfrak{V}_{20} = \frac{\pi n \cdot \mathfrak{E}_{a0}}{2(\delta_1 - \delta_2)} \quad \ldots \quad (4)^*)$$

gilt, einer der Faktoren, welche die Maximalamplitude bestimmen. Aber außer von ihr hängt die Maximalamplitude noch wesentlich davon ab, wie rasch die Amplitude der Schwingung ansteigt und abfällt. Während also für die Amplitude der erzwungenen Schwingung nur die Differenz der Dämpfungsfaktoren maßgebend ist, muß für die Maximalamplitude auch noch der Wert jedes einzelnen Dämpfungsfaktors eine Rolle spielen. Tatsächlich gilt, wie die Theorie zeigt [203]), für die Maximalamplitude der Spannung

$$\mathfrak{V}_{max} = \frac{\pi n}{2} \cdot \frac{\delta_2^{\frac{\delta_2}{\delta_1 - \delta_2}}}{\delta_1^{\frac{\delta_1}{\delta_1 - \delta_2}}} \cdot \mathfrak{E}_{a0} = \frac{\pi n}{2\delta_2} \cdot \left(\frac{\delta_1}{\delta_2}\right)^{\frac{\delta_1}{\delta_2 - \delta_1}} \cdot \mathfrak{E}_{a0} \quad \ldots \quad (5)$$

oder, wenn man statt der Dämpfungsfaktoren die Dekremente einführt,

$$\mathfrak{V}_{max} = \pi \cdot \frac{b_2^{\frac{b_2}{b_1 - b_2}}}{b_1^{\frac{b_1}{b_1 - b_2}}} \mathfrak{E}_{a0} = \frac{\pi}{b_2} \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{\frac{b_1}{b_2 - b_1}} \mathfrak{E}_{a0} \quad \ldots \quad (6)$$

321. Verlauf der Schwingung bei geringer Verschiedenheit der Wechselzahlen.

Wenn die Wechselzahlen der beiden Oszillatoren verschieden sind, erhält man im allgemeinen wie in **305a** sehr verwickelte Schwingungen. Relativ einfach bleiben sie dann, wenn der Unterschied der Wechselzahlen nur gering ist.

Nimmt man z. B. an, die Schwingungen haben wie bei Fig. 482 die Dekremente 0,08 und 0,2 und ihre Wechselzahlen unterscheiden sich um 10 %, so erhält man als Kurve der erzwungenen Schwingung die schwach ausgezogene Kurve von Fig. 484**), als Kurve der Eigenschwingung die strichpunktierte und als resultierende Schwingung die

*) Für $\delta_1 = \delta_2$ nicht gültig; vgl. b.

**) Die Maßstäbe der Fig. 484 und 485 sind untereinander und gegenüber demjenigen der Fig. 481, 482 und 483 verschieden.

stark ausgezogene Kurve. Bei Gleichheit der Dekremente ($\mathfrak{d}_1 = \mathfrak{d}_2 = 0{,}08$ wie bei Fig. 483) nimmt die resultierende Schwingung die Gestalt der Kurve von Fig. 485 an.

Man kann auch jetzt noch die Verhältnisse so auffassen, als ob nur eine einzige Schwingung und zwar von der Wechselzahl $\frac{n_1 + n_2}{2}$ vorhanden wäre. Aber im Gegensatz zum Fall der Isochronität fällt

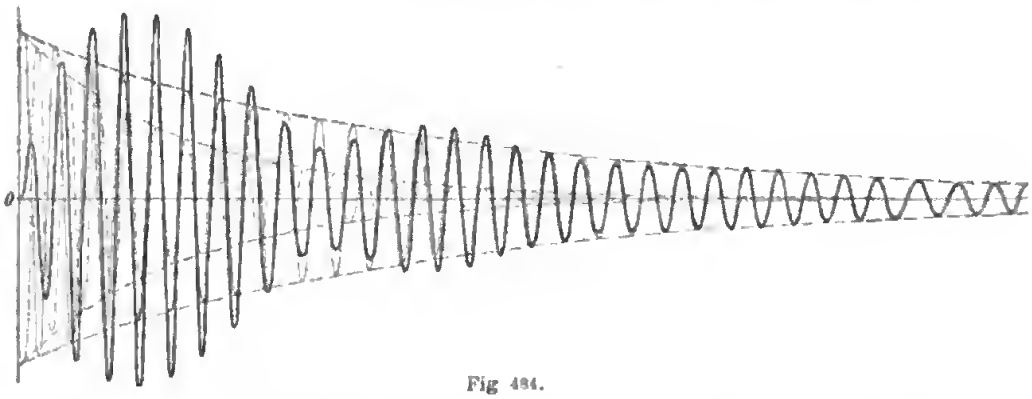


Fig. 484.

die Amplitude, nachdem sie einmal angestiegen ist, nicht ununterbrochen zu Null ab, sondern sie wird in regelmäßigen Intervallen größer und kleiner. Man erhält also das, was man in der Akustik „*Schwebungen*“ nennt.

Bezüglich dieser Schwebungen[204]) kann zum Teil schon aus den

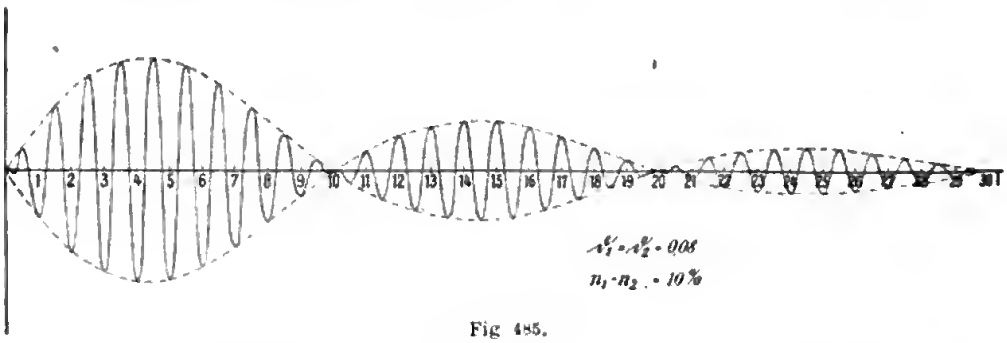


Fig. 485.

Fig. 484 und 485, zum Teil durch eine einfache Ueberlegung das folgende abgeleitet werden:

(1) Die Schwebungen sind umso ausgesprochener, d. h. der Unterschied zwischen einem Maximum und Minimum der Amplitude umso größer, je weniger sich die Dämpfungen der beiden Schwingungen unterscheiden.

(2) Die Anzahl der Schwebungen pro Sekunde ist umso größer, je größer der Unterschied der beiden Wechselzahlen ist; und zwar ist dieselbe $\frac{n_1 - n_2}{2}$.

(3) Je nach einer Schwebung ändert im Fall von Fig. 485 die resultierende Schwingung ihre Phase um 180°.

Den Grund, weshalb solche Schwebungen auftreten, übersieht man unmittelbar, wenn man in Fig. 484 die erzwungenen und die Eigenschwingungen miteinander vergleicht. Im Anfang sind sie um 180° gegeneinander in der Phase verschoben, schwächen sich also; allmählich werden sie gleichphasig und verstärken sich, um dann wieder eine Phasendifferenz von 180° zu bekommen und sich zu schwächen u. s. f.

§ 3. Resonanzkurven bei der Wirkung eines Oszillators auf einen anderen.

322. Allgemeines.

Wird die Wechselzahl eines der beiden Oszillatoren geändert, so ändern sich die Schwingungen im sekundären und es lassen sich in genau derselben Weise wie in **310** ff. Resonanzkurven konstruieren, welche zeigen, in welcher Weise die Wirkung im Sekundärsystem von der veränderlichen Wechselzahl abhängt.

Ebenso wie in **310** ist es auch im vorliegenden Fall nicht gleichgültig, ob man die Wechselzahl des Primärsystems oder diejenige des sekundären ändert, ferner, ob die Aenderung der Wechselzahl durch Aenderung des Selbstinduktionskoeffizienten oder der Kapazität erfolgt. Im folgenden soll, wenn es nicht ausdrücklich anders bemerkt ist, immer angenommen werden, daß das Primärsystem unverändert gelassen wird, dagegen die Wechselzahl des sekundären und zwar durch Aenderung der Kapazität variiert wird.

a. Für die Abszissen der Resonanzkurven gilt das in **310e** Gesagte. Es empfiehlt sich meist, die Werte des Verhältnisses n_2/n_r als Abszissen zu verwenden, worin n_r diejenige Wechselzahl bedeutet, bei welcher Resonanz, d. h. maximale Wirkung im Sekundärsystem eintritt.

b. Was man als Ordinaten benützt, hängt davon ab, in welcher Weise man die Wirkung im Sekundärsystem mißt.

(1) Geschieht es mit einem Hitzdrahtinstrument oder Dynamometer, so ist für dessen Ausschlag der Mittelwert von $i_2^2 = i_2^2{}_{\text{eff}}$

maßgebend. Ist der Ausschlag des Instruments diesem proportional, was nach 43 für Bolometer und nach 247 für Dynamometer annähernd zutrifft, so ist es am einfachsten, als Ordinaten den Ausschlag des Instruments aufzutragen. Die Resonanzkurve, deren Ordinaten i^2_{eff} proportional sind, soll die Resonanzkurve des Stromeffekts heißen.

(2) Beobachtet man statt dessen mit einem Elektrometer [246] die Spannung $\mathfrak{V}$ zwischen zwei Punkten des Sekundärsystems — z. B. wenn das Sekundärsystem ein Kondensatorkreis ist, zwischen den Kondensatorbelegungen —, so ist der beobachtete Ausschlag durch den Mittelwert von $\mathfrak{V}^2 = \mathfrak{V}^2_{eff}$ bedingt. Ist er diesem proportional, so wird man auch hier als Ordinaten die Ausschläge des Elektrometers benützen. Die Resonanzkurven, deren Ordinaten $\mathfrak{V}^2_{eff}$ proportional sind, sollen im folgenden als Resonanzkurven des Spannungseffekts bezeichnet werden.

(3) Wird endlich die Spannung $\mathfrak{V}$ durch die Schlagweite an einem Funkenmikrometer gemessen, so ist es wahrscheinlich, daß diese zum mindesten bei mäßig hohen Wechselzahlen durch die Maximalamplitude der Spannung bestimmt ist. Es liegt also am nächsten, als Ordinaten die Spannung aufzutragen, welche nach Tab. XIX zu der betreffenden Schlagweite gehört [vgl. 253a]. Die so erhaltenen Resonanzkurven sind im folgenden gemeint, wenn von Resonanzkurven der Maximalamplitude die Rede ist.

Sollen Resonanzkurven miteinander verglichen werden, bei deren experimenteller Aufnahme die Amplitude der Primärschwingung nicht dieselbe war, so hat man wie in 308f die Resonanzkurven dadurch, daß man den Maßstab der Ordinaten ändert, so umzuzeichnen, daß die Resonanzkurven in ihren Scheitelpunkten gleiche Ordinaten haben. Oder mau trägt von Anfang an als Ordinaten nicht direkt den Ausschlag α des Meßinstruments (bezw. i^2_{eff} oder $\mathfrak{V}^2_{eff}$), sondern das Verhältnis α/α_r (α_r = Ausschlag bei Resonanz) bezw. $i^2_{eff} : i_r{}^2_{eff}$ oder $\mathfrak{V}^2_{eff} : \mathfrak{V}_r{}^2_{eff}$ auf.

323. Die Resonanzkurve des Stromeffekts.

a. Für den Stromeffekt i^2_{eff} im Sekundärkreis ergibt die Theorie[205])

$$i^2_{eff} = \frac{\mathfrak{S}_{a0}{}^2}{16\, p_2{}^2} \cdot \frac{\delta_1 + \delta_2}{\delta_1 \delta_2} \cdot \frac{1}{\pi^2 (n_1 - n_2)^2 + (\delta_1 + \delta_2)^2} \cdot \quad (1)$$

Diese Gleichung ist gültig, wenn

(1) beide Schwingungen nicht extrem stark gedämpft sind, so daß $\delta_1{}^2$ klein gegen $(\pi n_1)^2$, $\delta_2{}^2$ gegen $(\pi n_2)^2$ ist und

(2) n_1 und n_2 nicht sehr viel voneinander verschieden sind, so daß $(n_1 - n_2)^2$ gegen n_1^2 oder n_2^2 vernachlässigt werden kann. Für die Konstruktion der Resonanzkurven darf also die Gl. (1) nur verwendet werden, solange es sich um den Verlauf in der Nähe des Isochronitätspunkts handelt.

Nach Gl. (1) wird der Stromeffekt augenscheinlich ein Maximum für $n_2 = n_1$. Die Resonanz des Stromeffekts tritt also bei Isochronität der beiden Schwingungen ein; der Scheitel der Resonanzkurve besitzt die Abszisse n_1.

b. Bei Isochronität der beiden Oszillatoren wird

$$i_r^2{}_{eff} = \frac{\mathfrak{E}_{a_0}^2}{16\, p_2^2} \cdot \frac{1}{\delta_1\, \delta_2\, (\delta_1 + \delta_2)}, \quad \ldots \quad (2)$$

oder, wenn man die Dekremente, welche die beiden Oszillatoren bei Isochronität besitzen $\left(\mathfrak{d}_1 = \frac{\delta_1}{n_1/_2},\ \mathfrak{d}_2 = \frac{\delta_2}{n_1/_2}\right)$, einführt

$$i_r^2{}_{eff} = \frac{\mathfrak{E}_{a_0}^2}{2\, p^2\, n_1^3} \cdot \frac{1}{\mathfrak{d}_1\, \mathfrak{d}_2\, (\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2)}. \quad \ldots \quad (2a)$$

Bei derselben Wechselzahl n_1 steigt bei Resonanz der Stromeffekt umso bedeutender an, je geringer gedämpft die beiden Schwingungen sind.

In Fig. 486 ist die Resonanzkurve gezeichnet für die beiden Schwingungen von Fig. 481 (stark ausgezogene Kurve a) und für die beiden Oszillatoren von Fig. 482 (schwach ausgezogene Kurve b). Dabei ist angenommen, daß $\mathfrak{E}_{a_0}$ in beiden Fällen dieselbe Größe hat, und unter dieser Annahme sind beide Kurven in demselben Maßstab gezeichnet. Als Abszissen sind die Werte von n_2/n_1 aufgetragen, für welchen Fall man Gl. (1) bequemer in der Form

$$\left.\begin{aligned} i_r^2{}_{eff} &= \frac{\mathfrak{E}_{a_0}^2}{16\, (\pi\, n_1\, p_2)^2} \cdot \frac{\delta_1 + \delta_2}{\delta_1\, \delta_2} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right)^2 + \left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{\pi\, n_1}\right)^2} \\ &= \frac{\mathfrak{E}_{a_0}^2}{8\, \pi^2\, p_2^2\, n_1^3} \cdot \frac{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2}{\mathfrak{d}_1\, \mathfrak{d}_2} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right)^2 + \left(\frac{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2}{2\pi}\right)^2} \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

schreibt.

c. Der Verlauf der Resonanzkurve ist im wesentlichen durch den Wert von $\delta_1 + \delta_2$ bezw. $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$ bestimmt. Um die Kurven a und b von Fig. 486 bezüglich ihres Verlaufs vergleichen zu können, empfiehlt es sich, die Kurve b durch Aenderung des Maßstabs der Ordinaten

auf denselben Scheitelpunkt zu bringen wie die Kurve a. Sie nimmt dadurch die Gestalt der in Fig. 486 strichpunktierten Kurve c an, verläuft also in der Nähe des Resonanzpunkts bedeutend flacher als die Kurve a. Daß dies allgemein gilt, daß von zwei Resonanzkurven mit demselben Scheitelpunkt und denselben Abszissen diejenige flacher verläuft, für welche die

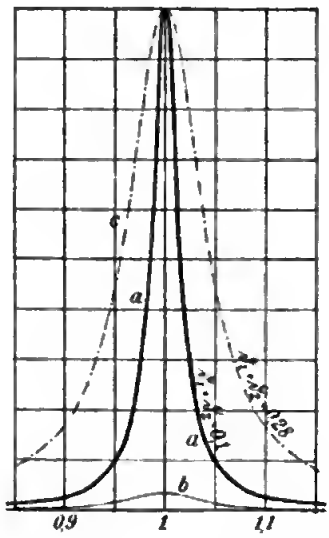


Fig. 486

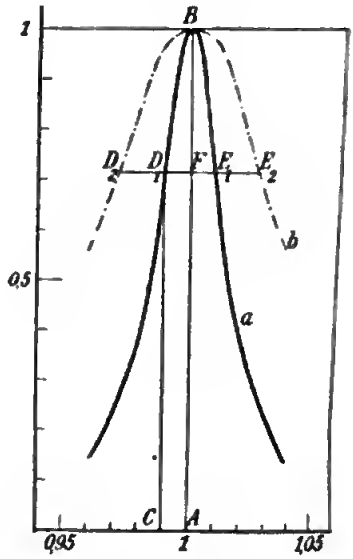


Fig. 487.

Summe der Dekremente größer ist, kann in genau derselben Weise bewiesen werden wie in **311 b**. Es folgt aus Gl. (2) und (3):

$$y = \frac{i^2_{eff}}{{i_r}^2_{eff}} = \frac{\left(\frac{b_1 + b_2}{2\pi}\right)^2}{\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right)^2 + \left(\frac{b_1 + b_2}{2\pi}\right)^2}, \quad \ldots \quad (4)$$

oder, wenn man wieder wie in **311 b** den Unterschied zwischen der Abszisse (n_2/n_1) eines Punktes und derjenigen des Resonanzpunkts $(n_2/n_1 = 1)$ mit x bezeichnet,

$$y = \frac{i^2_{eff}}{{i_r}^2_{eff}} = \frac{1}{1 + \frac{x^2}{\left(\frac{b_1 + b_2}{2\pi}\right)^2}} \quad \ldots \quad (5)$$

Definiert man auch hier [**312**] als „Schärfe" der Resonanz den reziproken Wert des Krümmungsradius ρ, welchen die Resonanzkurve

— Abszissen n_2/n_1, Ordinaten $y = (i^2_{eff}/i_r{}^2_{eff})$ — im Scheitelpunkt besitzt, so ergibt Gl. (5) für dieselbe

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2}{\left(\frac{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2}{2\pi}\right)^2}.$$

Die Schärfe der Resonanz hängt nur von der Summe der Dekremente der beiden Oszillatoren ab.

d. In Fig. 487 sind Resonanzkurven für dieselben Dekremente wie die Kurven a und c von Fig. 486 gezeichnet. Parallel zur Abszissenachse ist eine Gerade gezogen, welche die beiden Resonanzkurven in den Punkten D_1, E_1 bezw. D_2, E_2 schneidet. Dann folgt aus Gl. (5) ebenso einfach wie in **311 c**

$$\frac{(\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2)_1}{(\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2)_2} = \frac{D_1 E_1}{D_2 E_2}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

wenn mit $(\mathfrak{d}_1$ und $\mathfrak{d}_2)_1$ bezw. $(\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2)_2$ die Summe der Dekremente im Falle von Kurve a bezw. von Kurve b bezeichnet wird.

e. Endlich führt Gl. (5) unmittelbar zu der Beziehung

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 2\pi x \cdot \sqrt{\frac{i^2_{eff}}{i_r{}^2 - i^2_{eff}}} = 2\pi x \cdot \sqrt{\frac{y}{1-y}}, \quad (7)$$

oder es gilt für die Resonanzkurve a von Fig. 487

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 2\pi \cdot AC \cdot \sqrt{\frac{FA}{FB}} \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

und zwar gleichgültig, ob in der Kurve als Ordinaten die Werte von i^2_{eff} oder von $(i^2_{eff}/i_r{}^2_{eff})$ aufgetragen wurden.

Die Beziehung Gl. (8) setzt aber voraus, daß als Abszissen der Resonanzkurven n_2/n_1 aufgetragen wurde. Sind als Abszissen unmittelbar die Werte von n_2 benützt, so gilt statt Gl. (8)

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = \frac{2\pi}{n} \cdot AC \cdot \sqrt{\frac{FA}{FB}}. \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

324. Resonanzkurve des Spannungseffekts.

a. Die Beziehung, aus welcher die Resonanzkurve des Spannungseffekts abgeleitet werden muß, ist[205]):

$$\mathfrak{V}^2_{eff} = \frac{\mathfrak{E}_{a_0}{}^2}{16\pi n_1} \cdot \frac{\delta_1 + \delta_2}{\delta_1 \delta_2} \cdot \frac{(\pi n_2)^3}{\pi^2 (n_1 - n_2)^2 + (\delta_1 + \delta_2)^2}. \quad (1)$$

Sie gilt unter denselben Voraussetzungen wie Gl. (1) in **323**. Es folgt aus ihr für den Fall der Isochronität ($n_2 = n_1$)

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{V}_x^2 &= \frac{\mathfrak{E}_{s_0}^2 (\pi n_1)^2}{16} \cdot \frac{1}{\delta_1 \delta_2 (\delta_1 + \delta_2)} \\ &= \frac{\mathfrak{E}_{s_0}^2 \cdot \pi^2}{2 n_1} \cdot \frac{1}{b_1 b_2 (b_1 + b_2)} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (2)$$

und daraus

$$y = \frac{\mathfrak{V}^2_{\text{eff}}}{\mathfrak{V}_x^2{}_{\text{eff}}} = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \left(\frac{b_1 + b_2}{2\pi}\right)^2}{\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right)^2 + \left(\frac{b_1 + b_2}{2\pi}\right)^2} \quad \ldots \quad (3)$$

b. In Fig. 488 (Kurven a und b) sind die Resonanzkurven des Spannungseffekts gezeichnet für dieselben Schwingungen, auf welche sich die Resonanzkurven des Stromeffektes a und c in Fig. 486 bezogen. Obgleich die Beziehungen für den Spannungseffekt verschieden sind von denjenigen in **323** für den Stromeffekt, und demnach auch

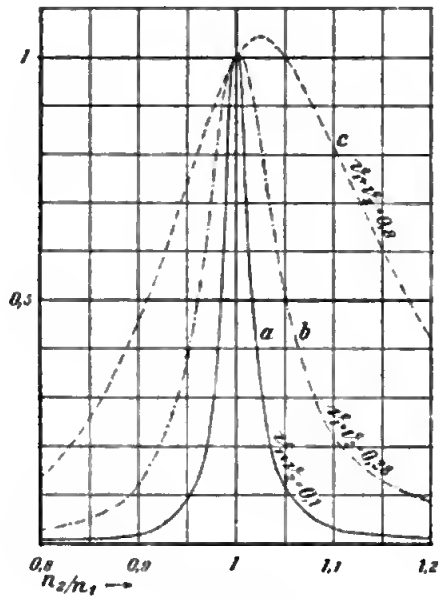


Fig. 488.

unmöglich die Resonanzkurven in beiden Fällen denselben Verlauf nehmen können, so ist doch der Unterschied zwischen den Kurven a und b von Fig. 488 und den Kurven a und c von Fig. 486 kaum merklich. Das gilt allgemein: Die Resonanzkurven des Spannungs-

effekts unterscheiden sich von denjenigen des Stromeffekts nur sehr wenig, solange die Summe der Dekremente $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$ klein gegen 2π ist. In diesem Fall gelten dann alle in **323** für den Stromeffekt aufgestellten Beziehungen auch für die Resonanzkurve des Spannungseffekts, und zwar umso genauer, je kleiner die Summe der Dekremente ist.

c. Ist die Summe der beiden Dekremente relativ beträchtlich, wie z. B. im Fall der Kurve c in Fig. 488 ($\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 0{,}8$), dann tritt hauptsächlich ein Unterschied zwischen der Resonanzkurve des Spannungseffekts und derjenigen des Stromeffekts auf. Der Spannungseffekt wird, wie in **313**, nicht mehr dann ein Maximum, wenn die Wechselzahlen der beiden Schwingungen gleich sind, sondern dann, wenn sie etwas verschieden sind. Der Resonanzpunkt ist also verschieden von dem Punkte der Isochronität.

Die Beziehung **323** Gl. (5), welche dort den Verlauf der Resonanzkurve in der Nähe des Isochronitätspunkts lieferte und welche, solange x^2 klein ist gegen $\left(\frac{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2}{2\pi}\right)^2$, auf die Form gebracht werden kann

$$y = 1 - \frac{x^2}{\left(\frac{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2}{2\pi}\right)^2},$$

ist jetzt zu ersetzen durch

$$y = 1 + 3x - \frac{x^2}{\left(\frac{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2}{2\pi}\right)^2}.$$

Sie gibt, wie man unmittelbar übersieht, nicht für $x = 0$, d. h. für Isochronität, einen maximalen Wert von y und damit des Spannungseffekts, sondern das Maximum liegt tatsächlich bei

$$x = \frac{3}{2}\left(\frac{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2}{2\pi}\right)^2.$$

Allein bei dem schon sehr hohen Wert $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 0{,}5$ wird für Resonanz erst $x = 0{,}01$, d. h. der Unterschied zwischen der Wechselzahl, bei welcher Resonanz eintritt, und derjenigen, bei welcher die Schwingungen isochron sind, beträgt erst 1%. In allen praktisch in Betracht kommenden Fällen ist also der Unterschied zwischen Resonanz und Isochronität nur sehr gering.

d. Auch für die Resonanzkurve des Spannungseffekts besteht eine ganz ähnliche Beziehung, wie die in **323e** für den Stromeffekt festgestellte. Es ist auch hier

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 2\pi \,.\, AC \,.\, \sqrt{\frac{FA}{FB}},$$

wenn A den zum Scheitelpunkt — also nicht Isochronitätspunkt — B gehörigen Punkt der Abszissenachse bezeichnet und F und C dieselbe Bedeutung haben wie in **323e**.

325. Resonanzkurve der Maximalamplitude.

Die Beziehung, welche die Maximalamplitude der Spannung $\mathfrak{V}_{max}$ im Sekundärsystem in ihrer Abhängigkeit von der Wechselzahl desselben darstellt und demnach die Resonanzkurve liefert, ist bei weitem komplizierter*) als die entsprechenden Beziehungen in **323** und **324**.

a. Gemeinsam mit den Resonanzkurven des Strom- und Spannungseffekts hat die Resonanzkurve der Maximalamplitude die folgenden Eigenschaften:

(1) Sie besitzt ein Maximum, das stets annähernd dann eintritt, wenn die beiden Oszillatoren isochron sind. Der Resonanzpunkt liegt umso weniger weit vom Isochronitätspunkt entfernt, je kleiner die Dämpfung der beiden Systeme ist.

(2) In der Nähe des Resonanzpunkts verlaufen die Resonanzkurven umso flacher, je größer die Dämpfung der beiden Schwingungen ist.

b. Der Unterschied gegenüber den Resonanzkurven des Strom- und Spannungseffekts besteht im wesentlichen in folgenden Punkten:

(1) Bei derselben Dämpfung der beiden Oszillatoren verläuft die Resonanzkurve der Maximalamplitude in der Nähe des Scheitelpunkts flacher als die Kurve des Strom- oder Spannungseffekts. In Fig. 489 ist z. B. die stark ausgezogene Kurve die Resonanzkurve

---

*) Es ist [206])

$$\mathfrak{V}_{max} = \mathfrak{E}_{a0} \cdot \frac{(\pi n_2)^2}{\pi (n_1 + n_2)} \cdot \frac{\delta_2^{\frac{\delta_1}{\delta_1 - \delta_2}}}{\delta_1^{\frac{\delta_1}{\delta_1 - \delta_2}}} \sqrt{\frac{1 + a\left(\frac{\pi (n_1 - n_2)}{\delta_1 - \delta_2}\right)^2}{1 + \left(\frac{\pi (n_1 - n_2)}{\delta_1 - \delta_2}\right)^2}},$$

worin

$$a = \delta_1 \delta_2 \left[\frac{\log \text{nat}\, \delta_1/\delta_2}{\delta_1 - \delta_2}\right]^2$$

gesetzt wurde.

der Maximalamplitude, die gestrichelte diejenige des Stromeffekts, beide für den Fall $\mathfrak{d}_1 = 0{,}08$, $\mathfrak{d}_2 = 0{,}02$.

(2) Die Höhe, bis zu welcher die Resonanzkurve im Scheitelpunkt ansteigt, ist nicht wie bei den Resonanzkurven des Strom- und Spannungseffekts durch den Betrag der Größe $(\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2)\,\mathfrak{d}_1\,\mathfrak{d}_2$, sondern durch den Ausdruck

$$\frac{\delta_2^{\frac{\delta_2}{\delta_1-\delta_1}}}{\delta_1^{\frac{\delta_1}{\delta_1-\delta_2}}} \quad \text{oder} \quad \frac{\mathfrak{d}_2^{\frac{\mathfrak{d}_2}{\mathfrak{d}_1-\mathfrak{d}_2}}}{\mathfrak{d}_1^{\frac{\mathfrak{d}_1}{\mathfrak{d}_1-\mathfrak{d}_2}}}$$

bestimmt [vgl. **320 c**].

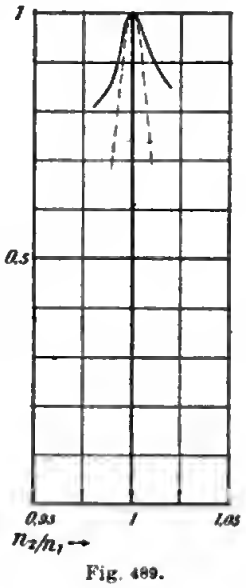


Fig. 489.

(3) Während bei vorgegebenem Dekrement der beiden Schwingungen und bei vorgegebener EMK $\mathfrak{S}_a$ der Stromeffekt bei Resonanz $\sim 1/n_1^3$ [**323** Gl. (2a)], der Spannungseffekt $\sim 1/n_1$ [**324** Gl. (2)] ist, also beide bei zunehmender Wechselzahl stark abnehmen, ist der Wert, den die Maximalamplitude im Resonanzfall erreicht, nach **320** Gl. (6) von der Wechselzahl unabhängig. Während also die Beobachtung des Strom- oder Spannungseffekts umso höhere Anforderungen an die Empfindlichkeit der Instrumente stellt, je größer die Wechselzahl ist, ist für die Beobachtung der Maximalamplituden die Wechselzahl gleichgültig.

326. Verallgemeinerung.

a. Die sämtlichen Beziehungen für Resonanzkurven waren unter der Voraussetzung abgeleitet, daß das Primärsystem unverändert bleibt, die Wechselzahl des sekundären geändert wird und zwar durch Aenderung seiner Kapazität. Trifft diese Voraussetzung nicht zu, wird entweder die Wechselzahl des Primärsystems variiert durch Aenderung seiner Kapazität oder seines Selbstinduktionskoeffizienten oder bleibt zwar das Primärsystem unverändert, es wird aber im sekundären nicht die Kapazität, sondern der Selbstinduktionskoeffizient variiert, so sind zwei Fälle möglich. Entweder ist die Dämpfung der beiden Systeme so gering, daß die Summe ihrer Dekremente klein ist gegen 2π: dann bleiben die früher für diesen Fall aufgestellten Beziehungen auch jetzt noch gültig. Oder die Dämpfung der beiden Systeme ist ziemlich beträchtlich. Dann können Unterschiede insbesondere zwischen

dem Punkte der Isochronität und dem Resonanzpunkt auftreten. Sie bleiben aber in allen praktisch wichtigen Fällen von der Größenordnung der in **324c** für den Spannungseffekt besprochenen.

b. *Galvanische Koppelung.* Eine weitere Voraussetzung lag darin, daß immer magnetische Koppelung zwischen beiden Systemen angenommen wurde. Es ist aber natürlich auch möglich, zwei Kondensatorkreise oder andere Oszillatoren so zu koppeln, daß man ihrer Strombahn eine gemeinsame Strecke (in Fig. 490 die Spule S) gibt. Es besteht dann zwischen den beiden Kondensatorkreisen außer der magnetischen auch noch eine galvanische Koppelung. Die magnetische hat [**38e**] für den Sekundärkreis eine EMK

$$\mathfrak{E}_i = - p_{21} i_1', \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

die galvanische nach **152b** eine EMK

$$\mathfrak{E}_g = - w i_1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

zur Folge (p_{21} Koeffizient der wechselseitigen Induktion, w Widerstand des gemeinsamen Teils der Strombahn, d. h. in Fig. 490 der Spule S, i_1 = Strom im Primärkreis). Die gesamte im Sekundärkreis

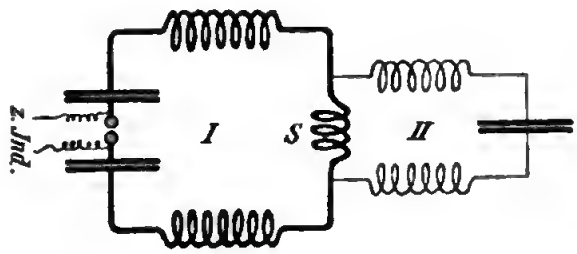


Fig. 490.

Fig. 491.

durch den primären hervorgerufene EMK $\mathfrak{E}_a$ ist die Resultante von $\mathfrak{E}_i$ und $\mathfrak{E}_g$. Ist die Dämpfung des Primärkreises nicht extrem stark, so folgt aus Gl. (1) nach **248** annähernd

$$\mathfrak{E}_{i_0} = \pi n p_{21} \cdot i_{10}; \quad \sphericalangle (\mathfrak{E}_i, i_1) = 90^0;$$

das Vektordiagramm muß also die Gestalt von Fig. 491 annehmen. Aus ihm ergibt sich unmittelbar

$$\mathfrak{E}_{a_0}' = \sqrt{(\pi n p_{21})^2 + w^2} \cdot i_{10},$$

$$\operatorname{tg} (\mathfrak{E}_a, i_1) = \frac{\pi n p_{21}}{w}.$$

Wäre die magnetische Koppelung allein vorhanden gewesen, so wäre $\mathfrak{S}_a$ mit $\mathfrak{S}_i$ zusammengefallen. Dadurch, daß die galvanische Koppelung hinzukommt, wird also

(1) die Amplitude der auf den Sekundärkreis wirkenden EMK im Verhältnis

$$\sqrt{(\pi n p_{21})^2 + w^2} : \pi n p_{21}$$

oder im Verhältnis

$$\sqrt{1 + \left(\frac{w}{\pi n p_{21}}\right)^2} : 1$$

vergrößert;

(2) erreicht, daß die EMK $\mathfrak{S}_a$ nicht wie in **317a** und später immer angenommen war, um 90^0 gegen i_1 in der Phase verzögert ist, sondern um einen kleineren Winkel, so daß also im Anfang der Schwingung die EMK $\mathfrak{S}_a$ nicht gerade im Maximum oder Minimum ist[207]).

Tatsächlich wird aber bei Schwingungen von über 10^6 Wechseln pro Sekunde selbst dann, wenn der gemeinsame Teil der beiden Kondensatorkreise keine Spule, sondern eine einfache Leitung aus nicht zu dünnem Kupferdraht ist, die Größe $\pi n p_{21}$, die im vorliegenden Fall annähernd gleich der Induktanz der Spule S ist, sehr viel größer als der Widerstand w sein [**250**]. In allen praktisch in Betracht kommenden Fällen wird also der Einfluß der galvanischen Koppelung sowohl bezüglich der Amplitude als bezüglich der Phase von $\mathfrak{S}_a$ unmerklich sein gegen denjenigen der magnetischen Koppelung. Es ist deshalb die Anordnung von Fig. 490 in ihrer Wirkung nicht merklich verschieden von einer solchen, in welcher der Primärkreis nur durch magnetische Induktion den sekundären beeinflußt.

c. Endlich war teilweise angenommen — ausdrücklich oder stillschweigend —, daß es sich um zwei Kondensatorkreise handle. Sämtliche Beziehungen bleiben aber qualitativ bestehen, wenn zwei beliebige Oszillatoren in extrem loser Koppelung aufeinander einwirken.

327. Resonanzkurven bei zwei Schwingungen im Primärsystem.

Von praktischer Wichtigkeit ist der Fall, daß im Primärsystem zwei Schwingungen von verschiedener Wechselzahl vorhanden sind. Für die Resonanzkurven, die man dann erhält, wenn man die Wechselzahl des Sekundärsystems variiert und etwa den Stromeffekt in demselben beobachtet, gilt das folgende[208]).

a. Die Wechselzahl der beiden Schwingungen sei so verschieden, daß die Resonanzkurve der einen von ihnen, wenn sie allein vorhanden wäre, an dem Resonanzpunkt der anderen schon fast mit der Abszissenachse zusammenfällt. Die Resonanzkurve der beiden gleichzeitig vorhandenen Schwingungen bekommt die Form wie etwa die Kurve a von Fig. 516, oder die Kurven c und d von Fig. 538: sie besitzt zwei durch eine tiefe Depression getrennte Maxima. Es dürfen dann auf die Kurve in der Nähe der beiden Scheitelpunkte die Beziehungen von **323** angewandt werden. Sie liefern Wechselzahlen und Dekremente der beiden Schwingungen im Primärsystem [**330** und **336**].

b. Die Wechselzahlen der beiden Schwingungen sind nicht sehr verschieden, so daß die Resonanzkurve der einen von ihnen, wenn sie allein vorhanden wäre, an dem Resonanzpunkte der anderen noch relativ weit von der Abszissenachse entfernt ist. Dann sind bezüglich des Verlaufs der Resonanzkurve beider Schwingungen zwei Möglichkeiten vorhanden:

(1) die Resonanzkurve besitzt zwei ausgesprochene Maxima, z. B. Kurve b von Fig. 538. Das tritt z. B. ein, wenn die beiden Schwingungen im Primärsystem etwa gleiche Amplitude und Dämpfung besitzen.

(2) die Resonanzkurve besitzt nur ein einziges Maximum und außerdem an einer Stelle eine Ausbuchtung nach oben, welche der Resonanzkurve einer einzigen Schwingung fehlt (vgl. Kurve e in Fig. 516).

In beiden Fällen kann aus dem Verlauf der Resonanzkurven nur geschlossen werden, daß im Primärsystem zwei Schwingungen vorhanden sind. Die Lage der Maxima bezw. des Maximums gibt auch ganz ungefähr die Wechselzahl der Schwingungen bezw. einer derselben. Ein genauer Wert der Wechselzahl oder des Dekrements kann aber, wie es scheint, aus der Kurve nicht ohne weiteres ermittelt werden.

§ 4. Demonstration und experimentelle Verwendung der Resonanz.

328. Anordnung für Demonstrationszwecke.

a. Einer Anordnung von O. Lodge[209]), der wohl die ersten Versuche mit der Resonanz von Kondensatorkreisen machte, ist die Anordnung nachgebildet, die in Fig. 492, von oben gesehen, dargestellt ist. $A_1 B_1$ und $A_2 B_2$ sind Leidener Flaschen, K_1 und K_2 Drahtkreise, die aufeinander induzieren, B ein Bügel, der auf den Drähten

CD und FE verschiebbar ist und dazu dient, um den Selbstinduktionskoeffizienten und damit die Wechselzahl der Eigenschwingungen von Kondensatorkreis II zu ändern. Die Drähte CDEF sind starke Kupferdrähte, welche bei $G_1 H_1$ und $G_2 H_2$ unterbrochen und mit Klemmschrauben versehen sind, so daß elektrolytische Widerstände oder Drahtkreise an der betreffenden Stelle eingeschaltet werden können. Die Befestigung der Drähte auf einer Holzbank ist im übrigen aus Fig. 493 zu ersehen. Die Holzbank ist auf einer Seite

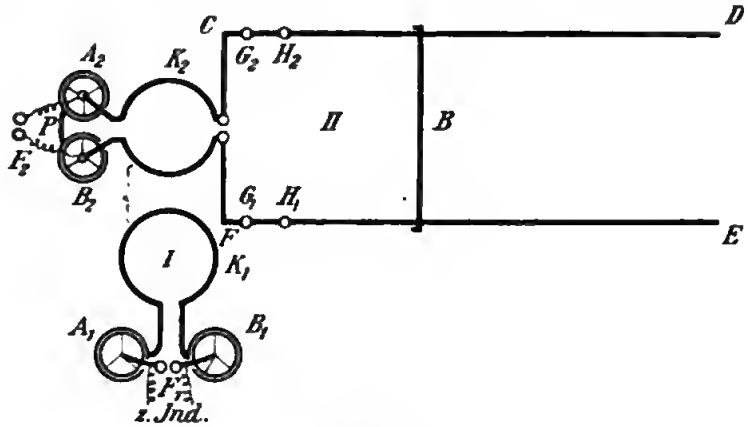


Fig. 492.

mit einer Papierteilung T versehen, an welcher die Stellung des Bügels abgelesen werden kann*).

An die mit dem Kreis K_2 verbundenen Belegungen der Leidener Flaschen A_2 und B_2 ist ein Funkenmikrometer F_2 angeschlossen. Die

*) Bei meinen Versuchen betrug die Länge der Bank 2 m (bei einer anderen 1 m), die Breite 40 cm, der Durchmesser der Kupferdrähte 4,50 mm. Die Selbstinduktionskoeffizienten dieser Anordnung sind in Tab. XI für die verschiedenen Bügelstellungen berechnet.

An Leidener Flaschen standen mir 10 ziemlich gleich gebaute aus englischem Flintglas zur Verfügung. Ihre Kapazität war 2,27; 2,11; 1,71; 1,70; 0,87; 0,92; 0,61; 0,50; 0,34; $0{,}33 \times 10^{-3}$ Mikrofarad. Die Wechselzahl des Kondensatorkreises II konnte so variiert werden zwischen $3{,}6 \cdot 10^8$ und $1{,}5 \cdot 10^7$/sec., wenn nur ein einziges Flaschenpaar verwendet wurde. Durch Parallelschalten von mehreren Flaschen oder Einschalten von Hilfsspulen konnte die untere Grenze wesentlich herabgedrückt werden. Letzteres Hilfsmittel ist allerdings möglichst zu vermeiden, da dann das Verschieben des Bügels die Wechselzahl zu wenig ändert.

Für viele Zwecke genügt es, wenn man an die Leidener Flaschen $A_2 B_2$ zwei parallele Drähte anschließt und auf ihnen einen Querdraht verschiebt. Für Wechselzahlen über 10^7/sec. ist dies der Anordnung von Fig. 492 sogar vorzuziehen. — Wichtig ist bei diesen Versuchen, daß man wirklich sehr lose koppelt, d. h. den Kondensatorkreis I von II genügend weit entfernt.

an demselben beobachtete Schlagweite gibt ein für Demonstrationszwecke ausreichendes Maß für die Maximalamplitude der Spannung zwischen den beiden Belegungen. Sollen die Funken bei F_2 möglichst

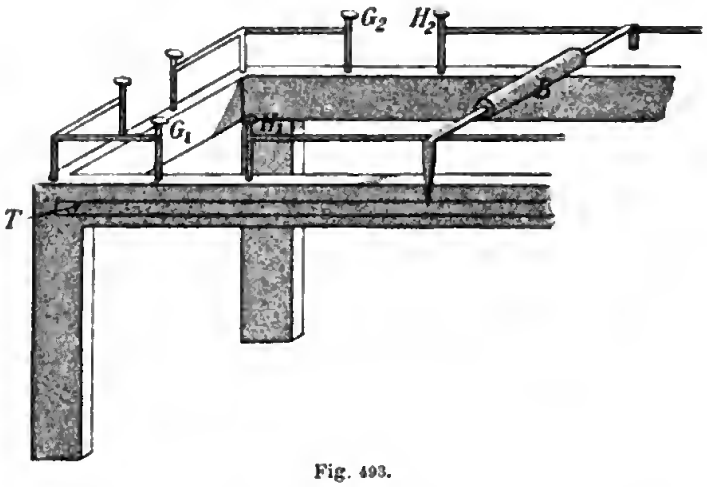


Fig. 493.

gut sichtbar sein, so empfiehlt es sich, die Pole der Funkenstrecke durch kleine Bogenlampenkohlen zu bilden und die Funkenstrecke F_1 gut abzublenden.

b. Die Erscheinung der Resonanz kann dann in folgender Weise

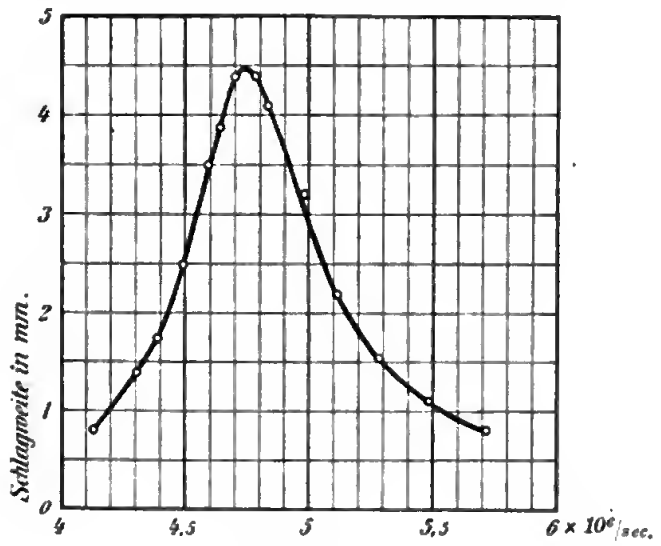


Fig. 494.

demonstriert werden. Der Kondensatorkreis I wird durch Ladung mit einem Induktor in Schwingungen versetzt, der Bügel B im

Kreis II nahe an die Lage CF herangerückt. Das Funkenmikrometer F_2 muß fast ganz zusammengeschraubt werden, damit überhaupt Funken übergehen. Nun wird der Bügel B verschoben. Vorerst ändert sich nur wenig. Aber in einem gewissen Gebiet nimmt die Schlagweite rasch zu, um an einer Stelle ein Maximum zu erreichen und dann bei weiterem Verschieben des Bügels wieder abzufallen. Trägt man die Wechselzahlen des Kondensatorkreises II als Abszissen, die Schlagweiten als Ordinaten auf, so erhält man Kurven wie diejenige in Fig. 494, welche in der angegebenen Weise aufgenommen wurde.

Effektvoller wird der Versuch, wenn man die Funkenstrecke so einstellt, daß eben lebhafte Funken in F_2 übergehen, wenn sich der Bügel an der Resonanzstelle befindet. Verschiebt man dann denselben von CF nach DE, so treten plötzlich Funken auf, wenn der Bügel die Resonanzstelle passiert, während jede Verschiebung des Bügels aus der Resonanzstelle heraus die Funken zum Verschwinden bringt*).

c. Daß die Resonanz, d. h. die maximale Wirkung, dann eintritt, wenn die beiden Kondensatorkreise genau oder wenigstens sehr an-

*) Legt man Wert darauf, diesen Versuch möglichst glänzend und weithin sichtbar zu gestalten, so empfehle ich folgende Anordnung, die auch für mannigfache andere Zwecke gut zu brauchen ist. Man schließe an die Belegungen A_2 und B_2 statt der Funkenstrecke F_2 eine Quecksilberbogenlampe [436] unter Zwischenschaltung einer kleinen Funkenstrecke f (Fig. 495) an. Die Bogenlampe verbinde man mit den Polen einer Akkumulatorenbatterie A oder einer Gleichstrommaschine und schalte in die Leitung zwei kleine Drosselspulen d [387 d] und einen Widerstand w ein. Man probiere nun die Entfernung zwischen Primär- und Sekundärkreis so aus, daß bei Resonanz der Quecksilberbogen eben einsetzt, reguliere ferner den Widerstand und eventuell die Spannung der Gleichstromquelle A so, daß der Quecksilberbogen von selbst wieder verschwindet, sobald die Schwingungen im Primärkreis unterbrochen werden. Dann gestaltet sich der Versuch folgendermaßen: der Primärkreis wird in Schwingungen versetzt, der Bügel B von der Stelle CF allmählich der Resonanzlage genähert. Sobald er diese erreicht, erscheint das glänzende Licht des Quecksilberbogens; es verschwindet sofort wieder, wenn der Bügel die Resonanzlage passiert hat.

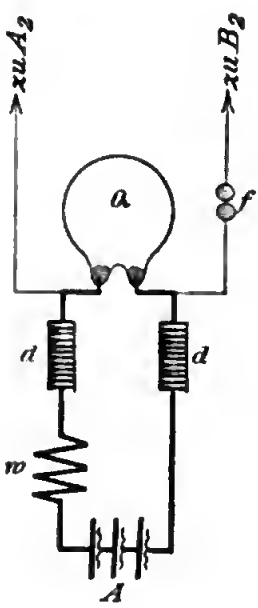


Fig 495.

nähernd dieselbe Wechselzahl haben, kann in folgender Weise wahrscheinlich gemacht werden. Man markiert diejenige Stellung des Bügels, bei welcher sich in dem Versuch b Resonanz zeigte. Nun wird die Funkenstrecke F_1 bei P in den Kondensatorkreis II eingeschaltet, der Kondensatorkreis I bei F_1 (Fig. 492) durch einen Draht geschlossen und das Funkenmikrometer F_2 an die mit K_1 verbundenen Belegungen der Leidener Flaschen $A_1 B_1$ angelegt. Der bisherige Sekundärkreis (II) wird nun durch einen Induktor in Schwingungen versetzt und induziert auf den bisherigen Primärkreis (I). Wird nun der Bügel B verschoben, so zeigt sich auch jetzt, daß genau bei derselben Lage des Bügels wie im Versuch b Resonanz eintritt. Diese Vertauschbarkeit von Primär- und Sekundärkreis macht es in hohem Maß wahrscheinlich, daß das Verhältnis, in welchem die Wechselzahl des Primärkreises zu derjenigen des Sekundärkreises stehen muß, damit Resonanz vorhanden ist, nicht merklich von 1 verschieden ist*).

329. Anordnung für Messungen[210]).

Die Anordnung von Fig. 492 besitzt für Demonstrationszwecke den Vorteil, daß man jede Veränderung der Wechselzahl unmittelbar an der Verschiebung des Bügels sieht. Für Messungen hat sie den Nachteil, daß mit dem Selbstinduktionskoeffizienten leicht auch die induzierte EMK geändert wird, daß mangelhafter Kontakt zwischen dem verschiebbaren Bügel und den Drähten, auf denen er verschoben wird, stören kann. Für diesen Zweck sind deshalb besser Anordnungen, bei welchen die Strombahn des Kondensatorkreises ungeändert bleibt, während die Kapazität des Kondensators in meßbarer Weise variiert wird.

a. Als variabler Kondensator ist unter allen Umständen für Messungen am besten geeignet ein Luftkondensator [259a]. Besonders handlich und solid ausgeführt sind die in Fig. 496, 499 und 500 abgebildeten der Firma Siemens & Halske bezw. der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie. Sie bestehen im wesentlichen aus zwei Systemen halbkreisförmiger Metallplatten. Das eine, feste, bildet die eine Belegung des Kondensators, das andere, welches mehr oder weniger weit in den Zwischenraum zwischen die Platten des ersten Systems hineingedreht werden kann, die andere Belegung. Die Drehung kann an einem über einer Kreisskala spielenden Zeiger abgelesen werden.

*) Ueber Nachweis der Resonanz bei sehr schnellen Schwingungen vgl. 408c.

b. Der Strombahn gibt man am besten eine möglichst einfache geometrische Gestalt, z. B. die eines Rechtecks (A B E D Fig. 497)*),

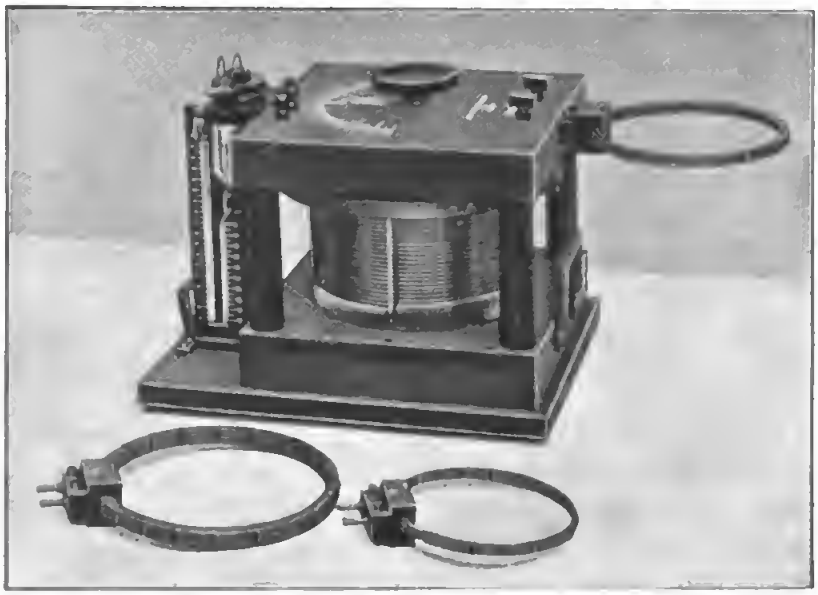


Fig. 496.

so daß ihr Selbstinduktionskoeffizient aus bekannten Formeln [Tab. VIII] berechnet werden kann. Bei dem verstellbaren Kondensator von

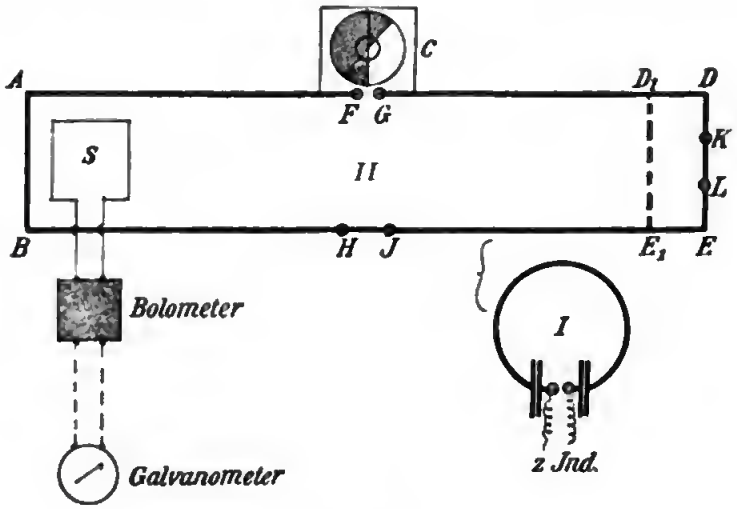


Fig. 497.

*) Der Sinn der Buchstaben D_1 E_1 H J K L ergibt sich später.

Fig. 496 sind kurze Zuleitungen zu den beiden Plattensystemen notwendig. Dadurch wird der Selbstinduktionskoeffizient der ganzen Strombahn von dem für das Rechteck berechneten verschieden; er kann aber [vgl. **333**] mit genügender Genauigkeit experimentell bestimmt werden.

c. Beobachtet kann der Spannungseffekt werden, indem man an die Belegungen des Kondensators ein Elektrometer der in **246c** beschriebenen Form anlegt. Besser bewährt hat sich bei Messungen, wie sie im folgenden angegeben sind, die Beobachtung des Stromeffekts mit einem Bolometer in Verbindung mit einem Spiegelgalvanometer von mäßiger Empfindlichkeit, aber guter Dämpfung. Zum Schutz gegen den magnetischen Einfluß des möglichst weit zu entfernenden Induktors wird das Galvanometer mit einem Eisenring umgeben [**20a**].

Das Bolometer in den sekundären Kondensatorkreis direkt einzuschalten ist nicht möglich [**335c**]. Man verbindet das Bolometer deshalb mit einer Spule S (Fig. 497) von ganz wenigen Windungen, auf welche man den Sekundärkreis in möglichst loser Koppelung induzieren läßt, so daß der Strom im Bolometerkreis eine in Betracht kommende Rückwirkung auf den sekundären Kondensatorkreis nicht ausübt. Nach **317c** und **318a** sind aber die Schwingungen im Bolometerkreis nur dann denjenigen im sekundären Kondensatorkreis proportional, wenn die Induktanz des Bolometerkreises groß ist gegen den Widerstand desselben. Zu ängstlich braucht man aber mit der Erfüllung dieser Bedingung nicht zu sein. Der Zweck der ganzen Einrichtung ist die experimentelle Aufnahme von Resonanzkurven, und zwar kommt es dabei nur auf den Verlauf in der Nähe des Resonanzpunkts an. Wie wenig aber dieser davon abhängt, ob diese Bedingung erfüllt ist oder nicht, geht aus den Kurven von Fig. 498 hervor. Beide stellen Resonanzkurven des Stromeffekts dar für den Fall $\mathfrak{d}_1 = 0{,}08$, $\mathfrak{d}_2 = 0{,}2$, die ausgezogene Kurve, wenn im Bolometerkreis wirklich die Induktanz sehr groß ist gegen den Widerstand, die gestrichelte Kurve, wenn Induktanz und Widerstand im Bolometerkreis gleich sind. Der Unterschied der beiden Kurven in der Nähe des Resonanzpunkts ist kaum merklich*).

d. Bei der experimentellen Aufnahme von Resonanzkurven ist auf folgendes zu achten

*) Insbesondere würden dieselben gleiche Wechselzahl [**330**] und Dämpfung [**336**] ergeben.

1. Der Unterbrecher am Induktor muß gut funktionieren. Vorzüglich geeignet ist der Quecksilberstrahlunterbrecher [**430**].

2. Der Induktor soll bei jeder Unterbrechung nur eine Entladung geben [**242 d**].

3. Das Material der Funkenkugeln soll nicht Messing, sondern Zinn oder Zink sein.

4. Die Drähte zum Funkeninduktor sind unmittelbar an die

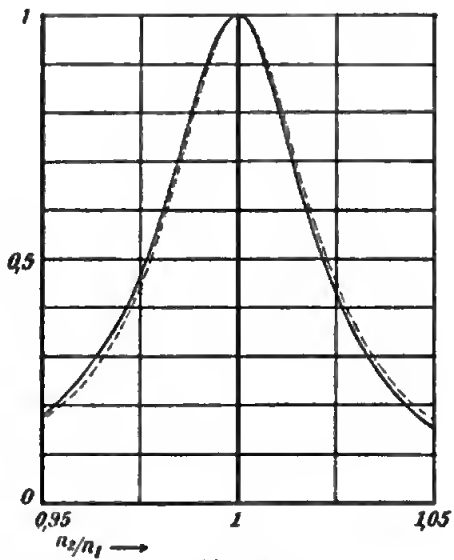


Fig. 498.

Funkenstrecke anzulegen, da sonst unter Umständen die Dämpfung der Schwingungen vergrößert wird [210a]).

330. Bestimmung von Wechselzahlen durch Resonanz.

Es wurde schon in **314** auseinandergesetzt, daß mit Hilfe der Resonanz die Wechselzahl jedes beliebigen Oszillators bestimmt werden kann, wenn man die Wechselzahl eines variierbaren Kondensatorkreises kennt. Zu dem Zweck hat man diesen also zuerst zu eichen. Bei dem in Fig. 497 abgebildeten*) ist das einfach. Hat man den Selbstinduktionskoeffizienten der Strombahn experimentell bestimmt [**333**], so braucht man nur die Kapazität des Kondensators für eine Anzahl Einstellungen des Zeigers an demselben zu messen. Die Thomson'sche Formel [**209**] ergibt dann für die Einstellungen

*) Ueberhaupt bei allen, bei welchen der Selbstinduktionskoeffizient unverändert bleibt und nur die Kapazität geändert wird.

unmittelbar die Wechselzahl*). Die berechneten Zahlen stellt man sich in Form einer Eichkurve oder Eichtabelle zusammen, aus welcher dann für jede beliebige Einstellung des Zeigers die Wechselzahl entnommen werden kann.

Die Anwendung der Resonanzmethode selbst kann in zweierlei Weise erfolgen.

a. Man erregt durch einen Funkeninduktor Schwingungen des Oszillators, dessen Wechselzahl bestimmt werden soll, läßt diese in extrem loser Koppelung auf den Meßkondensatorkreis induzieren und beobachtet den Stromeffekt in demselben mit dem Bolometer. Diejenige Wechselzahl des Meßkondensatorkreises, bei welcher der Ausschlag im Bolometer ein Maximum wird, ist mit ausreichender Genauigkeit als die gesuchte Wechselzahl des Oszillators[211]) zu betrachten [**323**]. Beobachtet man den Spannungseffekt, so ist bei größerer Dämpfung, wo der Unterschied zwischen Resonanz und Isochronität unter Umständen merkbar wird, die genaue Wechselzahl erst dann zu ermitteln, wenn man die Summe der Dekremente der Schwingungen kennt [**324** und **336 b**][212]). In allen praktisch wichtigen Fällen wird sie von derjenigen Wechselzahl, bei welcher Resonanz eintritt, nur wenig abweichen.

b. Oder man erregt in dem variierbaren Kondensatorkreis bekannter Wechselzahl durch einen Induktor Schwingungen. Diese läßt man auf den Oszillator, dessen Wechselzahl man wissen will, in sehr loser Koppelung einwirken und beobachtet den dadurch in dem Oszillator hervorgerufenen Stromeffekt. Diejenige Wechselzahl des variierbaren Kondensatorkreises, bei welcher der Effekt im Oszillator ein Maximum erreicht, ist gleich der gesuchten Wechselzahl des Oszillators.

c. Für die erste Art des Verfahrens ist der „*Wellenmesser*“ (Fig. 496, 499, 500) der „Gesellschaft für drahtlose Telegraphie“[213]) unmittelbar eingerichtet**). An den in **329 a** beschriebenen regulierbaren Kondensator ist auf der einen Seite eine kleine Spule i angeschlossen, die auf eine andere (i_1) mit einem kleinen Hitzdrahtthermometer h verbundene induziert. Als eigentliche Strombahn kann

*) Die Wechselzahlen dürfen aber nicht so hoch sein, daß die Strömung nicht mehr quasistationär [**211**] und die Kapazität des Luftkondensators eine andere ist als bei statischer Ladung [**274**].

) Soll der Wellenmesser für Demonstrationszwecke benützt und an die Belegungen des Kondensators ein Funkenmikrometer angeschlossen werden [328**], so muß das Glasgefäß, in welchem der Kondensator sich befindet, mit Oel gefüllt werden. Dasselbe gilt, wenn der Kondensator Induktorladungen bekommen soll.

je nach Bedürfnis ein einfacher Kreis oder flache Spulen s von großem Radius verwendet werden. Da jede Einstellung des Zeigers z am Kondensator bei einer bestimmten Strombahn auch einer bestimmten Wechselzahl entspricht, so ist auf dem Kondensator eine Skala an-

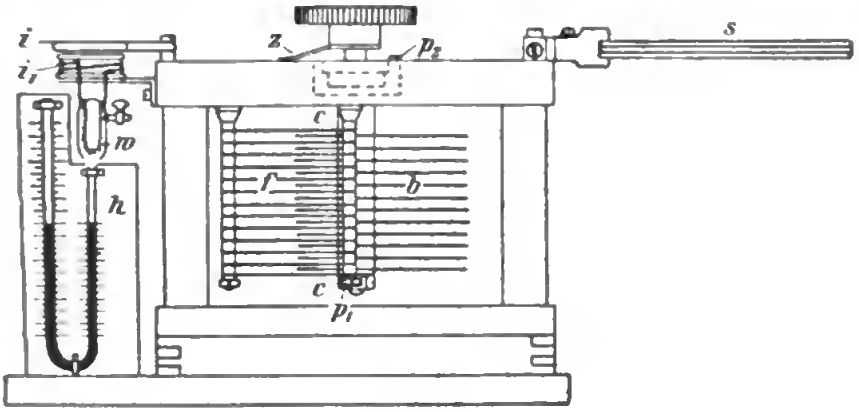


Fig. 499.

gebracht, auf welcher man die der Einstellung des Zeigers entsprechende Wechselzahl für eine bestimmte Strombahn unmittelbar ablesen kann.

Die Wechselzahl des Wellenmessers kann bei Verwendung der verschiedenen Strombahnen etwa innerhalb der Grenzen ca. $5 \cdot 10^5$

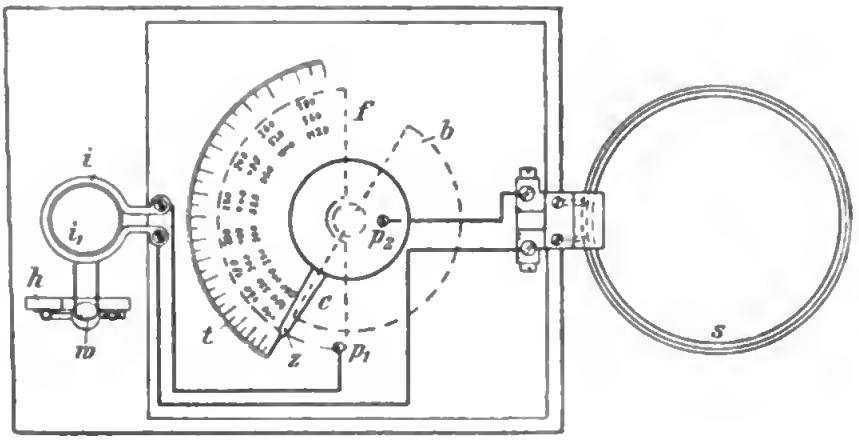


Fig. 500.

und $6 \cdot 10^6$ variiert werden. Innerhalb dieser Grenzen läßt sich also die Wechselzahl jeder Schwingung sehr bequem und mit einer für technische Zwecke genügenden Genauigkeit bestimmen.

Für Messungen, bei denen es auf größere Genauigkeit ankommt,

empfiehlt es sich, den variierbaren Kondensator, der bei dem Wellenmesser Verwendung findet, zu benützen, im übrigen aber mit Rücksicht auf **343a** und **353c** die Anordnung so zu treffen, wie sie in **329b** angegeben wurde, insbesondere das Hitzdrahtthermometer durch ein Bolometer zu ersetzen. Soll der Meßbereich eines solchen Kondensatorkreises auf niedrigere Wechselzahlen ausgedehnt werden, so braucht man nur an der Stelle HJ oder KL (Fig. 497) Spulen von einigen wenigen Windungen und nicht zu kleiner Ganghöhe einzuschalten und den Selbstinduktionskoeffizienten des ganzen Kondensatorkreises experimentell zu bestimmen.

331. Wechselzahlen des linearen und des Hertz'schen Senders.

Ein Beispiel, in welchem die in **330b** angegebene Methode am Platze ist, ist das folgende: es soll ermittelt werden, in welcher Weise sich die Wechselzahl eines linearen Senders ändert, wenn an seine

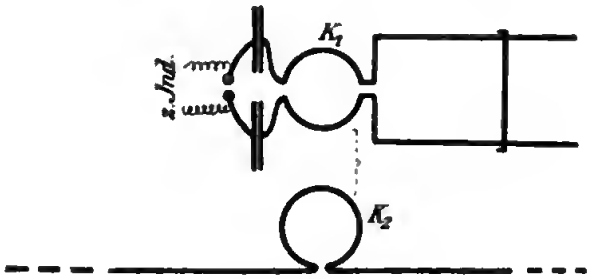


Fig. 501.

Enden Kapazitäten angesetzt werden, wenn derselbe also in einen Hertz'schen Sender derselben Länge verwandelt wird.

Die Versuchsanordnung ist in Fig. 501 skizziert. Ein verstellbarer Kondensatorkreis von bekannter Wechselzahl, dessen Schwingungen durch einen Induktor erregt werden, enthält einen Kreis K_1, der in möglichst loser Koppelung auf einen Kreis K_2 induziert, welcher in die Mitte des linearen Senders eingeschaltet ist. Zur Beobachtung des Stromeffekts im linearen Sender dient entweder ein darin befindliches Hitzdrahtinstrument, oder man läßt die in demselben erregten Schwingungen auf einen Bolometerkreis wirken.

Eine derartige Bestimmung lieferte die folgenden Resultate, in denen λ die Länge der beiden an K_2 angeschlossenen Drähte zusammen, c die Kapazität[214]) eines der an das Ende der Drähte angehängten Blechzylinder bedeutet.

l	c	n	$\frac{\lambda}{2}$
20 m	0	$12{,}8 \cdot 10^6$/sec.	23,5 m*)
20 m	$0{,}10 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad	$9{,}8_5 \cdot 10^6$/sec.	30,5 m = 23,5 × 1,3
20 m	$0{,}16 \cdot 10^{-3}$ „	$8{,}4 \cdot 10^6$/sec.	36 m = 23,5 × 1,5
40 m	0	$6{,}7_3 \cdot 10^6$/sec.	45 m*)
40 m	$0{,}10 \cdot 10^{-3}$ „	$5{,}9_8 \cdot 10^6$/sec.	50 m = 45 × 1,1
40 m	$0{,}16 \cdot 10^{-3}$ „	$5{,}1 \cdot 10^6$/sec.	59 m = 45 × 1,3

Die Wirkung der an die Drähte angehängten Kapazität ist also die, die Wechselzahl herabzudrücken und zwar umsomehr, je größer die angehängte Kapazität und je kleiner die Drahtlänge ist.

332. Kondensator im Strombauch eines linearen Senders oder einer Spule.

Es wird sich später das Bedürfnis herausstellen, in den Strombauch eines linearen Senders oder einer Spule einen Kondensator einzuschalten. Die Methode **330 b** gestattet zu untersuchen, wie dadurch die Wechselzahl des Senders oder der Spule geändert wird.

a. Als in die Mitte eines linearen Senders von im ganzen 40 m Länge**) Kondensatoren von verschiedener Kapazität c eingeschaltet wurden, ergaben sich folgende Wechselzahlen n des Senders:

kein Kondensator . . . $n = 6{,}90 \cdot 10^6$/sec.
$c = 2{,}27 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad $n = 6{,}90 \cdot$ „
$c = 1{,}7 \cdot 10^{-3}$ „ $n = 6{,}95 \cdot$ „
$c = 0{,}49 \cdot 10^{-3}$ „ $n = 7{,}13 \cdot$ „
$c = 0{,}33 \cdot 10^{-3}$ „ $n = 7{,}35 \cdot$ „

b. Als ebenso in die Mitte der in **339** benützten Spule Kondensatoren eingeschaltet wurden, waren die Wechselzahlen die folgenden:

kein Kondensator . . . $n = 4{,}13 \cdot 10^6$/sec.
$c = 1{,}7 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad $n = 4{,}16 \cdot$ „
$c = 0{,}33 \cdot 10^{-3}$ „ $n = 4{,}33 \cdot$ „

c. Aus **a** und **b** folgt, daß ein eingeschalteter Kondensator die

*) Daß in beiden Fällen nicht $\lambda/2 = l$ ist [**289 a**], erklärt sich sehr einfach, da außer dem Drahtkreis K_2 auch noch ein weiterer Drahtkreis, der auf den Bolometerkreis induzierte, in den Sender eingeschaltet war.

) Außerdem war in der Mitte des Senders noch ein Kreis eingeschaltet, auf den der variable Kondensatorkreis [330 b**] induzierte.

Wechselzahl erhöht, und zwar umsomehr, je kleiner seine Kapazität ist. Es ergeben sich daraus die folgenden praktischen Regeln:

(1) Man kann die Kapazität des Kondensators immer so groß wählen, daß die Wechselzahl praktisch ungeändert bleibt.

(2) Wählt man genügend kleine Kapazität, so kann die Wechselzahl gesteigert werden.

d. Das Ausgeführte wird sehr verständlich, wenn man an folgende Grenzfälle denkt:

(1) Der Kondensator sei so groß, daß seine Kondensanz für die betreffende Wechselzahl klein ist gegen die Kondensanz bezw. Induktanz aller Teile des Senders bezw. der Spule. Dann übt der Kondensator überhaupt keine Wirkung aus [**187 a**].

(2) Der Kondensator sei extrem klein. Dann ist seine Wirkung dieselbe, wie wenn man den Sender oder die Spule in der Mitte durchschneiden würde. Die Wechselzahl ist dann annähernd diejenige einer Senderhälfte oder Spulenhälfte.

Liegt die Kapazität des Kondensators zwischen beiden Extremen, so wird sich auch die Wechselzahl zwischen derjenigen des ganzen und des halben Senders bewegen.

e. Die Rechnung[215]) bestätigt das. Sie liefert z. B. für die Wellenlänge eines linearen Senders von der Länge l und der Gesamtkapazität c [Tab. II **h**] die Beziehung

$$\frac{\lambda}{\pi l} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi l}{\lambda} = 4 \frac{c_1}{c},$$

wenn c_1 die Kapazität des eingeschalteten Kondensators bedeutet. Die Wirkung auf die Wellenlänge fällt umso bedeutender aus, je größer die Kapazität des Kondensators im Verhältnis zur Kapazität des Senders ist. Es erklärt dies auch, warum man bei dünnen, eng gewickelten Spulen, bei denen die Kapazität im Verhältnis zur Drahtlänge sehr klein ist [**291 a**], noch mit relativ kleinen Kondensatoren nur eine sehr geringe Wirkung auf die Wechselzahl bekommt.

333. Bestimmung von Selbstinduktionskoeffizienten[216]) durch Resonanz.

a. In **329 b** hatte es sich als notwendig erwiesen, den Selbstinduktionskoeffizienten eines Meßkondensatorkreises zu bestimmen, dessen Strombahn zum Teil aus einem Rechteck, zum Teil aus den Zuleitungen zum Kondensator bestand. Die Aufgabe kann mit Hilfe der Resonanz in folgender Weise gelöst werden.

Man errege in einem Hilfskondensatorkreis (I, Fig. 497) durch einen Induktor Schwingungen und stelle den variierbaren Kondensator des Meßkondensatorkreises so ein, daß er in Resonanz ist mit dem Kondensatorkreis I. Die Kapazität des Meßkondensators sei in diesem Fall $= c_1$. Nun verkürze (oder verlängere) man das Rechteck ABDE, indem man der Seite DE die Lage D_1E_1 gibt und stelle wieder auf Resonanz. Die dafür nötige Kapazität des Meßkondensators sei c_2. Bezeichnet man nun den Selbstinduktionskoeffizienten des Meßkondensatorkreises im ersten Falle mit p_1, im zweiten mit p_2, so muß, da die Wechselzahl in beiden Fällen dieselbe war, sein [209 Gl. (4a)]

$$c_1 p_1 = c_2 p_2$$

oder

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{c_2}{c_1} = \frac{c_2}{c_1} \text{ [274]}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Je weiter nun der Teil DEE_1D_1 von dem Kondensator und seinen Zuleitungen entfernt ist, umsomehr muß der magnetische Induktionsfluß durch das Rechteck DEE_1D_1 derselbe sein, wie wenn die Zuleitungen zum Kondensator nicht vorhanden wären, die Strombahn also einfach aus dem Rechteck ABDE bezw. ABD_1E_1 bestände. Bezeichnet also $p^{(1)}$ den Selbstinduktionskoeffizienten des Rechtecks ABDE, $p^{(2)}$ denjenigen des Rechtecks ABD_1E_1, so muß umso genauer, je weiter D_1E_1 von FG entfernt ist, sein

$$p_1 - p_2 = p^{(1)} - p^{(2)}*). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Da $p^{(1)}$ und $p^{(2)}$ aus den Formeln in Tab. VIII b berechnet werden können, so ergibt sich das gesuchte p_1 aus Gl. (1) und (2).

b. In ähnlicher Weise können auch in anderen Fällen Selbstinduktionskoeffizienten miteinander verglichen oder bestimmt werden, was insbesondere bei kleinen Selbstinduktionskoeffizienten von Wert sein kann. Die Methode besitzt außerdem den Vorteil, daß man den Selbstinduktionskoeffizienten irgend einer Strombahn bei derjenigen Wechselzahl [239] bestimmen kann, bei welcher sie nachher gebraucht wird.

Besonders geeignet ist die Resonanzmethode auch, um die Aenderung des Selbstinduktionskoeffizienten einer Spule durch verschiedene Kerne zu demonstrieren. Zu dem Zweck wickelt man die Spule —

*) Wie genau diese Beziehung bei irgend einem Abstand gilt, kann leicht kontrolliert werden.

etwa zehn gut isolierte Windungen — auf einen Glaszylinder und schließt sie an die Belegungen eines Kondensators (Fig. 502) (Leidener Flasche) an. Im Nebenschluß zu dessen Belegungen liegt ein Funkenmikrometer F (bezw. ein Geißlerrohr). In den Kondensatorkreis ist außerdem ein Drahtkreis K eingefügt. Auf diesen induziert in möglichst loser Koppelung ein variierbarer Kondensatorkreis, z. B. derjenige von Fig. 492 und Fig. 493. Diesen stellt man zuerst so ein, daß bei leerem Glaszylinder zwischen den beiden Kondensatorkreisen Resonanz, d. h. bei F (Fig. 502) eine maximale Schlagweite besteht.

Wird nun in den Glaszylinder und damit in die Spule ein Kern aus Eisenpulver [271] gebracht, so verschwinden die Funken bei F, tauchen aber wieder auf, nachdem durch Verschieben des Bügels B

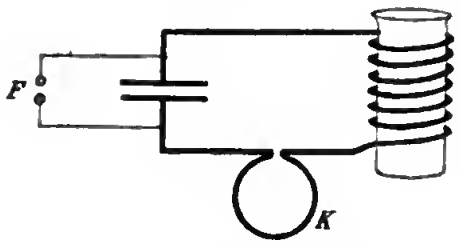


Fig. 502.

(Fig. 492) die Wechselzahl des erregenden Kondensatorkreises bedeutend herabgedrückt wurde. Da jetzt wieder Resonanz zwischen beiden Kreisen besteht, so muß der Kern aus Eisenpulver die Wechselzahl stark erniedrigt, den Selbstinduktionskoeffizienten der Spule erhöht haben. Dasselbe tritt, wenn auch in geringerem Maß, ein, wenn der Spulenkern aus dünnen Eisendrähten hergestellt ist. Bringt man aber einen massiven Eisenkern in die Spule hinein, so verschwinden zwar auch dann die Funken bei F, wenn anfänglich Resonanz vorhanden war. Aber um sie wieder auftreten zu lassen, muß jetzt die Wechselzahl des erregenden Kreises nicht kleiner, sondern größer gemacht werden: der massive Eisenkern hat also den Selbstinduktionskoeffizienten der Spule herabgedrückt. Man erhält dieselbe Erscheinung, wenn man einen massiven Kupferzylinder oder eine Kupfer- bezw. Messingröhre als Spulenkern benützt, alles in Uebereinstimmung mit dem in 263 und 268 Ausgeführten.

Schüttet man destilliertes Wasser in das Glasgefäß, auf welches die Spule gewickelt ist, so läßt sich mit der angegebenen Anordnung eine Aenderung des Selbstinduktionskoeffizienten nicht nachweisen. Die Zunahme des Selbstinduktionskoeffizienten, die nach 273d ein-

treten muß, ist zu klein, als daß sie sich bei einem derartigen Versuch bemerkbar machte. Sowie man aber Schwefelsäure oder eine Kupfervitriollösung in das Wasser einfließen läßt, verschwinden die Funken und treten erst nach Erhöhung der Wechselzahl im erregenden Kreis wieder auf*).

334. Bestimmung der Kapazität und Dielektrizitätskonstante durch Resonanz.

Auch zur Vergleichung bezw. Bestimmung der Kapazität von Kondensatoren ist die Resonanz ein bequemes Mittel. Von Wichtigkeit ist das in zwei Fällen: einmal wenn zwischen den Kondensatorbelegungen ein fester Isolator und dann wenn zwischen denselben eine nicht isolierende Substanz sich befindet. Im zweiten Fall kann mit statischer Ladung die Kapazität überhaupt nicht bestimmt werden, im ersten Fall ist dies zwar möglich, aber das mit statischen Methoden erhaltene Resultat für schnelle Schwingungen nur von sehr zweifelhaftem Wert [259 c].

a. Ein praktisch wichtiges Beispiel für den ersten Fall bietet die Bestimmung der Kapazität von Mikanitkondensatoren oder Leidener Flaschen bei schnellen Schwingungen. Man kann im Prinzip in folgender Weise verfahren[217]). In der Anordnung von Fig. 497 wird bei HJ eine Spule eingeschaltet**), der Kondensatorkreis II durch einen anderen (I) in Schwingungen versetzt und mit Hilfe des Meßkondensators C in Resonanz mit I gebracht. Die dafür nötige Kapazität des Meßkondensators sei c_1. Nun wird parallel zu dem Meßkondensator der zu bestimmende Mikanitkondensator (bezw. die Leidener Flasche) bei FG eingeschaltet und die Zuleitungen zu demselben so sehr als irgend möglich reduziert. Die Kapazität des Meßkondensators wird wieder so eingestellt, daß Resonanz vorhanden ist: Kapazität des Meßkondensators $= c_2$. Ist die gesuchte Kapazität des Mikanitkondensators bezw. der Leidener Flasche $= c$, so muß

$$c_1 = c_2 + c$$

sein.

*) Vgl. 263 b. Was dort von Röhren aus Elektrolyten gesagt war, gilt auch für Zylinder.

**) Damit der Selbstinduktionskoeffizient der Strombahn eine merkliche Aenderung nicht erfährt, wenn man den Mikanitkondensator parallel zum Meßkondensator legt.

Bei derartigen Versuchen ergaben sich[218]) folgende Werte für Mikanitkondensatoren:

	Kapazität			Wechselzahl
	bei stat. Ladung	bei Schwingungen	Differenz	
Mikanitkondensator	$0{,}58_4 \cdot 10^{-3}$ MF	$0{,}46_7 \cdot 10^{-3}$ MF	20 %	ca. $3 \cdot 10^6$ sec.
	$2{,}09 \cdot 10^{-3}$ MF	$1{,}77 \cdot 10^{-3}$ MF	15 %	„

Es folgt daraus: Die Kapazität von Mikanitkondensatoren kann bei Schwingungen von dieser Wechselzahl bedeutend kleiner sein als bei statischer Ladung. Wenn man also Mikanitkondensatoren bei Schwingungen benützen will, so muß ihre Kapazität ungefähr bei derjenigen Wechselzahl bestimmt werden, bei welcher die Kondensatoren verwendet werden sollen.

Als in derselben Weise die Kapazität von Leidener Flaschen aus englischem Flintglas*) untersucht wurde, ließ sich kein merkbarer Unterschied der Kapazität gegen die bei statischer Ladung ermittelte nachweisen.

b. Es geht aus **259b** hervor, daß ein geringes Leitvermögen der Substanz zwischen den Kondensatorplatten bei derartigen Messungen nichts schaden kann. Tatsächlich kann die Kapazität von Plattenkondensatoren, zwischen denen sich schlecht leitende Elektrolyte befinden, und damit die Dielektrizitätskonstante dieser Elektrolyte mit Resonanzmethoden in der Anordnung von **a** oder irgend einer anderen leicht bestimmt werden.

Daß die Dielektrizitätskonstante des Wassers sehr hoch ist, kann in folgender Weise durch einen Resonanzversuch demonstriert werden. In einen Trog T (Fig. 503) (aus Glas, Ton oder auch wasserdicht gemachte Kiste) bringt man zwei Kondensatorplatten C_1 und C_2, an die außer einem Drahtkreis K eine Spule S angeschlossen ist, von welcher durch einen Schleifkontakt beliebig viele Windungen eingeschaltet werden können**). Im Nebenschluß zu den Kondensatorplatten befindet

*) Von Molineaux, Webb and Co. (Ancoats, Kirby Street), Manchester.

**) Bei der Verwendung solcher Spulen mit Schleifkontakt ist aber im allgemeinen Vorsicht geboten. Das frei endigende Stück stellt immer einen Oszillator dar, der mit dem übrigen Teil fest gekoppelt ist. Das kann Anlaß zu bedeutenden Störungen geben. — Man darf dies aber im allgemeinen nicht dadurch vermeiden, daß man die nicht eingeschalteten Windungen durch einen Draht kurz schließt. Man macht damit genau dasselbe, wie wenn man von der Spule K_2K_1K

sich eine Funkenstrecke F oder ein Geißlerrohr. Auf den so gebildeten Kondensatorkreis (II) induziert ein anderer (I). Dessen Wechselzahl wird so reguliert, daß beide Kondensatorkreise in Re-

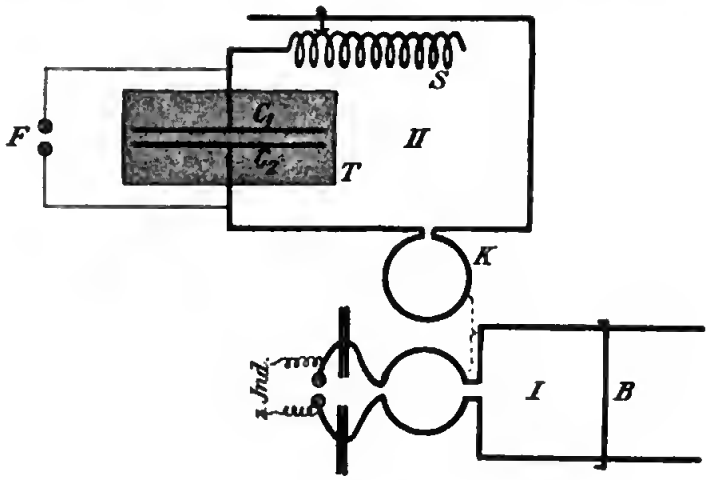


Fig. 503.

sonanz sind, wenn die Spule S ganz eingeschaltet ist. Die Funkenstrecke F stellt man so ein, daß dann gerade lebhafte Funken übergehen.

Nun wird in den Trog Wasser gegossen. Die Funken bei F verschwinden sofort. Damit sie wieder auftreten, muß von der Spule S der größte Teil der Windungen ausgeschaltet, der Selbstinduktionskoeffizient des Kondensatorkreises II also sehr stark erniedrigt werden. Erst dann ist er wieder in Resonanz mit I. Die Kapazität des Kondensators $C_1 C_2$ muß also durch das Eingießen des Wassers sehr stark zugenommen haben, die Dielektrizitätskonstante des Wassers sehr groß sein.

335. Einfluß der Dämpfung auf die Resonanzkurve.

Wie die Dämpfung den Verlauf der Resonanzkurve des Stromeffekts beeinflußt, ist in **323** angegeben worden. Eine experimentelle

(Fig. 239, S. 250) nur die Windungen $K_2 K_1$ in einen Stromkreis einschalten wollte und zu diesem Zweck die übrigen kurz schlösse, indem man die Klemmen K_1 und K durch einen Draht verbände. Man stellt damit augenscheinlich einen Transformator her — Primärspule = $K_2 K_1$, Sekundärspule = $K_1 K$ — und schließt die Sekundärspule kurz. In diesem kurz geschlossenen Teil wird durch den magnetischen Induktionsfluß, der durch dieselben hindurchgeht, ein sehr starker Strom induziert, der sehr viel Energie verbraucht. — Aus demselben Grund ist es im allgemeinen unstatthaft, die Wechselzahl der Eigenschwingungen von Spulen dadurch zu variieren, daß man eine Anzahl Windungen kurz schließt.

Bestätigung des dort Ausgeführten enthalten die Kurven von Fig. 504. Die stark ausgezogene Resonanzkurve a wurde erhalten, als in der Anordnung von Fig. 492 ein Kondensatorkreis (I) auf einen veränderlichen Meßkondensatorkreis induzierte, ohne daß in beiden Kreisen Widerstand außer demjenigen der Leitungsdrähte eingeschaltet war. Die Resonanzkurven b, c, d ergaben sich, als der Widerstand des Primärkreises um ca. 1,5, 3, 6 Ohm elektrolytischen Widerstand vermehrt wurde. Als man denselben Primärkreis wie bei Resonanzkurve a benützte, aber in den Sekundärkreis 1,5 Ohm elektrolytischen

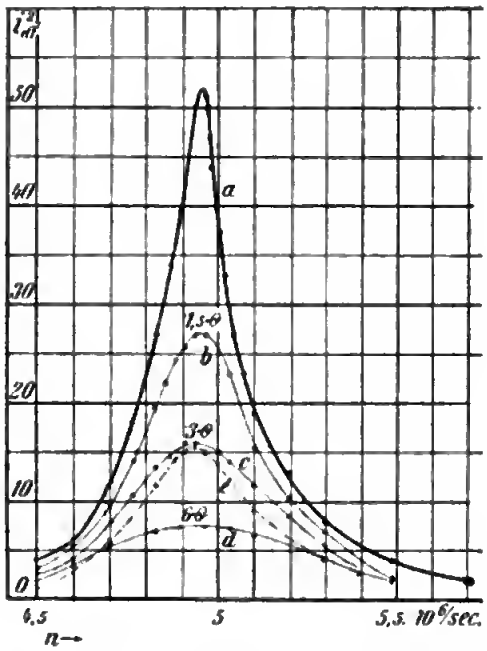


Fig. 504.

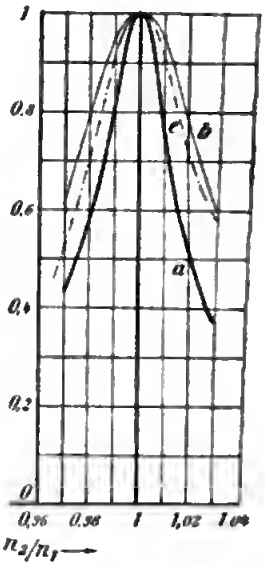


Fig. 505.

Widerstand einschaltete, nahm die Resonanzkurve die Gestalt der strichpunktierten Kurve e an. In Fig. 505 sind die Kurven a, b, e wiederholt, aber so, daß in ihnen als Ordinaten die Werte von $(i^2_{eff}/i_r{}^2_{eff})$, als Abszissen diejenigen von n_2/n_1 aufgetragen sind [322].

a. Die Kurven bestätigen vorerst qualitativ, daß jede Steigerung der Dämpfung, sei es im Primärkreis, sei es im sekundären, zur Folge hat,

(1) daß der Stromeffekt bei Resonanz bei weitem geringer wird (Fig. 504),

(2) daß die Resonanzkurve in der Nähe des Resonanzpunkts flacher verläuft, die Resonanz also weniger scharf wird (Fig. 505).

b. Bei einer quantitativen Diskussion der Kurven hat man sich zu vergegenwärtigen, daß der Primärkreis jedenfalls bei weitem stärker gedämpft war als der sekundäre. Bei beiden Kreisen bildeten die Strombahn dicke Kupferdrähte, der Primärkreis enthielt aber außerdem eine Funkenstrecke. Die Kurve e im Verhältnis zur Kurve a stellt also den Fall dar, daß bei dem weniger stark gedämpften Kreis die Dämpfung etwas vermehrt wurde. Die hauptsächlichste Wirkung dieser Vermehrung ist ein sehr bedeutendes Herabsinken des Stromeffekts bei Resonanz (im Verhältnis 51,8 : 15,5), weit geringer ist der Einfluß auf die Schärfe der Resonanz. Es liegt darin eine gewisse Bestätigung der Beziehungen in **323 b** und **c**, wonach der Stromeffekt bei Resonanz bestimmt ist durch $\frac{1}{\mathfrak{d}_1 \mathfrak{d}_2 (\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2)}$, die Schärfe der Resonanz durch $(\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2)^2$. Ist $\mathfrak{d}_2$ etwa $^1/_{10}$ von $\mathfrak{d}_1$ und es wird $\mathfrak{d}_2$ verdoppelt, so wird dadurch der Stromeffekt bei Resonanz auf etwa die Hälfte des vorherigen Wertes herabgedrückt. Die Summe der Dekremente $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$ ändert sich dadurch aber nur um 9 %, die Schärfe der Resonanz also um 18 %.

c. Die Kurven a und e von Fig. 504 zeigen auch, welch großen Einfluß schon geringe Widerstände im Meßkondensatorkreis haben können. Hitzdrahtthermometer oder gar Bolometer, wenn sie nicht

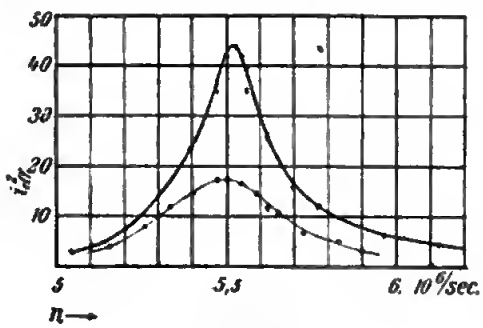


Fig. 506.

für ganz besonders geringen Widerstand gebaut sind, direkt in den Meßkondensatorkreis einzuschalten, ist also nicht angängig. Wie ungünstig schon ein Hitzdrahtthermometer von 0,5 Ohm Widerstaud wirkt, geht aus den Kurven von Fig. 506 hervor. Die obere Kurve stellt eine Resonanzkurve dar, die mit dem Meßkondensatorkreis und Bolometer in der Anordnung von Fig. 497 aufgenommen wurde, ehe sich das Hitzdrahtthermometer im Meßkondensatorkreis befand. Als das Hitzdrahtthermometer eingeschaltet wurde, nahm die Resonanzkurve die Gestalt der unteren Kurve von Fig. 506 an.

336. Bestimmung der Dämpfung aus Resonanzkurven.

In den meisten Fällen wird es sich praktisch darum handeln, die Dämpfung eines offenen Oszillators oder eines Kondensatorkreises mit Funkenstrecke zu bestimmen, d. h. nach **219** und Kap. XII § 4 die Dämpfung von Schwingungen, deren Dekrement meistens über oder nur wenig unter 0,1 liegt. Andererseits kann das Dekrement des Meßkondensatorkreises, wenn man einigermaßen dicke Kupferdrähte oder besser Litzen aus dünnen isolierten Kupferdrähten [**235a**] verwendet, für gute Kontakte sorgt und Wirbelströme möglichst vermeidet, bis auf etwa 0,005 herabgedrückt werden. Im allgemeinen wird man sich also so einrichten können, daß das Dekrement des Meßkondensatorkreises bedeutend kleiner ist als dasjenige der Schwingung, deren Dämpfung bestimmt werden soll.

a. Sollen Dekremente von Schwingungen derselben Wechselzahl und Amplitude nur verglichen werden [vgl. als Beispiel dazu **219a**], so liefert die Beziehung **323** Gl. (2a) ein sehr einfaches Verfahren. Man läßt die Schwingung auf einen Meßkondensatorkreis induzieren, und beobachtet die Ausschläge in der Bolometeranordnung bei Resonanz. Sind diese in den verschiedenen Fällen $= \alpha_1$, α_2 etc. und bezeichnet man das Dekrement der Schwingung in den verschiedenen Fällen mit $\mathfrak{d}_{11}$, $\mathfrak{d}_{12}$ etc., so folgt*) aus **323** Gl. (2a) für diesen Fall annähernd

$$\mathfrak{d}_{11} : \mathfrak{d}_{12} : \mathfrak{d}_{13} : \ldots = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1}} : \frac{1}{\sqrt{\alpha_2}} : \frac{1}{\sqrt{\alpha_3}} \ldots \quad \ldots \quad (1)$$

Es genügt also, eines der Dekremente zu kennen, um ohne weiteres die anderen zu erhalten. Dasselbe gilt auch dann noch, wenn das Dekrement des Meßkondensatorkreises nicht vernachlässigt werden kann, aber bekannt ist; nur werden dann die Beziehungen etwas komplizierter als in Gl. (1).

b. Zur absoluten Bestimmung des Dekrements einer Schwingung ist es nötig, den Verlauf der Resonanzkurve heranzuziehen. Hat man für eine Anzahl Wechselzahlen n_g des Meßkondensatorkreises den Stromeffekt i^2_{eff} in demselben beobachtet, so trägt man diese Wechselzahlen n_g als Abszissen, den dazu gehörigen Stromeffekt i^2_{eff} als Ordinaten auf und zieht eine Kurve so, daß sie sich den beobachteten Punkten möglichst gut anschmiegt. Aus der Kurve erhält man die Wechselzahl n_r und den Stromeffekt $i_r{}^2_{eff}$ bei Resonanz. Man kann nun auf eine Anzahl Kurvenpunkte die Beziehung von **323**

*) Vorausgesetzt, daß die Bolometerausschläge $\sim i^2_{eff}$ sind.

Gl. (9) anwenden und bekommt dadurch eine Anzahl von Werten für $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$, die Summe der Dekremente der zu bestimmenden Schwingung und des Meßkondensatorkreises.

Statt dessen kann man mit Hilfe der Tab. XVIII folgendermaßen verfahren. Man zeichnet die Resonanzkurve so, daß als Abszissen n_2/n_r, als Ordinaten $y = i^2_{eff} : i_r{}^2_{eff}$ aufgetragen werden, was bei Benützung einer Multiplikationstabelle oder eines Rechenschiebers sehr rasch geht. Zwei Punkte der Resonanzkurve, welche die Ordinate y besitzen, seien P_1 und P_2 (vgl. die Figur auf Tab. XVIII). Diese Punkte sollen den Abstand x_1 und x_2 von der Ordinate des Resonanzpunkts haben. Dann ist [**323** Gl. (7)]

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = x \,.\, 2\pi \sqrt{\frac{y}{1-y}}$$
$$= x \,.\, A,$$

wenn $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ *) ist. Der Wert von A ist in Tab. XVIII für die verschiedenen Werte von y angegeben, ebenso sein Logarithmus. Wiederholt man das Verfahren für verschiedene Ordinaten y, so wird man im allgemeinen wegen der unvermeidlichen Ungenauigkeit der Beobachtung etwas verschiedene Werte für $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$ erhalten, aus denen man das Mittel zu nehmen hat.

Mit den Ordinaten y darf man nicht so weit herabgehen, daß x_1 und x_2 größer als höchstens $^1/_{10}$ wird. Ebenso ist das ganze Verfahren unstatthaft, wenn es für $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$ einen Wert liefert, der nicht klein ist gegen 2π**).

c. Das angegebene Verfahren liefert nur die Summe $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$ der Dekremente des Primär- und Sekundärsystems, nicht das gewünschte ($\mathfrak{d}_1$) des Primärsystems allein. In den meisten praktischen Fällen wird allerdings nach dem im Anfang Gesagten $\mathfrak{d}_2$ sehr klein gegen $\mathfrak{d}_1$, demnach das ermittelte $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$ nahezu identisch mit dem gesuchten $\mathfrak{d}_1$ sein. Unter Umständen wird man einen genügend genauen Wert von $\mathfrak{d}_2$ erhalten, wenn man es aus dem effektiven Widerstand des Sekundärkreises, seinem Selbstinduktionskoeffizienten und der Wechselzahl berechnet [vgl. **240 d**].

Ist aber die Berechnung bedenklich, z. B. weil der Meßkonden-

*) Nach **323** sollte $x_1 = x_2$ sein. Wegen der unvermeidlichen Unregelmäßigkeiten wird aber die Resonanzkurve nie genau symmetrisch und deshalb x_1 und x_2 etwas verschieden sein.

) Denn die Voraussetzung der Gl. (7) in **323 ist: x klein gegen 1 und $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$ klein gegen 2π.

satorkreis Energie an den Bolometerkreis abgibt [**341** und **343**], so läßt sich das Dekrement $\mathfrak{d}_2$ auch experimentell leicht bestimmen. Man habe in der Anordnung von Fig. 497 bei Resonanz im Bolometer den Ausschlag α erhalten. Nun schalte man bei HJ (Fig. 497) einen Widerstand w ein, der eine Vermehrung des Dekrements um $\gamma = \frac{w}{n_r p}$ [**217** Gl. (2) und (4)] hervorruft, wenn n_r die Wechselzahl bei Resonanz und p den Selbstinduktionskoeffizienten des Meßkondensatorkreises bezeichnet. Dadurch werde der Bolometerausschlag im Resonanzpunkt auf den Wert α_1 herabgedrückt. Dann ist nach **323** Gl. (2a)

$$\frac{\alpha_1}{\alpha} = \frac{\mathfrak{d}_1 \mathfrak{d}_2 (\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2)}{\mathfrak{d}_1 (\mathfrak{d}_2 + \gamma)(\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 + \gamma)} = \frac{\mathfrak{d}_2}{(\mathfrak{d}_2 + \gamma)\left(1 + \frac{\gamma}{\mathfrak{d}}\right)},$$

wenn $\mathfrak{d}$ für das nach $\mathfrak{b}$ bestimmte $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$ gesetzt wird. Aus dieser Beziehung folgt aber

$$\mathfrak{d}_2 = \gamma \cdot \frac{\alpha_1 \left(1 + \frac{\gamma}{\mathfrak{d}}\right)}{\alpha - \alpha_1 \left(1 + \frac{\gamma}{\mathfrak{d}}\right)}.$$

Wird auf eine genaue Kenntnis der Größe von $\mathfrak{d}_2$ Wert gelegt,

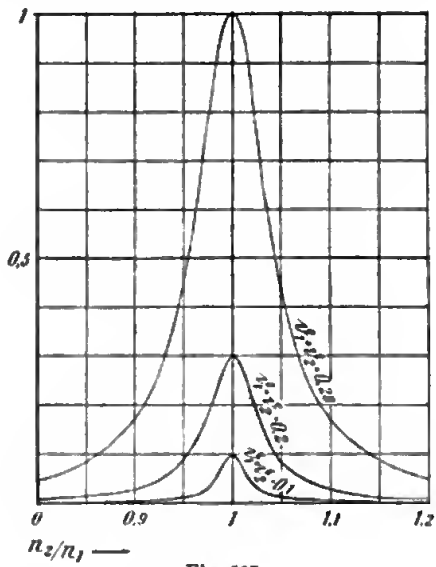


Fig. 507.

so muß γ ungefähr ebenso groß wie $\mathfrak{d}_2$ gemacht werden, was daran zu erkennen ist, daß dann der Ausschlag α_1 etwa die Hälfte von α wird.

d. Aus dem mehr oder weniger flachen Verlauf von Resonanzkurven in der Nähe des Resonanzpunkts kann nach **323 c** unmittelbar erkannt werden, welche von zwei Resonanzkurven einer größeren Dämpfung entspricht. Das gilt aber nur, wenn

(1) als Abszissen in beiden Kurven die Werte von n_2/n_1 aufgetragen sind oder wenn die Abszissen n_2 und ebenso die Abszisse des Resonanzpunkts in beiden Kurven dieselben sind,

(2) die Ordinaten der beiden Kurven im Resonanzpunkt gleich sind.

Trifft das nicht zu, so kann aus dem Verlauf in der Nähe des Resonanzpunkts gar nichts über das Verhältnis der Dämpfungen in zwei Resonanzkurven geschlossen werden. Die Kurven b und c von Fig. 486 verlaufen im Resonanzpunkt ganz verschieden flach, entsprechen aber denselben Dämpfungen ($\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 0{,}28$) und die Kurven von Fig. 507 verlaufen alle ungefähr gleich flach, entsprechen aber ganz verschiedenen Dekrementen.

337. Energieabsorption in Kondensatoren mit festem Dielektrikum.

Um die in **259 c** besprochene Energieabsorption in dem Dielektrikum von Kondensatoren nachzuweisen, kann die in **334 a** benützte Anordnung dienen. Das Bolometer des Meßkondensatorkreises gebe bei Resonanz den Ausschlag α_1, wenn in demselben sich nur der variable Luftkondensator befindet, dagegen den Ausschlag α_2, wenn parallel zum Luftkondensator ein Kondensator mit festem Dielektrikum geschaltet und durch Aenderung des Luftkondensators wieder Resonanz hergestellt ist.

Es bezeichne $\mathfrak{d}^{(1)}$ das Dekrement des Meßkondensatorkreises im ersten Fall, $\mathfrak{d}^{(2)}$ dasjenige im zweiten Fall. Wenn beide [vgl. **336**] klein sind gegen das Dekrement $\mathfrak{d}_1$ des Primärkreises[218a]), so ergibt **323** Gl. (2 a) annähernd

$$\frac{\mathfrak{d}^{(2)}}{\mathfrak{d}^{(1)}} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}.$$

Die Vermehrung des Dekrements $\mathfrak{d}^{(2)} - \mathfrak{d}^{(1)}$ im Verhältnis zum anfänglich vorhandenen Dekrement, d. h.

$$\frac{\mathfrak{d}^{(2)} - \mathfrak{d}^{(1)}}{\mathfrak{d}^{(1)}} = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_2}$$

liefert ein gewisses Maß für die Energieabsorption im Kondensator.

Ein derartiger Versuch mit einem Mikanitkondensator[210]) gab bei einer Wechselzahl von ca. $3 \cdot 10^6$/sec. und einer Dicke der Mikanitplatten von 0,5 mm folgende Zahlen:

$$\left.\begin{array}{l} a_1 = 37{,}5 \text{ mm} \\ a_2 = 30 \quad , \end{array}\right\} \quad \frac{\mathfrak{d}^{(2)} - \mathfrak{d}^{(1)}}{\mathfrak{d}^{(1)}} = \frac{7{,}5}{30} = 25\,\%.$$

In einem anderen Versuch, ebenfalls mit einem Mikanitkondensator, war das Resultat:

$$\left.\begin{array}{l} a_1 = 27 \quad \text{mm} \\ a_2 = 19{,}5 \quad , \end{array}\right\} \quad \frac{\mathfrak{d}^{(2)} - \mathfrak{d}^{(1)}}{\mathfrak{d}^{(1)}} = \frac{8{,}5}{27} = 31\,\%.$$

Mikanitkondensatoren zeigen also bei Schwingungen von 10^6 bis 10^7 Wechseln eine nicht unbedeutende Energieabsorption.

Wiederholt man den Versuch mit Platten aus englischem Flintglas, so zeigt sich nur eine relativ sehr geringe Zunahme der Dämpfung. Die Energieabsorption bei englischem Flintglas ist also gering.

338. Dämpfung des linearen und des Hertz'schen Senders.

a. In Fig. 508 stellt die stark ausgezogene Kurve a die Resonanzkurve eines linearen Senders dar von 40 m ganzer Länge und 1 mm Drahtdurchmesser. Sie wurde mit der in **330 b** beschriebenen Anordnung aufgenommen. Ihr flacher Verlauf weist auf eine bedeutende Dämpfung*) hin. Daß diese nicht durch Joule'sche Wärme hervor-

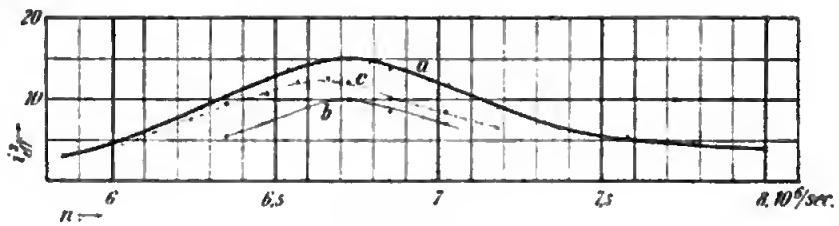


Fig. 508.

gerufen sein kann, zeigt Kurve b, welche unter genau denselben Umständen erhalten wurde, nachdem man in die Mitte des linearen Senders 21 Ohm elektrolytischen Widerstand eingeschaltet hatte**). Da der effektive Widerstand des Drahtes nur ca. 3 Ohm war, so hatte eine Vermehrung des Energieverbrauchs durch Joule'sche Wärme auf

*) Dieselbe ist größer, als nach den Beziehungen von **296 b** zu erwarten war. Es ist anzunehmen, daß der Sender bei den Laboratoriumsversuchen in irgendwelchen Leitungen Ströme induzierte und dadurch Energie abgab.

**) Das Einschalten von Widerstand bis zu 6 Ohm änderte so gut wie gar nichts, ganz im Gegensatz zu den Verhältnissen beim Kondensatorkreis (Fig. 504).

deu 15fachen*) Betrag nur eine Steigerung des Dekrements auf das 1,2fache**) zur Folge. Diese Art des Energieverbrauchs kann also unmöglich die Hauptursache der starken Dämpfung sein.

b. Dasselbe geht aus der Kurve c hervor, einer Resonanzkurve desselben Senders, nachdem der Draht von 1 mm Durchmesser durch

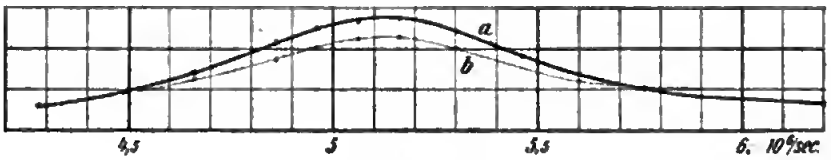


Fig. 509.

einen solchen von 1,8 mm Durchmesser ersetzt war. Trotzdem dadurch der effektive Widerstand vermindert wurde [235 a], ist die Dämpfung größer geworden. Dieses Resultat steht aber im Einklang mit 296 b, wonach die Dämpfung eines linearen Senders durch Strahlung umso größer ist, je größer cet. par. sein Durchmesser im Verhältnis zu seiner Länge ist.

c. Die Resonanzkurve c bestätigt außerdem die Angabe in 289 b, daß beim linearen Sender eine Vermehrung der Dicke bei konstanter Länge eine geringe Verminderung der Wechselzahl zur Folge hat.

d. Hertz'scher Sender.

Als an den linearen Sender, auf den sich die Resonanzkurven von Fig. 508 bezogen, an jedem Ende ein Blechzylinder von $0{,}16 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad Kapazität angehängt wurde, ergab dieselbe Anordnung die Resonanzkurve a von Fig. 509. An ihre Stelle trat Kurve b Fig. 509, als in der Mitte des Senders 21 Ohm elektrolytischer Widerstand eingeschaltet wurde. Das Verhältnis der beiden Kurven beweist auch hier, daß die starke Dämpfung eines derartigen Hertzschen Senders nur zum geringsten Teil von der Entwicklung Joule'scher Wärme herrühren kann.

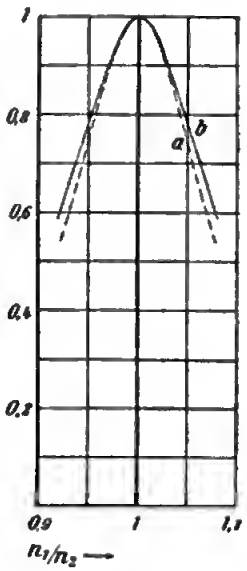


Fig. 510.

e. In Fig. 510 sind die Kurven a von Fig. 508 und 509 so umgezeichnet, daß als Abszissen n_2/n_1,

*) Vgl. S. 538 Fußnote *).

**) Die Ausschläge im Resonanzpunkt verhalten sich nach Fig. 508 in beiden Fällen wie 15 : 10, deshalb nach 336 a die Dekremente in beiden Fällen annähernd wie $\sqrt{1{,}5}$ = ca. 1,2 : 1.

als Ordinaten $y = i^2_{eff} : i_r{}^2_{eff}$ aufgetragen sind, und zwar entspricht die Kurve a von Fig. 510 der Kurve a von Fig. 508, also dem linearen Sender, die Kurve b von Fig. 510 der Kurve a von Fig. 509, dem Hertz'schen. Ein Vergleich der Kurven a und b von Fig. 510 zeigt, daß die Dekremente des Hertz'schen und des linearen Senders derselben Länge nur wenig voneinander verschieden waren.

339. Die Dämpfung von Spulen.

Auf eine Spule aus verzinntem Kupferdraht (Höhe 57 cm, Durchmesser 48,5 cm, Ganghöhe 1,5 cm, Windungszahl 38, Drahtradius 0,9 mm) induzierte in sehr loser Koppelung der verstellbare Konden-

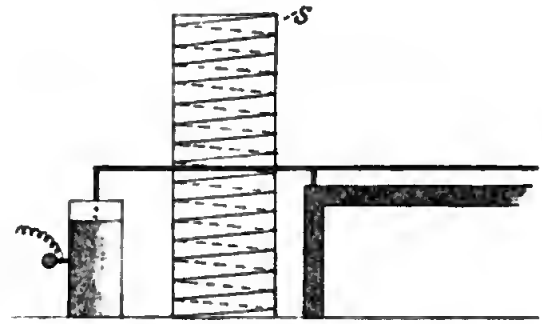


Fig. 511.

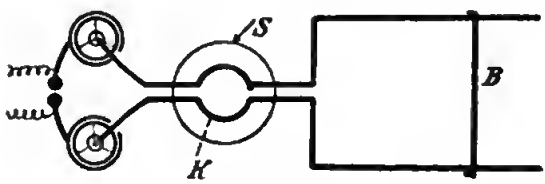


Fig. 512.

satorkreis von Fig. 492; die Anordnung ist im Aufriß in Fig. 511, im Grundriß in Fig. 512 abgebildet. Die Spule induziert auf einen Bolometerkreis ebenfalls in ganz loser Koppelung.

a. Als die Wechselzahl des erregenden Kondensatorkreises variiert wurde, ergab sich die Resonanzkurve a von Fig. 513. Sie zeigt eine relativ scharfe Resonanz, die Summe der Dekremente von Kondensatorkreis und Spule bestimmt sich aus der Resonanzkurve zu 0,15. Nimmt man diejenige des Kondensatorkreises, was der Wirklichkeit jedenfalls sehr nahe kommt, zu 0,08 an, so bleibt für die Eigenschwingung der Spule als Dekrement 0,07 übrig. Eine derartige Spule besitzt also ein Dekrement etwa von derselben Größenordnung wie ein Kondensatorkreis mit Funkenstrecke.

b. Wurde in der Mitte der Spule 5,2 bezw. 21 Ohm elektrolytischer Widerstand eingeschaltet, so lieferte dieselbe Anordnung die Resonanzkurven b und c von Fig. 513. Aus Kurve c folgt für die Summe $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$ der Dekremente 0,18, für das Dekrement der Spule allein also 0,10.

Der effektive Widerstand der Spule war jedenfalls größer als 10 Ohm. Wenn also das Einschalten von 21 Ohm Widerstand — d. h. eine Steigerung des Widerstands auf höchstens den 5fachen Wert [S. 538 Fußnote *)] — zur Folge hatte, daß das Dekrement ungefähr auf den $1\frac{1}{2}$fachen Wert hinaufging, so folgt daraus und

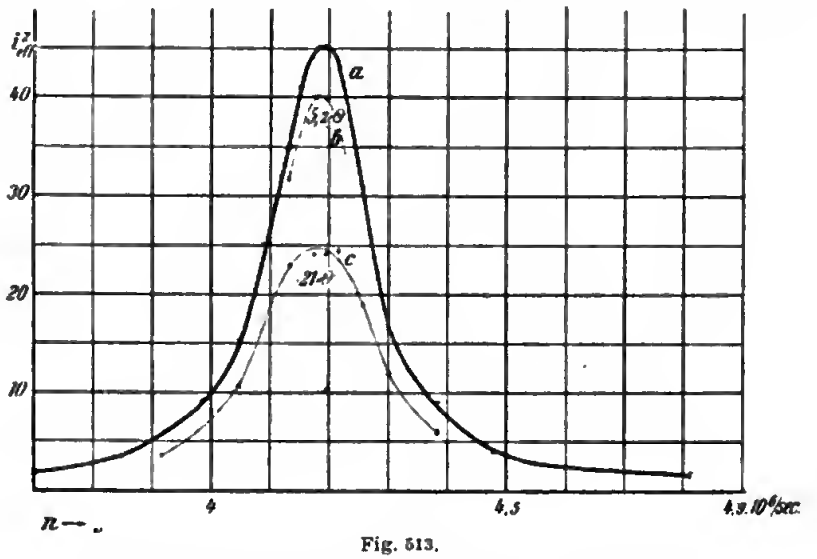


Fig. 513.

aus **338a**, daß bei Spulen der Energieverlust durch Joule'sche Wärme einen bedeutend größeren, derjenige durch Strahlung[219]) einen bedeutend geringeren Teil der Gesamtdämpfung betragen muß als beim geraden linearen Sender.

c. Wenn in der Anordnung von Fig. 512 einem Spulenende ein Blatt Stanniol oder Blech oder die Hand genähert wird, so verschiebt sich der Resonanzpunkt sofort. Wegen der geringen Kapazität, welche die beiden Spulenhälften im allgemeinen besitzen [**291a**], genügt schon diese geringe Aenderung der Kapazität, um die Wechselzahl der Spulenschwingungen zu ändern.

Zur Demonstration dieser Empfindlichkeit von Spulen gegen alle Kapazitätsänderungen läßt sich die Anordnung von Fig. 512 in folgender Weise benützen[220]). In der Nähe des einen Spulenendes wird ein Geißlerrohr befestigt, und zwar in solchem Abstand, daß es gerade

aufleuchtet, wenn der Kondensatorkreis in Resonanz mit der Spule gebracht ist. Wird nun das Stanniolblatt oder die Hand dem anderen Spulenende genähert, so hört das Leuchten des Geißlerrohres sofort auf. Das Leuchten tritt aber wieder auf, wenn man die Wechselzahl des Kondensatorkreises durch Verschieben des Bügels *B* etwas erniedrigt hat.

d. Befindet sich das Stanniolblatt ziemlich nahe dem Spulenende, so sieht man in der Dunkelheit — insbesondere bei eng gewundenen,

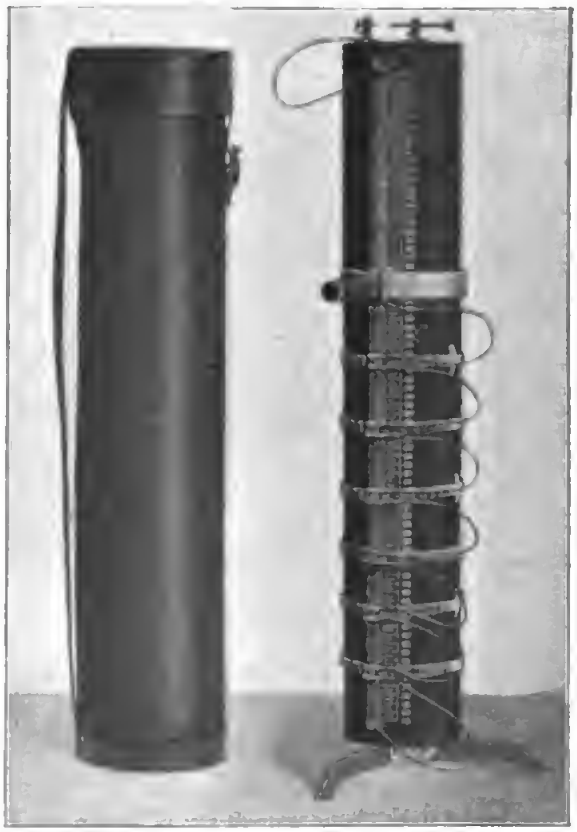


Fig. 514.

langen Spulen, bei denen auch die Erscheinung **c** besonders stark sich zeigt — zwischen Spule und Stanniolblatt eine Büschelentladung: die Spule *„sprüht"*. Der Grund davon ist, daß auch bei relativ loser Koppelung ziemlich große Spannungen an den Spulenenden auftreten **[345e]**, welche ein Ausströmen der elektrischen Ladung in die Luft zur Folge haben. Unterstützt man dieses Sprühen absichtlich dadurch, daß man Spitzen (Nähnadeln) an die Spulen anlötet, und nimmt nun die Resonanzkurve auf, so findet man, daß sie flacher verläuft als

vorher. Das Sprühen bedeutet also einen Energieverlust, der vermieden werden muß, wenn es auf möglichst geringe Dämpfung ankommt.

e. Es ist von A. Slahy[221]) vorgeschlagen worden, zur Bestimmung von Wechselzahlen statt eines Meßkondensatorkreises [329, 330] Meßspulen zu verwenden. Die Wechselzahl der von Slahy konstruierten, sehr eng gewickelten Spulen — auf der rechten Seite der Fig. 514 ist eine solche abgebildet (links ist das Futteral) — kann dadurch variiert werden, daß man mehr oder weniger Windungen kurz schließt. Den Oszillator, dessen Wechselzahl bestimmt werden soll, läßt man auf die Spule einwirken und variiert die Wechselzahl der Spule so lange, bis sie mit dem Oszillator in Resonanz ist, was nach Leuchteffekten an den Spulenenden beurteilt wird. Wenn die Spule richtig geeicht ist und bei ihrer Anwendung wegen der in c besprochenen Eigenschaft größte Sorgfalt beobachtet wird, so ist damit wohl eine für technische Zwecke brauchbare Bestimmung der Wechselzahl möglich[222]). Vorteile aber gegenüber einem Meßkondensatorkreis, abgesehen von einer vielleicht etwas größeren Handlichkeit, besitzt sie wohl nicht: ihre Dämpfung ist größer und die Aufnahme von Resonanzkurven, aus denen eine genügend genaue Bestimmung des Dekrements einer Schwingung möglich wäre, nicht damit auszuführen. Gegen die Verwendung dieser Meßspulen bei Messungen, bei denen es einigermaßen auf Genauigkeit ankommt, spricht die von A. Slahy[223]) angegebene Tatsache, daß die Wechselzahl der Spulen bei feuchtem Wetter um mehrere Prozente verschieden ist von derjenigen bei trockenem Wetter.

340. Nachweis der erzwungenen und Eigenschwingungen.

Durch die Aufnahme von Resonanzkurven kann auch der Satz experimentell verifiziert werden [319a], daß bei der Einwirkung eines Oszillators (I) auf einen anderen (II) bei extrem loser Koppelung in dem letzteren zwei Schwingungen entstehen, die erzwungene von der Wechselzahl des primären Oszillators und die Eigenschwingung des sekundären.

a. Als z. B. bei einem Versuch mit zwei Kondensatorkreisen die Resonanzkurve des sekundären Kondensatorkreises aufgenommen wurde (Anordnung Fig. 515), ergab sich als Resonanzkurve die stark ausgezogene Kurve a von Fig. 516. Sie beweist nach 327 das Vorhandensein von zwei Schwingungen. Ließ man den Primärkreis (I) allein auf den Meßkondensatorkreis wirken, so erhielt man als Re-

sonanzkurve die schwach ausgezogene Kurve b. Und als in den sekundären Kondensatorkreis (II) eine Funkenstrecke eingeschaltet

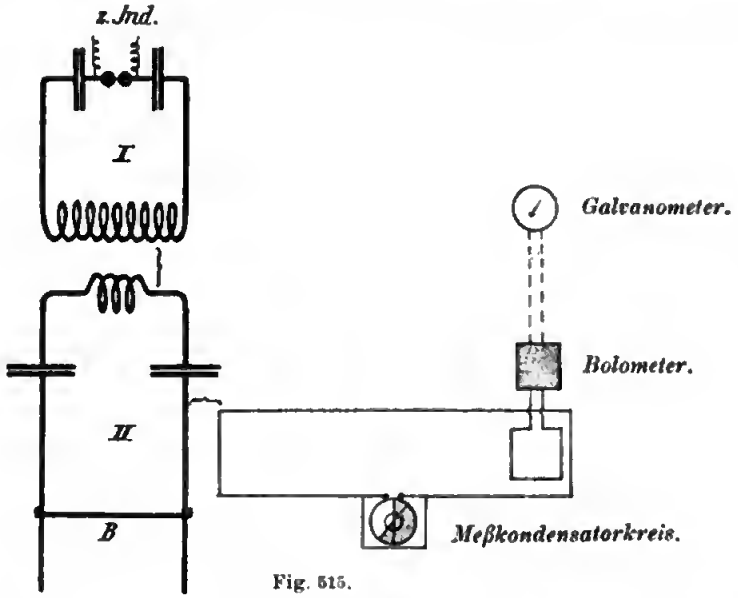


Fig. 515.

wurde, so daß durch einen Induktor die Eigenschwingungen dieses Kondensatorkreises erregt werden konnten, lieferte die Einwirkung

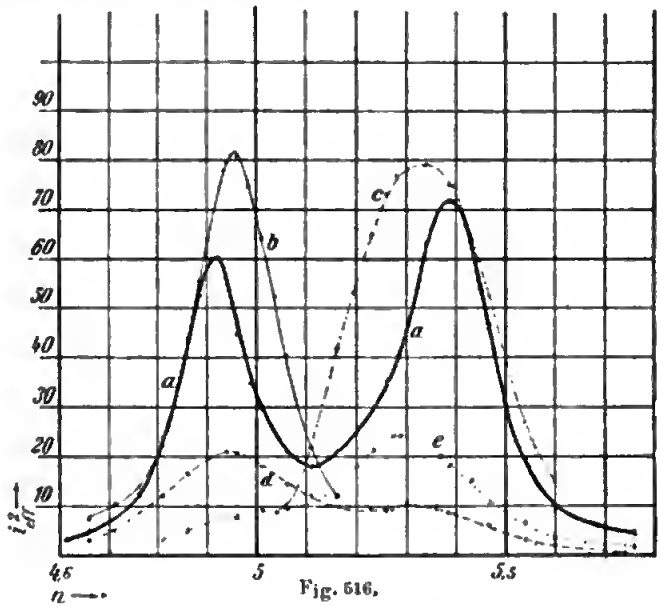


Fig. 516.

dieser Schwingung auf den Meßkondensatorkreis die Resonanzkurve c von Fig. 516. Die Kurven b und c zeigen, daß die beiden Schwin-

gungen der Kurve a jedenfalls annähernd*) dieselbe Wechselzahl haben, wie die Eigenschwingungen der beiden Kondensatorkreise.

Daß die beiden Schwingungen, die bei Koppelung im Sekundärkreis vorhanden sind (Kurve a), auch dieselbe Dämpfung haben wie die Eigenschwingungen der beiden Kreise, wird für die langsamere der beiden Schwingungen (Kurve b) durch den Versuch bestätigt. Bei der schnelleren Schwingung mußte der Versuch, welcher die Kurve c lieferte, eine größere Dämpfung ergeben, da der Kondensatorkreis II bei Aufnahme der Kurve a keine Funkenstrecke, bei Aufnahme der Kurve c aber eine solche enthalten hatte.

b. Die gestrichelte Kurve d ist die Resonanzkurve des Sekundärkreises, wenn er mit dem primären wie bei Kurve a gekoppelt war, aber 6 Ohm elektrolytischen Widerstand enthielt, so daß seine Eigenschwingungen stark gedämpft waren. In der Resonanzkurve kommt denn auch fast nur die erzwungene Schwingung zum Ausdruck. Die punktierte Kurve e stellt den umgekehrten Fall dar, wo durch Einschalten von 6 Ohm in den Primärkreis dessen Schwingungen stark gedämpft wurden und demnach im Sekundärkreis der Effekt der Eigenschwingungen vorherrscht.

---

*) Daß die Wechselzahlen nicht genauer übereinstimmen, ist im vorliegenden Fall wohl hauptsächlich darin begründet, daß die Koppelung zwischen Primär- und Sekundärkreis etwas fester war, als sie für eine genaue Realisierung der in 319 vorausgesetzten Verhältnisse hätte sein dürfen [352 c].

Kapitel XV.

Gekoppelte Systeme. Allgemeiner Fall.

§ 1. Koppelung eines Oszillators mit einem geschlossenen Stromkreis.

341. Rückwirkung auf den erregenden Oszillator.

In Kapitel XIV § 1 war der Fall, daß ein Oszillator, z. B. ein Kondensatorkreis, mit einem geschlossenen Stromkreis gekoppelt ist, untersucht, es waren aber nur die Vorgänge in dem geschlossenen Stromkreis diskutiert worden. Die Frage, in welcher Weise die Schwingungen in dem geschlossenen Stromkreis auf den Oszillator zurückwirken, war vermieden worden durch die Annahme, daß die Koppelung extrem lose und deshalb die Rückwirkung unmerklich sein solle. Jetzt soll mit Rücksicht auf Anordnungen wie diejenige von Fig. 497 diese Annahme fallen gelassen und nur das vorausgesetzt werden, daß die Koppelung nicht extrem fest sein soll, was bei der Anordnung von Fig. 497 jedenfalls zutrifft.

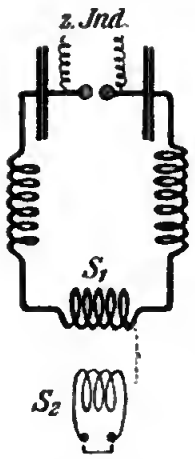


Fig. 517.

Es möge z. B. die Anordnung Fig. 517 vorliegen: Ein Kondensatorkreis enthalte eine Spule S_1; der Strom in derselben induziere auf eine Spule S_2. Die Frage ist dann: Wie ändern sich die Verhältnisse im Kondensatorkreis, wenn die Spule S_2 geschlossen wird?

Beim technischen Transformator war schon besprochen worden, wie ein Sekundärstromkreis auf den Primärkreis zurückwirkt [139]. Das Resultat war dort: die Rückwirkung auf den Primärkreis macht sich so geltend, wie wenn dessen Widerstand vermehrt, sein Selbstinduktionskoeffizient vermindert würde. Abgeleitet war dieses Resultat zwar nur für ungedämpfte Schwingungen; es ist aber wahrscheinlich, und wie eine einfache Rechnung zeigt, tatsäch-

lich richtig, daß es auch für gedämpfte Schwingungen gilt, wenn ihre Dämpfung nicht extrem groß ist.

Eine Verminderung des Selbstinduktionskoeffizienten unter gleichzeitiger Vermehrung des Widerstands muß aber für einen Kondensatorkreis zur Folge haben[224]), daß

(1) die Wechselzahl [209],

(2) die Stromamplitude bei vorgegebener Spannungsamplitude [252 b],

(3) der Dämpfungsfaktor [217 und 219a]

erhöht wird.

342. Experimentelle Bestätigung.

a. Ein Beweis für die Zunahme der Wechselzahl und des Dämpfungsfaktors liegt schon in einem früheren Versuch. In 215 (Fig. 350) war im Prinzip die Anordnung von Fig. 517 benützt worden: Ein Kondensatorkreis (Primärkreis eines Induktors) induzierte auf eine Sekundärspule. Als die Sekundärspule offen war, hatte man für die Schwingungen im Primärkreis die Kurve Fig. 352 erhalten, als die Sekundärspule kurz geschlossen war, Fig. 353. Ein Vergleich der beiden Schwingungskurven zeigt unmittelbar, daß das Kurzschließen der Sekundärspule sowohl Wechselzahl als Dämpfungsfaktor der Schwingungen im Primärkreis vergrößert hat.

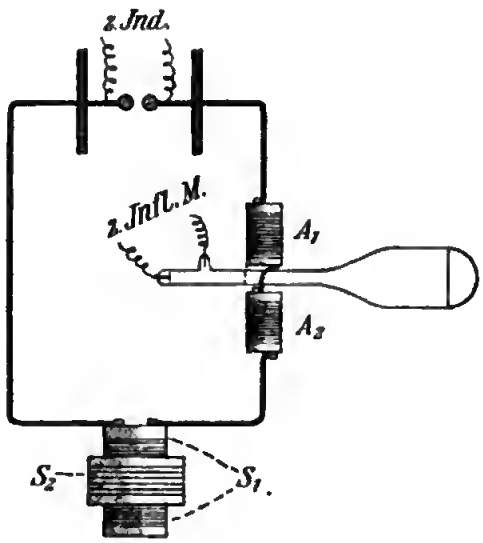


Fig. 518.

b. Bei Kondensatorkreisen, deren Wechselzahl $10^5/_{sec.}$ nicht viel übersteigt, kann die Zunahme von Stromamplitude und Dämpfung mit Hilfe der Braun'schen Röhre nachgewiesen werden. Die Schaltung ist diejenige von Fig. 518: $A_1 A_2$ sind die Ablenkungsspulen, S_1 und S_2 Spulen, von denen S_1 dem Kondensatorkreis angehört, S_2 kurzgeschlossen werden kann. Ein derartiger Versuch*) lieferte, als die Spule S_2 offen war, das Bild von Fig. 519, als die

*) Kapazität = ca. 2×10^{-3} Mikrofarad. Selbstinduktionskoeffizient von $S_1 = 0{,}24$ Henry . S_2 = ca. 20 um S_1 herumgewickelte Windungen.

Spule S_2 kurzgeschlossen wurde, das Bild von Fig. 520*). Es folgt aus beiden [58 und 221 c], daß durch das Kurzschließen der Spule die

Fig. 519.

Fig. 520.

Stromamplitude und das Dekrement und daher [a] in noch höherem Maße der Dämpfungsfaktor zugenommen hat.

c. Bei schnelleren Schwingungen kann die Zunahme der Wechselzahl und der Dämpfung durch Aufnahme von Resonanzkurven fest-

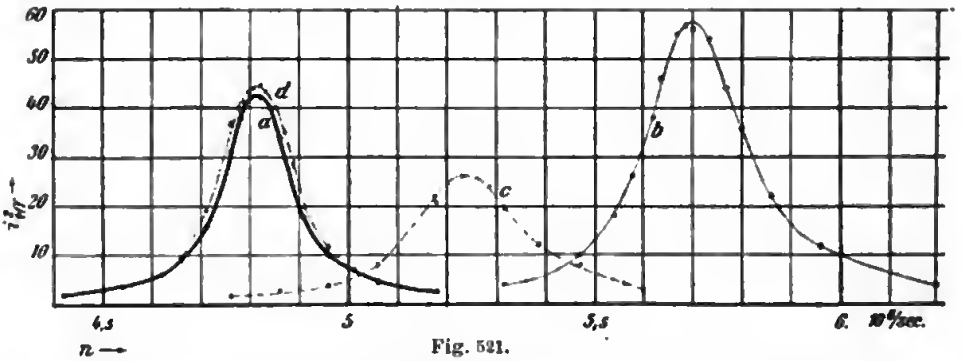


Fig. 521.

gestellt werden. In Fig. 521 ist die stark ausgezogene Kurve a die Resonanzkurve eines Kondensatorkreises. Als man denselben Kondensatorkreis auf einen geschlossenen Drahtkreis von 15 cm Radius

*) Nach den Negativen gezeichnet.

und 3 mm Drahtdurchmesser induzieren ließ*), ergab sich als Resonanzkurve die Kurve b von Fig. 521. Die Steigerung der Wechselzahl von $4{,}8 \cdot 10^6/_{sec.}$ auf $5{,}7 \cdot 10^6/_{sec.}$ ist also sehr beträchtlich. Daß auch das Dekrement und damit der Dämpfungsfaktor zugenommen hat, übersieht man, wenn man die Kurven a und b von Fig. 521 so umzeichnet, daß sie bezüglich ihres Verlaufs in der Nähe des Resonanzpunktes vergleichbar werden [322]. Das ist in den Kurven a und b von Fig. 522 geschehen.

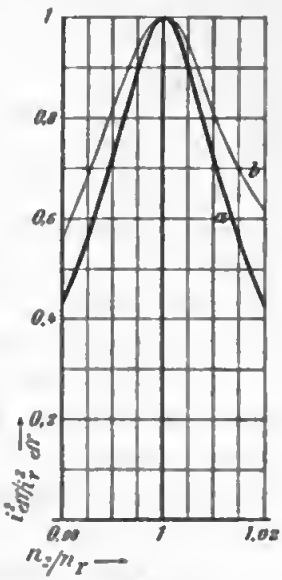


Fig. 522.

343. Praktische Folgen.

a. Um die Dämpfung durch den großen Widerstand des Hitzdrahtthermometers zu vermeiden, ist bei dem Wellenmesser von **330c** das Hitzdrahtthermometer in einem geschlossenen Stromkreis untergebracht, auf den der Meßkondensatorkreis induziert. Nach **341** und **342** liegen auch gegen diese Anordnung Bedenken vor. Daß sie berechtigt sein können**), ist mit der Anordnung von Fig. 517 leicht nachzuweisen. Man bestimmt einmal die Resonanzkurve des Kondensatorkreises, wenn er allein ist und dann, wenn er statt auf die Spule S_2 in Fig. 517 auf einen geschlossenen Stromkreis induziert, der so nahe an ihn herangerückt wird, daß ein in denselben geschaltetes Hitzdrahtthermometer eben noch einen brauchbaren Ausschlag, etwa 10 bis 20 mm, gibt. Ein solcher Versuch mit einem Hitzdrahtinstrument, das etwa 3mal so empfindlich war wie dasjenige, dessen Eichkurve in Fig. 44 *A* wiedergegeben ist, lieferte die Resonanzkurve c von Fig. 521, während als Resonanzkurve desselben Kondensatorkreises, als er allein vorhanden war, die Kurve a von Fig. 521 sich ergeben hatte. Die Wirkung des geschlossenen Kreises mit dem Hitzdrahtthermometer besteht also in einer nicht unbeträchtlichen Steigerung von Dämpfung und Wechselzahl.

b. Genau dieselben Bedenken können auch gegen die in **329** empfohlene Anordnung geltend gemacht werden. Allein die sehr viel größere Empfindlichkeit des Bolometers ermöglicht es, den Bolometerkreis mit dem Meßkondensatorkreis so lose zu koppeln, daß

*) Er befand sich in der Mitte einer Spule aus vier eng aneinander liegenden Windungen, welche dem Kondensatorkreis angehörte.

**) Für praktische Zwecke kommt dieses Bedenken aber bei Strombahnen mit mehreren Windungen [330c] wohl nicht in Betracht.

die Rückwirkung auf den Meßkondensatorkreis tatsächlich ohne Belang ist. Ob dies erreicht ist, kann in folgender Weise kontrolliert werden. Man stelle sich einen zweiten Stromkreis von derselben Gestalt wie der Bolometerkreis her und füge in denselben einen induktionslosen Widerstand ein von derselben Größe wie denjenigen des Bolometers. Das Ganze bringe man relativ zum Meßkondensatorkreis in genau analoge Lage wie den Bolometerkreis und beobachte nun die Resonanzkurve. Bei der in **a** benützten Anordnung erhielt man als solche die Kurve d von Fig. 521. Sie weicht sowohl bezüglich der Lage des Resonanzpunkts (Wechselzahl) als bezüglich des Verlaufs (Dämpfung) sehr wenig von der Resonanzkurve a des Kondensatorkreises allein ab *). Es kann also auch die Rückwirkung des Bolometerkreises die Verhältnisse im Meßkondensatorkreis unmöglich beträchtlich geändert haben.

c. Als praktische Folgerung ist aus **a** und **b** zu entnehmen:

(1) Bei Anordnungen, wie sie der in **330c** beschriebene Wellenmesser darstellt, muß ein möglichst empfindliches Instrument benützt werden, damit eine äußerst lose Koppelung zwischen Meßkondensatorkreis und geschlossenem Stromkreis möglich ist.

(2) Bei der Eichung des Meßkondensatorkreises, sowohl bezüglich der Wechselzahl [**330** und **333a**] als bezüglich der Dämpfung [**336c**] soll der Stromkreis, welcher Hitzdrahtthermometer (oder auch Bolometer) enthält, an derjenigen Stelle sich befinden, an welcher er nachher gebraucht wird.

d. Eine ähnliche Rückwirkung, wie ein geschlossener linearer Stromkreis, üben natürlich auch diejenigen Ströme aus, welche ein Kondensatorkreis oder anderer Oszillator in beliebigen Leitern, die sich in seiner Nähe befinden, induziert. Da diese Ströme bei den hohen Wechselzahlen sehr stark sein können, so sind Leiter aus der Nähe von Kondensatorkreisen oder anderen Oszillatoren zu entfernen.

§ 2. Einwirkung eines Oszillators auf einen anderen bei loser Koppelung.

344. Sekundärsystem mit nicht quasistationärer Strömung [225]).

Von besonderer praktischer Bedeutung ist die Frage: Was ändert sich an den Beziehungen, die für zwei Kondensatorkreise gelten, wenn das Sekundärsystem ein solches mit nicht quasistationärer Strömung, z. B. ein linearer Sender ist?

*) Daß die Ordinaten überall etwas höhere Werte haben als bei Kurve a hat wohl in einer kleinen Aenderung der Tourenzahl des Unterbrechers seinen Grund [242a].

Die Frage soll nicht allgemein beantwortet werden, sondern nur unter folgenden Voraussetzuugen, die gleichzeitig die Bedingungen der praktisch wichtigsten Fälle wiedergeben.

(1) Die Verteilung der Strömung auf dem Sekundärsystem soll sinusförmig sein, wie es beim linearen Sender [279] und annähernd bei einer Spule [286] der Fall ist.

(2) Der Teil des Sekundärsystems, auf welchen der primäre Kondensatorkreis induziert, soll ein Strombauch desselben, außerdem von so geringer Länge sein, daß die Strömung auf ihm als quasistationär betrachtet werden darf.

(3) Es soll sich nur um die Grundschwingung des Sekundärsystems handeln.

a. Unter diesen Voraussetzungen erhält man die Beziehungen für die gekoppelten Systeme richtig durch folgende Rechnungsregel. Man ersetze in den Formeln für die gekoppelten Kondensatorkreise

$$\begin{aligned}
c_2 &\text{ durch } \frac{c_2}{\pi},\\
p_2 &\text{ " } \frac{2p_2}{\pi},\\
w_2 &\text{ " } \frac{2w_2}{\pi},\\
p_{12} &\text{ " } p_{12}\\
p_{21} &\text{ " } \frac{4p_{21}}{\pi}\Big\} \quad p_{12} = p_{21},\\
\mathfrak{V}_2 &\text{ " } 2\mathfrak{V}_2,\\
i_2 &\text{ " } \bar{i}_2.
\end{aligned}$$

Darin bedeutet $\bar{i}_2$ den Strom im Strombauch, $\bar{\mathfrak{V}}_2$ die Spannung zwischen einem Spannungsbauch und Spannungsknoten, c_2 die Kapazität einer Hälfte des Oszillators [18], p_2 den Selbstinduktionskoeffizienten und w_2 den Widerstand des ganzen Oszillators.

Da p_{12} und p_{21} durch verschiedene Größen ersetzt werden müssen, so gilt das Gesagte nicht für solche Formeln, bei deren Ableitung $p_{12} = p_{21}$ gesetzt worden war. Man hat deshalb stets auf diejenigen Formeln zurückzugehen, bei denen p_{12} noch von p_{21} unterschieden ist.

b. Der physikalische Grund für das Auftreten der Faktoren $2/\pi$ etc. liegt darin, daß unter den gemachten Annahmen, wo Strom, Spannung, Ladung in verschiedenen Teilen des Sekundärsystems verschiedene Werte hat, die Mittelwerte dieser Größen in die Beziehungen eingehen. Es ist z. B. nicht mehr wie bei Kondensatorkreisen

$$i_{20} = \pi n \cdot c_2 \mathfrak{V}_{20} \text{ [185]},$$

sondern statt dessen

$$\bar{i}_{20} = \pi n \cdot \frac{c_2}{\pi} \cdot 2\bar{\mathfrak{V}}_{20} = 2n \cdot c_2 \bar{\mathfrak{V}}_{20}.$$

c. Das einfachste Beispiel, das auch eine Kontrolle der in a angegebenen Regeln bietet, ist das folgende. Im Kondensatorkreis galt für die Wechselzahl n

$$n = \frac{1}{\pi\sqrt{pc}}.$$

Für einen linearen Sender muß also gelten

$$n = \frac{1}{\sqrt{2pc}}.$$

Setzt man die Werte von p und c aus Tabelle VIII e (2) bezw. II h ein, nämlich

$$p = p_0 = 2\,l \log \text{nat} \frac{l}{r} \text{ C.G.S.}$$

$$c = \frac{l/2}{2 \log \text{nat} \frac{l}{r} \cdot 9 \cdot 10^{20}} \text{ C.G.S.},$$

so folgt im Einklang mit 289a

$$n = \frac{3 \cdot 10^{10} \text{ cm}}{l},$$

wenn l die Senderlänge ist.

Es folgt daraus, daß, wenn Primär- und Sekundärsystem in Resonanz sind, nicht mehr

$$p_1 c_1 = p_2 c_2,$$

sondern

$$\pi^2 p_1 c_1 = 2 p_2 c_2$$

ist*).

*) Für einen linearen Sender, der an einem Ende mit einem Leiter von extrem großer Fläche, z. B. der Erde, verbunden ist [290], gilt das Gesagte nicht vollkommen. Es entspricht sich vielmehr hier:

Kondensatorkreis:	c_2	p_2	w_2	p_{12}	p_{21}	i_2	$\bar{\mathfrak{V}}_2$
geerdeter Sender:	$\frac{2c_2}{\pi}$	$\frac{2p_2}{\pi}$	$\frac{2w_2}{\pi}$	p_{12}	$\frac{4p_{21}}{\pi}$	$\bar{i}_2$	$\frac{1}{2}\bar{\mathfrak{V}}_2$.

Darin bedeutet c_2 die Kapazität des Senders berechnet nach Tab. II l, p_2 den Selbstinduktionskoeffizienten berechnet nach Tab. VIII e (3) und $\bar{\mathfrak{V}}_2$ die Spannung des Spannungsbauchs (gegen Erde).

d. Eine Folge davon ist, daß für den Koppelungskoeffizienten [316b] sowohl im Falle des freien als des einseitig geerdeten Senders gilt

$$K^2 = \frac{p_{12} \cdot \frac{4}{\pi} p_{21}}{p_1 \cdot \frac{2}{\pi} p_2}$$

$$= \frac{2 p^2_{12}}{p_1 p_2}.$$

345. Dämpfung und Wechselzahl bei Resonanz.

Der in Kap. XIV § 2 vorausgesetzte Fall, daß die Rückwirkung des sekundären Systems auf das primäre vollkommen zu vernachlässigen sei, stellt einen idealen Grenzfall dar. Da die Energie der Schwingungen im Sekundärsystem immer dem primären entzogen wird, so kann jene Voraussetzung nur da zutreffen, wo die Energie im Sekundärsystem eine extrem geringe ist, z. B. bei Anordnungen wie diejenige von Fig. 497, wo die Empfindlichkeit des Bolometers eine extrem lose Koppelung zwischen Primär- und Sekundärkreis gestattet. Bei jedem Versuch, bei welchem man einigermaßen kräftige Schwingungen im Sekundärsystem erhält, muß man sich von vornherein darüber klar sein, daß jener Grenzfall nicht realisiert sein kann. Es ist deshalb von besonderem Interesse die Frage: Wie gestalten sich die Verhältnisse im Sekundärsystem, wenn die Koppelung zwar immer noch lose, aber doch nicht so extrem lose ist, daß die Rückwirkung auf das Primärsystem ganz zu vernachlässigen ist.

a. Von praktischer Bedeutung ist nur der Fall, wenn Primär- und Sekundärsystem dieselbe Wechselzahl haben. Bei extrem loser Koppelung treten dann [320] im Sekundärsystem zwei Schwingungen derselben Wechselzahl auf, von denen die eine, die erzwungene Schwingung, die Dämpfung des Primärsystems, die andere, die Eigenschwingung, die Dämpfung des Sekundärsystems besitzt. Dieses Resultat erleidet jetzt nur eine geringe Aenderung. Auch jetzt haben erzwungene Schwingung und Eigenschwingung im Sekundärsystem annähernd dieselbe Wechselzahl und zwar diejenige, welche jedes System für sich hätte. Aber die beiden Schwingungen haben nicht mehr dieselben Dekremente wie in jenem Grenzfall, sondern von den Dekrementen ist das eine etwas größer, das andere um denselben Betrag kleiner. Bezeichnet man die Dekremente jetzt mit d_1 und d_2,

während die Dekremente der beiden Systeme vor der Koppelung $\mathfrak{d}_1$ und $\mathfrak{d}_2$ sind, so gilt, so lange $K < \frac{\mathfrak{d}_2 - \mathfrak{d}_1}{2\pi}$ ist, die Beziehung[226])

$$d_1 = \frac{1}{2}\left\{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 + (\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2)\sqrt{1 - \frac{K^2}{\left(\frac{\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2}{2\pi}\right)^2}}\right\}$$

$$d_2 = \frac{1}{2}\left\{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 - (\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2)\sqrt{1 - \frac{K^2}{\left(\frac{\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2}{2\pi}\right)^2}}\right\},$$

oder wenn der Wert von K bedeutend unter demjenigen von $(\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2)2\pi$ liegt:

$$d_1 = \mathfrak{d}_1 + \frac{\pi^2 K^2}{\mathfrak{d}_2 - \mathfrak{d}_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$d_2 = \mathfrak{d}_2 - \frac{\pi^2 K^2}{\mathfrak{d}_2 - \mathfrak{d}_1}.$$

K bedeutet darin den in **316** bezw. **344 d** definierten Koppelungskoeffizienten.

b. Aus dieser Beziehung folgt:

(1) Der Unterschied der beiden Dekremente ist geringer *als* vorher: Die Schwingung der Amplitude im Sekundärsystem steigt also langsamer an und fällt rascher ab als im Grenzfall extrem loser Koppelung [vgl. **320 b**].

(2) Die Summe der Dekremente und damit [**323 c**] die Schärfe der Resonanz von Strom- und Spannungseffekt ist dieselbe wie in jenem Grenzfall.

(3) Ist die Dämpfung des Sekundärsystems viel größer als diejenige des primären, so bleibt dieses Verhältnis erhalten, so lange die Koppelung sehr lose und deshalb der Ausdruck $\pi^2 K^2/(\mathfrak{d}_2 - \mathfrak{d}_1)$ sehr klein ist. Auch jetzt sind also im Sekundärsystem nach kürzester Zeit nur noch die erzwungenen Schwingungen geringer Dämpfung vorhanden [vgl. **320 b**].

c. Für die Maximalamplitude der Spannung in einem Sekundärsystem mit quasistationärem Strom gilt[227]) auch jetzt noch annähernd die Beziehung [**320** Gl. (6)]

$$\mathfrak{B}_{2\max} = \frac{\pi}{\mathfrak{d}_2} \cdot \left(\frac{\mathfrak{d}_1}{\mathfrak{d}_2}\right)^{\frac{\mathfrak{d}_1}{\mathfrak{d}_2 - \mathfrak{d}_1}} \cdot \mathfrak{E}_{a0},$$

oder da annähernd

$$\mathfrak{S}_{a0} = \pi n p_{21} \cdot i_{10} \text{ [317 Gl. (1)]}$$

$$i_{10} = \frac{\mathfrak{V}_{10}}{\pi n p_1} \text{ [250 b] ist,}$$

so wird

$$\frac{\mathfrak{V}_{2\max}}{\mathfrak{V}_{10}} = \frac{p_{21}}{p_1} \cdot \frac{\pi}{b_2} \cdot \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{\frac{b_1}{b_2 - b_1}} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Ist die Strömung im Sekundärsystem nicht quasistationär, so tritt unter den in **344a** besprochenen Bedingungen an die Stelle dieser Gleichung

$$\frac{\overline{\mathfrak{V}_{2\max}}}{\mathfrak{V}_{10}} = \frac{p_{21}}{p_1} \cdot \frac{4}{b_2} \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{\frac{b_1}{b_2 - b_1}}.$$

d. Beispiel.

Der Kondensatorkreis von 212 c, dessen Strombahn aus einem Drahtkreis von 50 cm Durchmesser besteht und der eine Schwingung von $3 \cdot 10^6$ Wechseln liefert, induziere auf einen linearen Sender von 100 m ganzer Länge, der nach **289** also dieselbe Wechselzahl hat wie der Kondensatorkreis. Der lineare Sender sei in der Mitte zu einem Kreis ebenfalls von 50 cm Durchmesser gebogen. Das Dekrement b_2 des Senders ist nach **296** etwa = 0,2; als Dekrement b_1 des Kondensatorkreises, der natürlich eine Funkenstrecke enthalten muß, werde 0,08 angenommen. Der Abstand zwischen dem Kondensatorkreis und der Kreisschlinge des Senders werde einmal so gewählt, daß $^1/_{10}$, und dann so, daß $^1/_{100}$ der Induktionslinien, welche der Kondensatorkreis produziert, durch die Kreisschlinge hindurchgehen. Die Formeln von **a** und **c** ergeben für diesen Fall*)

$p_{21} : p_1$	K	K^2	d_1	d_2	$\overline{\mathfrak{V}}_{2\max} : \mathfrak{V}_{10}$
$\frac{1}{10}$	$1{,}2 \cdot 10^{-2}$	$1{,}43 \cdot 10^{-4}$	0,09	0,19	1,09
$\frac{1}{100}$	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$	$1{,}43 \cdot 10^{-6}$	0,08	0,2	0,11

Ein wesentlich größerer Wert von $\overline{\mathfrak{V}}_{2\max} : \mathfrak{V}_{10}$ als 1 läßt sich bei loser Koppelung von linearen Sendern nicht wohl erreichen, wenn die Beziehungen oben noch gelten sollen. Schon bei $p_{21} : p_1 = {}^1/_{10}$ ist im vorliegenden Falle K (= 0,012) fast ebenso groß als $(b_2 - b_1)/2\pi$ (= 0,019), die Grenze, bis zu welcher die Beziehungen von **a** und **c** angewandt werden dürfen, schon beinahe erreicht. Eine Steigerung der Koppelung wäre jedenfalls nicht zulässig, da sonst nach **352** Komplikationen eintreten.

e. Koppelt man also ein relativ schwach gedämpftes Primärsystem mit einem stark gedämpften Sekundärsystem, so kann man, wenn man das Primärsystem auf das sekundäre abstimmt, erreichen, daß

*) $p_1 = 1472$ C.G.S [**240**].
$p_2 = 206000$ C.G.S [Tab. VIII e] bei einem Drahtdurchmesser von 5 mm.

(1) die Schwingungen im Sekundärsystem die diesem eigentümliche Wechselzahl haben,

(2) die Resonanz zwischen Primär- und Sekundärsystem ebenso scharf bleibt, wie bei extrem loser Koppelung, aber

(3) die Dämpfung der Schwingungen annähernd die geringe Dämpfung des Primärsystems ist.

Dabei wird für lineare Sender

(4) die Maximalamplitude der Schwingungen im Sekundärsystem jedenfalls nicht wesentlich größer als die Spannungsamplitude im Primärsystem.

Bei Spulen gilt das letztere nicht. Bei ihnen kann wegen ihres extrem hohen Selbstinduktionskoeffizienten das Verhältnis p_{21}/p_1 relativ groß gemacht und es können dadurch bei mäßigen Spannungen im Primärsystem sehr hohe Maximalamplituden der sekundären Spannung erzielt werden, ohne daß dadurch der Koppelungskoeffizient einen beträchtlichen Wert annimmt.

346. Praktische Folgerungen für den Bau des Primärkreises.

Nach **345** ist das Verhältnis $\overline{\mathfrak{V}}_{2\max} : \mathfrak{V}_{10}$ und damit die Maximalamplitude der Spannung im Sekundärkreis proportional p_{21}/p_1, die Zunahme, welche das kleinere Dekrement erfährt, proportional $K^2 = \frac{p_{21}}{p_1} \cdot \frac{p_{12}}{p_2}$. Die Aufgabe sei, das Dekrement und damit K^2 möglichst klein zu behalten und doch p_{21}/p_1 möglichst groß zu machen.

Der Wert von p_2 wird im allgemeinen wie das ganze Sekundärsystem vorgegeben sein. Es fragt sich also: wie hat man den primären Kondensatorkreis zu wählen, damit die Verhältnisse möglichst günstig werden; soll man große Kapazität und kleine Selbstinduktion oder große Selbstinduktion und kleine Kapazität verwenden?

Ein gewisser Wert von $p_{21}/p_1 = a$ möge eine für den vorliegenden Zweck genügende Maximalamplitude liefern. Es ist dann

$$p_{21} = a p_1 \text{ und}$$

$$K^2 = \frac{a^2 \cdot p_1}{p_2},$$

d. h.: Bei vorgegebenem Verhältnis von p_{21}/p_1, und demnach auch von $\overline{\mathfrak{V}}_{2\max} : \mathfrak{V}_{10}$ wird K^2 und deshalb auch die Zunahme der Dämpfung umso geringer, je geringer der Selbstinduktionskoeffizient des Primärkreises ist. Es ist also günstig, dem primären Kondensatorkreis möglichst geringen Selbstinduktionskoeffizienten und demnach möglichst große Kapazität zu geben.

Für eine Reduzierung des Selbstinduktionskoeffizienten und Steigerung der Kapazität sprechen auch die Angaben in **219** (Funkendämpfung) insbesondere, wenn es sich um große Primärspannungen und damit Funkenlängen handelt.

347. Herstellung reiner Schwingungen durch Koppelung.

Das Sekundärsystem sei ein solches, welches außer seiner Grundschwingung noch verschiedene Oberschwingungen und außerdem ziemlich hohe Dämpfung besitzt, z. B. ein linearer Sender. Erregt man ein solches System durch Laden mit einem Induktor, so ist es im allgemeinen nicht möglich, eine dieser Schwingungen allein zu bekommen; man erhält stets außer der gewünschten Schwingung noch andere [**287**]. Wenn man aber auf das System einen Kondensatorkreis in loser Koppelung induzieren läßt und den Kondensatorkreis auf die Wechselzahl einer Schwingung des Sekundärsystems abstimmt, so tritt das folgende ein. Es werden zwar auch dann im allgemeinen alle Schwingungen des Sekundärsystems hervorgerufen [**301 c**], aber

(1) es ist nach **319 d** die Amplitude aller dieser Schwingungen sehr klein gegen die Amplitude derjenigen Schwingung, auf welche der Kondensatorkreis abgestimmt ist,

(2) es ist die Dämpfung derjenigen Schwingung, auf welche der Kondensatorkreis abgestimmt ist, annähernd ebenso gering, wie diejenige des Primärkreises [**345 e**], also viel kleiner als diejenige der anderen Eigenschwingungen des Sekundärsystems.

Beides zusammen hat die Wirkung, daß der Effekt aller Schwingungen vollkommen verschwindet gegen denjenigen der einen Schwingung, auf welche der Kondensatorkreis abgestimmt ist. Die Verhältnisse sind also praktisch so, wie wenn diese Schwingung allein vorhanden wäre.

348. Linearer Sender erregt durch Kondensatorkreis.

An einen linearen Sender A D C (Fig. 523), der bei D in eine Kreisschlinge gebogen ist, sind in regelmäßigen Abständen Geißlerröhren R_1 bis R_6 angehängt. Auf diesen Sender induziere bei D ein variabler Kondensatorkreis in sehr loser Koppelung.

a. Im allgemeinen leuchten dann die Röhren nicht oder sehr wenig, man mag bei F so starke Funken überschlagen lassen wie man will. Verschiebt man aber den Bügel B allmählich, so leuchten bei einer bestimmten Stellung derselben die Röhren R_1 und R_6 außerordent-

lich stark, die Röhren R_2 und R_5 weniger stark und die Röhren R_3 und R_4 nicht oder fast nicht. Verschiebt man eine einzige Röhre von den Enden des Senders nach der Mitte, so überzeugt man sich davon, daß das Leuchten von den Enden nach der Mitte stetig abnimmt. Die Verteilung des elektrischen Felds E senkrecht zur Drahtoberfläche bezw. der Spannung $\mathfrak{V}$ auf dem Draht muß also jedenfalls nahezu diejenige sein, die nach **284** bei der Grundschwingung des linearen Senders vorhanden sein soll (gestrichelte Kurve Fig. 523). Die Anordnung liefert also in vollkommener Weise das, was bei Ladung der beiden Senderhälften durch einen Induktor nur sehr unvollkommen zu erreichen war [**285 a**].

Will man den quantitativen Nachweis führen, daß die Schwingungsform wirklich die in **279** bezw. **284** für den linearen Sender verlangte ist, so empfiehlt es sich — wegen der Unsicherheit von Spannungsmessungen in diesem Fall — das Verhältnis der Stromamplitude an verschiedenen Teilen des Senders durch Einschalten eines Hitzdrahtinstruments zu bestimmen [**279**]. Man erhält so genau, als Messungen dieser Art ein Urteil darüber erlauben, eine Sinuskurve[228]).

b. Das starke Leuchten der Röhren R_1 und R_6 verleitet leicht zu der Annahme, daß man trotz der losen Koppelung doch ein sehr starkes elektrisches Feld an den Enden des Senders bekommen hat. Legt man aber bei A oder C ein geerdetes Funkenmikrometer an, so sieht man, daß die Schwingungsamplitude dort gar nicht besonders groß ist. Man schalte nun bei D eine Funkenstrecke in den linearen Sender ein, lade die beiden Senderhälften mit einem Induktor und nehme die Funkenlänge so groß, daß die Schlagweite bei A bezw. C ebenso groß wird wie vorher. Trotzdem leuchten die Röhren längst nicht so stark wie vorher: der Grund für das starke Leuchten kann also nicht in der Amplitude der Schwingung liegen. Er muß darin gesucht werden, daß die Dämpfung der Schwingung bei der Koppelung mit dem Kondensatorkreis geringer ist. Eine Röhre erscheint natürlich auch dann heller, wenn das Leuchten bei derselben Stärke während eines längeren Zeitraumes andauert. Der Versuch bildet also eine qualitative Bestätigung von **345 e**.

Der quantitative Beweis dafür, daß die Schwingungen bei weitem weniger gedämpft sind, wenn sie durch den Kondensatorkreis, als wenn sie durch elektrostatische Ladung der beiden Senderhälften erregt sind, läßt sich sehr einfach erbringen, indem man in beiden Fällen durch einen Meßkondensatorkreis die Resonanzkurve der Schwingungen aufnimmt [**336**].

c. Man verschiebe nun den Bügel B aus der Resonanzlage, in welche er sich bei den Versuchen in a und b befand, nach der einen und anderen Seite. Man überzeugt sich dann davon, daß es keiner

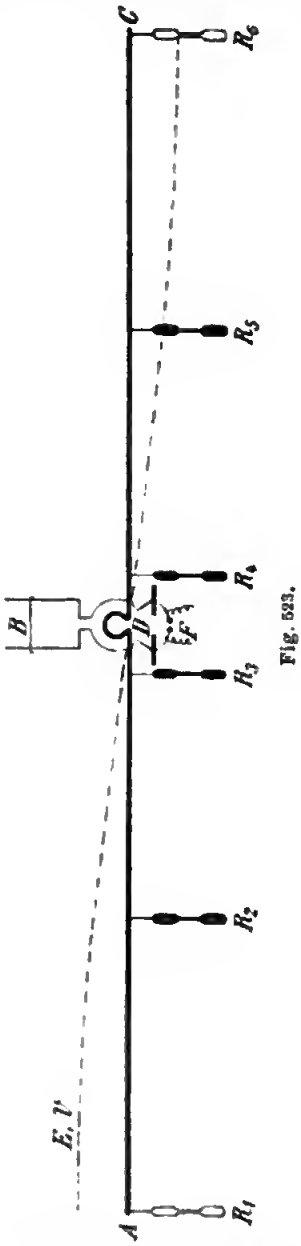


Fig. 523.

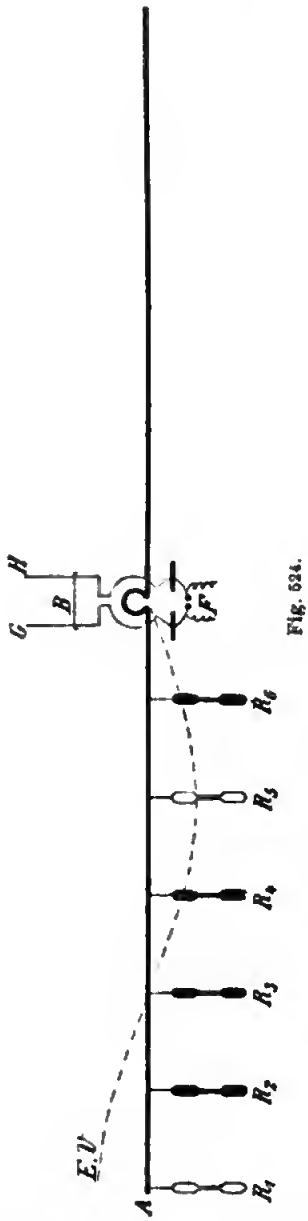


Fig. 524.

großen Verschiebung bedarf, um das Leuchten der Röhren zum Verschwinden zu bringen. Trotzdem also die Koppelung genügte, um kräftige Schwingungen auf dem Sender zu erregen, hat doch die

Schärfe der Resonanz — die allerdings nach 338 auch bei losester Koppelung keine sehr große ist — nicht merklich gelitten im Einklang mit 345 e.

d. Oberschwingungen.

Es sollen nun alle Röhren auf der einen Senderhälfte gleichmäßig verteilt (Fig. 524), der Bügel B in der Richtung von G H auf F verschoben und dadurch die Wechselzahl des Kondensatorkreises allmählich gesteigert werden. Hat die Verschiebung des Bügels an keiner anderen Stelle ein Leuchten der Röhren ergeben, so sind die Leidener Flaschen des Kondensatorkreises gegen solche von kleinerer Kapazität zu vertauschen und es ist nun wieder der Bügel B von G H nach F zu verschieben. Man findet dann wieder eine Lage des Bügels, bei welcher die Röhren leuchten. Das Bild ist aber jetzt dasjenige von Fig. 524; die Röhre R_3 leuchtet gar nicht, die Röhren R_1 und R_5 besonders stark und die Röhren R_2, R_4 und R_6 mittelmäßig. Die Verteilung der Spannung auf dem Sender muß also jedenfalls ungefähr die durch die gestrichelte Kurve in Fig. 524 dargestellte sein. Es ist die zweite Oberschwingung, welche man erhalten hat [284].

In ähnlicher Weise kann man bei genügend langen Drähten und genügend kleinen Leidener Flaschen noch die vierte Oberschwingung herstellen, doch werden hier die Knoten und Bäuche der Spannung schon etwas verwaschen [vgl. 383 a].

349. Ort der Erregung bei nicht quasistationärer Strömung im Sekundärsystem.

Es muß auffallen, daß bei dem Versuch in 348 d, als die Wechselzahl des Kondensatorkreises bis zur Wechselzahl der zweiten Oberschwingung gesteigert wurde, von der ersten Oberschwingung nichts zu bemerken war. Da die Wechselzahl derselben zwischen derjenigen der Grundschwingung und derjenigen der zweiten Oberschwingung liegt, so muß der Kondensatorkreis notwendig einmal in Resonanz mit der ersten Oberschwingung gewesen sein. Aehnlich liegt es mit der dritten Oberschwingung, die auch nicht auftrat. Es scheint also, daß man auch mit dieser Anordnung wie mit derjenigen von 287 e nur die geradzahligen, nicht die ungeradzahligen Oberschwingungen erhält.

Als die Schwingungen des linearen Senders durch anfängliche Ladung der beiden Senderhälften hervorgerufen wurden, hing es nach 287 e von der Lage der Funkenstrecke ab, ob eine Oberschwingung erregt wurde oder nicht. Es liegt deshalb die Vermutung nahe,

daß bei der Erregung durch den Kondensatorkreis der Ort, an welchem ein Kondensatorkreis auf den linearen Sender induziert, eine Rolle spielt. Die Oberschwingungen, welche man durch die Anordnung Fig. 523 bezw. 524 erhielt, besitzen das gemeinsame, daß an der Erregungsstelle D ein Knoten der Spannung und demnach ein Strombauch liegt. Die Oberschwingungen, welche nicht hergestellt werden konnten, besitzen dort einen Stromknoten. Es scheint also, daß eine Schwingung nicht zu stande kommt, wenn der Kondensatorkreis an einem Stromknoten der betreffenden Schwingung induziert.

a. Um die Richtigkeit dieser Vermutung zu prüfen, setze man in der Anordnung von Fig. 524 die Kreisschlinge D des Senders an die Stelle R_5, einen Stromknoten der zweiten Oberschwingung, und lasse an dieser Stelle den auf die zweite Oberschwingung abgestimmten Kondensatorkreis induzieren. Tatsächlich lassen sich dann die Röhren durchaus nicht zum Leuchten bringen. Setzt man aber die Kreisschlinge D und den Kondensatorkreis wieder an einen Strombauch nach R_3, so leuchten die Röhren wieder hell und zwar wesentlich in derselben Weise wie vorher, als der Kondensatorkreis sich in der Mitte des Senders befand.

b. Soweit bestätigt sich die Vermutung. Ist sie allgemein richtig, so muß man auch die ungeradzahligen Oberschwingungen erregen können, wenn man den Kondensatorkreis an einen Strombauch der betreffenden Schwingung rückt. Die erste Oberschwingung besitzt einen solchen in dem Abstand $l/4$ (l = ganze Senderlänge) von den Enden des Senders [279]. Man lege Kreisschleife und Kondensatorkreis an diese Stelle, verteile die Geißlerröhren in der aus Fig. 525 ersichtlichen Weise und steigere die Wechselzahl des Kondensatorkreises von der Wechselzahl der Grundschwingung an allmählich immer mehr. Man erhält dann bei einer bestimmten Stellung des Bügels B das Bild von Fig. 525: R_1, R_5 und R_8 leuchten sehr hell, R_3 gar nicht, R_2, R_4, R_6, R_7 schwach*). Man hat also die erste Oberschwingung vor sich.

c. Läßt man in der Anordnung von Fig. 523 den auf die Grundschwingung abgestimmten Kondensatorkreis allmählich an verschiedenen Stellen zwischen Mitte und Ende des Senders induzieren, so wird die Intensität der erregten Schwingung umso stärker, je näher die Stelle der Mitte, also dem Strombauch, umso schwächer, je näher sie dem Ende, also dem Stromknoten liegt. Induziert der Konden-

*) Für die Ausführung dieser Versuche sind so viele Röhren nicht unbedingt nötig. Es genügt eine einzige, die man dem Sender entlang verschiebt.

satorkreis ganz am Ende, also am Stromknoten (Fig. 526), so leuchtet keine der Röhren: es ist, wenn überhaupt, nur eine Schwingung von äußerst geringer Amplitude vorhanden.

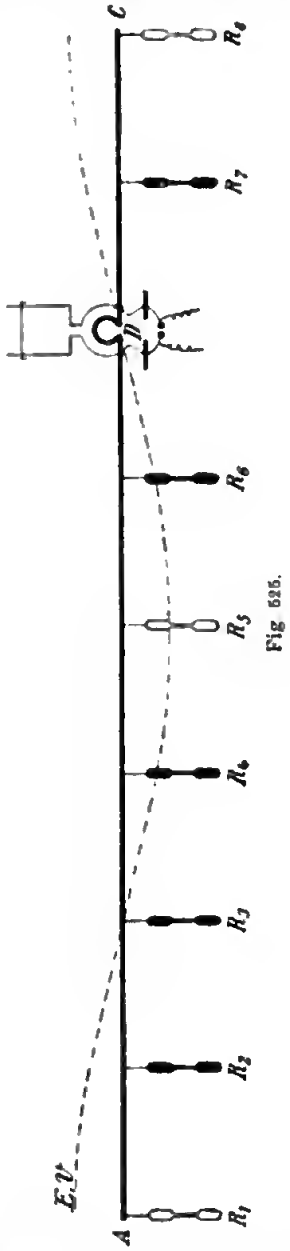


Fig. 525.

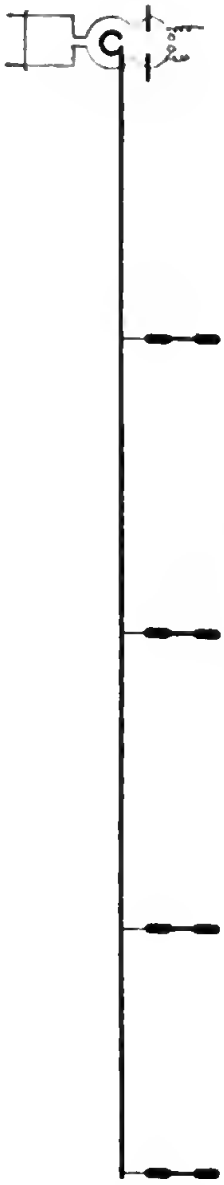


Fig. 526

d. Sämtliche Versuche, die eben unter der Annahme rein magnetischer Koppelung zwischen Kondensatorkreis und linearem Sender beschrieben wurden, lassen sich ebenso gut ausführen, wenn man mit

der magnetischen Koppelung eine galvanische kombiniert, z. B. die Anordnung von Fig. 523 durch diejenige von 527 ersetzt. Dabei ist darauf zu achten, daß das Stück I B K nicht zu groß ist, da sonst die Koppelung

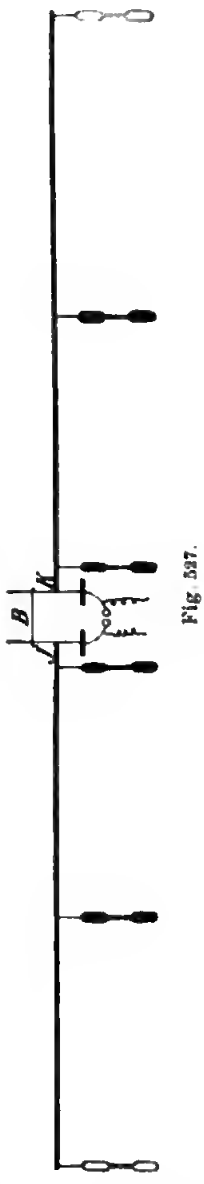


Fig. 527.

Fig. 526.

zu fest und die ganze Erscheinung unscharf wird. Verkürzt man hier als Analogon des Versuchs c die eine Seite des Senders und setzt das abgeschnittene Stück auf der anderen Seite an, so wird das Leuchten der Röhren immer geringer. Schließlich, wenn der ganze

Sender auf der einen Seite sitzt (Fig. 528), der Kondensatorkreis also in einem Stromknoten wirkt, verschwindet es ganz.

e. Das, was hier vom linearen Sender gezeigt wurde, gilt ganz allgemein[229]: Ist ein Oszillator, in dem der Strom nicht quasistationär ist, mit einem darauf abgestimmten Kondensatorkreis magnetisch oder galvanisch gekoppelt, so erhält die in dem Oszillator erregte Schwingung eine maximale Amplitude, wenn die Stelle der Erregung ein Strombauch ist. Die Amplitude der Schwingung wird umso geringer, je weiter der Ort der Erregung von einem Strombauch entfernt und je näher er demnach einem Stromknoten liegt.

Es läßt sich genauer zeigen[229]: Ist die Stromamplitude des sekundären Oszillators an der Erregungsstelle $= a \cdot \bar{i}_0$ ($\bar{i}_0$ = Stromamplitude im Strombauch), so gilt für die Amplitude $\mathfrak{A}$ der erregten Schwingung

$$\mathfrak{A} = a \cdot \bar{\mathfrak{A}},$$

wenn $\bar{\mathfrak{A}}$ die Amplitnde der erregten Schwingung bei Erregung in einem Strombauch bedeutet.

Nach 279 e ist bei der Grundschwingung des linearen Senders im Abstand x vom Senderende die Stromamplitnde

$$i_{x\,0} = \bar{i}_0 \cdot \sin \frac{\pi x}{l},$$

also

$$a = \sin \frac{\pi x}{l}$$

(l ganze Senderlänge). Nennt man also die Amplitude der Schwingung, wenn sie durch einen Kondensatorkreis im Abstand x vom Senderende erregt wird, $\mathfrak{A}_x$, so ist

$$\mathfrak{A}_x = \bar{\mathfrak{A}} \cdot \sin \frac{\pi x}{l}.$$

Ebenso wird der Koppelungskoeffizient kleiner, als wenn der Primärkreis in einem Strombauch induziert. Statt

$$K^2 = \frac{2\,p_{12}^2}{p_1\,p_2}\ [344\,d]$$

gilt jetzt[225]

$$K^2 = \frac{2\,p_{12}^2 \cdot \sin^2 \frac{\pi x}{l}}{p_1\,p_2}.$$

350. Schwingungen von Spulen erregt durch Kondensatorkreis[230].

So instruktiv die Versuche mit linearen Sendern sind, so haben sie doch den Nachteil, daß man mit großen Längen operieren muß. Sender von weniger als 20 m Gesamtlänge sind nicht zu empfehlen,

wenn man die Oberschwingungen zeigen will. Auf weit geringeren Raum wird alles zusammengedrängt, wenn man statt des linearen geraden Senders Spulen verwendet.

a. Für diese Versuche eignen sich etwa gleich gut zwei Arten von Spulen, einerseits solche von relativ beträchtlicher Breite und nicht zu kleiner Ganghöhe. Die Abbildung einer solchen, die ich für Demonstrationszwecke zu verwenden pflege (Höhe 130 cm, Durchmesser = 50 cm, Ganghöhe = 1,25 cm, Drahtdurchmesser = 1,8 mm), enthält Fig. 529. Zum Nachweis der Schwingungen benützt man

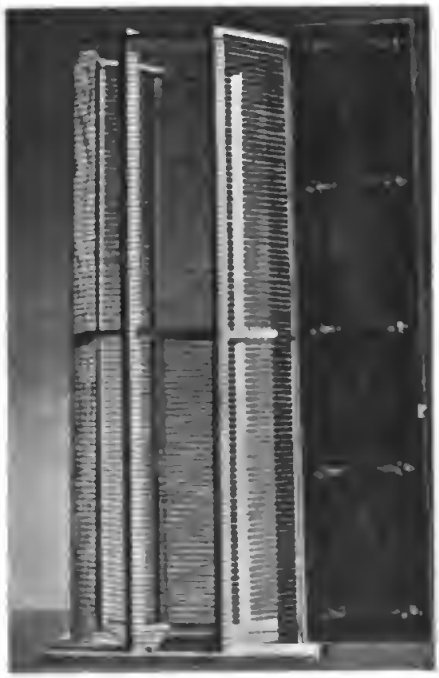


Fig. 529.

am besten Geißlerröhren, die in der Nähe der Spule (vgl. Fig. 529) angebracht sind, oder man führt ein einziges Geißlerrohr der Spule entlang. Der Vorteil dieser Art von Spulen, die im folgenden als Spulen A bezeichnet werden sollen, besteht darin, daß sie sehr scharfe Resonanz, noch bei hohen Oberschwingungen sehr saubere Knoten und Bäuche und noch in ziemlich großer Entfernung von der Spule ein kräftiges elektrisches und magnetisches Feld geben.

Für viele Zwecke ebenso gut, für andere noch besser sind lange, schmale Spulen mit möglichst vielen, möglichst eng aneinander liegenden Windungen (Form B). Um sie herzustellen, kann man ein langes dickwandiges Rohr aus Glas oder Hartgummi, auch einen

Zylinder aus trockenem Holz nehmen und darauf mit Seide oder auch Baumwolle umsponnenen Draht wickeln von ca. 0,2 *mm* Durchmesser*). Der Vorteil dieser Spulen besteht darin, daß an den Spannungsbäuchen sehr hohe Spannungen und infolge davon Büschelentladungen auftreten (vgl. Fig. 530). Unterstützt man diese noch durch angelötete Drähte oder indem man parallel zur Spule einen

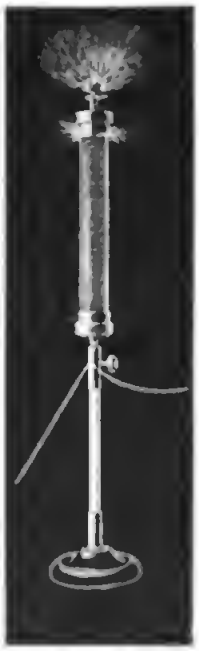


Fig. 530.

Fig. 531.

zur Erde abgeleiteten Draht führt**) (Fig. 531), so können *sie so* kräftig werden, daß sie auf größere Entfernung zu sehen sind und

*) Spulen für diesen Zweck und Kondensatorkreise, mit denen die meisten der im folgenden beschriebenen Versuche in sehr effektvoller Weise gemacht werden können, werden von der Firma F. Ernecke nach der Angabe von G. Seibt hergestellt. Dem Katalog dieser Firma sind die Fig. 530, 531, 535 entnommen.

**) Wechselzahl und Schwingungsform ist dann aber nicht mehr dieselbe wie ohne Vorhandensein dieses Drahts.

so ohne weitere Hilfsmittel zur Demonstration der Schwingungen dienen.

Die Koppelung mit dem Kondensatorkreis kann die rein magnetische von Fig. 512 sein. Bei den langen dünnen Spulen der Form B wird aber der Kreis K (Fig. 512) nicht in die Spule hinein, sondern um dieselbe herum gelegt. Dasselbe ist auch bei den Spulen der Form A zu empfehlen, wenn mehr Wert auf möglichst große Amplitude der Schwingung als auf möglichste Reinheit derselben und möglichste Schärfe der Resonanz gelegt wird. Statt dessen kann aber auch mit der magnetischen eine galvanische Koppelung verbunden werden. Man verwendet dann am besten zwei gleich gebaute Spulen S_1

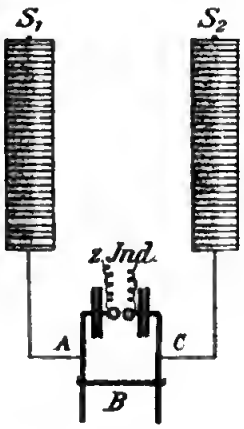


Fig. 532.

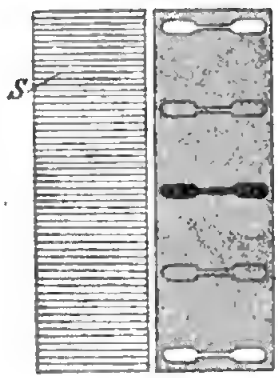


Fig. 533.

und S_2 in der Schaltung von Fig. 532*); an Stelle der einen Spule kann auch eine Erdleitung treten.

b. Der Bügel B wird zuerst möglichst weit von den Kondensatoren entfernt. Die Spulen bezw. Geißlerröhren werden im allgemeinen keine Leuchterscheinung zeigen. Passiert aber der Bügel eine bestimmte Stelle, so zeigt sich bei Spulen der Form A das Bild von Fig. 533**), bei Spulen der Form B dasjenige von Fig. 531: der Kondensatorkreis ist jetzt auf die Grundschwingung abgestimmt. Wird der Bügel weiter verschoben, so verschwindet die Leuchterscheinung wieder. Die Resonanz ist sehr scharf und der Versuch gelingt sehr gut, wenn man Kondensatorkreis und Spule möglichst lose koppelt.

*) Das Sekundärsystem besteht dann aus den beiden Spulen S_1 S_2 mit Zuleitungsdrähten und dem mit dem Kondensatorkreis gemeinsamen Teil A B C.

**) Vgl. auch die photographische Abbildung Fig. 600 (S. 735). Dieselbe ist nicht mit Hilfe der Spule von Fig. 529, sondern mit einer kleineren hergestellt.

c. Steigert man durch Verschieben des Bügels bezw. Austauschen der Leidener Flaschen gegen kleinere allmählich die Wechselzahl des Kondensatorkreises immer mehr, so erscheint das Bild von Fig. 534, d. h. die zweite Oberschwingung. Ebenso bekommt man bei weiterer Steigerung der Wechselzahl leicht und im Gegensatz zum

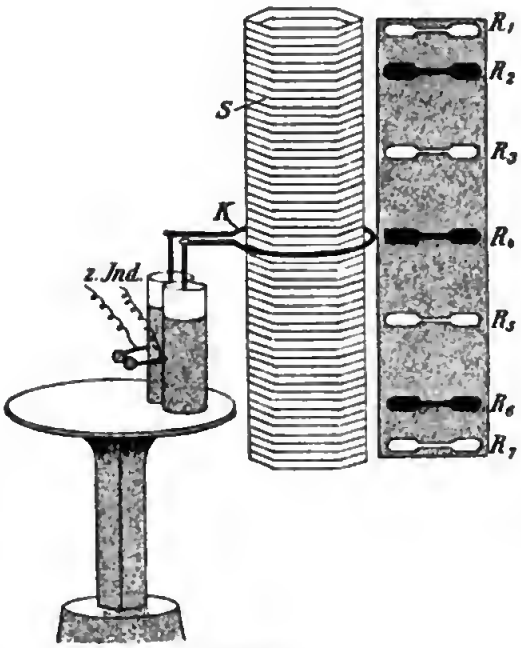


Fig. 534*).

Fig. 535.

geradlinigen linearen Sender sehr scharf ausgesprochen die vierte, sechste und achte Oberschwingung. Fig. 535 zeigt z. B. bei Spulen der Form B die vierte Oberschwingung.

d. Auch hier treten also wie in 348 d nur die geradzahligen Oberschwingungen auf, wenn man die Anordnungen Fig. 511—512 oder

*) Die Koppelung wird zweckmäßig loser gemacht, als es in dieser Figur dargestellt ist.

532 verwendet, also in der Mitte der Spule bezw. des Spulenpaares erregt. Der Satz von **349 e** bestätigt sich also auch hier. Er kann mit Spulen in besonders anschaulicher Weise demonstriert werden. Zu dem Zweck wird ein Kondensatorkreis z. B. auf die zweite Oberschwingung abgestimmt, so daß er diese Oberschwingung kräftig erregt, wenn man den Kreis K in der Mitte der Spule induzieren läßt. Dann wird der Kondensatorkreis (vgl. Fig. 534) auf ein verstellbares Holzstativ gestellt, so daß er längs der Spule verschoben werden kann. Es zeigt sich dann, daß die Röhren R_1, R_3, R_5, R_7 besonders stark leuchten, also die Oberschwingung besonders kräftig erregt wird, wenn der induzierende Kreis K die Stellen R_2, R_4, R_6, d. h.

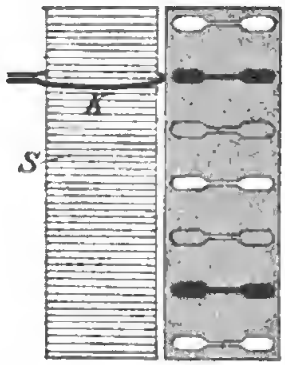


Fig. 536.

die Spannungsknoten und damit Strombäuche passiert. Die Röhren zeigen keine Spur von Leuchten, wenn der Kreis K sich an den Stellen R_1, R_3, R_5, R_7, den Bäuchen der Spannung und damit Stromknoten, befindet.

e. Die ungeradzahligen Oberschwingungen können mit der Anordnung Fig. 512 bezw. 534 ebenso leicht hergestellt werden wie die geradzahligen, wenn man nur den Kondensatorkreis an einem Strombauch der Schwingung, die man erregen will, induzieren läßt. Fig. 536 zeigt Anordnung und Erscheinung bei der ersten Oberschwingung. Auch diese Oberschwingung ist sehr geeignet für den in **d** beschriebenen Versuch*).

§ 3. Zwei Oszillatoren in fester Koppelung.

351. Experimentelles Ergebnis.

Die Frage, welche Erscheinungen bei festerer Koppelung, als sie bis jetzt vorausgesetzt wurde, eintreten, interessiert vor allem in dem

*) Ueber weitere Versuche mit Spulen vgl. **356** und **386**.

Fall, wenn die beiden Oszillatoren isochron sind, d. h. wenn jeder, für sich allein vorhanden und in Schwingungen versetzt, dieselbe Wechselzahl liefert. Man kann diese Frage in anschaulicher Weise experimentell entscheiden durch die Anordnung von Fig. 537. Der Kondensatorkreis I wird durch Induktorladungen in Schwingungen versetzt;

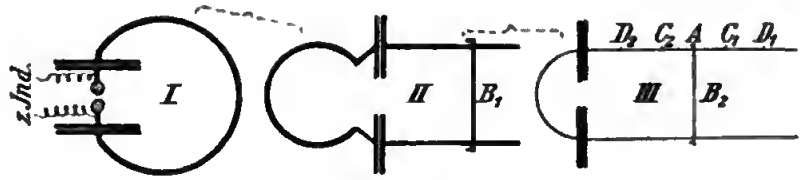


Fig. 537

er induziert auf Kreis II und kann gegen diesen verschoben werden, so daß die Stärke der Koppelung mit Kreis II variiert werden kann. Der Sekundärkreis II ist mit Hilfe des Bügels B_1 auf gleiche Wechselzahl mit Kreis I gebracht. Mit Hilfe von Kreis III, auf den Kreis II in ganz loser Koppelung induziert, kann die Resonanzkurve der Schwingung in Kreis II aufgenommen werden.

Handelt es sich um Demonstrationszwecke, so wird am besten als Kreis III derjenige von Fig. 492 gebraucht, im Nebenschluß zu den inneren Kondensatorbelegungen die Funkenstrecke F_2. Sollen die Schwingungen in Kreis II näher untersucht werden, so ist statt dessen der Meßkondensatorkreis von Fig. 497, am besten in Verbindung mit einem Bolometer, zu verwenden.

a. Im ersten Fall ist die Erscheinung folgende: Solange die Entfernung von Kreis I und II relativ groß ist, treten bei Verschieben des Bügels B_2 Funken bei F_2 nur auf, wenn sich der Bügel in einem gewissen sehr kleinen Gebiet, etwa bei A, befindet. Die Resonanzkurve muß also eine relativ spitze Form besitzen, in Kreis II muß eine schwach gedämpfte Schwingung von einer Wechselzahl vorhanden sein.

Nun wird Kreis I näher an II herangeschoben. Auch jetzt noch treten in F_2 Funken dann auf, wenn sich der Bügel bei A befindet. Man kann aber bei gleich empfindlicher Einstellung der Funkenstrecke den Bügel B_1 etwas weiter von A verschieben, ehe die Funken verschwinden. Auch jetzt noch müssen die Schwingungen in II wenigstens annähernd dieselbe Wechselzahl besitzen.

Wird der Kreis I noch mehr Kreis II genähert, so treten die Funken F_2 auf bei C_1, verschwinden bei A, treten wieder auf bei C_2, um bei weiterer Verschiebung des Bügels wieder zu verschwinden. Die Resonanzkurve hat also jetzt zwei Scheitelpunkte. Es müssen

demnach in Kreis II zwei Schwingungen vorhanden sein, deren Wechselzahlen untereinander und von der früheren Wechselzahl verschieden sind [**327**].

Der Kreis I wird dem Kreis II noch mehr genähert. Funken in F_2 erhält man jetzt nur, wenn der Bügel B_2 sich etwa an der Stelle D_1 oder der Stelle D_2 befindet. Die Wechselzahlen der beiden Schwingungen in Kreis II weichen jetzt noch mehr voneinander und von der früheren gemeinsamen Wechselzahl ab.

b. Genauere Versuche mit dem Bolometer ergaben die Resonanzkurven von Fig. 538. Die stark ausgezogene Kurve a und die daraus nur durch Aenderung der Ordinaten hervorgegangene Kurve a_1 stellen die Resonanzkurve dar, solange die Koppelung noch sehr lose ist. Bei festerer Koppelung tritt an ihre Stelle die Resonanzkurve b (dünn ausgezogen), welche schon das Vorhandensein von zwei Schwingungen mit verschiedener Wechselzahl anzeigt. Beide Wechselzahlen unterscheiden sich von dem früheren gemeinsamen Wert um etwa gleich viel. Bei noch engerer Koppelung erhält man die Kurve c von Fig. 538 und bei noch engerer die Kurve d.

Es folgt also aus den Kurven: Auch dann, wenn die beiden Oszillatoren jeder für sich dieselbe Wechselzahl haben, treten bei

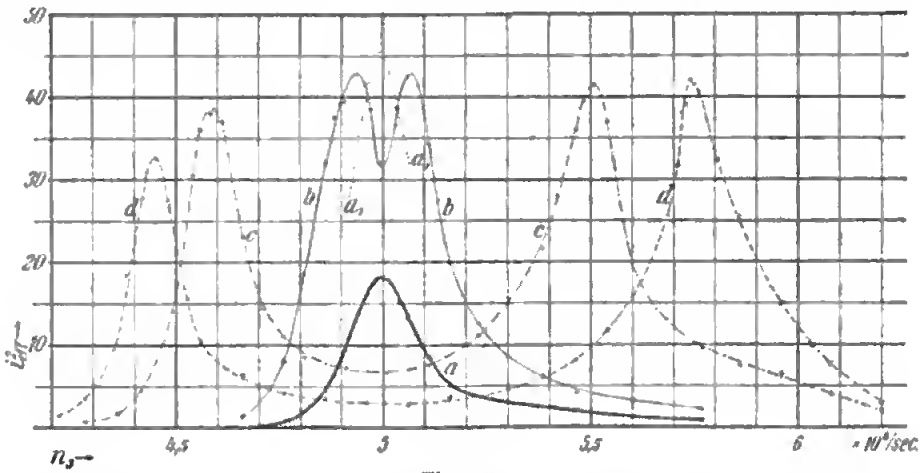


Fig. 538.

festerer Koppelung zwei Schwingungen im Sekundärsystem auf, deren Wechselzahlen untereinander und von der gemeinsamen Wechselzahl der beiden Oszillatoren verschieden sind. Der Unterschied ist umso größer, je fester die Koppelung ist. Die Dämpfung der beiden Schwingungen kann nicht sehr weit verschieden sein [**327 a** und **336**], wenigstens bis zu der bei Fig. 538 verwandten Stärke der Koppelung.

c. In den Sekundärkreis wurden 6 Ohm elektrolytischer Widerstand eingeschaltet, um den Fall, daß ein relativ schwach gedämpftes Primärsystem auf ein stark gedämpftes Sekundärsystem wirkt, zu realisieren. Man erhielt jetzt die Resonanzkurven von Fig. 539. Die Koppelung bei Kurve a von Fig. 539 war dieselbe wie bei Kurve a von Fig. 538, diejenige bei Kurve c von Fig. 539 dieselbe wie diejenige von Kurve d von Fig. 538. Die Koppelung bei Kurve b von Fig. 539 lag zwischen den Koppelungen, denen die Kurven b und c von Fig. 538 entsprechen. Ein Vergleich der Kurven mit denjenigen

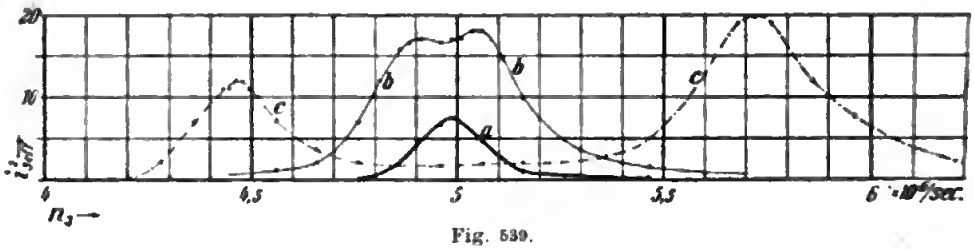


Fig. 539.

von Fig. 538 zeigt, daß eine Vermehrung der Dämpfung, welche nicht viel größer ist als die hier benützte, nur eine Vermehrung der Dämpfung aller Schwingungen zur Folge hat, im übrigen aber den Charakter der Erscheinung so gut wie ganz unberührt läßt.

d. Untersucht man in derselben Weise die Schwingungen im Primärkreis I, wie es bisher vom Sekundärkreis angegeben war, so findet man in ihm ebenfalls zwei Schwingungen von denselben Wechselzahlen und Dekrementen wie im Sekundärkreis.

352. Ergebnis der Theorie.

a. Für den Fall, daß die gekoppelten Oszillatoren vor der Koppelung dieselbe Wechselzahl hatten, folgt aus der Theorie:

(1) Sobald die Koppelung nicht ganz lose ist, treten sowohl im Primär- als Sekundärsystem zwei Schwingungen mit verschiedenen Wechselzahlen auf.

(2) Die Verschiedenheit der Wechselzahlen ist umso größer, je fester die Koppelung ist.

(3) Ist die Koppelung so stark, daß K^2 größer ist als $\left(\frac{\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2}{2\pi}\right)^2$*) (K = Koppelungskoeffizient, $\mathfrak{d}_1$ bezw. $\mathfrak{d}_2$ = Dekrement der beiden

*) Diese Bedingung ist schon bei relativ loser Koppelung erfüllt; vgl. unten und 345 d.

Oszillatoren vor der Koppelung), so besteht zwischen den Wechselzahlen n_1 und n_2 der beiden Schwingungen und der Wechselzahl n, welche die beiden Oszillatoren vor der Koppelung hatten, die Beziehung[231]):

$$\left.\begin{aligned} \frac{n_1}{n} &= \frac{1}{\sqrt{1-K_1}} \\ \frac{n_2}{n} &= \frac{1}{\sqrt{1+K_1}} \end{aligned}\right\} \quad \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{1+K_1}{1-K_1}} \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wenn

$$K_1 = \sqrt{K^2 - \left(\frac{\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2}{2\pi}\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

ist. In Tab. XX am Schluß des Buches sind die Werte von n_1/n_2 für die verschiedenen Werte von K_1, soweit sie praktisch in Betracht kommen, berechnet.

Bei kleinem K_1 kann an Stelle der Gl. (1) mit genügender Genauigkeit die Beziehung[232])

$$\left.\begin{aligned} \frac{n_1}{n} &= 1 + \frac{1}{2}K_1 \\ \frac{n_2}{n} &= 1 - \frac{1}{2}K_1 \end{aligned}\right\} \quad \frac{n_1}{n_2} = 1 + K_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

gesetzt werden. In diesem Falle liegt, wie es sich auch aus Kurve b von Fig. 538 ergab, die Wechselzahl der einen Schwingung ebensoviel unter- als die andere oberhalb der Wechselzahl, welche die Systeme vor der Koppelung hatten.

Beispiel: In dem Fall von **345d** werde angenommen, daß alle Induktionslinien des Kondensatorkreises durch die Kreisschlinge des Senders hindurchgehen. Es soll untersucht werden, wie groß der Unterschied zwischen den beiden Wechselzahlen ist. Es ist dann

$$K = 0{,}120,$$

und bei $\quad \mathfrak{d}_1 = 0{,}08, \ \mathfrak{d}_2 = 0{,}2,$

$$K_1 = 0{,}118,$$

$$\frac{n_1}{n_2} = 1{,}13.$$

Der Unterschied der Wechselzahlen beträgt also nur 13%. Das Verhältnis der beiden Schwingungen ist etwa dasselbe wie bei denjenigen von Fig. 485 S. 590.

b. Bezüglich der Dämpfung zeigt die Theorie[233]) für den Fall isochroner Oszillatoren, daß die Dekremente $\mathfrak{D}_1$ und $\mathfrak{D}_2$ der beiden bei fester Koppelung entstehenden Schwingungen mit den Dekrementen

$\mathfrak{d}_1$ und $\mathfrak{d}_2$ der beiden Oszillatoren vor der Koppelung zusammenhängen durch die Beziehung:

$$\mathfrak{D}_1 = \frac{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2}{2} \cdot \frac{n_1}{n}$$
$$\mathfrak{D}_2 = \frac{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2}{2} \cdot \frac{n_2}{n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Solange also die Koppelung nicht sehr fest ist und demnach (a) die Wechselzahlen n_1 und n_2 nur wenig von n verschieden sind, sind die Dekremente der beiden Schwingungen nahezu gleich und zwar gleich dem Mittel der Dekremente $\mathfrak{d}_1$ und $\mathfrak{d}_2$.

In dem praktisch wichtigen Fall, daß ein Primärsystem von relativ geringer Dämpfung ($\mathfrak{d}_1$) mit einem Sekundärsystem von relativ starker Dämpfung ($\mathfrak{d}_2$) gekoppelt ist, konnte bei sehr loser Koppelung erreicht werden, daß im Sekundärsystem eine Schwingung von der geringen Dämpfung des primären Oszillators vorhanden ist [345 e]. Bei starker Koppelung ist nach Gl. (1) und (4) der kleinste Wert, den ein Dekrement überhaupt theoretisch erreichen kann $= \frac{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2}{2\sqrt{2}}$. Tatsächlich erfordert dieser Wert einen Koppelungskoeffizienten $K_1 = 1$, der in allen praktisch wichtigen Fällen auch nicht annähernd realisiert werden kann. In allen praktisch wichtigen Fällen wird also das kleinere Dekrement der beiden Schwingungen von $\frac{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2}{2}$, oder wenn $\mathfrak{d}_1$ sehr klein gegen $\mathfrak{d}_2$ ist, von $\frac{\mathfrak{d}_2}{2}$ nicht weit verschieden sein. Bei fester Koppelung kann also das Dekrement des stärker gedämpften Oszillators höchstens auf etwa die Hälfte herabgedrückt werden.

c. Wenn die beiden Oszillatoren, die miteinander eng gekoppelt sind, nicht aufeinander abgestimmt sind, sondern vor der Koppelung die beiden Wechselzahlen n_1 und n_2 besitzen ($n_1 < n_2$), so entstehen nach der Koppelung in beiden Oszillatoren zwei Schwingungen von den Wechselzahlen N_1 und N_2. Von diesen ist N_1 kleiner als n_1, N_2 größer als n_2, und zwar ist der Unterschied zwischen N_1 und n_1 bezw. N_2 und n_2 umso größer, je fester die Koppelung ist[234]).

Daß eine nicht beabsichtigte Bestätigung dieses Satzes in den Resonanzkurven a, b, c der Fig. 516 liegt, wurde auf S. 633 (Fußnote) schon besprochen. Auch die Fig. 352 S. 368 enthält eine gewisse Bestätigung des Gesagten insofern, als aus ihr hervorgeht, daß bei fester Koppelung auch im Primärsystem zwei Schwingungen auftreten.

Man kann in der Schwingungskurve von Fig. 352 außer den Schwingungen von relativ großer Amplitude und geringer Wechselzahl deutlich noch Schwingungen von viel größerer Wechselzahl und geringerer Amplitude unterscheiden, die von der starken Koppelung und der dadurch bedingten Rückwirkung der Sekundärspule herrühren.

353. Der Effekt der Schwingungen im Sekundärsystem.

Wie der Effekt der Schwingungen im Sekundärsystem einerseits von der Koppelung, andererseits bei derselben Koppelung von den Wechselzahlen abhängt, welche Primär- und Sekundärsystem vor der Koppelung besaßen, kann mit der Anordnung von Fig. 537 ermittelt werden. Man braucht nur den Meßkondensatorkreis III zu entfernen und den Sekundärkreis (II) direkt auf den Bolometerkreis induzieren zu lassen.

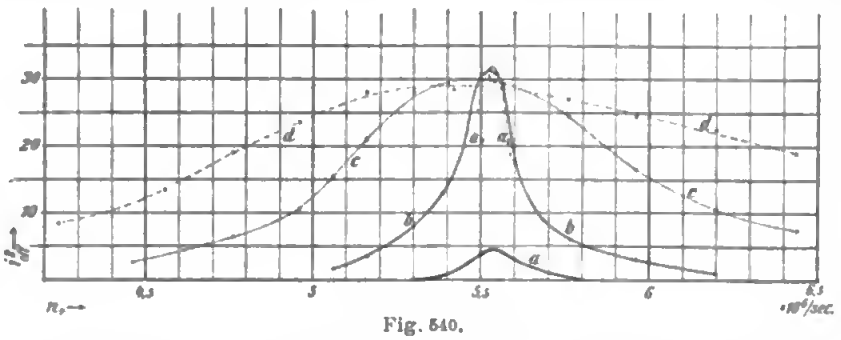


Fig. 540.

Als bei einem derartigen Versuch die Wechselzahl n_2 des Sekundärkreises (durch Verstellen des Bügels B_1) variiert wurde und als Abszissen diese Wechselzahlen n_2, als Ordinaten die ihnen entsprechenden Ausschläge des Bolometers aufgetragen wurden, ergaben sich die Kurven von Fig. 540. Von diesen entspricht Kurve a einer ganz losen, die Kurven in der Reihenfolge b, c, d einer immer fester werdenden Koppelung. Die Kurve a_1 unterscheidet sich von a nur durch die Größe des Maßstabs. Aus diesen Kurven ist das folgende zu schließen.

a. Gleichviel, ob enge oder lose Koppelung vorliegt, ist der Effekt der Schwingungen im Sekundärsystem dann am größten, wenn die Wechselzahlen der beiden Oszillatoren vor ihrer Koppelung genau oder annähernd gleich sind. (Daß die Wechselzahl des Primärsystems ca. $5{,}53 \cdot 10^6$/sec. war, geht aus den Resonanzkurven a bezw. a_1 hervor [330]).

b. Hat man zuerst extrem lose Koppelung (Kurve a) und geht zu festerer Koppelung über, so nimmt der Effekt der Schwingungen im Sekundärsystem anfangs sehr rasch zu (Kurve b im Verhältnis

zu Kurve a). Sehr bald ist aber eine gewisse günstigste Koppelung erreicht, über welche hinaus eine weitere Steigerung der Koppelung keine Zunahme, sondern eher eine Abnahme des Effekts im Sekundärkreis zur Folge hat.

c. Schon bis zur Erreichung dieser für den Effekt günstigsten Koppelung leidet die Schärfe der Resonanz zwischen Primär- und Sekundärsystem etwas Not (Kurve b im Verhältnis zu a_1). Wird aber die Koppelung darüber hinaus gesteigert, so werden die Resonanzkurven bald außerordentlich flach, die Resonanz ganz unscharf.

Praktisch folgt daraus zweierlei:

(1) Will man zwei Systeme koppeln, so ist es für den Effekt im Sekundärsystem jedenfalls günstig, ihre Wechselzahlen vorher gleich zu machen. Aber während diese Abstimmung sehr peinlich auszuführen ist, wenn die Systeme sehr lose gekoppelt werden sollen, kommt es auf eine genaue Abstimmung gar nicht an, wenn die Systeme für feste Koppelung bestimmt sind. — Aehnliches gilt auch für die Maximalamplitude im Sekundärsystem[235]).

(2) Sollen aus Resonanzkurven Dekremente bestimmt werden, so ist sehr lose Koppelung unbedingt notwendig. Ist die Koppelung zu fest, so liefert die Resonanzkurve nach der Methode von **336 b** zu grosse Dekremente. Dafür, ob die Koppelung genügend lose ist, gibt es eine einfache Kontrolle: eine weitere Lockerung der Koppelung darf für $b_1 b_2$ keinen anderen Wert mehr ergeben.

354. Energieverhältnisse.

Es ist auf den ersten Blick auffallend, daß bei Steigerung der Koppelung der Effekt der Schwingungen im Sekundärsystem keineswegs fortgesetzt zunimmt. Man sollte nach den Erfahrungen beim technischen Transformator [**146**] erwarten, daß der Effekt der Schwingungen im Sekundärsystem umso größer wird, je mehr Induktionslinien des Primärsystems dem sekundären zu gute kommen, d. h. je geringer die Streuung zwischen beiden Systemen ist.

a. Nach **353 b** gilt das auch, solange die Koppelung noch relativ lose ist, d. h. nach **345 a**, solange im Sekundärsystem und Primärsystem Schwingungen von derselben Wechselzahl vorhanden sind. So lange ist das Primärsystem dasjenige, welches dem anderen Energie liefert, und zwar umsomehr, je fester die Koppelung ist. Das Sekundärsystem ist das ausschließlich empfangende, welches vom Primärsystem Energie bekommt und diese für sich, sei es für Strahlung, sei es für Wärmeentwicklung, verbraucht.

b. Der Grund, daß das bei festerer Koppelung nicht mehr gilt, liegt in folgendem. Sobald die Koppelung ziemlich fest wird, treten im Sekundärsystem zwei Schwingungen von annähernd gleicher Dämpfung, aber verschiedener Wechselzahl auf [352]. Die Schwingungen müssen, wenn die Koppelung nicht extrem fest ist, die Erscheinung der Schwebungen [321] zeigen: ihre Amplitude muß zuerst zunehmen, dann abnehmen, dann wieder zunehmen etc. Ebensolche Schwebungen müssen auch im Primärsystem auftreten, da ja dort Schwingungen derselben Wechselzahl vorhanden sind [352], und zwar muß die Zeit zwischen zwei Maxima und Minima der Amplitude für Sekundär- und Primärsystem dieselbe sein, da sie nach 321 nur von den Wechselzahlen der beiden Schwingungen abhängt. Nun ist im Anfang, wenn die Schwingung einsetzt, die Amplitude der Schwingung im Primärsystem augenscheinlich im Maximum, im Sekundärsystem im Minimum. Es muß deshalb auch später gelten: immer, wenn die Amplitude der Schwingung im Sekundärsystem im Maximum ist, ist sie im Primärsystem im Minimum und umgekehrt.

Betrachtet man den Moment, wo die Amplitude der Schwingung im Primärsystem gerade im Minimum, im Sekundärsystem gerade im Maximum ist, dann ist die Energie, welche das Primärsystem enthält, relativ sehr klein, diejenige des Sekundärsystems relativ sehr groß. Nach einer halben Schwebung ist die Energie im Primärsystem wieder relativ groß, diejenige im Sekundärsystem klein. In der Zwischenzeit muß also das Sekundärsystem Energie an das primäre abgegeben haben.

Bezüglich der Energieverhältnisse unterscheidet sich also die feste Koppelung dadurch von der losen, daß das Sekundärsystem nicht fortgesetzt Energie vom Primärsystem bezieht und diese für sich verbraucht, sondern während eines Teils der Zeit Energie dem Primärsystem zurückgibt. Bei fester Koppelung wechseln Primär- und Sekundärsystem in der Rolle der Energiequelle miteinander ab.

c. Nach 352 b ist die Dämpfung bei fest gekoppelten Systemen, von denen eines vor der Koppelung starke Dämpfung hatte, jedenfalls auch ziemlich groß. Sehr bald wird also die gesamte Energie, welche die beiden Systeme miteinander besitzen, klein sein. Der Effekt der Schwingungen im Sekundärsystem wird also der Hauptsache nach durch die Verhältnisse während der ersten Schwebung bestimmt sein. Während dieser Zeit nimmt aber das Sekundärsystem ungefähr so lange Energie vom Primärsystem auf, als die Amplitude der sekundären Schwingungen im Zunehmen begriffen ist; es gibt

Energie an den Primärkreis ab ungefähr von dem Moment an, wo seine Amplitude abnimmt. Die Abgabe von Energie tritt also umso früher ein, je kürzer die Dauer der Schwebung, d. h. nach **321** je größer der Unterschied zwischen den Wechselzahlen der beiden Schwingungen, d. h. nach **352** je stärker die Koppelung ist.

Wenn also auch bei Steigerung der Koppelung die Energie größer wird, welche das Sekundärsystem vom primären in einer bestimmten Zeit erhält, so wird auf der anderen Seite die Zeit verkürzt, während der es Energie aufnimmt, der Zeitpunkt beschleunigt, von dem an das Sekundärsystem wieder Energie an den Primärkreis zurückgibt. Es ist danach zu verstehen, daß die Steigerung einer an sich schon engen Koppelung eine Vermehrung des Effekts im Sekundärsystem nicht hervorruft.

355. Die Maximalamplitude im Sekundärsystem.

Die Maximalamplitude der Spannung und des Stroms im Sekundärsystem hängt, wie schon nach Früherem zu erwarten ist, ab von der Wechselzahl und Dämpfung der gekoppelten Systeme und der Stärke der Koppelung. Die Abhängigkeit von diesen Größen ist aber keineswegs einfach. Die Theorie[235]) ergibt das folgende:

a. Unter sonst gleichen Umständen wird die Maximalamplitude im Sekundärsystem ebenso wie der Effekt [**353**] ein Maximum, wenn die beiden Systeme vor ihrer Koppelung dieselbe Wechselzahl hatten. Dieser Fall ist also praktisch am wichtigsten und soll im folgenden stets vorausgesetzt werden.

b. Dann gilt annähernd für die Maximalamplitude $\mathfrak{V}_{2\max}$ der Spannung in einem Sekundärsystem mit quasistationärem Strom

$$\frac{\mathfrak{V}_{2\max}}{\mathfrak{V}_{10}} = \mathfrak{f} \cdot \sqrt{\frac{c_1}{c_2}} \overset{*)}{=} \mathfrak{f} \cdot \sqrt{\frac{p_2}{p_1}} . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Darin bedeutet $\mathfrak{V}_{10}$ die Spannungsamplitude im Primärsystem und $\mathfrak{f}$ einen Faktor, der stets kleiner als 1 und durch Dämpfung und Koppelung der beiden Systeme, und zwar einerseits der Größe $\mathfrak{b}_1 + \mathfrak{b}_2$, andererseits der Größe K_1 [**352** Gl. (2)], bestimmt ist.

Aus der Maximalamplitude der Spannung kann die Maximalamplitude $\mathfrak{i}_{2\max}$ des Stroms einfach berechnet werden, wenigstens

*) Die vollständige Gleichung heißt [**352 a**]

$$\frac{\mathfrak{V}_{2\max}}{\mathfrak{V}_{10}} = \mathfrak{f} \sqrt{\frac{c_1}{c_2} \cdot \frac{p_{21}}{p_{12}} \cdot \frac{K^2}{K_1^2}} .$$

solange die Koppelung nicht sehr fest ist. Dann sind die Wechselzahlen der durch die Koppelung entstehenden zwei Schwingungen nicht weit voneinander verschieden [352]. Die beiden Schwingungen können deshalb [321] als eine einzige Schwingung aufgefaßt werden, deren Wechselzahl gleich dem arithmetischen Mittel der Wechselzahlen der beiden Schwingungen, d. h. aber nach 352 Gl. (3) gleich der Wechselzahl n ist, welche die beiden Systeme vor ihrer Koppelung hatten. Dann aber gilt annähernd

$$i_0 = \pi n c \,.\, \mathfrak{V}_0 \text{ [185c]}, \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

und es folgt aus Gl. (1)

$$\left.\begin{aligned} \frac{i_{2\max}}{\mathfrak{V}_{10}} &= \pi n \,.\, f \sqrt{c_1 c_2} = \pi n c_2 \,.\, f \,.\, \sqrt{\frac{p_2}{p_1}} \\ &= f \,.\, \sqrt{\frac{c_2}{p_1}} \end{aligned}\right\}, \quad \ldots \quad (3)$$

letzteres, da $\pi n = 1/\sqrt{p_2 c_2}$ [209] ist.

Ebenso läßt sich aus Gl. (2) unmittelbar folgern:

$$\frac{i_{2\max}}{i_{10}} = f \,.\, \sqrt{\frac{c_2}{c_1}} = f \,.\, \sqrt{\frac{p_1}{p_2}}.$$

Für ein Sekundärsystem mit nicht quasistationärem Strom, für das die Bedingungen von 344 zutreffen, tritt an Stelle der Gl. (1) und (3)

$$\frac{\mathfrak{V}_{2\max}}{\mathfrak{V}_{10}} = f \,.\, \sqrt{\frac{c_1}{c_2}} = \frac{f}{\pi} \sqrt{\frac{2 p_2}{p_1}}, \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

$$\frac{i_{2\max}}{\mathfrak{V}_{10}} = 2 n f \,.\, \sqrt{c_1 c_2}, \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

worin die Buchstaben dieselbe Bedeutung haben wie in 344a*).

c. Die Größe von f ist für verschiedene Koppelungen, d. h. Werte von K_1**), und verschiedene Dämpfungen aus den Kurven von Fig. 541, die einer Arbeit von P. Drude[295]) entnommen sind, zu ersehen.

*) Für einen einseitig geerdeten Sender heißen die Gleichungen:

$$\frac{\mathfrak{V}_{2\max}}{\mathfrak{V}_{10}} = f \sqrt{\frac{2 c_1}{c_2}} = \frac{2 f}{\pi} \sqrt{\frac{2 p_2}{p_1}}$$

$$\frac{i_{2\max}}{\mathfrak{V}_{10}} = 2 n f \sqrt{2 c_1 c_2},$$

worin die Bezeichnungen dieselbe Bedeutung haben wie in der Fußnote auf S. 640.

**) In allen praktisch wichtigen Fällen und bei nicht zu schwachen Koppelungen ist K_1 nur wenig von dem Koppelungskoeffizienten K verschieden.

Aus den Kurven folgt vorerst, daß die Größe von $\mathfrak{f}$ und damit die Maximalamplitude ebenso wie der Effekt bei Steigerung der Koppelung anfangs rasch wächst, dann aber fast gar nicht mehr und schließlich bei weiterer Vergrößerung der Koppelung sogar abnimmt. Qualitativ läßt sich das bequem mit der in **351** beschriebenen An-

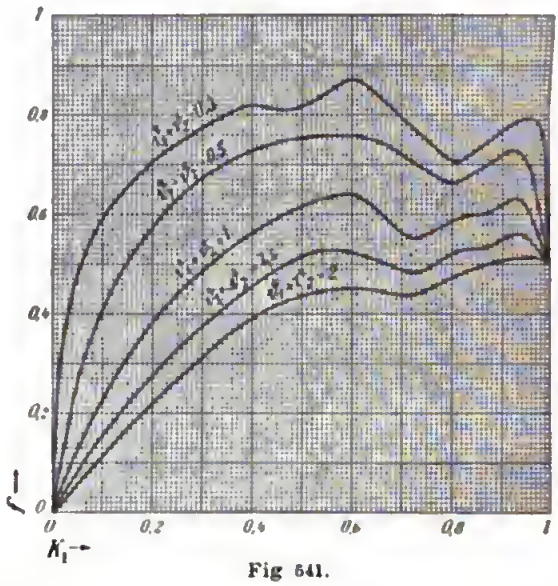


Fig 541.

ordnung von Fig. 537 zeigen: man hat nur am Kondensatorkreis II eine Funkenstrecke an die Belegungen der Leidener Flaschen anzulegen*). Ein Versuch ergab bei den Koppelungen, die den Resonanzkurven a, b, c, d der Fig. 538 entsprechen, die folgenden Schlagweiten:

Koppelung	von	Kurve	a:	Schlagweite	1,2 mm,
„	„	„	b:	„	2,7 „
„	„	„	c:	„	3,2 „
„	„	„	d:	„	3,1 „

Eine weitere Erhöhung der Koppelung, welche die Kurve c geliefert hatte, lieferte keine grössere Schlagweite als 3,2 mm.

Die Kurven zeigen ferner, daß die Stärke der Koppelung, d. h. der Wert von K_1, für welchen die Maximalamplitude ihren größten Wert erreicht — abgesehen von extrem starken Dämpfungen —,

*) Der Meßkondensatorkreis III ist nur nötig, wenn man die Wechselzahlen der beiden Schwingungen und damit [nach **352** Gl (1)] den Koppelungskoeffizienten bestimmen will.

nahezu unabhängig von der Dämpfung der beiden Systeme ist und etwa bei $K_1 = 0{,}6$ liegt*). In diesem Falle ist annähernd

$$\left.\begin{array}{l} \frac{n_1}{n} = 1{,}6 \\ \frac{n_2}{n} = 0{,}8 \end{array}\right| \quad \frac{n_1}{n_2} = 2 \text{ [352 Gl. (1)]}$$

und es würde z. B. bei $b_1 + b_2 = 0{,}3$ [vgl. S. 587 Fußnote **)] nach Gl. (4) für einen linearen Sender als Sekundärsystem

$$\frac{\mathfrak{V}_{2\,max}}{\mathfrak{V}_{10}} = 0{,}87 \cdot \sqrt{\frac{c_1}{c_2}} = 0{,}28 \cdot \sqrt{\frac{2p_2}{p_1}}.$$

Die angegebenen experimentell ermittelten Zahlen beweisen, daß bei einem Primärsystem mit Funkenstrecke die Maximalamplitude im Sekundärsystem nicht für $K_1 = 0{,}6$ ein Maximum wird: bei Kurve c (Fig. 538) hat K_1 erst den Wert 1,8. Es können also auch die Kurven von Fig. 541 für Primärsysteme mit Funkenstrecke im allgemeinen nicht genau gelten[237]). Der Grund dafür ist wohl der folgende. Der Ableitung der Werte für f und der Beziehungen von **b** liegt tatsächlich die Voraussetzung zu Grunde, daß das Dekrement b_1 des Primärsystems während des Ablaufs der Schwingung konstant und von der Koppelung unabhängig ist. Die erste Annahme ist sicher nicht richtig [**218a**] und die zweite ist es höchst wahrscheinlich nicht [vgl. **219a**]. Welche Beziehungen aber bei Primärsystemen mit Funkenstrecke gelten, ist zur Zeit nicht bekannt.

d. Mit der Anordnung von Fig. 537 — Funkenmikrometer im Nebenschluß zu den Kondensatorbelegungen des Kondensatorkreises II

*) Was das praktisch heißt, geht aus folgendem hervor. Es liege wieder der Fall von **345d** vor: Ein linearer Sender von der Gesamtlänge 100 m werde erregt durch einen darauf abgestimmten Kondensatorkreis, dessen Strombahn ein Kreis von 50 cm Durchmesser und 2,5 mm Drahtradius ist. In dem Sender sollen N-Windungen eingeschaltet sein, derart, daß ungefähr die Hälfte der Induktionslinien des Primärkreises durch eine Sekundärwicklung hindurchgehen und daß der Selbstinduktionskoeffizient einer Sekundärwindung = der Hälfte desjenigen des Primärkreises ist.

Dann ist ungefähr[236]) für

N = 1	$K^2 = 0{,}0035$	$K = 0{,}060$
N = 5	$= 0{,}076$	$= 0{,}27$
N = 10	$= 0{,}21$	$= 0{,}46$
N = 15	$= 0{,}31$	$= 0{,}56$
N = 20	$= 0{,}37$	$= 0{,}61.$

— ist einfach nachzuweisen, daß die Resonanz für die Maximalamplitude der Spannung umso weniger scharf wird, je stärker die Koppelung ist.

e. Als praktische Regel folgt aus diesen Beziehungen: Gleichgültig, ob es auf große Spannungsamplitude oder große Stromamplitude im Sekundärsystem ankommt, unter allen Umständen ist es am besten, dem Primärsystem möglichst große Kapazität und möglichst kleinen Selbstinduktionskoeffizienten zu geben. Ein Kondensatorkreis mit einer einzigen Windung als Strombahn ist also auch bei fester Koppelung am günstigsten.

Ob man beim Sekundärsystem möglichst große oder möglichst kleine Kapazität verwendet, hängt davon ab, ob man eine möglichst große Spannungsamplitude oder eine möglichst große Stromamplitude erzielen will. Im letzteren Fall ist die Kapazität auch im Sekundärsystem groß zu wählen, während die Kapazität des Sekundärsystems möglichst herabzudrücken ist, wenn große Spannungsamplitude *im* Sekundärsystem hergestellt werden soll.

f. Daraus folgt auch unmittelbar, welchen Vorteil die feste Koppelung gegenüber der losen bietet. Bei loser Koppelung läßt sich die Maximalamplitude der Spannung im Sekundärsystem — Spulen [345e] ausgenommen — nicht sehr hoch steigern [345d], wenn man die Vorteile, welche die lose Koppelung bezüglich der Dämpfung bietet [345e], ausnützen will. Bei fester Koppelung ist es aber möglich, dadurch, daß man die Kapazität des Primärkreises möglichst groß, diejenige des Sekundärkreises möglichst klein macht, die Spannung im Sekundärsystem auf sehr hohe Werte zu bringen*).

Der Nachteil der festen Koppelung gegenüber der losen liegt darin, daß die Dämpfung der Schwingungen größer ist [352b] und daß die Resonanz sowohl des Effekts als der Maximalamplitude viel weniger scharf, im Falle sehr enger Koppelung ganz mangelhaft ist. Daß die Dämpfung der einen Schwingung bei extrem fester Doppelung wieder klein werden muß, ist insofern ohne praktische

*) In dem Beispiel von c würde aus den Beziehungen in b und c folgen, bei 5 Windungen

$$\frac{\mathfrak{V}_{2\max}}{\mathfrak{V}_{10}} = 4{,}3,$$

bei 20 Windungen

$$\frac{\mathfrak{V}_{2\max}}{\mathfrak{V}_{10}} = 12 \quad (b_1 + b_2 = 0{,}3 \text{ angenommen}).$$

Bedeutnng, als so enge Koppelungen in den praktisch wichtigen Fällen nicht verwendet werden können.

356. Der Teslatransformator.

Wenn man allgemein eine Anordnung, bei der eine stromführende Leitung auf eine andere induziert und in derselben Schwingungen hervorruft, als Transformator bezeichnet, so muß man diesen Namen auch den bisher besprochenen gekoppelten Systemen geben. Tatsächlich ist für eine Anordnung, bei der das Primärsystem ein Kondensatorkreis, das sekundäre eine Spule ist, der Name *Transformator* ganz allgemein, und zwar bezeichnet man solche Transformatoren als *„Teslatransformatoren"*, da N. Tesla[288]) sich sehr viel mit derartigen Versuchen beschäftigt hat.

a. Der Unterschied dieser Transformatoren gegenüber den technischen besteht unter anderem in folgenden Punkten:

(1) Beim technischen Transformator kann die Wechselzahl der Schwingungen durch keine Vorgänge im Sekundärkreis verändert werden. Beim Teslatransformator wird die Wechselzahl der Schwingungen durch die Rückwirkung des Sekundärsystems sehr stark beeinflußt [**352 a**].

(2) Beim technischen Transformator ist jede Streuung, d. h. Verringerung der Koppelung zwischen Primär- und Sekundärkreis schädlich [**146**]. Beim Teslatransformator ist das nicht einmal dann unbedingt der Fall, wenn es auf möglichst große Spannungs- oder Stromamplitude im Sekundärsystem ankommt [**355 c**]. Unter Umständen aber will man beim Teslatransformator gar nicht besonders große Strom- oder Spannungsamplituden im Sekundärsystem haben, sondern möglichst geringe Dämpfung [**427**]; dann ist große Streuung, d. h. lose Koppelung sogar unerläßliche Bedingung [**355 f**].

b. Diejenige Form, in welcher der Teslatransformator bekannt geworden ist, bezweckt möglichst hohe Spannungsamplituden im Sekundärsystem. Nach **355 b** muß für diesen Zweck das Primärsystem möglichst große Kapazität und kleine Selbstinduktion besitzen — also Kondensatorkreis mit einer einzigen Windung —, das Sekundärsystem möglichst kleine Kapazität und große Selbstinduktion — also enggewickelte Spule [**291**]*). Beide sollen aufeinander abgestimmt

*) Es ist aber nicht praktisch, die Erfüllung dieser Bedingung zu übertreiben. Je kleiner die Kapazität, je größer der Selbstinduktionskoeffizient des Sekundärsystems wird, umso geringer wird die Stromamplitude [**355 b**], umso dürftiger bei vielen Versuchen die Wirkung.

[355a], außerdem soll der günstigste Wert der Koppelung, am besten durch Ausprobieren, hergestellt sein. Sehr peinlich braucht man aber weder beim Abstimmen noch beim Ausprobieren der günstigsten Koppelung zu sein [355c und d], auch aus dem Grunde, weil der Transformator doch meist für verschiedene Zwecke benützt und Ver-

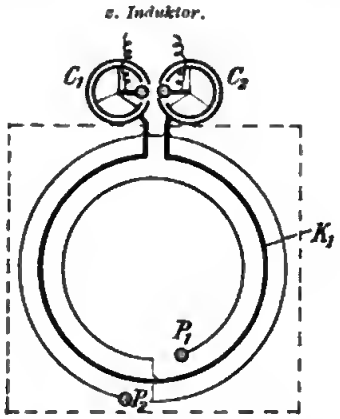


Fig. 542.

schiedenes an die Sekundärspule angeschlossen werden soll. Dabei wird aber die Wechselzahl des Sekundärsystems und die Koppelung immer wieder eine andere.

Für viele Zwecke genügt die Anordnung von Fig. 512, wenn man den Kreis K um die Spule S herumlegt, vollkommen. Eine andere Form des Teslatransformators ist die folgende, die für kräftige Wir-

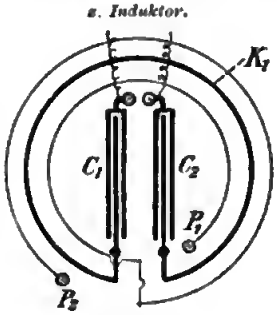


Fig. 543.

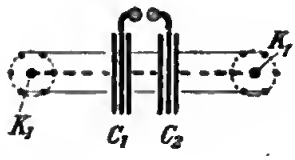


Fig. 544.

kungen und vielseitige Verwendung zu empfehlen ist. Die Strombahn des primären Kondensatorkreises ist ein einfacher Kreis K_1 (Fig. 542, 543 und 544). Um diesen, und zwar so nahe als es die Isolation zuläßt, liegen die Sekundärwindungen, etwa zehn an der Zahl (in Fig. 542 und 543 sind nur zwei, in Fig. 544 die Querschnitte von sechs gezeichnet); ihre Anordnung ist aus dem Querschnitt Fig. 544

zu ersehen. Als Kondensatoren im Primärkreis können Leidener Flaschen benützt werden (Fig. 542), nur muß dann dafür gesorgt werden, daß die Zuleitungen zu den Belegungen so kurz als irgend möglich sind, damit der Selbstinduktionskoeffizient des Primärkreises möglichst reduziert wird. Sehr vollkommen läßt sich dieser Zweck erreichen, wenn man (Fig. 543) Mikanitkondensatoren verwendet, welche man ins Innere des Primärkreises lagert. Die Fig. 545 zeigt einen von der Firma Schuckert konstruierten derartigen Teslatransformator.

Die Isolation muß eine gute sein, da sonst leicht Funken zwischen Sekundär- und Primärwindungen oder zwischen den ein-

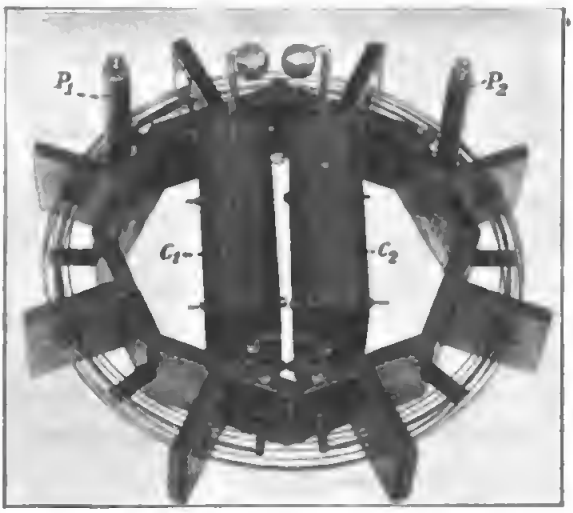


Fig. 545.

zelnen Sekundärwindungen überschlagen. Bei der Konstruktion von Fig. 543 wird deshalb der ganze Transformator mit Kondensatoren, bei der Konstruktion von Fig. 542 der innerhalb der gestrichelten Linie befindliche Teil in eine Kiste, Glas- oder Tongefäß mit Oel gebracht*). Man kann die Unannehmlichkeiten, welche mit dem Oel verknüpft sind, vermeiden, wenn man Primär- und Sekundärwindungen aus Drähten mit dicker Paragummiisolierung herstellt.

c. Einige bekanute Demonstrationsversuche mit diesen Teslatransformatoren sind die folgenden.

(1) An die beiden Sekundärpole P_1 und P_2 Fig. 542 und 543 werden Spulen (ähnlich wie in Fig. 532) angeschlossen und deren

*) Holzkisten können gut öldicht gemacht werden, wenn man sie mit Leinwand und Leim, dem man etwas Glyzerin zugesetzt hat, ausklebt.

Enden freigelassen. Sie zeigen im Dunkeln intensive Büschelentladungen, besonders wenn an dieselben Spitzen angelötet sind.

(2) Werden die Enden der Spulen zu den Polen einer Funkenstrecke geführt, so ergeben sich außerordentlich hohe Schlagweiten.

(3) An die Enden der Spulen oder direkt an die Sekundärpole P_1 P_2 werden Drähte angeschlossen, welche parallel zueinander gut isoliert durch die Zimmer geführt werden. Beide Drähte zeigen an ihrer Oberfläche starke Büschelentladungen, so daß sie aus einiger Entfernung intensiv zu leuchten scheinen. Werden sie einander ziemlich genähert, so bildet die dadurch verstärkte Büschelentladung ein leuchtendes Band zwischen denselben.

(4) Bei allen diesen Versuchen leuchtet der Innenraum von Glasröhren, die man auf einen günstigen Druck evakuiert hat — Geißlerröhren mit oder ohne Elektroden —, noch in ziemlicher Entfernung von den Spulen bezw. bei Versuch (3) von den Drähten. Besonders stark geschieht das, wenn man bei Versuch (3) die Röhren in den Raum zwischen den beiden Drähten hält.

Zu empfehlen ist bei allen derartigen Versuchen, die Kapazität der Kondensatoren im Primärkreis und auch die an die Sekundärpole angeschlossenen Spulen auszuprobieren.

d. Ziemlich allgemein verbreitet ist die Anschauung, daß man die Sekundärleitungen von Teslatransformatoren ohne Gefahr berühren könne. In dieser Allgemeinheit ist das sicher unrichtig: es ist im Gegenteil den Entladungen kräftiger Teslatransformatoren gegenüber Vorsicht geboten. Ungefährlich aber sind die folgenden Versuche:

(1) An die Sekundärpole — oder an die an dieselben angeschlossenen Spulen — wird ein Funkenmikrometer angelegt und dasselbe so eingestellt, daß in demselben große Funken von vielen Zentimetern Länge überschlagen. Trotzdem kann man beide Pole der Funkenstrecke anfassen, ohne etwas zu fühlen.

(2) Faßt man einen Pol des Teslatransformators oder das Ende einer an denselben angeschlossenen Spule an, so leuchtet eine evakuierte Röhre, die man in der anderen Hand hält, intensiv.

(3) Man kann eine Hand irgendwelchen Teilen der Sekundärleitung so weit nähern, daß mehrere Zentimeter lange Funken nach der Hand überschlagen. Man fühlt dabei nur ein leichtes Brennen oder Prickeln auf der Haut.

Als Erklärung für diese und ähnliche Versuche wird häufig angegeben, es sei, wie es in 231 für Metalldrähte auseinander gesetzt wurde, infolge der hohen Wechselzahl die Strömung auf eine

dünne Oberflächenschicht des Körpers beschränkt, der Strom dringe in das Innere des Körpers gar nicht ein. Allein es ist kein Grund zu der Annahme vorhanden, daß irgend ein Teil des Körpers ein größeres Leitvermögen besitze als die best leitenden Elektrolyte. Für diese aber weicht nach **231 c** die Verteilung der Strömung bei Wechselzahlen, wie sie Teslatransformatoren besitzen, nur sehr wenig von derjenigen bei stationärem Strom ab[239]).

Die Frage ist noch nicht so genau untersucht, daß in jedem Fall angegeben werden könnte, welches der Grund für die geringe physiologische Wirkung ist. Es scheint aber, daß dabei nicht nur die hohe Wechselzahl eine Rolle spielt. Einmal werden die Teslatransformatoren stets so gebaut, daß möglichst hohe Spannungsamplituden erzielt werden; das hat aber nach **355 b** zur Folge, daß die Stromamplituden nur minimal werden und aus diesem Grunde nur ein äußerst geringer Strom durch den Körper hindurchgehen kann. Außerdem ist die Dauer des Stroms eine sehr kurze, die Elektrizitätsmenge also, die durch den Körper hindurchgeht, sehr klein. Und dann werden durch das Anfassen mit der Hand und das Einschalten des menschlichen Körpers unter Umständen die Schwingungen vollkommen gestört, ihre Amplitude auf ein Minimum herabgedrückt. Wenn in dem Versuch (1) oben die Pole der Funkenstrecke mit beiden Händen angefaßt werden, so ist das ganze System ein anderes: durch den Körper ist aus dem offenen Sekundärsystem ein geschlossener Stromkreis von sehr hohem Widerstand geworden. Es besteht zwischen den beiden Händen längst nicht mehr dieselbe Spannungsamplitude, wie vorher zwischen den Polen der Funkenstrecke.

Kapitel XVI.

Fortpflanzung magnetischer Wellen in Eisenzylindern.

357. Charakter der früher betrachteten Schwingungen.

a. Bezüglich der Strömung waren die Schwingungen einfachster Art, mit denen wir es bisher zu tun hatten, diejenigen im geschlossenen quasistationären Wechselstromkreis: der Strom ist in allen Querschnitten der Strombahn in demselben Moment der gleiche. Nicht wesentlich unterscheiden sich davon Kondensatorkreise. Hier ist zwar die Strombahn am Kondensator unterbrochen, aber im übrigen verlaufen die Vorgänge im wesentlichen so, wie wenn die Strombahn durch den Kondensator hindurch geschlossen wäre [192].

Etwas komplizierter waren schon die Verhältnisse bei solchen Schwingungen, bei denen die elektrische Strömung in offenen Bahnen erfolgte (Kap. XII); hier ist der Strom keineswegs an allen Stellen derselbe. Trotzdem trat dadurch keine große Komplikation ein: der Strom unterscheidet sich an den verschiedenen Stellen nur durch die Amplitude, die Phase des Stroms ist in allen Querschnitten der Strombahn dieselbe.

b. Im Zusammenhang damit durfte vom magnetischen Feld, soweit es bisher betrachtet wurde, d. h. in unmittelbarer Nähe der Strombahn, angenommen werden, daß es noch dieselbe Eigenschaft besitzt wie beim quasistationären geschlossenen Stromkreis oder beim Kondensatorkreis: es durfte an allen Stellen als gleichphasig vorausgesetzt werden.

358. Ungleichphasigkeit des magnetischen Felds in Eisenzylindern.

Daß man mit dieser Annahme schon im Gebiet der langsamen Schwingungen der Technik auf Schwierigkeiten stößt, sobald man das magnetische Feld in einiger Entfernung vom Stromkreis in Betracht zieht, geht aus folgendem Versuch hervor. Auf einem geraden Zylinder

aus isolierten Eisendrähten oder Eisenblechen befindet sich eine Spule S_1, die mit einem Wechselstrom i_1 beschickt und in Serie mit einem Spulenpaar I geschaltet ist (Fig. 546)*). Der Eisenzylinder ist umgeben von einer Metallröhre R aus Messing oder Kupfer.

Die ganze Anordnung macht durchaus den Eindruck, als ob sie nichts anderes als einen Transformator darstelle, bei dem die Sekundärspule durch eine Metallröhre ersetzt ist. Man ist also versucht, anzunehmen, daß wie beim Transformator die magnetische Induktion

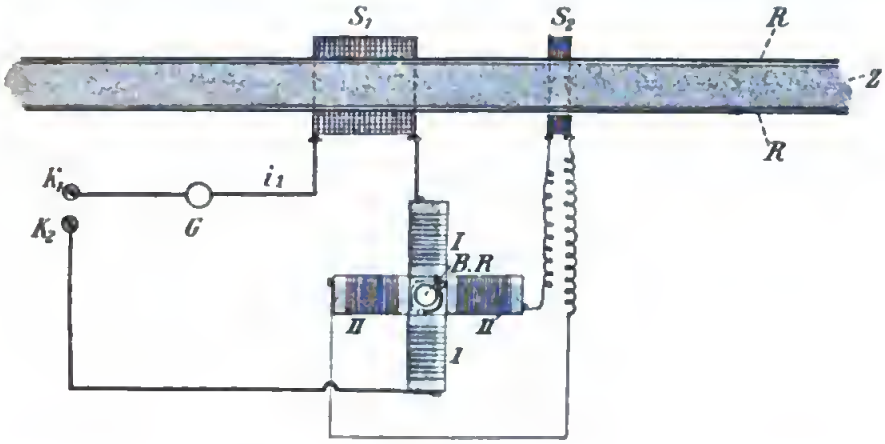


Fig. 546.

im Eisenkern zwar nicht mehr mit dem Strom i_1 gleichphasig sei, aber doch an allen Stellen des Eisenkerns dieselbe Phase habe.

Zur Untersuchung der Phase der Induktion nach dem in 60 angegebenen Verfahren ist auf der Röhre R eine zweite verschiebbare Spule S_2 angebracht. Die Enden derselben sind an ein zweites Spulenpaar II angeschlossen. Zwischen den Spulenpaaren I und II befindet sich in der Anordnung von Fig. 64 eine Braun'sche Röhre (B.R. Fig. 546). Ist die magnetische Induktion in dem Eisenzylinder an allen Teilen in derselben Phase, so gilt dasselbe auch von der in der Spule S_2 induzierten EMK und von dem Strom i_2 in dem Spulenpaar II. Das Bild auf dem Schirm der Braun'schen Röhre muß also für jede beliebige Stellung der Spule S_2 dieselbe Phasendifferenz zwischen i_1 und i_2 angeben.

Tatsächlich ergab aber ein derartiger Versuch Fig. 547, als S_2 sich unmittelbar neben S_1 befand; Fig. 548, als S_2 um 12,5 cm von S_1

*) In Fig. 546 sind die Spulen S_1 und S_2, der Zylinder Z und die Röhre R, im Querschnitt dargestellt. K_1 und K_2 bedeuten Wechselstromklemmen, denen der Strom entnommen wird, G einen Vorschaltwiderstand (Glühlampe).

entfernt war; und Fig. 549, als S_2 25 cm von S_1 weg verschoben wurde. Die Figuren zeigen, daß die Phase der magnetischen In-

Fig. 547.

Fig. 548.

Fig. 549.

duktion keineswegs überall dieselbe ist, sondern daß die magnetische Induktion eine mit der Entfernung von S_1 zunehmende Phasenverschiebung zeigt*).

§ 1. Allgemeines über fortschreitende Wellen.

359. Graphische Darstellung von fortschreitenden Wellen.

a. Untersucht man diese Phasenverschiebung etwas näher, so findet man, daß die Phasenverschiebung der Induktion in irgend einem Punkte des Zylinders gegenüber der Induktion in unmittelbarer Nähe von S_1 sehr annähernd dem Abstand des Punktes von der Spule S_1 proportional ist*). Für den Phasenwinkel φ, um den die mag-

*) Die Ausmessung der Fig. 547, 548, 549 [60] gibt als Phasenwinkel zwischen i_1 und i_2:

Fig. 547 : − 6°45′
„ 548 : + 21°20′
„ 549 : + 52°15′

Differenz = 28°5′ bei 12,5 cm Entfernung,
„ = 59° „ 25 „ „

also für die doppelte Entfernung auch annähernd die doppelte Phasenverschiebung.

netische Induktion im Abstand x von der Spule verspätet ist, gilt also annähernd

$$\varphi = a x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wenn a einen Proportionalitätsfaktor bezeichnet.

Es soll angenommen werden, daß diese Proportionalität genau gilt; ferner soll der Einfachheit halber vorerst vorausgesetzt werden, daß die Amplitude der magnetischen Induktion in jeder Entfernung von der Spule S_1 dieselbe ist.

b. Unter dieser Annahme soll die Frage behandelt werden: Wie groß ist die magnetische Induktion an verschiedenen Teilen des Eisenkerns und zwar in dem Moment, in welchem die Induktion in unmittelbarer Nähe der Spule S_1, d. h. (Fig. 550) im Puukte 0 von negativen zu positiven Werten durch Null hindurchgeht? Die Beantwortung wird am übersichtlichsten, wenn man die Entfernungen x

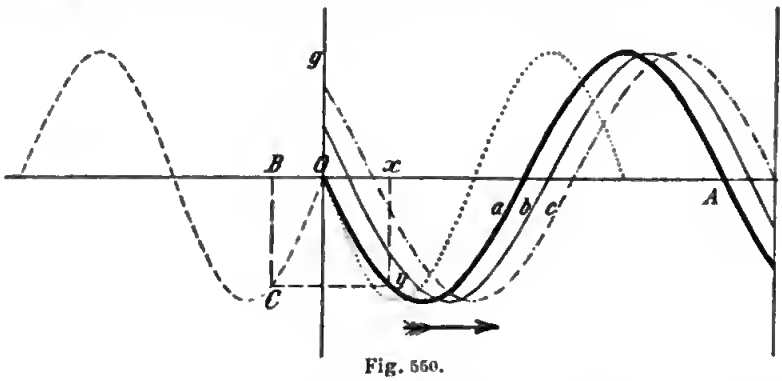


Fig. 550.

von der Spule S_1 als Abszissen, die zu jeder Entfernung gehörigen Werte der Induktion als Ordinaten aufträgt und die Punkte durch eine Kurve verbindet.

Die Kurve muß eine Sinuskurve sein, wenn der zeitliche Verlauf der Induktion in unmittelbarer Nähe von S_1 durch eine Sinuskurve sich darstellen läßt [54]*), was angenommen werden soll.

*) Am einfachsten wird der Beweis, wenn man von der analytischen Darstellung [55 b] Gebrauch macht. Bezeichnet man die Induktion im Punkt 0 mit $\mathfrak{M}$, diejenige im Abstand x von 0 mit $\mathfrak{M}_x$, so gilt

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0 \sin \pi n t,$$
$$\mathfrak{M}_x = \mathfrak{M}_0 \sin (\pi n t - \varphi) \text{ [a]}$$
$$= \mathfrak{M}_0 \sin (\pi n t - a x) \text{ [Gl. (1)]}.$$

Da nun im betrachteten Moment $\mathfrak{M} = 0$ sein soll, so ist $\sin \pi n t = 0$, $\pi n t = 0$, oder ganzes Vielfache von 2π, also

$$\mathfrak{M}_x = - \mathfrak{M}_0 \sin a x,$$

d. h. nach S. 75 (Fußnote). die Kurve für $\mathfrak{M}_x$ ist eine Sinuskurve.

Denn um diese Kurve zu konstruieren, kann man augenscheinlich folgendermaßen verfahren. Man zeichnet eine Sinuskurve, deren Amplitude gleich der Amplitude des magnetischen Induktionsflusses im Eisenkern ist: gestrichelte Kurve auf der linken Seite der Fig. 550. Im Punkt 0 soll nach Voraussetzung die magnetische Induktion in dem betrachteten Moment gerade von negativen Werten zu positiven durch Null hindurchgehen. Um also die Induktion in einem Punkt x, in welchem eine Phasendifferenz φ im Vergleich zu der Induktion im Punkt 0 besteht, zu bekommen, hat man in der Sinuskurve den Punkt zu suchen, dessen Abszisse B von 0 den Abstand φ hat. Die dazu gehörige Ordinate BC stellt den Wert der Induktion im Punkt x dar; diese hat man also als Ordinate über dem Punkt x aufzutragen. Dieselbe Konstruktion hätte man für alle möglichen Punkte des Eisenzylinders auszuführen und die entstehenden Punkte durch eine Kurve zu verbinden.

Man überzeugt sich aber leicht, daß man die gesuchte Kurve viel einfacher erhält, wenn man die gestrichelte Sinuskurve um die Gerade g in die punktierte Lage umklappt und ihre Abszissen *im* Verhältnis $x/\varphi = 1/a$ vergrößert. Dabei muß man eine Kurve erhalten, deren Ordinaten $\sim \sin \varphi$, deren Abszissen $\sim \varphi$ sind, d. h. nach S. 75 (Fußnote) eine Sinuskurve, im vorliegenden Fall die stark ausgezogene Kurve a von Fig. 550.

c. Die Kurve a stellt die Induktion in dem Eisenkern dar *für* den Moment, in dem eben die Induktion in unmittelbarer Nähe der Spule S_1 durch Null hindurchgeht. Für $^1/_{16}$ der ganzen Periode später würde man durch das angegebene Verfahren die schwach ausgezogene Kurve b, für ein weiteres $^1/_{16}$ der Periode später die strichpunktierte Kurve c von Fig. 550 bekommen.

Man erhält also von der magnetischen Induktion zu jeder beliebigen Zeit ein Bild, wenn man die Sinuskurve a von Fig. 550 in der Richtung von der Spule S_1 weg, d. h. in der Richtung des gefiederten Pfeils von Fig. 550 sich bewegen läßt. Das muß mit einer solchen Geschwindigkeit erfolgen, daß die Strecke OA in der vollen Periode des Wechselstroms durchlaufen wird; denn nach dieser Zeit muß sich alles im Eisenkern in genau derselben Weise wiederholen.

Ein Zustand, der sich durch eine derartige fortschreitende Sinuslinie darstellen läßt, wird allgemein als *„fortschreitende Welle“* bezeichnet.

360. Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Wellenlänge.

a. Die Geschwindigkeit, mit welcher man sich die Sinuslinie verschoben denken muß, d. h. die Strecke, welche ein Punkt der verschobenen Sinuslinie in der Sekunde durchläuft, nennt man die *„Fortpflanzungsgeschwindigkeit"* ω der Welle. Es ist diejenige Geschwindigkeit, mit welcher, wie man sagt, die Phasen auf dem Eisenzylinder fortschreiten, d. h. mit welcher z. B. der Punkt, in welchem die Induktion eben Null ist, auf dem Zylinder seine Stelle ändert oder das Maximum der Induktion sich im Zylinder fortbewegt. Voraussetzung ist aber, daß die Welle sich schon in ihrem normalen Zustand befindet. Es ist also unter dieser Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht etwa diejenige zu verstehen, mit welcher beim Schließen des Stroms in der Spule S_1 (Fig. 550) das magnetische Feld sich im Zylinder ausbreitet*).

b. Die Strecke, um welche die Sinuslinie und damit die Welle während einer ganzen Periode des Wechselstroms sich fortbewegt, nennt man die *„Wellenlänge"* λ (= OA Fig. 550).

Sie steht mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Beziehung

$$\omega = \frac{n\lambda}{2}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

da 1 Sekunde n/2 Perioden enthält.

c. Aus **b** und **359b** folgt unmittelbar: In zwei Punkten, die um eine oder mehrere ganze Wellenlängen voneinander abstehen, ist die Induktion gleichphasig. In zwei Punkten, deren Abstand eine halbe oder ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt, ist der Phasenunterschied 180°.

d. Aus der für eine bestimmte Strecke x beobachteten Phasendifferenz φ kann die Wellenlänge unmittelbar bestimmt werden und ferner die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, wenn man die Wechselzahl kennt.

Aus **359** Gl. (1)

$$\varphi = a\,x$$

folgt für den Fall, daß $x = \lambda$ und demnach $\varphi = 2\pi$ ist,

$$2\pi = a\lambda,$$

*) Dafür läßt sich im allgemeinen überhaupt keine bestimmte Geschwindigkeit angeben, da die Strecke, um die sich die Induktion in einer bestimmten Zeit ausbreitet, gar nicht dieser Zeit proportional ist wie bei der Ausbreitung der Wärme[241]).

daraus

$$\lambda = \frac{2\pi x}{\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

und nach Gl. (1)

$$\omega = \pi n \cdot \frac{x}{\varphi}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Daraus ergiht sich allgemein: Je größer für eine hestimmte Strecke die Phasendifferenz ist, umso kleiner ist die Wellenlänge und bei derselhen Wechselzahl die Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

In dem Versuch von 358 folgt aus den beohachteten Werten (S. 678 Fußnote) $\lambda = 1{,}53$ m, $\omega = 76{,}4$ $^{m}/_{sec.}$ ($n = 100/_{sec.}$).

e. Mit Hilfe von Fortpflanzungsgeschwindigkeit ω und Wellenlänge λ läßt sich eine Beziehung aufstellen, aus welcher die Induktion für jede beliehige Entfernung x vom Punkte 0 (Fig. 550) und für jeden beliebigen Zeitpunkt ermittelt werden kann, wenn man weiß, wie die Induktion $\mathfrak{M}$ im Punkte 0 sich mit der Zeit ändert.

Es sei für den Punkt 0

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0 \sin \pi n t \quad [55\,b];$$

dann ist für einen Abstand x, in welchem gegenüher 0 die Phasendifferenz φ besteht, die Induktion

$$\mathfrak{M}_x = \mathfrak{M}_0 \sin (\pi n t - \varphi).$$

Dafür kann aber nach Gl. (2) und (3) gesetzt werden

$$\mathfrak{M}_x = \mathfrak{M}_0 \sin \left(\pi n t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

$$= \mathfrak{M}_0 \sin \left(\pi n t - \frac{\pi n}{\omega} \cdot x\right). \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Entsprechendes gilt für jede beliehige Welle von der Wellenlänge λ, der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ω und der Wechselzahl n.

f. Die Umkehrung der Ueberlegungen von 359 ergiht: In jedem Punkt, über den eine fortschreitende sinusförmige Welle hingleitet, ist ein einfaches oszillatorisches Feld vorhanden. Die Wechselzahl dieses Felds ist unabhängig von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle; sie ist immer identisch mit der Wechselzahl der Schwingung, welche die Welle erzeugte.

Man kann das unmittelbar aus Gl. (4) oder (5) ahlesen, es aber auch durch die folgende Ueherlegung plausibel machen. Die aus-

gezogene Sinuslinie von Fig. 551 möge sich mit einer gewissen Fortpflanzungsgeschwindigkeit fortbewegen. Würde man diese Fortpflanzungsgeschwindigkeit allein verdoppeln, so würde sich auch die Wechselzahl der Schwingung in jedem Punkte verdoppeln. Allein nach Gl. (1) verdoppelt sich dann auch die Wellenlänge und es tritt an Stelle der ausgezogenen Sinuskurve die strichpunktierte, deren

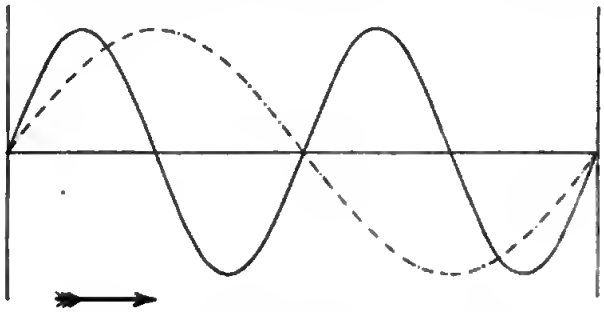


Fig. 551.

Abszissen für dieselben Ordinaten gerade doppelt so groß sind. Wenn man aber die strichpunktierte Kurve mit der doppelten Geschwindigkeit sich bewegen läßt wie die ausgezogene Kurve, so bekommt man in jedem Punkte genau dieselbe Schwingung.

361. Absorption.

a. Die Annahme, daß die Amplitude der magnetischen Induktion an allen Stellen des Eisenzylinders dieselbe sei, daß also die Wellen sich ohne Schwächung ausbreiten, war nur der Einfachheit halber gemacht worden. Die Fig. 547 bis 549 zeigen unmittelbar, daß nicht nur die Phase der Induktion an den verschiedenen Stellen verschieden ist, sondern auch, daß die Amplitude mit wachsender Entfernung von S_1 bedeutend abnimmt. Man spricht in diesem Falle von einer „*Absorption*" der Welle.

Die Art, wie die Amplitude der Welle nicht nur in dem Beispiel von 358, sondern bei jeder sinusförmigen elektromagnetischen Welle abnimmt, ist sehr einfach. Trägt man die Abstände der verschiedenen Punkte des Eisenzylinders als Abszissen, die Amplituden der Welle in denselben Punkten als Ordinaten auf, so erhält man eine Exponentialkurve, wie wir sie schon früher bekommen hatten, z. B. in Fig. 355 (S. 372). Man erhält also für die örtliche Abnahme der Amplitude, die Absorption, dieselben Kurven, wie in 217 für die zeitliche Abnahme elektrischer Schwingungen, die zeitliche Dämpfung.

In 217 Gl. (1) ließ sich die Abhängigkeit der Amplitude $\mathfrak{A}$ von der Zeit durch die Beziehung

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_0 \cdot e^{-\delta t}$$

ausdrücken, worin $\mathfrak{A}_0$ den Wert der Amplitude am Anfang der Schwingung, δ den Dämpfungsfaktor bezeichnet. Ebenso läßt sich hier die Amplitude $\mathfrak{A}$ in ihrer Abhängigkeit vom Ort, dem Abstand x, darstellen durch die Beziehung

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_0 \cdot e^{-\alpha x}, \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

worin $\mathfrak{A}_0$ den Wert der Amplitude am Ausgangspunkt der Welle, α den *„Absorptionskoeffizienten"* bedeutet. Hat von zwei Wellen die eine einen größeren Absorptionskoeffizienten als die andere, so sinkt bei der ersteren die Amplitude für dieselbe Strecke auf einen geringeren Bruchteil herab als bei der zweiten [vgl. 217 c].

b. Nimmt man auf die Absorption der Welle Rücksicht, so darf in Gl. (4) und (5) von 360 $\mathfrak{M}_0$ nicht als konstant betrachtet werden. Es ist vielmehr, wenn die Amplitude in unmittelbarer Nähe der Spule $S_1 = \mathfrak{M}_0$ war, für die Entfernung x das $\mathfrak{M}_0$ in diesen Gleichungen durch $\mathfrak{M}_0 \cdot e^{-\alpha x}$ zu ersetzen. Für fortschreitende Wellen mit Absorption gilt also

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \sin\left(\pi n t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

$$= \mathfrak{M}_0 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \sin\left(\pi n t - \frac{\pi n}{\omega} \cdot x\right). \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

§ 2. Beziehungen für magnetische Wellen in Eisenzylindern.

Die Beziehungen von § 1 gelten für jede sinusförmige fortschreitende Welle, nicht nur für den speziellen Fall, für welchen sie abgeleitet wurden. Der Unterschied der verschiedenen elektromagnetischen Wellen besteht einmal in der Form des elektromagnetischen Feldes, und dann in den Werten, welche Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Absorptionskoeffizient annehmen.

362. Form der Welle.

a. Die magnetischen Induktionslinien im Innern des Eisenzylinders von Fig. 546 verlaufen der Hauptsache nach parallel der Zylinderachse (Fig. 552). Denn würde das magnetische Feld allein von dem Strom in der Spule S_1 herrühren, so hätte es

im wesentlichen diese Richtung [30], und wäre es allein durch die Ströme in der Metallröhre veranlaßt, ebenfalls. Es muß also im wesentlichen diese Richtung behalten, wenn beide Ströme zusammenwirken.

Wie bei jedem Eisenkern, in dem ein magnetisches Feld vorhanden ist, bleiben auch hier nicht alle Induktionslinien im Eisenkern; ein Teil wird in die Luft gestreut. Es ist also außer der magnetischen Welle im Innern des Zylinders auch noch eine magnetische Welle im Außenraum vorhanden. Die Induktionslinien müssen in unmittelbarer Nachbarschaft des Eisenkerns senkrecht zu diesem verlaufen [19] (Fig. 552).

Um das magnetische Feld M_a im Außenraum nachzuweisen, braucht man nur die Spule S_2 (Fig. 546) vom Eisenkern herabzunehmen und flach an den Eisenzylinder außen anzulegen. Man erhält dann auf dem Schirm der Braun'schen Röhre sofort eine oszillatorische Ab-

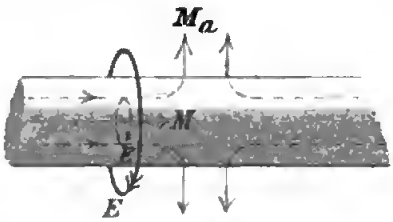


Fig. 552.

lenkung des Lumineszenzflecks durch den Strom von S_2. Es muß also auch in S_2 eine oszillatorische EMK induziert werden und demnach ein magnetisches Wechselfeld durch S_2 hindurch vorhanden sein.

b. Das elektrische Feld E im Eisenzylinder und in unmittelbarer Nähe desselben bestimmt sich in erster Linie durch das magnetische Feld im Innern des Eisenzylinders. Da das letztere im wesentlichen ein zylindrisches ist, so muß das elektrische Feld ein zyklisches sein, dessen Achse die Zylinderachse ist. Das gilt sowohl im Innern des Eisenkerns als in der Metallröhre als im Außenraum (vgl. Fig. 552). In der Metallröhre sind deshalb die Stromlinien Kreise, deren Achse mit der Zylinderachse zusammenfällt.

363. Phasenverhältnis der verschiedenen Teile der Welle.

a. Für das Verhältnis, in dem an irgend einer Stelle die elektrische Welle und damit auch die Stromwelle im Metallrohr zu der magnetischen Welle im Innern des Zylinders steht, kommt es auf die Geschwindigkeit an, mit welcher der magnetische Induktionsfluß Q_m im Innern des Zylinders sich an der betreffenden Stelle

ändert. Nach 37 ist die EMK längs einer elektrischen Intensitätslinie und demnach auch die elektrische Feldintensität [4] dieser Geschwindigkeit proportional.

Denkt man sich die magnetische Welle im Innern des Zylinders durch eine Sinuskurve, die stark ausgezogene Kurve in Fig. 553, repräsentiert, die sich mit der Geschwindigkeit ω in der Richtung des gefiederten Pfeils längs des Zylinders fortbewegt, so ist [vgl. 50 und 51] die Geschwindigkeit, mit welcher der magnetische Induktionsfluß an einer bestimmten Stelle sich ändert, Null, wenn die Punkte B oder D der Sinuskurve — d. h. die Bäuche der magnetischen Welle — die betreffende Stelle passieren. Die Geschwindigkeit, mit welcher die magnetische Induktion zunimmt, ist ein Maximum, wenn der Punkt C, die Geschwindigkeit, mit welcher der magnetische Induktionsfluß ab-

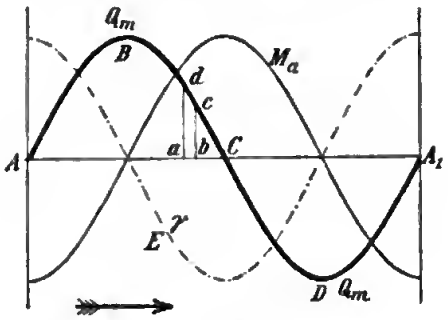


Fig. 553.

nimmt, ein Maximum, wenn der Punkt A bezw. A_1 an der betreffenden Stelle vorbeikommt. D. h.: Die elektrische Feldintensität ist Null an den Stellen, an denen die magnetische Feldintensität im Maximum ist; sie ist im positiven Maximum, wenn der Punkt A, im Minimum, wenn der Punkt C die betreffende Stelle passiert*). Diejenige Sinuskurve also, welche die fortschreitende elektrische Welle E bezw. Stromwelle $\mathfrak{S}$ darstellt, muß die Lage der strichpunktierten Kurve von Fig. 553 haben. Die elektrische Welle ist gegenüber der magnetischen im Innern des Zylinders um $^1/_4$ Wellenlänge zurück.

b. Das Verhältnis der magnetischen Welle außerhalb des Zylinders zu derjenigen innerhalb ergibt sich aus der Tatsache**), daß alle

*) Es ist im folgenden vorausgesetzt, daß die elektrische und magnetische Feldintensität in der Richtung der Pfeile von Fig. 552 als positiv gezählt werden.

**) Im Falle eines homogenen Mediums ist das in 28 für die Intensitätslinien angegeben. In einem inhomogenen Medium — praktisch in einem solchen mit ferromagnetischen Körpern — gilt es für die Intensitätslinien nicht mehr, wohl aber für die Induktionslinien.

von elektrischen Strömen herrührenden Induktionslinien geschlossene Kurven sein müssen, also nirgends magnetische Induktionslinien münden oder entspringen können. Die stark ausgezogene Kurve Q_m von Fig. 553 möge für irgend einen Moment den magnetischen Induktionsfluß im Innern des Zylinders darstellen. Betrachtet man dann ein kleines Stückchen von der Länge a b, so ist die Anzahl der Induktionslinien, die bei a in das Stückchen hineintritt, = a d, die Zahl der bei b aus dem Stückchen austretenden Induktionslinien = b c. In dem angenommenen Moment treten also mehr Induktionslinien in das Stück durch den Querschnitt bei a hinein, als durch den Querschnitt bei b heraus. Es müssen also durch die Oberfläche des Stücks a b Induktionslinien in die Luft austreten und zwar ist die Zahl dieser Induktionslinien = a d − b c.

Daraus folgt: Für dieselbe Strecke (a b) ist die Zahl der in die Luft austretenden Induktionslinien umso größer, je steiler die Kurve, welche den Induktionsfluß Q_m im Innern des Zylinders darstellt, abfällt*). Ebenso ist die Zahl der in den Zylinder von außen einmündenden Induktionslinien cet. par. umso größer, je steiler die Kurve Q_m an der betreffenden Stelle ansteigt*). An den Punkten B und D treten überhaupt keine Induktionslinien in die Luft aus oder aus ihr in den Zylinder hinein. Rechnet man die austretenden Induktionslinien als positiv, so muß die Sinuslinie, welche das magnetische Feld und die magnetische Welle außerhalb des Zylinders darstellt, in dem betrachteten Moment die Lage der leicht ausgezogenen Kurve M_a von Fig. 553 haben. Die magnetische Welle außerhalb des Zylinders ist also derjenigen im Zylinder um $^1/_4$ Wellenlänge voraus. Zwischen elektrischer und magnetischer Welle außerhalb des Zylinders besteht ein Unterschied von einer halben Wellenlänge.

364. Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

a. Für ein Stück eines geschlossenen magnetischen Kreises gilt nach **111 b** und **d** die Beziehung

$$Q_m w_m = \mathfrak{V}_m - p_m Q_m', \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

d. h.: der magnetische Induktionsfluß Q_m bestimmt sich nicht nur durch den magnetischen Widerstand w_m und die magnetische Spannung $\mathfrak{V}_m$, sondern auch noch durch die induzierte MMK $- p_m Q_m'$.

*) Beurteilt vom Standpunkte eines Beobachters, der sich auf der Kurve in derselben Richtung wie die Welle — gefiederter Pfeil in Fig. 553 — fortbewegt.

Sie ist proportional der Geschwindigkeit, mit welcher der Induktionsfluß sich ändert, aber ihr Vorzeichen stets so, daß sie der Aenderung des magnetischen Induktionsflusses entgegenwirkt. Man kann also diese induzierte MMK auffassen als eine Art „Gegenkraft", die jede Aenderung des magnetischen Induktionsflusses zu hemmen sucht.

Die obige Beziehung darf nicht etwa auf den ganzen Eisenzylinder im Versuch von **358** angewandt werden, da ja hier die Induktion, im Gegensatz zum geschlossenen magnetischen Kreis, in den verschiedenen Querschnitten nach Amplitude und Phase verschieden ist. Betrachtet man aber ein ganz kurzes Stück des Zylinders, so ist für diese kurze Strecke die Aenderung von Phase und Amplitude nur sehr gering. Es kann deshalb in dem kurzen Stück die magnetische Induktion als gleichförmig nach Phase und Amplitude angesehen werden. Dann aber ist in dem Stück einfach ein oszillatorischer Induktionsfluß vorhanden, gerade so wie wenn das Stück einem geschlossenen magnetischen Kreis angehörte; die Anwendung der Beziehung (1) ist unbedenklich.

Es gilt also für jedes derartige Stück: Wenn in ihm der Induktionsfluß sich ändert, so findet diese Aenderung eine gewisse Gegenkraft, welche dem magnetischen Selbstinduktionskoeffizienten p_m proportional ist. Im vorliegenden Fall ist jede Aenderung des magnetischen Induktionsflusses eben eine Folge der fortschreitenden Welle. Es ist also wahrscheinlich, daß die Gegenkraft, welche das Fortschreiten der Welle zu hemmen sucht, umso größer und deshalb die Fortpflanzungsgeschwindigkeit umso kleiner ausfällt, je größer unter sonst gleichen Umständen der magnetische Selbstinduktionskoeffizient für dieselbe Länge ist.

b. Der experimentelle Beweis dafür, daß in der Tat die Fortpflanzungsgeschwindigkeit umso kleiner wird, je größer unter sonst gleichen Umständen der magnetische Selbstinduktionskoeffizient oder — bei konstanter Wechselzahl gleichbedeutend damit — die magnetische Induktanz derselben Länge ist, kann leicht mit Hilfe der Anordnung Fig. 546 erbracht werden.

(1) In dem Versuch von **358** war die Röhre, welche den Kern aus Eisendrähten umgab, eine Messingröhre von 0,53 mm Wandstärke. Ersetzt man sie durch eine Röhre aus demselben Material, aber größerer Wandstärke (1,03 mm), so wird nach **116** die magnetische Induktanz für dieselbe Länge größer. Es ist also jetzt nach **a** eine kleinere Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu erwarten.

Die Anordnung von Fig. 546 lieferte jetzt, wenn S_2 sich im Ab-

stand 12,5 cm von S_1 befand, die Fig. 554, als der Abstand $S_1 S_2 = 25$ cm war, die Fig. 555. Schon ein oberflächlicher Vergleich mit den Fig. 548 und 549 zeigt, daß die Phasendifferenz bedeutend größer,

Fig. 554.

Fig. 555.

also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit kleiner [360d] geworden sein muß. In der Tat ergibt die Ausmessung der Figuren*)

$$\lambda = 1{,}06 \text{ m}, \quad \omega = 53 \text{ m/sec.},$$

während bei der dünneren Röhre

$$\lambda = 1{,}53 \text{ m}, \quad \omega = 76{,}4 \text{ m/sec.}$$

gewesen war [360d].

(2) Entfernt man die Messingröhre ganz, so daß nur noch der Eisenkern aus dünnen Eisendrähten übrig bleibt, so wird dadurch am magnetischen Widerstand nichts geändert, die magnetische Induktanz aber nach 128b sehr klein. Es ist also nach a jetzt eine sehr große Fortpflanzungsgeschwindigkeit wahrscheinlich. Die Figuren,

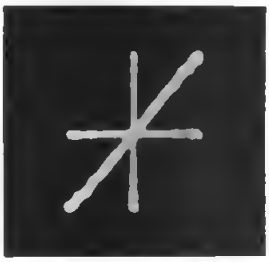


Fig. 556.

Fig. 557.

die man jetzt erhält, sind bei Abstand $S_1 S_2 = 12{,}5$ cm Fig. 556, beim Abstand $S_1 S_2 = 25$ cm Fig. 557. Daß die Phasendifferenz gegenüber der Fig. 547 äußerst klein ist, ist in die Augen fallend. Wellen-

*) Die Anordnung war so getroffen, daß die Figur, wenn S_2 sich in unmittelbarer Nähe von S_1 befand, in allen Fällen merklich dieselbe wie Fig. 547 war.

länge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit müssen also sehr groß sein; sie sind ungefähr*)

$$\lambda = 13{,}4 \text{ m}, \quad \omega = 6700 \text{ m/sec}.$$

(3) Ersetzt man den Kern aus dünnen Eisendrähten durch einen massiven oder durch eine nicht zu dünnwandige Eisenröhre, so besitzt diese nach **128 a** relativ hohe magnetische Induktanz. Voraussichtlich [a] wird also hier die Fortpflanzungsgeschwindigkeit wieder sehr klein werden. Aus den Fig. 558 und 559, welche die Anordnung

Fig. 558.

Fig. 559.

von Fig. 546 für die Abstände $S_1S_2 = 12{,}5$ cm bezw. 25 cm ergab, folgt für Wellenlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$\lambda = 1{,}08 \text{ m}, \quad \omega = 54 \text{ m},$$

also beinahe dieselben Zahlen wie in (1).

c. Die Versuche bestätigen also durchaus, was in **a** über den Zusammenhang zwischen Fortpflanzungsgeschwindigkeit und magnetischem Selbstinduktionskoeffizienten gesagt war. In Wirklichkeit ist aber, wie die Theorie[242]) zeigt, der magnetische Selbstinduktionskoeffizient nur einer der Faktoren, welcher die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bestimmt. Die Größe der Streuung, eventuell auch der magnetische Widerstand spielen dabei auch noch eine Rolle.

365. Absorption.

a. Die Absorption der Wellen rührt davon her, daß beim Fortschreiten der Welle Energie verloren geht, im vorliegenden Fall hauptsächlich durch die Wärmeentwicklung der induzierten Ströme. Nun war in **114** für den geschlossenen magnetischen Kreis abgeleitet wordeu, daß der Energieverbrauch bei demselben magnetischen Induktionsfluß und derselben Wechselzahl proportional der magnetischen

*) Die Phasendifferenz bestimmt sich hier nach dem Verfahren von **60** nur sehr ungenau.

Induktanz und damit dem magnetischen Selbstinduktionskoeffizienten ist. Es ist also sehr plausibel, wenn die Theorie [242]) das Resultat liefert, daß auch bei der fortschreitenden Welle die Absorption umso größer wird, je größer die magnetische Induktanz für dieselbe Länge des Eisenkerns ist.

b. Experimentell kann dieses Resultat an der Hand der Fig. 547 bis 549, 554 bis 559 geprüft werden. Die vertikale Linie in diesen Figuren ist erhalten worden, indem der Strom der Spule S_2 (Fig. 546) durch das Spulenpaar II geschickt wurde, während das Spulenpaar I stromlos war. Die Länge der vertikalen Linie gibt also ein Maß für die Amplitude des Stroms in S_2 und damit für die Amplitude der in S_2 induzierten EMK und des magnetischen Induktionsflusses an der Stelle, an der sich S_2 gerade befand.

Ist also die Länge der vertikalen Linie $= s_1$ für einen Abstand $S_1 S_2 = x_1$ und die Amplitude der magnetischen Induktion im Abstand x_1 von der Spule $S_1 = A_1$ und bezeichnen s_2 und A_2 die entsprechenden Größen für den Abstand x_2, so gilt

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{s_1}{s_2}.$$

Andererseits ist nach **361** Gl. (1)

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{e^{-\alpha x_1}}{e^{-\alpha x_2}},$$

daraus

$$\alpha = \frac{\log \text{nat} \frac{A_1}{A_2}}{x_2 - x_1} = \frac{\log \text{nat} \frac{s_1}{s_2}}{x_2 - x_1}.$$

Die Anwendung dieser Beziehung auf die Fig. 547 bis 549, 554 bis 559 ergibt das Resultat

(1) Zylinder aus Drähten, Messingröhre von 0,53 mm Wandstärke, $\alpha = 0{,}054$ 1/cm
(2) „ „ „ „ „ 1,03 „ „ $\alpha = 0{,}078$ „
(3) „ „ „ ohne Röhre $\alpha = 0{,}0047$ „
(4) Massiver Eisenzylinder „ „ $\alpha = 0{,}097$ „

Vergleicht man das, was in **364 b** über die magnetische Induktanz in diesen vier Fällen gesagt war, so überzeugt man sich, daß diese Zahlen die in **a** gemachte Angabe bestätigen.

c. Im Fall (2) und (4) war nach **364 b** die Fortpflanzungsgeschwindigkeit 53 bezw. 54 m, also fast genau gleich. Die Absorption ist aber nach **b** im Fall (4) erheblich größer. Es ist also

bei Versuchen mit magnetischen Wellen längs Eisenzylindern vorteilhafter, Zylinder aus dünnen Eisendrähten zu verwenden und sie mit einer Metallröhre zu umgeben, als massive Eisenzylinder zu benützen.

d. Wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit [**364 c**], so ist auch die Absorption nicht allein durch den magnetischen Selbstinduktionskoeffizienten bestimmt. Auch hierfür kommt es noch auf die Streuung, d. h. das magnetische Feld außerhalb des Eisenkerns, an.

§ 3. Praktische Verwendung.

366. Erzeugung eines magnetischen Drehfelds durch fortschreitende magnetische Wellen.

a. Man gebe einem Eisenzylinder, in welchem man eine fortschreitende magnetische Welle erregt, die Form von Fig. 560. Dann ist die magnetische Induktion im Punkte B in der Phase verschoben gegen

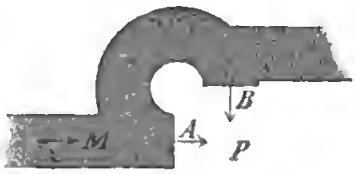


Fig. 560.

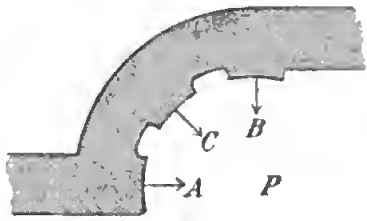


Fig. 561.

diejenige im Punkte A. Dasselbe gilt dann für die magnetischen Induktionslinien, die bei A und B in die Luft austreten [**363 b**]. Man erhält also in dem Raum in der Nähe von P zwei zu einander senkrechte magnetische Wechselfelder, welche eine Phasenverschiebung

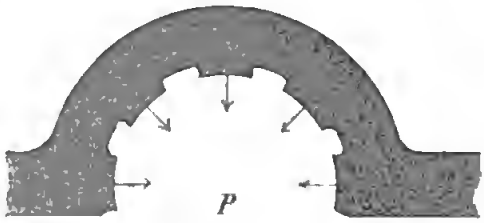


Fig. 562.

gegeneinander besitzen. Die Folge davon ist nach **170** eine magnetische Drehfeldkomponente in der Nähe von P.

b. Würde man statt der Anordnung von Fig. 560 diejenige von Fig. 561 wählen, so müßte das Resultat dasselbe sein. Denn das magnetische Feld, welches durch die bei C austretenden Induktions-

linien gebildet wird, kann zerlegt werden in ein Feld parallel AP und in ein solches parallel BP. Man erhält also wieder zwei zu einander senkrechte Wechselfelder ungleicher Phase. Dasselbe gilt natürlich von der Anordnung Fig. 562.

c. Daran ändert sich nichts Wesentliches, wenn man einfach dem Zylinder die Form eines Halbkreises gibt. Es werden dann an allen Stellen Induktionslinien ungleicher Phase austreten. Aber das durch

Fig. 563.

sie erzeugte magnetische Feld kann genau wie bei den vorher besprochenen Fällen stets zerlegt werden in ein Wechselfeld parallel AP und in ein solches parallel BP.

d. Man lasse nun den Zylinder mit dem Halbkreis endigen, ihn also eine Art Haken bilden (Fig. 563), so daß sich die magnetische Welle nicht mehr weiter in Eisen fortpflanzen kann. Dadurch treten gegenüber den einfachen Verhältnissen der Fig. 560 bis 562 gewisse Komplikationen ein. Nach einer näheren Untersuchung[243]) sind sie derart, daß dadurch das Zustandekommen eines magnetischen Drehfelds, das jedenfalls auch hier entstehen muß, noch begünstigt wird.

367. Experimenteller Nachweis des Drehfelds.

Daß man mit Hilfe derartiger Haken tatsächlich ein Drehfeld bekommt, kann auf verschiedene Weise nachgewiesen werden.

a. Am einfachsten verwendet man dazu die Braun'sche Röhre (Fig. 564). Der massive Eisenzylinder (Rundeisen) z, der am Ende zu einem Haken H gebogen ist, wird als Kern in eine Spule S gebracht. Der Haken wird in der aus Fig. 564 ersichtlichen Weise um eine Braun'sche Röhre herumgelegt. Wenn dann die Spule mit Wechselstrom beschickt wird, so erscheint auf dem Schirm der Braun'schen Röhre eine ringförmige Figur, die das Vorhandensein einer Drehfeldkomponente anzeigt. Das Drehfeld ist aber wie die ganze Anordnung von Fig. 564 unsymmetrisch. Es wird symmetrischer und gleichzeitig einem einfachen Drehfeld, wie es in **166** besprochen wurde, ähnlicher, wenn man zwei Spulen mit zwei Haken

verwendet und dieselben symmetrisch zur Braun'schen Röhre anordnet (ähnlich wie die Spulen und Haken in Fig. 567). Man bekommt

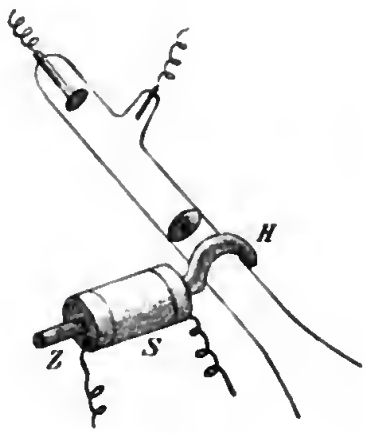


Fig. 564.

Fig. 565.

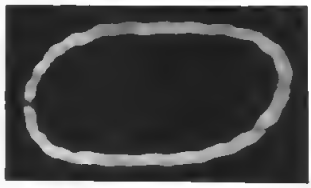


Fig. 566.

dann Bilder auf dem Schirm der Braun'schen Röhre wie diejenigen von Fig. 565 oder 566.

b. Statt der Braun'schen Röhre kann zum Nachweis der Drehfeldkomponente ein kleiner Messingzylinder, der zwischen Spitzen

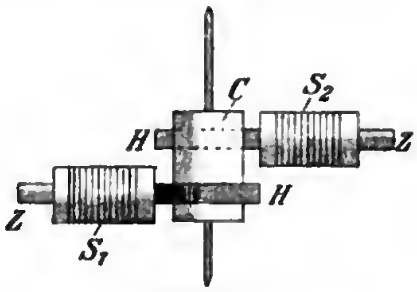


Fig. 567.

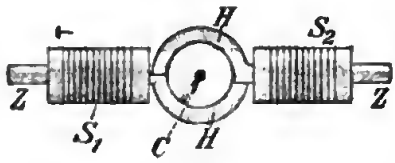


Fig. 568.

läuft, verwendet werden [169]. Die Anordnung ist von der Seite gesehen in Fig. 567, von oben gesehen in Fig. 568 schematisch dargestellt. Sobald man Wechselstrom durch die Spulen S_1 und S_2

schickt, fängt der kleine Zylinder C zu rotieren an, nach **170** ebenfalls ein Beweis für das Vorhandensein einer Drehfeldkomponente.

368. Verwendung für Elektrizitätszähler.

Die Anordnung Fig. 567 stellt nichts anderes als einen asynchronen Wechselstrommotor dar. Es scheint aber, daß Wechselstrommotoren für erhebliche Leistung nach diesem Prinzip mit genügendem Nutzeffekt nicht gebaut werden können. Praktische Verwendung hat das Prinzip deshalb auch nur für Motorelektrizitätszähler [171 c]*) gefunden. In Fig. 569**) ist ein solcher skizziert.

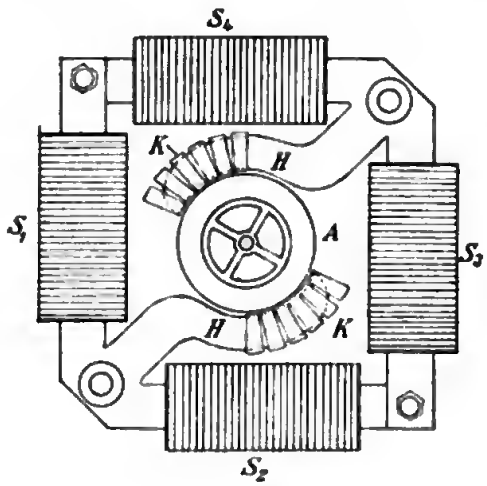


Fig. 569.

$S_1 S_2 S_3 S_4$ sind die Spulen, durch welche der Wechselstrom hindurchgeschickt wird, H H die beiden Haken, A der kleine Anker, der mit einem Zählwerk in Verbindung steht.

Die Haken sind hier zweckmäßiger konstruiert, als es in **366** angegeben war. Sie sind aus lamelliertem Eisen (Blechen) hergestellt und zur Erzeugung der notwendigen geringen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der magnetischen Welle mit Kupferringen (K) umgeben. Nach **365** erhält man auf diese Weise bei derselben Fortpflanzungsgeschwindigkeit eine geringere Absorption und damit einen besseren Nutzeffekt, als wenn man massive Eisenstücke ohne Metallringe verwendet.

*) d. h. Zähler für die Ampèrestunden.

**) Nach J. A. Fleming[58]) I, Fig. 126, S. 327.

Kapitel XVII.

Elektromagnetische Wellen längs Drähten [245].

§ 1. Fortschreitende Wellen.

369. Experimenteller Nachweis fortschreitender Wellen *).

Man stelle sich zuerst die Anordnung Fig. 523 her: einen Kondensatorkreis, der auf einen linearen Sender A D C in der Mitte induziert **) und in diesem Schwingungen erregt. Durch den verschiebbaren Bügel B (Fig. 523) wird der Kondensatorkreis in Resonanz mit dem linearen Sender gebracht ***). An die eine Seite des linearen Senders, z. B. C, wird eine Drahtleitung angeschlossen, die man so

Fig. 570.

lang als irgend möglich macht †) und schließlich irgendwo in die Erde führt (Fig. 570). Versetzt man dann den Kondensatorkreis durch einen Induktor in Schwingungen, so pflanzen sich von ihm aus längs des Drahtes elektromagnetische Wellen fort.

*) Die ersten Versuche über fortschreitende elektromagnetische Wellen längs Drähten sind wohl von W. von Bezold [246]) angestellt worden. Später hat O. Lodge [247]) sich damit beschäftigt. Mit zum Teil verschiedenen Anordnungen und mit größeren Wechselzahlen hat dann H. Hertz [248]) fortschreitende Wellen längs Drähten hergestellt und sie eingehend untersucht.

**) Experimentell einfacher ist es noch, die Anordnung Fig. 527 zu benützen.

***) Günstig ist es, für die folgenden Versuche den linearen Sender möglichst kurz zu wählen, die ganze Länge etwa 10 m. Um so rasche Schwingungen ($n = 3 \cdot 10^7$/sec.) zu erhalten, müssen Flaschen von höchstens 0,3 bis 0,4 . 10^{-3} Mikrofarad verwendet werden.

†) Durch möglichst viele Korridore, um das Haus herum etc. [388 c]. Blanke Drähte genügen vollkommen.

a. Nach **359** sind fortschreitende Wellen dadurch charakterisiert, daß zwischen den Schwingungen an zwei beliebigen Punkten der Welle eine Phasendifferenz besteht, die mit der — längs der Fortpflanzungsrichtung der Welle gemessenen — Entfernung der beiden Punkte wächst. Eine solche Phasendifferenz kann im vorliegenden Fall leicht mit Hilfe der Methode von **256** nachgewiesen werden. Man biege die Leitung, welche vom Kondensatorkreis zur Erde führt, an zwei Stellen zu zwei kleinen Kreisschlingen K_1 und K_2 (Fig. 571).

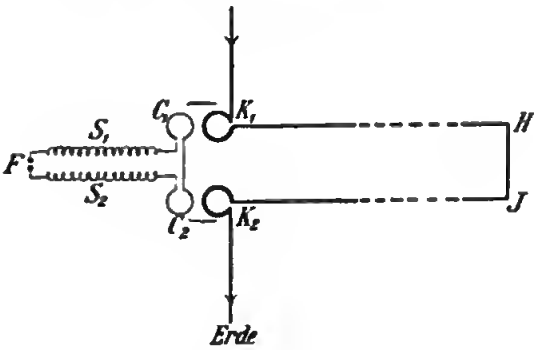


Fig. 571.

Diese lasse man in äußerst loser Koppelung induzieren auf zwei Drahtkreise C_1 und C_2. Dieselben sind in der in **256** angegebenen Art unter Einschalten eines Kommutators mit einem Hitzdrahtthermometer oder einer Funkenstrecke F verbunden; im letzteren Falle ist es gut zwischen F und C_1 bezw. C_2 geeignete Spulen S_1 bezw. S_2 einzuschalten, so daß das System $S_1 C_1 C_2 S_2$ in Resonanz ist mit den Schwingungen. Diese letztere Anordnung soll im folgenden vorausgesetzt sein.

Zuerst mache man die Leitung $K_1 H J K_2$ so kurz als möglich, d. h. verbinde K_1 und K_2 einfach mit einem geraden Draht. Läßt man dann K_1 und K_2 gleichzeitig auf C_1 und C_2 induzieren, so erhält man etwa die doppelte Schlagweite, wie wenn K_1 allein auf C_1 oder K_2 allein auf C_2 induziert. Die Schwingungen in K_1 und K_2 sind also jedenfalls annähernd gleichphasig. Nun wird die Leitung $K_1 H J K_2$ allmählich vergrößert. Die Funken, welche man in F bekommt, wenn nur eine der Kreisschlingen K_1 oder K_2 induziert, ändern sich dadurch kaum merklich, aber die Schlagweite, wenn die beiden Kreisschlingen induzieren, nimmt immer mehr ab, je länger die Leitung $K_1 H J K_2$ gemacht wird. Durch Verlängern dieser Leitung muß also zwischen K_1 und K_2 eine Phasendifferenz entstehen, die umso größer ist, je größer der längs des Drahtes gemessene Abstand von K_1 und K_2 wird.

Verlängert man die Leitung $K_1 H J K_2$ noch weiter, so gelangt man zu einem Punkt, wo kaum mehr Funken bei F zu erhalten sind. Auch jetzt noch ist die Schlagweite, wenn nur ein Kreis induziert, merklich dieselbe wie vorher; sie wird auch ungefähr doppelt so groß, wenn man einen der Kreise C_1 oder C_2 kommutiert: es besteht also jetzt zwischen K_1 und K_2 eine Phasendifferenz von 180°. Es muß nach **360c** die jetzige Länge der Leitung $K_1 H J K_2$, die mit λ bezeichnet werden mag, eine halbe Wellenlänge der Schwingung sein, vorausgesetzt, daß die Auffassung der ganzen Erscheinung richtig ist.

Ist sie das, so muß, wenn man die Länge der Leitung $K_1 H J K_2$ noch weiter steigert, die Schlagweite bei F wieder zunehmen; sie muß ein Maximum erreichen, wenn die Länge der Leitung doppelt so groß $= 2\lambda$ geworden ist, da dann der Abstand von K_1 und K_2 eine ganze Wellenlänge ist, die Schwingungen in K_1 und K_2 also gleichphasig sein müssen. Der Versuch bestätigt das durchaus. Wird $K_1 J H K_2$ endlich $= 3\lambda$ gemacht, so verschwinden die Funken bei F wieder fast ganz, da jetzt die Entfernung zwischen K_1 und K_2 3/2 Wellenlängen beträgt.

Die Versuche beweisen also, daß zwischen den Stellen K_1 und K_2 eine ihrer Entfernung proportionale Phasendifferenz besteht und demnach [**359c**] eine längs des Drahtes mit gleichmäßiger Geschwindigkeit fortschreitende Welle vorhanden ist.

Mißt man die Entfernung λ ab, bei welcher das erste Mal die Schlagweite bei F ein Minimum war, und vergleicht man sie mit der Länge des benützten linearen Senders, so findet man, was für Späteres wichtig ist, daß beide gleich sind.

b. Einfacher noch als die beschriebene Anordnung zum Nachweis der fortschreitenden Wellen ist die folgende. Zwischen zwei Punkte K_1 und K_2 der Leitung, die vom Kondensatorkreis zur Erde führt (Fig. 572), ist eine Funkenstrecke F eingeschaltet. Solange die Leitung $K_1 H J K_2$ sehr kurz ist, erhält man nur sehr kleine Schlagweiten bei F. Je mehr man aber diese Leitung verlängert, umsomehr vergrößert sich die Schlagweite. Allein von einer gewissen Länge der Leitung an — und zwar ist es wieder die Länge λ — nimmt die Schlagweite wieder ab, um bei der Länge 2λ ein Minimum zu erreichen. Bei der Länge 3λ wird sie wieder ein Maximum u. s. f.

Auch dieser Versuch deutet darauf hin, daß längs der Leitung $K_1 J H K_2$ eine fortschreitende Welle mit einer halben Wellenlänge $= \lambda$ vorhanden ist. Wie in **362a** mit der Welle des magnetischen

Induktionsflusses im Eisenzylinder auch eine magnetische Welle außerhalb desselben verbunden war, so entspricht auch jeder Stromwelle ein elektrisches Feld außerhalb des Drahts und damit eine Spannungswelle [372b]. Beträgt also die Entfernung zwischen zwei Punkten eine halbe Wellenlänge oder ein ungerades Vielfaches einer solchen,

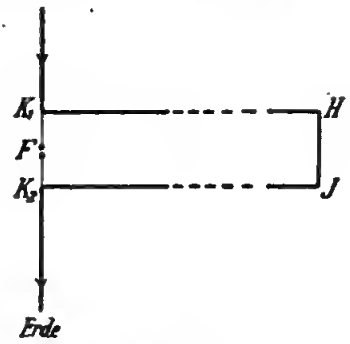


Fig. 572.

so besteht zwischen der Spannung an den beiden Punkten eine Phasendifferenz von 180°. Die Amplitude der Spannung zwischen beiden Punkten — auf diese kommt es nach 253a für die Schlagweite an — ist jetzt gerade ein Maximum. Ist dagegen die Entfernung zwischen den beiden Punkten eine ganze Wellenlänge oder ein ganzes Vielfaches einer solchen, so ist die Spannung an beiden Punkten immer in derselben Phase, die Spannung zwischen ihnen also im Minimum.

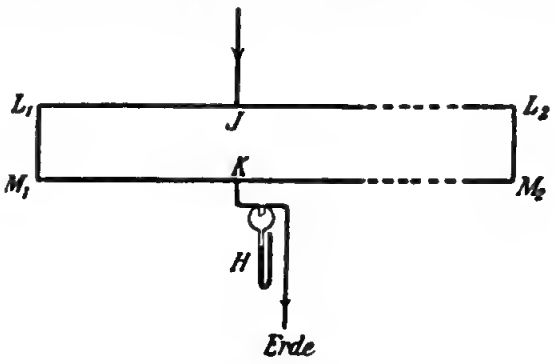


Fig. 573.

c. Einfach auszuführen und als Analogon zu dem in der Akustik bekannten Quincke'schen Interferenzversuch von Interesse, aber weniger direkt, ist folgende Methode. Die Leitung, die vom Kondensatorkreis zur Erde führt, wird bei J (Fig. 573) verzweigt, bei K wieder vereinigt und in die Weiterleitung ein Hitzdrahtinstrument H eingeschaltet. Anfänglich werden die beiden Leitungen JL_1M_1K und JL_2M_2K gleich lang gemacht; das Hitzdrahtinstrument zeigt

einen gewissen Ausschlag. Nun wird die eine Zweigleitung, z. B. JL_2M_2K, verlängert. Je länger sie wird, umsomehr sinkt der Ausschlag. Das geht so lange, bis der Unterschied zwischen der Länge der beiden Leitungen $= \lambda$ geworden ist. Eine weitere Verlängerung der Leitung JL_2M_2K hat zur Folge, daß der Ausschlag wieder steigt und ein Maximum erreicht, wenn der Unterschied zwischen den beiden Zweigleitungen $= 2\lambda$ geworden ist. Für einen Unterschied von 3λ wird der Ausschlag wieder ein Minimum u. s. f.

Der Versuch erklärt sich unmittelbar, wenn man annimmt, daß sowohl längs JL_1M_1K als längs JL_2M_2K eine Stromwelle sich fortpflanzt, deren halbe Wellenlänge $= \lambda$ ist. Ist der Weg JL_2M_2K um eine halbe Wellenlänge länger als der Weg JL_1M_1K, so besteht an der Stelle K zwischen den beiden Stromwellen eine Phasendifferenz von 180°, ihre Resultante in H wird ein Minimum. Sie wird ein Maximum, wenn der Längenunterschied der beiden Leitungen eine ganze Wellenlänge beträgt.

d. Der Vorteil der beschriebenen Anordnungen mit Kondensatorkreisen, welche Leidener Flaschen enthalten und demnach relativ langsame Schwingungen liefern, liegt in der bedeutenden Energie der Wellen, die man damit erzielt. Ihr Nachteil besteht darin, daß sie lange Räume — Korridore — erfordern.

Man kann die Längendimensionen reduzieren ohne Verzicht auf die Energie der Wellen, wenn man die Leitung vom Kondensatorkreis zur Erde nicht aus geradem, sondern aus aufgespultem Draht herstellt; die Wellenlänge längs der Spulenachse gemessen ist dann im allgemeinen viel kleiner als bei geraden Drähten.

Sollen aber mit Rücksicht auf die Uebersichtlichkeit der ganzen Erscheinung gerade Drähte beibehalten und trotzdem die Dimensionen reduziert werden, so bleibt nichts anderes übrig, als kürzere Wellenlängen durch Vergrößerung der Wechselzahl herzustellen, also im erregenden Kondensatorkreis sowohl die Strombahn und, wenn nötig, auch die Kapazität, damit aber auch die Energie der Schwingungen zu verkleinern*). Es empfiehlt sich dann, Plattenkondensatoren und möglichst kurze Strombahn zu benützen. Für extrem kurze Wellen**) müssen unter Umständen die Kondensatorplatten auf die Endflächen der dicken Drähte, welche die Strombahn bilden, reduziert werden (Fig. 574). Bei Verwendung kleiner Kon-

*) Die Kapazität ist immer, soweit es irgend möglich ist, groß zu lassen [252c].

**) Für Demonstrationszwecke ist es nicht zu empfehlen mit der Wechselzahl viel über 10^8/sec. ($\lambda/2 = 3$ m) hinauszugehen.

densatoren wird am besten der ganze Kondensatorkreis oder zum mindesten Kondensator und Funkenstrecke in Oel gelegt. Da Oel eine bedeutend höhere Durchschlagsfestigkeit besitzt als Luft [17b], so kann man bei derselben Funkenlänge die Kondensatoren auf viel höhere Spannung laden oder bei derselben Spannung die Funken-

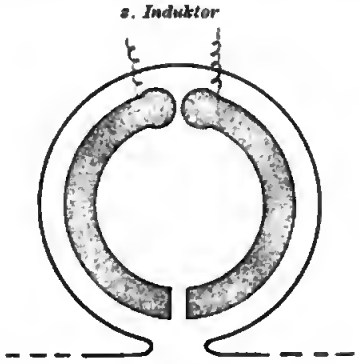


Fig. 574.

länge und damit die Dämpfung — die bei den kleinen Kapazitäten eine große Rolle spielt — verringern.

Die Anordnung: Kondensatorkreis von hoher Wechselzahl in Oel eingebettet und auf eine Drahtleitung induzierend, wird häufig als Blondlot'sche Anordnung, Blondlot'scher Erreger[249]) bezeichnet.

370. Praktische Folge.

Es ist bei Versuchen mit Kondensatorkreisen oder anderen Oszillatoren vielfach Sitte, eine Belegung bezw. einen Teil des Oszillators „an Erde zu legen".

Wird das in der Weise gemacht, daß man in einem zu ebener Erde gelegenen Raum die betreffende Belegung durch einen kurzen Draht mit einem in die Erde eingetriebenen Metallstab oder einer Metallplatte verbindet, so schadet es in den meisten Fällen wenigstens nichts*).

Häufig wird aber unter „an Erde legen" verstanden, die betreffende Belegung durch einen Draht mit der Gas- oder Wasserleitung verbinden. Vor diesem „an Erde legen" muß nachdrücklich gewarnt werden. Was man in diesem Falle tatsächlich macht, ist: man stellt eine Anordnung ähnlich wie Fig. 570 her. Man schließt an den Kondensatorkreis bezw. Oszillator eine Leitung (Ver-

*) Anordnungen, in denen es einen guten Sinn hat, sind in 285 und 420 ff. besprochen.

bindungsdraht + Gas- oder Wasserleitungsrohr) an, auf der sich elektromagnetische Wellen fortpflanzen. Abgesehen davon, daß dadurch die Schwingungen unter Umständen in einer nicht zu übersehenden Weise gestört werden, pflanzen sich diese Wellen in allen möglichen Gas- und Wasserleitungsröhren des Hauses fort und induzieren in elektrischen Leitungen, die in der Nähe geführt sind (Lichtleitungen, Leitungen von den Maschinen und Akkumulatoren), ebenfalls Schwingungen. Dadurch können zwischen diesen, die nur für niedere Spannungen berechnet sind, unter Umständen sehr hohe Spannungen entstehen (vgl. den Versuch **369 b**), Funken zwischen ihnen überschlagen und dadurch eine leitende Verbindung zwischen ihnen herstellen (vgl. den Versuch **255 d** und S. 461 Fußnote). Das Resultat kann ein Kurzschluß der Leitung sein. Derartige Erfahrungen sind mehrfach gemacht worden.

371. Die Form der elektromagnetischen Welle.

a. Es soll, wie es in der Anordnung Fig. 570 der Fall ist, längs eines einfachen Drahts sich eine Stromwelle fortpflanzen. Dann sind die Verhältnisse ganz analog denen in **362**; es vertauschen sich nur magnetische und elektrische Größen.

Es ist dann im Innern des Drahts ein der Drahtachse paralleles Stromfeld $\mathfrak{S}$*) und demnach [22] auch elektrisches Feld E vorhanden. Da bei einer fortschreitenden Welle der Strom an den verschiedenen

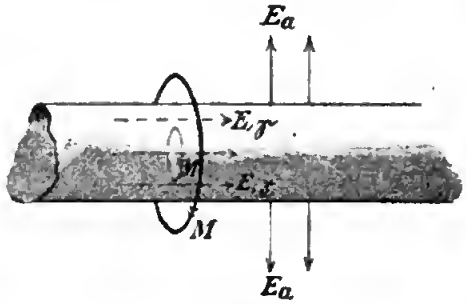


Fig. 575.

Stellen des Drahts verschieden ist, so muß die Elektrizitätsmenge, die in ein Drahtstück einströmt, verschieden sein von derjenigen, die aus demselben Stück ausströmt. Der Erfolg muß nach **23** eine positive oder negative Ladung des Stücks und deshalb [**12**] ein elektrisches Feld außerhalb des Drahts sein. Die Intensitätslinien

*) In Fig. 575 steht statt $\mathfrak{S}$ γ.

dieses Feldes stehen in unmittelbarer Nähe des Drahts annähernd senkrecht auf dessen Oberfläche (Fig. 575).

Andererseits erzeugt der Strom ein magnetisches Feld außerhalb des Drahts und auch teilweise im Draht. Da in einem kurzen Drahtstückchen auch jetzt [vgl. **364a**] der Strom als quasistationär betrachtet werden darf, so müssen die magnetischen Intensitätslinien im Draht und in unmittelbarer Nähe desselben Kreise sein, deren Achse die Drahtachse ist [29].

b. Für viele Zwecke ist es günstiger, die unsymmetrische Anordnung von Fig. 570 durch die symmetrische von Fig. 576 oder — bei Hinzuziehung von galvanischer Koppelung — von Fig. 577

Fig. 576.

zu ersetzen. Auch dann erhält man längs der Doppelleitung fortschreitende Stromwellen und zwar wegen der Symmetrie derart, daß an irgend einer Stelle des einen Drahts der Strom gleich, aber von entgegengesetzter Richtung ist wie an der gegenüberliegenden Stelle des anderen Drahts.

Sind die Drähte so weit voneinander entfernt, daß der Abstand d ihrer Achsen sehr groß ist gegen ihren Radius r — das soll im

Fig. 577.

folgenden immer angenommen werden —, so sind im Innern jedes Drahts die Verhältnisse merklich dieselben, wie wenn nur ein einziger Draht vorhanden wäre. Dasselbe gilt auch noch annähernd für die unmittelbare Nachbarschaft jedes Drahts: es ist auch jetzt ein elektrisches Feld vorhanden, dessen Intensitätslinien senkrecht aus der Drahtoberfläche austreten, und ein magnetisches, dessen Intensitätslinien koaxiale Kreise um den Draht sind.

Im vorliegenden Fall läßt sich aber auch etwas über die Gestalt des elektrischen und magnetischen Feldes in größerem Abstand von den beiden Drähten sagen. Die Theorie[250]) zeigt, daß die magnetischen Induktionslinien so verlaufen, wie wenn der Strom in den beiden Drähten quasistationär wäre, und daß die Richtung der elektrischen Induktionslinien dieselbe ist, wie wenn der eine Draht in seiner ganzen Länge eine statische positive, der andere eine negative Ladung derselben Größe bekommen hätte. Für diesen Fall gilt:

(1) Sowohl die elektrischen als die magnetischen Induktionslinien verlaufen in Ebenen, die senkrecht auf den beiden Drahtachsen stehen.

(2) Sind A_1 und A_2*) zwei Punkte, in denen eine solche Ebene die Drahtachsen schneidet, so sind die elektrischen Induktionslinien Kreise durch A_1 und A_2 (Fig. 578)[251].

(3) Die magnetischen Induktionslinien sind ebenfalls Kreise, welche die elektrischen Induktionslinien senkrecht schneiden[252]. Da

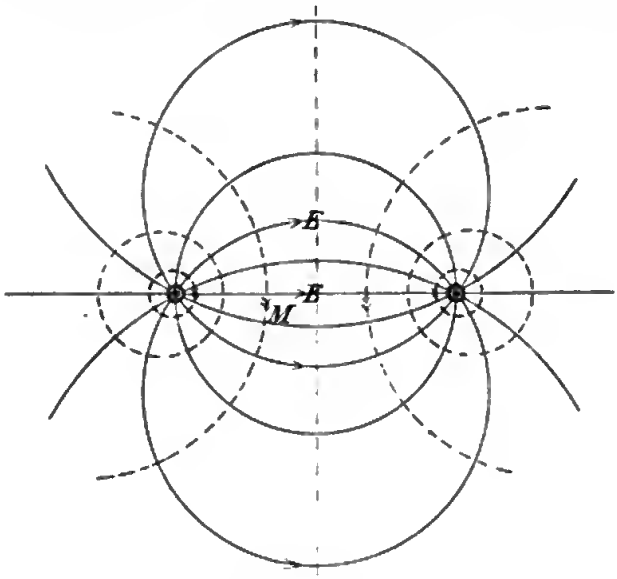


Fig. 578.

ihre Schnittpunkte mit der Geraden A_1—A_2 die Punkte A_1 und A_2 harmonisch trennen, so können auch die magnetischen Induktionslinien elementar-geometrisch konstruiert werden.

372. Phasenverhältnisse [vgl. **363**].

a. Der Strom und die elektrische und magnetische Feldintensität soll als positiv gerechnet werden in der Richtung der Pfeile von Fig. 575 bezw. 578, bei letzterer der Strom und das elektrische Feld im Draht A_1 positiv dann, wenn der Strom von oben nach unten durch die Ebene von Fig. 578 tritt, bei A_2 gerade umgekehrt.

Dann ist jedenfalls gleichphasig der Strom im Draht und das magnetische Feld außerhalb desselben.

*) Die Buchstaben A_1 und A_2 hat man sich in Fig. 578 den kleinen getonten Kreisen beigeschrieben zu denken, A_1 dem Kreis links, A_2 demjenigen rechts.

b. Fraglich kann nur die Phase des elektrischen Felds außerhalb des Drahtes sein. Sie bestimmt sich durch folgende Ueberlegung. Die Fortpflanzungsrichtung der Welle sei diejenige des gefiederten Pfeils von Fig. 579. Die stark ausgezogene Kurve dieser Figur stelle die Stromwelle in irgend einem Moment dar. Man betrachte das Drahtstückchen ab. Der Strom, der durch den Querschnitt a in dasselbe hineinströmt, ist proportional der Länge ad, derjenige, welcher durch den Querschnitt b aus dem Stückchen herausfließt, proportional bc. Da in dem betreffenden Moment eine größere Elektrizitätsmenge in das Stückchen hinein als aus ihm heraus fließt, so muß seine positive Ladung e im Zunehmen begriffen sein. Dasselbe gilt für alle Punkte, in denen die Stromkurve örtlich abfällt *). In denjenigen Punkten, in denen die Stromkurve ansteigt *),

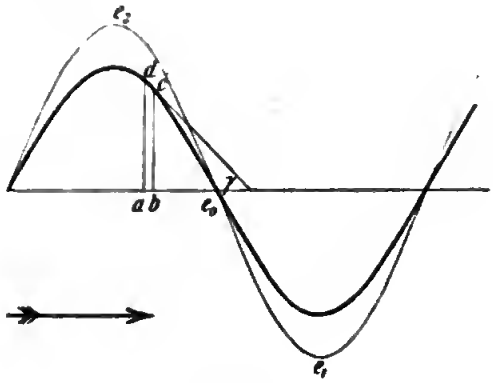


Fig. 579.

muß die positive Ladung im Abnehmen sein. Die Kurve, welche die Ladungswelle darstellt, muß also zu der Stromwelle in einem solchen Verhältnis stehen, daß eine zeitliche Zunahme (bezw. Abnahme) der Ladung erfolgt in allen Punkten, in denen die Stromkurve örtlich abfällt (bezw. ansteigt). Das tritt nur ein, wenn Ladungs- und Stromwelle gleichphasig sind, die Ladungswelle also etwa die Gestalt der dünn ausgezogenen Kurve von Fig. 579 hat: denn die positive Ladung nimmt an irgend einer Stelle so lange zu, als das Stück $e_1 e_0 e_2$ der Ladungswelle über dieselbe hingeht.

Gleichphasig mit der Ladung ist die Spannung $\mathfrak{V}$ [18] an der betreffenden Stelle und die elektrische Feldintensität außerhalb des Drahts. Die magnetische und elektrische Feldintensität außerhalb des Drahts sind also gleichphasig.

*) Vgl. Fußnote S. 687.

c. Die Abmachungen in **a** über die Vorzeichen sollen beibehalten werden, die Welle soll sich aber in einer dem gefiederten Pfeil von Fig. 579 entgegengesetzten Richtung fortpflanzen. Dann gelangt man durch dieselben Ueberlegungen wie in **b** zu dem Resultat: Im Außenraum besteht zwischen elektrischer und magnetischer Feldintensität eine Phasendifferenz von 180°.

373. Allgemeiner Satz[253]).

a. Es bezeichne s die Länge des Stücks a b (Fig. 579), e die Ladung, die 1 cm des Drahts besitzt.

Dann ist die Ladung des Stückes a b = e . s. Ist der Strom durch den Querschnitt a = i_1, durch den Querschnitt b = i_2, so ist nach **23 b**

$$e' \,.\, s = i_1 - i_2$$

oder

$$e' = \frac{i_1 - i_2}{s} = \operatorname{tg} \gamma \text{ (Fig. 579)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

[vgl. **51**]. Je kürzer das Stück a b genommen wird, umsomehr fällt der Winkel γ mit dem Winkel zusammen, den die Tangente an die i-Kurve mit der Abszissenachse bildet.

b. Es werde

$$e' = \mathfrak{B} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

gesetzt, so daß

$$\mathfrak{B} = \operatorname{tg} \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

ist. Die Verhältnisse liegen dann ganz ähnlich wie in **65** und **66**. Dort war angenommen, daß die Kurve einer oszillatorischen Größe $\mathfrak{A}$ gegeben und daß eine Größe $\mathfrak{B}$ proportional mit $\mathfrak{A}'$, d. h. daß

$$\begin{aligned} \mathfrak{B} &= \pm k \,.\, \mathfrak{A}' \\ &= \pm k \,.\, \operatorname{tg} \beta \text{ [51]} \end{aligned} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

sei, worin β ebenfalls den Winkel bedeutet, den die Tangente an die $\mathfrak{A}$-Kurve mit der Abszissenachse bildet. Dort hatte sich für die Amplitude von $\mathfrak{B}$ die Beziehung ergeben

$$\mathfrak{B}_0 = k \,.\, \pi n \mathfrak{A}_0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Daß dort als Abszissen die Zeiten, in der i-Kurve von Fig. 579 die Drahtlängen aufgetragen sind, kann keinen wesentlichen Unterschied ausmachen, da es für die Beziehung zwischen $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{A}$ [Gl. (4)] ebenso wie für diejenige zwischen $\mathfrak{B}$ und i [Gl. (3)] augenscheinlich

nur auf die geometrische Form der $\mathfrak{A}$- bezw. i-Kurve ankommt. Es ist also zu erwarten, daß zwischen der Amplitude von $\mathfrak{B}$ und i eine ganz entsprechende Beziehung wie Gl. (5) besteht.

In die Gl. (5) war die Wechselzahl n nur dadurch hineingekommen, daß $1/n$ eine halbe Periode und damit die Strecke auf der Abszissenachse ist, welche zwischen zwei aufeinanderfolgenden Schnittpunkten der $\mathfrak{A}$-Kurve mit der Abszissenachse liegt. Jetzt ist bei der i-Kurve Fig. 579 die entsprechende Strecke $= \lambda/2$, wenn λ die Wellenlänge bedeutet. Ersetzt man also in Gl. (5) n durch 2λ, ferner k durch 1, $\mathfrak{A}$ durch i, so muß man die richtige Beziehung zwischen der Amplitude von $\mathfrak{B}$ und i erhalten. Das gibt:

$$\mathfrak{B}_0 = \frac{2\pi}{\lambda} i_0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

$$= \frac{\pi n}{\omega} i_0 \text{ [360 Gl. (1)]}. \quad \ldots \quad (7)$$

Da

$$\mathfrak{B} = e' \text{ [Gl. (2)]},$$

$$\mathfrak{B}_0 = \pi n e_0 \text{ [66]}$$

ist, so folgt

$$e_0 = \frac{i_0}{\omega}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

c. Aus dem Gesagten und 372b folgt allgemein:

Breitet sich eine Größe $\mathfrak{A}$ in Form einer Sinuswelle aus und ist eine andere Größe $\mathfrak{B}$ proportional dem Anstieg oder Abfall der $\mathfrak{A}$-Kurve, d. h.

$$\mathfrak{B} = \pm k \cdot \operatorname{tg} \psi, \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

worin ψ den Winkel bedeutet, den die Tangente an die $\mathfrak{A}$-Kurve mit der positiven Abszissenachse, d. h. der Fortpflanzungsrichtung, bildet*), so gilt:

(1) Es pflanzt sich auch $\mathfrak{B}$ in Form einer sinusförmigen Welle derselben Wellenlänge fort.

(2) $\mathfrak{B}$ ist mit $\mathfrak{A}$ gleichphasig bezw. um 180° in der Phase verschoben, je nachdem $-k$ oder $+k$ in Gl. (9) steht.

(3) Für die Amplituden der beiden Wellen besteht die Beziehung:

$$\mathfrak{B}_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \mathfrak{A}_0 = \frac{\pi n}{\omega} \cdot \mathfrak{A}_0.$$

*) $\operatorname{tg} \gamma$ in a und b ist also $= -\operatorname{tg} \psi$.

374. Fortpflanzungsgeschwindigkeit[254]**). I. Grenzfall: Induktanz groß gegen Widerstand.**

Unter Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Welle soll wie in **360** verstanden werden die Geschwindigkeit, mit welcher die Knoten oder Bäuche der schon im normalen Zustand befindlichen Welle fortschreiten oder, was auf dasselbe hinauskommt, mit welcher man die Sinuslinie, welche die Welle zu einer bestimmten Zeit darstellt, forthewegen muß, damit sie die Schwingung zu jeder beliebigen späteren Zeit liefert.

Auch wenn man voraussetzt, wie es im folgenden geschehen soll, daß es sich um ungedämpfte Schwingungen und unendlich lange Drähte handelt, wird die Beantwortung der Frage nach der Größe dieser Fortpflanzungsgeschwindigkeit einfach nur in zwei Grenzfällen: einmal wenn die Induktanz eines Stücks der Leitung sehr groß ist gegen seinen Widerstand (Grenzfall I) und dann, wenn die Induktanz sehr klein ist gegen den Widerstand (Grenzfall II). Es liege vorerst Grenzfall I vor.

a. Zwischen der Spannung $\mathfrak{V}$ an irgend einer Stelle der Leitung und der Ladung e, welche 1 cm der Leitung an derselben Stelle hesitzt, besteht die Beziehung [**18**][255])

$$e = c\mathfrak{V} = c\mathfrak{V} \quad [371\,b]^{**}),$$

wenn c bezw. c die Kapazität eines Zentimeters der Leitung hedeutet.

Daraus und aus **373** Gl. (8) folgt dann

$$\mathfrak{V}_0 = \frac{1}{\omega c} \cdot i_0 = \frac{1}{\omega c} \cdot i_0. \quad \ldots\ldots (1)$$

Außerdem besteht aber noch eine andere Beziehung zwischen der Strom- und Spannungsamplitude. Es liege ein einfacher Draht als Leitung der Welle vor. Es kann dann in irgend einem sehr kurzen Stück ab (Fig. 579) des Drahts der Strom als quasistationär betrachtet und auf ihn die Beziehung für ein Stück eines quasistationären Stromkreises angewandt werden. Ist also p der Selbstinduktionskoeffizient pro 1 cm, und s die Länge des Stückes ab, ferner $\mathfrak{V}_1$ die Spannung bei a, $\mathfrak{V}_2$ diejenige bei b, so gilt nach **250b** 2 für den vorliegenden Grenzfall

*) Es ist darunter also nicht etwa die Geschwindigkeit verstanden, mit welcher die Schwingung im ersten Moment sich ausbreitet. Von einer solchen für den ganzen Draht gültigen Geschwindigkeit kann aus demselben Grund wie in **360** nicht gesprochen werden.

**) Bei einer Leitung aus zwei Drähten bedeutet $\mathfrak{V}$ die Spannnng zwischen zwei gegenüberliegenden Stellen derselben.

$$i_0 = \frac{1}{\pi n \,.\, ps} \times \text{Amplitude von } (\mathfrak{V}_1 - \mathfrak{V}_2)$$
$$= \frac{1}{\pi n p} \times \text{Amplitude von } \frac{\mathfrak{V}_1 - \mathfrak{V}_2}{s}$$
$$= \frac{1}{\pi n p} \cdot \frac{\pi n}{\omega} \cdot \mathfrak{V}_0 \text{ [373]} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Dasselbe gilt auch für eine Leitung aus zwei parallelen Drähten, wenn unter $\mathfrak{V}$ die Spannung zwischen beiden Drähten verstanden wird*).

Die Gl. (1) und (2) können aber nur gleichzeitig richtig sein, wenn

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{pc}} = \frac{1}{\sqrt{pc}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

ist. Man gelangt zu dieser Beziehung sowohl, wenn die Welle sich längs eines einfachen als wenn sie sich längs eines Doppeldrahts fortpflanzt. Praktischen Wert besitzt sie aber vorerst nur im zweiten Falle, da nur in diesem Falle c und p gut definierte Größen [Tab. II **g** und VIII **d**] sind.

b. Damit der vorausgesetzte Grenzfall, Induktanz groß gegen Widerstand, realisiert wird, muß bei mäßigem Abstand a der beiden Drähte die Wechselzahl n schon sehr groß, jedenfalls etwa 10^6/sec.**)

*) Man überzeugt sich davon, wenn man eine kurze Strecke (s) der Doppelleitung betrachtet und bedenkt, daß die EMK längs des Umfangs einerseits $= -ps \,.\, i'$ [249], andererseits gleich der Summe der Spannungen zwischen je zwei aufeinander folgenden Ecken des Rechtecks ist [3].

**)

a in cm	n pro Sek.	r = 1 mm: $\frac{w}{2}$ in C.G.S.-Einheiten	r = 1 mm: p	r = 1 mm: $2 \cdot \frac{\pi n p}{w}$	r = 0,5 mm: $\frac{w}{2}$ in C.G.S.-Einheiten	r = 0,5 mm: p	r = 0,5 mm: $2 \cdot \frac{\pi n p}{w}$
10	10^3	$5{,}54 \cdot 10^4$	18,9	0,107	$2{,}21 \cdot 10^5$	18,9	0,027
50	10^3	$5{,}54 \cdot 10^4$	25,4	0,144	$2{,}21 \cdot 10^5$	25,4	0,036
10	10^3	$5{,}54 \cdot 10^4$	18,9	1,07	$2{,}21 \cdot 10^5$	18,9	0,27
50	10^3	$5{,}54 \cdot 10^4$	25,4	1,44	$2{,}21 \cdot 10^5$	25,4	0,36
10	10^4	$5{,}65 \cdot 10^4$	18,9	10,5	$2.21 \cdot 10^5$	18,9	2,7
50	10^4	$5{,}65 \cdot 10^4$	25,4	14,1	$2.21 \cdot 10^5$	25,4	3,6
10	10^6	$31{,}0 \cdot 10^4$	18,5	187	$6{,}47 \cdot 10^5$	18,6	90,3
50	10^6	$31{,}0 \cdot 10^4$	25,0	253	$6{,}47 \cdot 10^5$	25,1	122
10	10^7	$93{,}3 \cdot 10^4$	18,4	620	$19{,}2 \cdot 10^5$	18,4	301
50	10^7	$93{,}3 \cdot 10^4$	24,9	839	$19{,}2 \cdot 10^5$	24,9	408

w bedeutet hier und im folgenden den Widerstand von 1 cm der Doppelleitung.

sein. Dann liegt aber für nicht zu dünne Kupferdrähte ($r \geqq 1$ mm) der Grenzfall I von **230c** vor: Der Strom ist merklich auf eine dünne Oberflächenschicht beschränkt und es gilt jetzt:

$$\begin{aligned} p &= p_0 \quad [240] \\ &= \frac{\mu}{4\pi\nu^2} \cdot 4 \log \text{nat} \frac{a}{r} \quad [\text{Tab. VIII d}]; \end{aligned}$$

andererseits ist nach Tab. II g

$$c = \frac{\pi\varepsilon}{\log \text{nat} \frac{a}{r}}$$

(μ bezw. ε = Permeabilität bezw. Dielektrizitätskonstante des Mediums, in welchem sich die Drähte befinden; a = Drahtabstand, r Drahtradius).

Führt man die beiden Ausdrücke für p und c in die Gl. (3) ein, so geht diese über in

$$\omega = \frac{\nu}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Solange also die Bedingungen dieses Grenzfalls realisiert sind, ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit unabhängig von der Wechselzahl der Schwingung, dem Material und Radius der Drähte; sie hängt nur ab von der Dielektrizitätskonstanten und der Permeabilität des Mediums, welches die Drähte umgibt, und ist umso kleiner, je größer beide sind.

c. Befinden sich die Drähte in Luft, so ist nach Gl. (4)

$$\omega = \omega_0 = \frac{\nu}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}.$$

Die Größe $\nu/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ wurde aber in **214** angegeben zu $3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.*). Es ist also

$$\omega_0 = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec.} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Das ist aber bekanntlich die Lichtgeschwindigkeit. In Luft pflanzen sich also in dem vorliegenden Grenzfall elektromagnetische Wellen längs zweier paralleler Drähte mit Lichtgeschwindigkeit fort.

*) Die Werte, die bei den verschiedensten neueren Messungen für die Größe $\nu/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ erhalten wurden, schwanken zwischen den Grenzwerten 2,92 und $3{,}007 \cdot 10^{10}$ cm/sec.[256]).

In einem Isolator, dessen Permeabilität μ und Dielektrizitätskonstante ε sich von Luft unterscheidet, ist nach Gl. (4) die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \cdot \frac{\mu}{\mu_0}}} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \cdot \frac{\mu}{\mu_0}}} \text{ cm/sec.} \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

d. Das angegebene Resultat gilt vorerst nur für zwei parallele Drähte, nicht für den Fall, daß sich die Welle längs eines einzigen Drahtes fortpflanzt. Allein, daß Gl. (5) auch in diesem Fall jedenfalls annähernd gelten muß, geht aus einem früheren Versuch hervor.

In dem Versuch **369a** hatte sich gezeigt, daß die halbe Wellenlänge einer Welle, die sich längs eines einfachen Drahts fortpflanzt, jedenfalls annähernd gleich der Länge l eines linearen Senders ist, welcher dieselbe Wechselzahl n wie die Welle besitzt. Nun ist nach **289** die Länge eines linearen Senders gleich der halben Wellenlänge, welche seiner Wechselzahl entspricht, wenn die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $= \omega_0 = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. ist. Es folgt daraus also, daß auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Wellen, die sich längs eines einfachen Drahts in Luft fortpflanzen, in dem vorliegenden Grenzfall annähernd gleich der Lichtgeschwindigkeit ist[257]).

d. Die Beziehungen von **b** sind nicht genau, sie gelten umso strenger, je besser die Bedingung, daß die Induktanz $\pi n p$ sehr groß sein soll gegen den Widerstand w, erfüllt ist. Ist die Induktanz ziemlich größer als der Widerstand, aber doch nicht sehr groß gegen denselben, so tritt an Stelle von Gl. (3)

$$\omega^2 = \frac{1}{p c}\left\{1 - \left(\frac{w}{2\pi n p}\right)^2\right\}^{[258]} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Material und Radius des Drahtes hat also jetzt einen gewissen Einfluß auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, einmal, insofern jetzt der Widerstand des Drahts Bedeutung gewinnt, und dann, indem jetzt im allgemeinen p nicht mehr gleich p_0 sein wird. Beides hat den Einfluß, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ω kleiner zu machen, so daß sie jetzt in Luft nicht mehr gleich der Lichtgeschwindigkeit ω_0 ist; es ist vielmehr, wie die Theorie zeigt[258]),

$$\omega = \frac{\omega_0}{1 + \eta}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

wo

$$\eta = \frac{\frac{\mu}{\mu_0}}{8\pi \cdot \log \text{nat} \frac{a}{r}},$$

$\varkappa$ die in **124** definierte Größe und μ die Permeabilität des Drahts bedeutet. Ist die Strömung immer noch merklich auf eine dünne Oberflächenschicht beschränkt, so kann Gl. (8) durch

$$\omega = \frac{\omega_0}{1 + \frac{w}{2\pi n p_0}}$$

ersetzt werden.

Tatsächlich macht bei Wellen, deren Wellenlänge 100 m nicht weit übersteigt, und für Kupferdrähte, deren Radius nicht unter $^1/_2$ mm und deren Abstand nicht unter 10 cm liegt, das Korrektionsglied nur einen äußerst geringen Betrag aus.

375. Fortpflanzungsgeschwindigkeit. II. Grenzfall: Induktanz klein gegen Widerstand.

a. Für Wellen, die sich längs zweier paralleler Drähte fortpflanzen, gilt[259]), wenn die Induktanz so klein ist gegen den Widerstand, *daß* $\pi n p/w$ gegen 1 vernachlässigt werden kann,

$$\omega = \sqrt{\frac{2\pi n}{c w}} \text{ *).}$$

Tatsächlich tritt [S. 709 Fußnote **)] dieser Fall bei mäßigem Abstand der Kupferdrähte und nicht extrem großem Radius ein bei Wechselzahlen etwa von $1000/_{sec.}$ an abwärts. Dann ist aber nach **234 a** der effektive Widerstand w merklich = demjenigen w für konstanten Strom und also

$$\omega = \sqrt{\frac{2\pi n}{c w}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Bezeichnet c_0 den Wert von c, wenn die Drähte sich in Luft befinden, so kann Gl. (1) geschrieben werden

$$\omega = \sqrt{\frac{2\pi n}{\varepsilon/\varepsilon_0 \cdot c_0 w}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

(ε = Dielektrizitätskonstante des Mediums, in welchem sich die Drähte befinden) oder mit Rücksicht auf **374 a** und **b**

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \cdot \frac{w}{2\pi n p_0}}} \text{ **),}$$

*) c, w, p beziehen sich hier wie in **374** auf 1 cm Länge.

) Gemeint ist mit p_0 der Wert, den die Formel **d in Tab. VIII für $\mu = \mu_0$, also Luft, gibt.

für Luft also

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{\frac{w}{2\pi n p_0}}}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Daraus folgt:

(1) Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit hängt vom Medium, in welchem sich die Drähte befinden, nur insofern ab, als dessen Dielektrizitätskonstante (ε) von derjenigen der Luft verschieden ist; sie hängt in hohem Maß außerdem ab von der Wechselzahl der Schwingung (n) und dem Material und Radius der Drähte (w).

(2) Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Luft ist stets kleiner als die Lichtgeschwindigkeit.

Für die technische Wechselzahl $n = 100/_{sec.}$ erhält man z. B. folgende Fortpflanzungsgeschwindigkeiten und Wellenlängen bei Verwendung von Kupferdrähten:

Drahtradius r	Drahtabstand a	Fortpflanzungsgeschwindigkeit ω	Wellenlänge λ
1 mm	10 cm	$0{,}46 \cdot \omega_0 = 1{,}37 \cdot 10^{10}$ cm/sec.	2740 km
1 „	50 „	$0{,}53 \cdot \omega_0 = 1{,}59 \cdot 10^{10}$ „	3190 „
0,5 „	10 „	$0{,}23 \cdot \omega_0 = 0{,}69 \cdot 10^{10}$ „	1370 „
0,5 „	50 „	$0{,}27 \cdot \omega_0 = 0{,}80 \cdot 10^{10}$ „	1600 „

b. Die Beziehung Gl. (1) ist nur eine Näherungsformel, die umso genauer ist, je kleiner $\pi n p$ gegen w ist. Ist $\pi n p$ nicht so klein, daß $\pi n p/w$ gegen 1 vernachlässigt werden kann, so liefert die Beziehung

$$\omega = \sqrt{\frac{2\pi n}{c w}} \cdot \left[1 - \frac{1}{2}\frac{\pi n p}{w} + \frac{3}{8}\left(\frac{\pi n p}{w}\right)^2 + \ldots\right]^{255)}$$

eine weitere Annäherung.

376. Absorption.

Hier wie in dem magnetischen Analogon **361** gilt für die Amplitude $\mathfrak{A}$ der Welle im Abstand x von dem Ausgangspunkt derselben

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_0 \, e^{-\alpha x},$$

wenn $\mathfrak{A}_0$ die Amplitude im Ausgangspunkt bedeutet. Die Größe des Absorptionskoeffizienten α ist aber wesentlich verschieden, je nachdem der Grenzfall von **374** oder derjenige von **375** vorliegt.

a. Grenzfall I: Induktanz groß gegen Widerstand; schnelle Schwingungen.

Die Leitung bestehe aus zwei parallelen Drähten. Dann ist der

Energieverlust, den die Welle beim Fortschreiten erleidet, durch die Entwicklung Joule'scher Wärme veranlaßt. Daß der Absorptionskoeffizient in diesem Fall durch das Verhältnis des Widerstands zum Selbstinduktionskoeffizienten bestimmt sein wird, ist [vgl. **217**] sehr wahrscheinlich. Es ist in der Tat[258])

$$\alpha = \frac{w}{2p} \cdot \frac{1}{\omega} = \frac{w}{2p_0} \cdot \frac{1}{\omega}, \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

worin ω aus **374** Gl. (3) oder (6) zu entnehmen ist. Für Wellen in Luft gilt also

$$\alpha = \frac{w}{2p_0} \cdot \frac{1}{\omega_0} \cdot \ldots \ldots \quad (2)$$

Da im vorliegenden Grenzfall annähernd

$$w = \varkappa \,.\, w = r \,.\, \sqrt{n} \,.\, f \,.\, w \;\; [233\,c]$$

ist, so folgt: Der Absorptionskoeffizient wächst mit der Wechselzahl $\sim \sqrt{n}$.

Für Kupferdrähte, deren Durchmesser nicht viel kleiner als 1 mm und deren Abstand nicht viel kleiner als 10 cm ist, wird die Absorption äußerst gering. Bei 1 mm Drahtdurchmesser und 10 cm Drahtabstand wird für eine Wechselzahl von $10^{7}/_{sec.}$ $\alpha = 3{,}5 \,.\, 10^{-6}/_{cm}$, für die Wechselzahl $10^{8}/_{sec.}$ $\alpha = 10{,}7 \,.\, 10^{-6}/_{cm}$. Im ersteren Falle würde die Amplitude erst in einer Entfernung von ca. 4 km, im letzteren in einer Entfernung von ca. 1,3 km auf die Hälfte ihres Anfangswerts herabsinken.

b. Grenzfall II: Induktanz klein gegen Widerstand; langsame Schwingungen.

Wieder sei angenommen, daß die Wellen sich längs zweier paralleler Drähte fortpflanzen. Dann ergibt die Theorie[259]) als Absorptionskoeffizienten

$$\alpha = \sqrt{\frac{\pi n c w}{2}}\text{*)},$$

oder annähernd

$$\alpha = \sqrt{\frac{\pi n c w}{2}} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

$$= \sqrt{\frac{\pi n \,.\, \varepsilon/\varepsilon_0 \,.\, c_0 w}{2}} \;\; [\text{vgl. } 375\,a]$$

$$= \sqrt{\pi n \,.\, \frac{w}{2p_0\text{*)}} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} \;.\; \frac{1}{\omega_0} \;\; [\text{vgl. } 375\,a].$$

*) Vgl. Fußnoten auf S. 712.

Auch in diesem Grenzfall ist der Absorptionskoeffizient umso kleiner, je größer der Selbstinduktionskoeffizient, und umso größer, je größer der Widerstand und die Wechselzahl ist. Außerdem spielt aber die Dielektrizitätskonstante des Mediums, in welchem sich die Drähte befinden, eine wesentliche Rolle: es ist für eine geringe Absorption günstig, dieselbe möglichst klein zu halten.

Gegenüber dem Grenzfall I ist die Absorption unter sonst gleichen Umständen kleiner. Es ist z. B. bei einem Drahtdurchmesser von 1 mm und einem Drahtabstand von 10 cm wie in dem Beispiel in **a**, aber bei einer Wechselzahl $100/_{sec}$. $\alpha = 6{,}47 \cdot 10^{-8}/_{cm}$, d. h. die Amplitude würde erst in einer Entfernung von 107 km auf die Hälfte ihres Betrags herabsinken*).

c. Bei der Fortpflanzung von Wellen längs eines einfachen Drahts ist die Absorption außer durch die Joule'sche Wärme auch noch durch die Strahlung bestimmt**). Der Energieverlust durch Strahlung hängt aber sehr davon ab, in welcher Umgebung der Draht sich befindet. Ein allgemein gültiger Ausdruck für den Absorptionskoeffizienten läßt sich also nicht angeben. Das einzige, was allgemein gesagt werden kann, ist, daß er im Grenzfall I bei einem einfachen Draht viel größer ist als bei der Fortpflanzung längs zweier paralleler Drähte.

377. Praktische Folgerungen. Die Pupin'sche Anordnung bei der Telephonie[260]).

Der Fall, daß mittels paralleler Doppelleitungen elektromagnetische Wellen fortgeleitet werden, kommt in der Technik einmal bei Kraftübertragungen durch Wechsel- oder Drehstrom [150] und dann bei der Telephonie vor. Im ersteren Fall sind aber auch noch sehr lange Leitungen, wie sie tatsächlich gebraucht werden, sehr kurz gegen die Wellenlänge [375a], der Strom ist also merklich quasistationär [227d] und die Beziehungen für die Fortpflanzung kommen gar nicht in Frage.

a. Bei der Telephonie auf große Entfernungen kommen aber diese Beziehungen wohl in Betracht. Es handelt sich bei der Uebertragung von Gesprächen um Schwingungen, deren Wechselzahl zwischen einigen Hunderten und einigen Tausenden beträgt und im

*) Bei $n = 1000/_{sec}$. aber schon nach 34 km.

**) Bezüglich der Absorption verhält sich also die Doppelleitung zur einfachen wie ein Kondensatorkreis zu einem offenen Oszillator.

Mittel wohl etwa bei $1000_{sec.}$ liegt, so daß der Grenzfall von 375 zutrifft. Daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in diesem Fall von der Wechselzahl abhängt, macht tatsächlich nichts Wesentliches aus. Sehr störend aber ist, daß der Absorptionskoeffizient

$$\alpha = \sqrt{\frac{\pi n \cdot \varepsilon \varepsilon_0 \cdot c_0 w}{2}} = \sqrt{\pi n \cdot \frac{w}{2 p_0} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega_0}} \quad [376\,b]$$

einmal überhaupt ziemlich groß*) und dann auch noch je nach der Wechselzahl verschieden ist.

Das erstere hat zur Folge, daß die Wellen und damit die Töne, die man im Telephon hört, schon auf relativ kurze Entfernungen sehr schwach werden. Besonders schlimm ist das, wenn zur Fortleitung Kabel [82c] verwendet werden. Wegen der geringen Entfernung der Drähte einerseits, andererseits weil die Dielektrizitätskonstante der isolierenden Zwischenschicht im allgemeinen größer ist als diejenige der Luft, ist bei Kabeln die Kapazität und deshalb die Absorption viel größer als bei Freileitungen mit größerem Drahtabstand. Dem Uebelstand dadurch abzuhelfen, daß man dickere Drähte verwendet, ist mit Rücksicht auf die Kosten nur in beschränktem Maße möglich. Es war deshalb bis vor kurzem die Verwendung von Kabeln für telephonische Zwecke so gut wie ausgeschlossen.

Das zweite, daß der Absorptionskoeffizient von der Wechselzahl abhängt, hat die Wirkung, daß die Klänge, die man im Telephon hört, bei großen Entfernungen ganz andere sind als diejenigen, welche man in das gebende Telephon hineinspricht. Man kann nämlich den Klang auch der Stimme in eine Anzahl einfacher Schwingungen verschiedener Schwingungszahl zerlegen; der Charakter des Klangs ist bestimmt durch das Verhältnis, in welchem die Amplituden dieser einzelnen Schwingungen zueinander stehen. Hängt die Dämpfung von der Wechselzahl ab, so muß beim Fortschreiten der Welle das Verhältnis dieser Amplituden und damit der Charakter des Klangs sich ändern.

b. Es soll nun angenommen werden, man habe die Drähte in ein Medium eingebettet, dessen Permeabilität 1000mal größer ist als dasjenige der Luft. Die Folge würde sein, daß der Selbstinduktionskoeffizient und damit das Verhältnis $\pi n p/w$ 1000mal größer würde, so groß, wie wenn nicht die mittlere Wechselzahl 1000, sondern 10^6 vorliegen würde. Man bekommt also jetzt die Verhältnisse des Grenzfalls l [374], aber mit einem sehr wichtigen Unterschied. Wenn

*) Vgl. S. 715 Fußnote *).

der Grenzfall I vorliegt wegen hoher Wechselzahl, so ist er durchaus nicht günstiger als Grenzfall II. Die Absorption ist noch größer [**376 b**] als im Grenzfall II und die Abhängigkeit von der Wechselzahl ebensogut vorhanden. Realisiert man aber diesen Grenzfall bei gleichbleibender Wechselzahl durch Steigerung des Selbstinduktionskoeffizienten, so bleibt der Widerstand der Drähte derselbe (merklich = w) und die Absorption, für die jetzt gilt

$$\alpha = \frac{w}{2p} \cdot \frac{1}{\omega_0} \quad [376 \text{ Gl. (2)}],$$

wird einmal viel kleiner und dann von der Wechselzahl nahezu unabhängig.

In dem Beispiel **376 b** (zwei Drähte von 1 mm Durchmesser im Abstand von 10 cm) ist bei einer Wechselzahl von 1000/sec. vor Vergrößerung des Selbstinduktionskoeffizienten

$$\alpha = 20{,}5 \,.\, 10^{-8}/\text{cm},$$

nachdem er auf den 1000fachen Betrag künstlich erhöht wurde,

$$\alpha = 4{,}0 \,.\, 10^{-10}/\text{cm}.$$

Die Amplitude würde jetzt erst bei einer Entfernung von 17300 km auf die Hälfte herabsinken, während dies vorher schon auf 34 km der Fall war [S. 715 Fußnote*)].

c. An eine praktische Ausführung in der in **b** angegebenen Form kann nicht gedacht werden. Einen Isolator von hoher magnetischer Permeabilität gibt es nicht, und die Drähte in Eisen irgend welcher Form einzubetten, geht nicht an, da die im Eisen induzierten Ströme so viel Energie verbrauchen würden, daß die Absorption größer statt kleiner würde*). Denkbar wäre es aber, die Induktanz der Leitung dadurch zu steigern, daß man in gewissen Abständen Spulen mit Eisenkernen in die Leitung einschaltet.

Allein hier liegt die Gefahr vor [387], daß die Spulen die Wellen reflektieren und so eher schaden als nützen. Es hat aber A. Pupin aus theoretischen Betrachtungen abgeleitet and ausführliche Messungen der Firma Siemens & Halske haben es bestätigt, daß man praktisch die hohe Induktanz der Spulen ausnützen kann, ohne daß sich die

*) In Betracht käme überhaupt nur Eisenpulver. Lamellieren des Eisens ist hier ohne Wirkung, da die elektrischen und magnetischen Induktionslinien nach **371 b** in denselben Ebenen verlaufen.

Reflexion störend bemerkbar macht. Es ist dazu nur nötig, daß man pro Wellenlänge etwa 4 bis 10 (verschieden je nach der Wechselzahl) Spulen anbringt. Bei einer Wechselzahl von $1000/_{sec.}$ würde es genügen, wenn etwa alle 10 km eine Spule eingeschaltet wäre.

Die praktischen Versuche haben ergeben, daß eine mit solchen Selbstinduktionsspulen ausgerüstete Freileitung dieselbe Deutlichkeit auf eine viermal größere Entfernung lieferte als eine ebensolche Leitung ohne Spulen. Auch das Telephonieren durch Kabel hat sich bei Verwendung dieses Hilfsmittels als möglich erwiesen, so daß eine telephonische Verbindung z. B. von Berlin nach London ausführbar wäre.

378. Verhältnis der Amplituden.

Es liege der Grenzfall I [374], schnelle Schwingungen, vor.

a. Allgemein gilt für die Amplitude der Spannungs- und Stromwelle $\mathfrak{V}_0$ bezw. i_0 nach 374 Gl. (1)

$$\mathfrak{V}_0 = \frac{1}{\omega c} \cdot i_0 = \frac{1}{\omega c} \cdot i_0, \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

oder da nach 374 Gl. (3) $\omega = \frac{1}{\sqrt{pc}} = \frac{1}{\sqrt{p_0 c}}$ ist,

$$\frac{\mathfrak{V}_0}{i_0} = \sqrt{\frac{p}{c}} = \sqrt{\frac{p_0}{c}} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

b. Für die elektrische und magnetische Feldintensität E bezw. M in unmittelbarer Nachbarschaft des Drahtes bestehen folgende Beziehungen:

Die Ladung e von 1 cm des Drahts ist nach 16 gleich der Anzahl elektrischer Induktionslinien, die aus der Oberfläche eines cm des Drahtes austreten. Da die Oberfläche von 1 cm $= 2\pi r$ (r Drahtradius) ist, so gilt:

$$e = 2\pi r \cdot \mathfrak{E} = 2\pi r \cdot \varepsilon E$$

oder

$$E_0 = \frac{e_0}{2\pi r \cdot \varepsilon}$$

$$= \frac{i_0}{2\pi r \cdot \varepsilon \omega} \text{ [373 Gl. (8)]}. \quad \ldots \quad (3)$$

Andererseits erhält man für die magnetische Feldintensität an der Drahtoberfläche

$$M_0 = \frac{\mathfrak{M}_0}{2\pi r} \; [4\,c]$$

$$= \frac{i_0}{v} \cdot \frac{1}{2\pi r} \; [32]. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Gl. (3) und (4) zusammen gibt

$$\frac{E_0}{M_0} = \frac{v}{\varepsilon\,\omega}$$

oder nach 374 Gl. (4)

$$\frac{E_0}{M_0} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

worin unter μ und ε Permeabilität und Dielektrizitätskonstante des Mediums verstanden sind, in welchem sich die Drähte befinden.

c. Das Resultat ist also: Pflanzt sich eine elektromagnetische Welle sehr hoher Wechselzahl längs Drähten fort, so stehen die Amplituden der Strom- und Spannungswelle in einem ganz bestimmten, von der Wechselzahl unabhängigen Verhältnis [Gl. (1)]. Dasselbe gilt von den Amplituden der in der Umgebung des Drahtes sich fortpflanzenden elektrischen und magnetischen Wellen. Das Verhältnis ihrer Amplituden ist nicht nur von der Wechselzahl, sondern auch noch von dem Material und den Dimensionen der Drähte unabhängig; es hängt nur ab von den Konstanten des Mediums, in welches die Drähte eingebettet sind.

379. Die Energieströmung.

Wieder soll es sich um schnelle Schwingungen (Grenzfall I 374) handeln, die sich längs zweier paralleler Drähte fortpflanzen.

a. Für das elektrische und magnetische Feld außerhalb der Drähte wurde bis jetzt das folgende entwickelt:

(1) Die elektrischen und magnetischen Intensitätslinien liegen in Ebenen senkrecht zu den Drähten [371 b].

(2) Die elektrischen und magnetischen Intensitätslinien schneiden sich im ganzen Feld außerhalb der Drähte senkrecht [371 b].

(3) Die elektrische und magnetische Feldintensität sind gleichphasig, wenn sie in der Richtung der Pfeile von Fig. 578 bezw. 580 als positiv gerechnet werden und die Fortpflanzungsrichtung der Welle diejenige des gefiederten Pfeils von Fig. 580 ist [372 b].

Daraus und aus 224 folgt dann für den ganzen Raum außerhalb der Drähte:

(1) Die Energieströmung erfolgt überall parallel zu den Drähten und

(2) stets in der Richtung, in welcher die elektrische und magnetische Welle fortschreitet.

(3) Die Größe der Energieströmung Σ an irgend einer Stelle des Raumes ist

$$\Sigma = v \cdot EM,$$

wenn E und M elektrische und magnetische Feldintensität an derselben Stelle bezeichnen.

Das Gesagte gilt, wenn die Welle längs eines einfachen Drahts sich fortpflanzt, auch, aber nur für die unmittelbare Um-

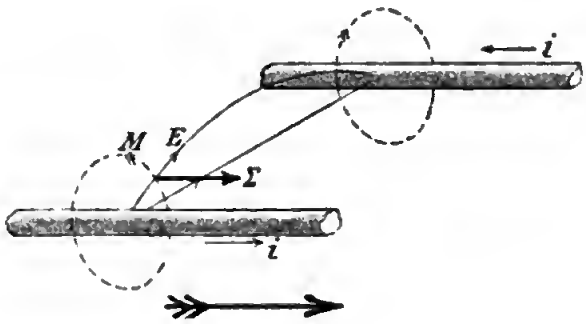


Fig. 580.

gebung des Drahts (vgl. Fig. 575). In weiterer Entfernung vom Draht kann über Richtung und Größe der Energieströmung nichts ohne weiteres ausgesagt werden.

b. Für den Draht selbst ergeben [226 und 232] die allgemeinen Beziehungen von 224 und gleichgültig, ob die Leitung aus einem Draht oder zwei parallelen besteht: die Energie strömt von außen senkrecht zur Drahtoberfläche ein und wird im Draht mindestens zum Teil verbraucht. Tatsächlich gelangt die Energie nur in eine äußerst dünne Oberflächenschicht. Das ganze Innere des Drahts nimmt an der Schwingung umso weniger Anteil, je größer die Wechselzahl der Schwingung ist.

380. Die Rolle der Drähte und des umgebenden Mediums.

a. Werden wieder schnelle Schwingungen (Grenzfall I [374]), die sich längs zweier paralleler Drähte oder auch eines einfachen

Drahts fortpflanzen, vorausgesetzt, so folgt aus dem früheren für die Rolle, welche das Medium, in dem die Drähte sich befinden, spielt:

(1) Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit [374],

(2) das Verhältnis zwischen der Amplitude der magnetischen und der elektrischen Welle bestimmt sich nur durch das Medium [378].

(3) Die Energie pflanzt sich im umgebenden Medium fort [379].

Der Einfluß der Drähte beschränkt sich darauf, daß durch ihren Verlauf die Richtung gegeben ist, in welcher die Welle sich ausbreitet. Ob man einen oder zwei Drähte nimmt und im letzteren Falle, wie groß der Abstand derselben ist, ist nur für den Verlauf der Intensitätslinien in einem Querschnitt und damit für die Form des Feldes von Bedeutung.

Danach ist es nicht richtig zu sagen, die Welle pflanze sich „in den Drähten" fort. Die Welle pflanzt sich augenscheinlich da fort, wo die Energie sich fortpflanzt, d. h. also außerhalb der Drähte. Die geringe Energie, die in der Oberflächenschicht der Drähte vorhanden ist, strömt dorthin aus dem Außenraum ein.

Es handelt sich bei einer elektromagnetischen Welle längs Drähten in allen wesentlichen Punkten um einen Vorgang in dem Raum außerhalb der Drähte; der einzige Teil des Raumes, der von der Welle unberührt bleibt, ist gerade das Drahtinnere. Die Drähte dienen nur zur Führung der Welle, sie ermöglichen es, die Welle dahin zu leiten, wo man sie haben will.

b. Anschaulich zeigt diese Verhältnisse ein Versuch von Hertz. Er beruht auf der folgenden Ueberlegung. Ein Draht, längs dessen eine Welle sich fortpflanzt, wird mit einem metallischen Hohlzylinder vollkommen umgeben. Die Wandstärke desselben wird genügend groß gemacht, daß er, als Leiter für Schwingungen derselben Wechselzahl benützt, im Innern stromlos wäre [vgl. 235 b], d. h. nach der Anschauung von 232, daß bei der betreffenden Wechselzahl die Energieströmung nicht bis in den Innenraum des Zylinders vordringt. Es müssen dann längs des Drahtes keine elektromagnetischen Wellen sich mehr fortpflanzen können, da ja keine Energie von dem Außenraum zum Draht gelangen kann.

Man kann dem Versuch im Anschluß an die Anordnung von Hertz*)[261]) folgende Form geben: Durch die Mitte des Metall-

*) Der Versuch von Hertz unterscheidet sich von dem im folgenden beschriebenen nur dadurch, daß Hertz nicht die Schwingungen von Kondensatorkreisen, sondern raschere Schwingungen benützt hat.

rohrs R*) (Fig. 581) wird ein durch Korke gehaltener, gut isolierter Draht D geführt, an dessen einer Seite eine Kugel F_2, an dessen anderem Ende eine Metallkappe K_2 angelötet ist, durch welche das Rohr abgeschlossen werden kann. Die Kappe K_2 und die Röhre R sind durch einen biegsamen Draht D_1 leitend verbunden, so daß K_2 vom Rohr abgenommen werden kann, ohne daß die leitende Verbindung

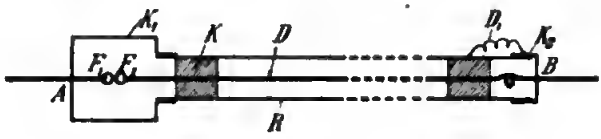


Fig. 581.

zwischen K_2 und R aufhört. Ebenso ist der Draht D in der Nähe der Kappe K_2 in eine kleine Spule gewickelt, damit beim Abnehmen der Kappe K_2 der Draht D und insbesondere F_2 nicht verschoben wird. Auf dem K_2 entgegengesetzten Ende der Röhre R kann ebenfalls eine Metallkappe K_1 aufgesetzt werden, in deren Achse ebenfalls ein kurzer Draht mit einer Kugel F_1 angelötet ist. Durch Verschieben der Kappe K_1 kann der Abstand der Kugeln F_1 und F_2 reguliert werden; zu ihrer Beobachtung befindet sich im zylindrischen Teil der Metallkappe ein der Achse paralleler schmaler Schlitz.

Man stelle nun die Anordnung von Fig. 570 [369] her. In die Leitung, die vom Kondensatorkreis zur Erde führt, schalte man zuerst eine Funkenstrecke ein, deren Kugeln denselben Abstand haben wie die Kugeln F_1 und F_2 in Fig. 581. Man erhält infolge der Spannungen, welche durch die fortschreitende Welle auftreten, leb-

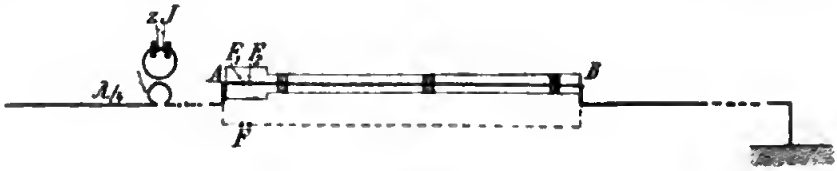


Fig. 582.

hafte Funken. Nun schalte man die Röhre von Fig. 581 mit geschlossener Kappe K_1 und K_2 ein (also Anordnung wie in Fig. 582, aber ohne den gestrichelten Teil, an welchem der Buchstabe F steht). Es sind jetzt durchaus keine Funken zwischen F_1 und F_2 zu erhalten, auch dann nicht, wenn durch Verschieben der Kappe K_1 die Kugeln fast bis zur Berührung gebracht sind.

*) Bei meinen Versuchen Messingröhre von 3 m Länge. Die Wechselzahl war $3 \cdot 10^7$/sec.

Nach dem oben Ausgeführten ist das zu erwarten. Zu der Leitung A F_1 F_2 B kann jetzt von außen keine Energie gelangen*), es kann sich also auch keine elektromagnetische Welle längs der Leitung fortpflanzen.

c. Ein Bedenken gegen die Beweiskraft dieses Versuchs liegt nahe. Man könnte dem Versuch folgende Deutung geben. Die vom Kondensatorkreis kommende Welle teilt sich bei A. Ein Teil geht durch die Röhre, ein Teil durch den Draht. Dieser letztere Teil ist aber relativ klein, da die Induktanz des Drahts viel größer ist als diejenige der Röhre. Es treten deshalb auch nur ganz geringe Spannungen zwischen F_1 und F_2 auf.

Daß aber diese Auffassung unrichtig ist, kann leicht nachgewiesen werden. Parallel zur Röhre wird an A und B eine Leitung von genau denselben Dimensionen wie diejenige in der Röhre angelegt. Sie enthält ein Funkenmikrometer F von demselben Kugelabstand wie F_1 F_2 (Fig. 582 gestrichelt). Man erhält hier sehr kräftige Funken, müßte sie also auch im Innern der Röhren erhalten, wenn jene Auffassung richtig wäre.

d. Als weiteres Kriterium für die Richtigkeit der in b vertretenen Auffassung kann folgender Versuch dienen. Wenn die leitende Hülle des Drahts — der Metallzylinder — geöffnet wird, so daß wieder Energie vom Außenraum zum Draht gelangen kann, so sollte man wieder Funken zwischen F_1 und F_2 bekommen. In der Tat braucht man nur die Kappe K_2 bei B von der Röhre abzunehmen. Wenn nur ein Abstand von 1 cm zwischen Röhre und Kappe ist, treten zwischen F_1 und F_2 (bei richtigem Abstand der beiden Kugeln) Funken auf**).

e. Man denke sich den zylindrischen Teil der Kappe K_2 in Streifen parallel zur Drahtachse zerschnitten. Da die Strömung und

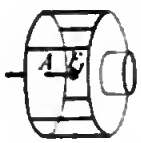


Fig. 583.

das elektrische Feld in diesem Teil parallel der Drahtachse ist, so kann durch diese Schnitte nichts Wesentliches geändert werden.

*) Die Energie, die durch den Beobachtungsschlitz der Kappe K_1 ins Innere gelangt, ist tatsächlich sehr gering [vgl. e].

**) Daß die Welle im Innern in diesem Falle wirklich die Richtung B A hat, ist von Hertz durch sorgfältige Versuche bewiesen worden.

Auch dann, wenn man nun die einzelnen Streifen durch sehr nahe gelegene Drähte ersetzt, müßte die ganze Erscheinung qualitativ ungeändert bleiben. Das ist in der Tat der Fall. Die in **a** bis **d** beschriebenen Versuche lassen sich ebensogut ausführen, wenn man die Kappe K_1 so herstellt, daß man statt des zylindrischen Teils eine Reihe von Drähten in gleichmäßigen Abständen ausspannt (in Fig. 583 sind sechs gezeichnet). Dabei braucht der Abstand der Drähte nicht einmal besonders klein zu sein: ca. 1 cm genügt schon.

§ 2. Stehende Wellen.

381. Die Bildung stehender Wellen durch fortschreitende.

a. Es seien längs eines Drahts — oder auch längs zweier paralleler Drähte — zwei Wellen gleicher Wellenlänge und Amplitude, aber von entgegengesetzter Richtung vorhanden. Die eine sei die in den

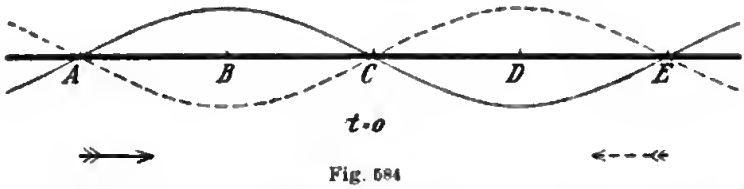


Fig. 584

Fig. 584 bis 588 schwach ausgezogene mit der Richtung des ausgezogenen Pfeils, die andere die in denselben Figuren gestrichelte mit der Richtung des gestrichelten Pfeils. Die resultierende Schwingung, welche die beiden Wellen ergeben, ist in den Fig. 584 bis 587 als stark ausgezogene Kurve für die verschiedenen Stadien einer halben

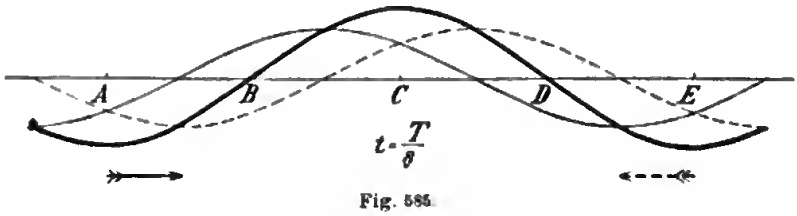


Fig. 585

Periode dargestellt. In der nächsten halben Periode würden einfach alle Vorzeichen sich umkehren.

Diese resultierende Schwingung ist keine fortschreitende Welle mehr, sondern eine Schwingung, wie sie schon in Kapitel XII z. B. 279 **b** besprochen wurde. Die Phase ist überall dieselbe: im Moment, in dem an einer beliebigen Stelle die Schwingung Null ist, ist sie es

auch an allen Stellen (Fig. 584 und 588), und im Moment, in welchem die Schwingung an einer Stelle ihren Maximalwert annimmt, besitzt sie ihn auch an allen anderen (Fig. 586). Die Amplitude der

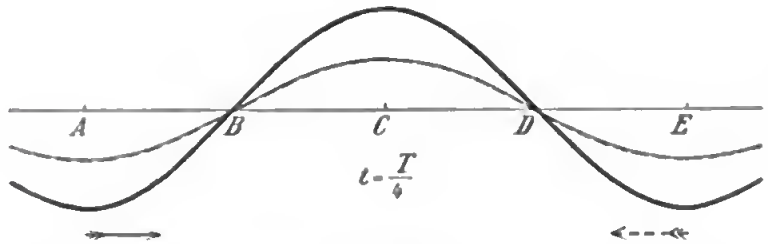


Fig. 586.

Schwingung ist an verschiedenen Stellen verschieden, und zwar ist die Kurve, welche die Verteilung der Amplitude längs des Drahtes darstellt, eine Sinuskurve. Die Amplitude besitzt in regelmäßigen Abständen Knoten und Bäuche; dieselben ändern ihren Platz nicht.

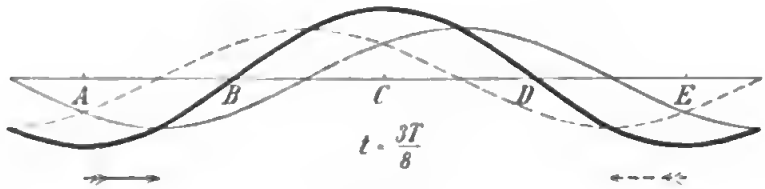


Fig. 587.

Man nennt solche Wellen im Gegensatz zu den fortschreitenden *„Stehende Wellen"*.

b. Die Beziehung zwischen der stehenden Welle und den beiden fortschreitenden, durch deren Zusammenwirken sie entstand, ergibt

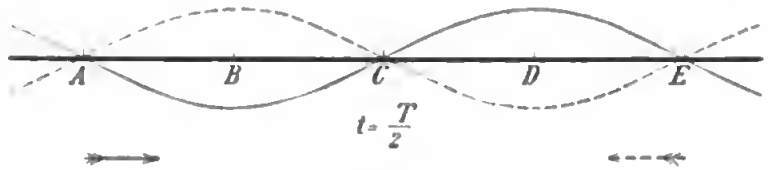


Fig. 588.

sich unmittelbar aus den Fig. 584 bis 588. Insbesondere zeigt ein Blick auf diese Figuren, daß das, was früher [289] als die Wellenlänge der stehenden Welle bezeichnet wurde = der Wellenlänge der beiden fortschreitenden Wellen ist.

In den Punkten A, C, E sind die Schwingungen, welche dort durch die beiden fortschreitenden Wellen hervorgerufen werden [360 f], gleichphasig. Aus ihnen werden nachher die Bäuche der stehenden

Welle. Die Knoten der stehenden Welle kommen an solche Stellen zu liegen, in denen die Schwingungen, welche durch die beiden fortschreitenden Wellen erzeugt werden, um 180° in der Phase verschoben sind (B, D Fig. 584 bis 588).

Für das folgende wichtig ist die Umkehrung dieser Beziehung. Es sei eine fortschreitende Welle schon vorhanden. Mit ihr soll eine

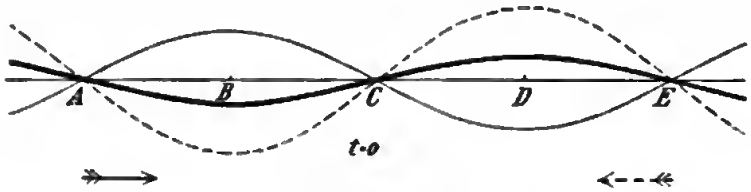


Fig. 589.

zweite, in entgegengesetzter Richtung fortschreitende so kombiniert werden, daß an einem bestimmten Punkte P ein Bauch der stehenden Welle liegt. Nach dem Gesagten hat man die zweite Welle so anzunehmen, daß sie im Punkte P eine Schwingung derselben Phase hervorruft wie die erste Welle. Soll auf den Punkt P ein Knoten der stehenden Welle gelegt werden, so muß die zweite Welle so angenommen werden, daß die durch sie in P erzeugte Schwingung eine

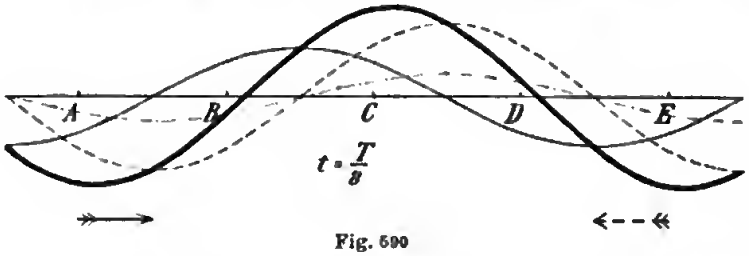


Fig. 590

Phasendifferenz von 180° gegen die Schwingung der ersten Welle besitzt.

c. Wenn die beiden in entgegengesetzter Richtung fortschreitenden Wellen nicht dieselbe Amplitude haben (Fig. 589 und 590), so bilden sich auch stehende Wellen aus. Fig. 589 stellt den der Fig. 584 entsprechenden Moment, Fig. 590 wie Fig. 585 den um 1/8 der Periode späteren Moment dar. Auch hier wechseln also Stellen, an denen die Amplitude ein Maximum ist (Bäuche A, C, E), mit solchen, an denen die Amplitude ein Minimum ist (B, D, Knoten), in regelmäßigen Abständen ab und der Abstand zwischen einem Bauch und dem darauf folgenden Knoten ist ebenfalls 1/4 Wellenlänge. Aber die Amplitude ist an den Knoten nicht Null (Fig. 589): die Knoten sind *„unscharf"*.

382. Reflexion der Wellen am Drahtende.

a. Es soll längs eines Drahtes oder längs zwei paralleler Drähte von endlicher Länge ein Stromstoß von der Form der in Fig. 591 gezeichneten Stromkurve sich fortpflanzen. Ist der Stromstoß in der Nähe des Endes A angekommen, so müssen, da der Strom jetzt nicht mehr weiter fließen kann, die dem Ende A benachbarten Teile eine

Fig. 591.

gewisse Ladung und demnach auch eine gewisse Spannung bekommen. In dem Teil der Leitung, der von dem Ende ziemlich weit entfernt ist und den deshalb der Stromstoß schon passiert hat, ist zur selben Zeit keine Ladung und keine Spannung mehr vorhanden. Demnach muß zwischen den Teilen in der Nähe des Drahtendes und den weiter entfernten eine Spannungsdifferenz bestehen, welche einen Strom in entgegengesetzter Richtung wie vorher zur Folge haben muß.

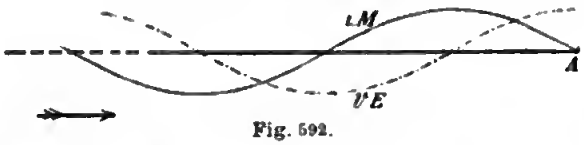


Fig. 592.

Man sagt in diesem Fall häufig: der Stromstoß werde am Ende des Drahtes *„reflektiert"*.

b. Aehnliches muß eintreten, wenn statt des Stromstoßes von Fig. 591 eine sinusförmige Stromwelle sich längs des Drahts fortpflanzt; auch sie muß eine in entgegengesetzter Richtung laufende Stromwelle zur Folge haben, reflektiert werden. Ob diese reflektierte Welle dieselbe Form hat wie die ankommende, läßt sich keineswegs von vornherein sagen, ebensowenig wie sich ohne weiteres behaupten läßt, daß die ankommende Welle in der Nähe des Drahtendes ihre Gestalt behält. Beides trifft aber tatsächlich annähernd zu.

Ueber die Amplitude und Phase der reflektierten Welle kann dann kein Zweifel sein. Am Ende A des Drahts bezw. der Drähte muß der Strom dauernd Null sein. Die stehende Welle, die sich nach **381** als Resultante der direkten und der reflektierten Welle bildet, muß also dort einen Knoten haben, also die Lage der ausgezogenen Kurve von Fig. 592 besitzen. Das ist nach **381 b** nur möglich, wenn die reflektierte Welle gleiche Amplitude hat wie die

direkte und am Ende A gegen dieselbe um 180° in der Phase verschoben ist. Man sagt deshalb häufig: die Stromwelle werde mit einer Phasenänderung von 180° am freien Drahtende reflektiert.

Was für die Stromwelle gilt, gilt notwendig auch für die magnetische Welle außerhalb des Drahts oder der Drähte.

c. Die Welle der elektrischen Ladung und damit der Spannung $\mathfrak{V}$ und des elektrischen Felds E außerhalb der Drähte ist für die direkte Welle nach 372b gleichphasig*) mit der Stromwelle, bei der reflektierten Welle um 180° dagegen verschoben [372c]. Da die beiden Stromwellen am Ende A eine Phasendifferenz von 180° besitzen, so müssen die direkte und die reflektierte Welle der elektrischen Ladung dort gleichphasig sein: die Ladungs- bezw. Spannungswelle wird am Drahtende ohne Phasenänderung reflektiert. Die stehende Welle hat also [381b] am Drahtende einen Bauch der elektrischen Ladung und damit der Spannung $\mathfrak{V}$ und der elektrischen Feldintensität E außerhalb der Drähte (strichpunktierte Kurve von Fig. 592). Es gilt dann aber auch für den ganzen Draht: einem Stromknoten entspricht ein Bauch der Spannung, oder: außerhalb der Drähte entspricht einem Knoten der magnetischen Feldintensität ein Bauch der elektrischen Feldintensität und umgekehrt**).

383. Experimentelle Darstellung von stehenden Wellen längs Drähten.

a. Versuche, bei welchen stehende Wellen längs eines einfachen Drahts vorhanden waren, wurden in 348 schon beschrieben. Bei den dortigen Anordnungen müssen nach 369 Wellen vom Kondensatorkreis längs der Drähte sich fortpflanzen, am Drahtende reflektiert werden und mit den von neuem ankommenden Wellen zusammen eine stehende Welle bilden, die dann durch die weiteren Schwingungen des Kondensatorkreises immer mehr verstärkt wird. Wenn in 348

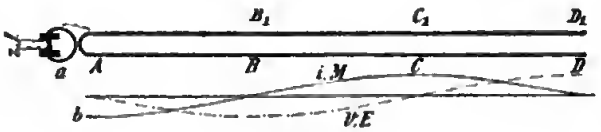


Fig. 593.

*) Fortpflanzungsrichtung: gefiederter Pfeil von Fig. 591, positive Richtung des Stroms: einfacher Pfeil derselben Figur. Magnetische und elektrische Feldintensität positiv gerechnet in der Richtung der Pfeile von Fig. 575 bezw. 578.

**) Das wurde schon in anderer Weise in 283 abgeleitet.

die Versuche so aufgefaßt wurden, daß es sich bei dem Draht um einen Oszillator von einer bestimmten Schwingungsform und einer an allen Stellen gleichphasigen Schwingung handelt, so ist das berechtigt von dem Moment an, in welchem sich die stehenden Wellen gebildet haben. Daß die der stehenden Welle vorausgehenden fortschreitenden

Fig. 594.

Wellen nicht zur Beobachtung gelangten, liegt hauptsächlich daran, daß ihre Amplitude viel geringer ist als diejenige der durch Resonanz verstärkten stehenden Schwingungen.

Die jetzige Auffassung erklärt auch eine Beobachtung, auf welche in **348 d** aufmerksam gemacht worden war, daß bei ziemlich hohen Oberschwingungen des linearen Senders, d. h. wenn man ziemlich

Fig 595.

viele Wellenlängen der stehenden Welle auf dem Draht hat, die Knoten leicht unscharf werden. Der Grund dafür ist hauptsächlich in der Tatsache [**376 c**] zu suchen, daß Wellen längs einfacher Drähte relativ sehr stark absorbiert werden. Sind also am Ende des Drahts die Amplituden der direkten und der reflektierten Welle gleich, was sie nach **382 b** sein müssen, so können sie es nicht zugleich an allen anderen Stellen sein. Bei verschiedener Amplitude der beiden Wellen müssen aber die Knoten unscharf werden [**381 c**].

b. Günstiger muß es also [376] sein, für die stehenden Wellen zwei parallele Drähte*) zu benützen, die Anordnung von Fig. 523 bezw. 527 durch diejenige von Fig. 593 oder 594**) zu ersetzen.

Man verfährt bei derartigen Versuchen am besten in folgender Weise. Es sollen z. B. stehende Wellen von 20 m Wellenlänge (λ) hergestellt werden. Man mache dann die Leitung $BA = B_1A = 5$ m $= \lambda/4$, schalte zwischen B und B_1 eine Funkenstrecke ein und reguliere durch einen verschiebbaren Bügel die Wechselzahl des Kondensatorkreises so lange, bis man an der Funkenstrecke eine maximale Schlagweite bekommt, also Resonanz besteht zwischen dem Kondensatorkreis und dem durch die Leitung BAB_1 gebildeten linearen Sender. Der Kondensatorkreis liefert dann Schwingungen der verlangten Wellenlänge. Nun erst werden die Leitungen BD und B_1D_1 angeschlossen***).

Die Länge der Leitung DA und diejenige von D_1A muß ein ungerades Vielfaches einer Viertelwellenlänge oder von BA bezw. B_1A sein. Zwar müssen auch dann, wenn die Länge dieser Leitung ein gerades Vielfaches einer Viertelwellenlänge ist, wenn die Leitung z. B. bei C bezw. C_1 endet, stehende Wellen entstehen. Aber die Leitung CAC_1 bildet dann einen linearen Sender, dessen Stromknoten bei C, A und C_1 sich befinden. Der Kondensatorkreis liegt also an einer falschen Stelle, einem Stromknoten statt an einem Strombauch†) [349] und ist demnach nicht im stande, kräftige Schwingungen in der Leitung hervorzurufen.

Ist aber die Leitung DA und D_1A ein ungerades Vielfaches einer Viertelwellenlänge, dann ist der Punkt A ein Strombauch des linearen Senders (vgl. Fig. 593 b) und man erhält auf die angegebene

*) Hertz hat bei seinen ersten Versuchen über stehende Wellen längs Drähten immer nur einen einfachen Draht benützt. Zwei parallele Drähte zu benützen, ist von E. Lecher[262]) vorgeschlagen worden. Man nennt diese Anordnung deshalb „Lecher'sches System". Aehnliche Versuche rühren schon von O. Lodge[263]) her.

**) Lose koppeln!

***) Praktisch für diese und andere Versuche mit elektrischen Wellen längs Drähten sind Holzarme mit daran befestigten Porzellanrollen, die an Holzstativen, Tischen oder Fensterbrettern angeschraubt werden können (Fig. 595) und über die man die Drähte parallel zu einander frei in der Luft zieht.

†) Eine andere Auffassung ist die: Wenn die Leitungen DA und D_1A je ein ungerades Vielfaches einer Viertelwellenlänge ist, so verstärken die bei D (bezw. D_1) reflektierten Wellen die auf dem Draht AD_1 (bezw. AD) fortschreitenden (direkten) Wellen, da sie gleichphasig sind. Wenn $AD = AD_1$ ein gerades Vielfaches von $\lambda/4$ ist, so besteht zwischen diesen Wellen eine Phasendifferenz von 180°: sie schwächen sich also.

Weise stehende Wellen von sehr großer Intensität, die für Demonstrationszwecke ganz besonders geeignet sind.

c. Um sie nachzuweisen, kann man Geißlerröhren in genau derselben Weise wie in den Anordnungen von Fig. 523 ff. verwenden. Statt dessen können die Röhren auch quer über die beiden Drähte her-

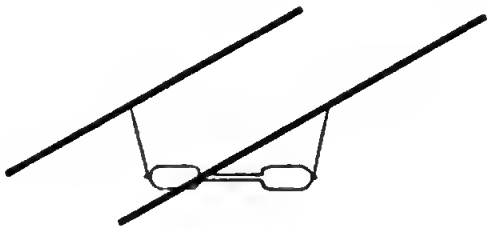


Fig. 596.

übergelegt oder, wenn dadurch Störungen der Schwingungen eintreten, an Fäden unterhalb der beiden Drähte aufgehängt werden (Fig. 596).

Statt Geißlerröhren kann auch sehr gut ein Metallbügel, in den eine regulierbare Funkenstrecke eingeschaltet ist, Verwendung finden. Legt man den Bügel quer über die Drähte und verschiebt man ihn längs derselben, so bekommt man eine maximale Schlagweite an der Funkenstrecke in den Bäuchen der elektrischen Feldintensität außerhalb

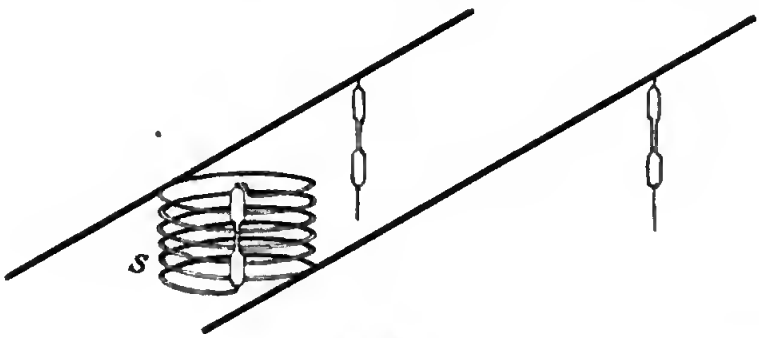


Fig. 597.

der Drähte, während an den Knoten überhaupt keine merklichen Funken zu erhalten sind.

Wie bei den Versuchen von 350 kann man auch die beiden Drähte so weit einander nähern, daß starke Büschelentladungen zwischen ihnen auftreten (Anordnung von W. D. Coolidge[264]). Im Dunkeln leuchten dann die Drähte, besonders stark an den Bäuchen der elektrischen Feldintensität außerhalb der Drähte. Werden die Drähte einander genügend nahe gebracht, so erreicht man, daß zwischen

denselben an den Bäuchen der elektrischen Feldintensität ein leuchtendes Band sich bildet.

d. Die Anordnungen Fig. 592 und 593 gestatten auch in einfacher Weise den Satz [382c] zu beweisen, daß außerhalb der Drähte die Knoten der magnetischen Feldintensität den Bäuchen der elektrischen entsprechen und umgekehrt. Zu dem Zweck werden einmal Geißlerröhren an die Drähte gehängt (wie in Fig. 523 ff), um die Knoten und Bäuche der elektrischen Feldintensität zur Anschauung zu bringen. Dann stellt man sich eine flache Spule (Fig. 597) (oder auch kleinen Kondensatorkreis) her, die am besten auf die Schwingungen abgestimmt wird, und schaltet zwischen die Enden der Spule eine Geißlerröhre ein. Diese Spule wird zwischen die beiden Drähte gebracht. Das dort vorhandene magnetische Wechselfeld induziert in der Spule eine EMK, welche Schwingungen der Spule und ein Leuchten der Geißlerröhre zur Folge hat, am stärksten in den Bäuchen der magnetischen Feldintensität. Verschiebt man die Spule mit der Geißlerröhre längs der Drähte, so leuchtet die Röhre besonders stark an denjenigen Stellen, an welchen die an die Drähte angehängten Geißlerröhren dunkel sind, d. h. an denen ein Knoten der elektrischen Feldintensität ist. Die Röhre an der Spule ist dunkel an den Stellen, an welchen die an die Drähte angehängten Geißlerröhren am stärksten leuchten.

e. Der Vorteil der beschriebenen Anordnungen und der Verwendung von Kondensatorkreisen mit Leidener Flaschen ist die große Intensität der Schwingungen. Die Erscheinungen werden dadurch sehr in die Augen fallend. Der Nachteil liegt in der großen Länge der Leitungen. Will man deshalb kürzere Wellen verwenden, so empfiehlt sich die Blondlot'sche Anordnung [369d]. Der Nachweis der stehenden Wellen erfolgt am besten durch Geißlerröhren*), die quer über die Drähte gelegt werden. Die Büschelentladungen können auch für sehr kurze Wellen benützt werden zum Nachweis der stehenden Wellen, wenn man die beiden Drähte nahe nebeneinander in Glasröhren führt und diese auf einen günstigen Druck evakuiert**) (Arons'sche Anordnung[265]). Auch die Anordnung von Coolidge [c] kann genügen.

---

*) Besonders empfohlen werden[210]) für diesen Zweck Röhren mit Luft, in welche Natrium elektrolytisch eingeführt ist (zu haben bei Glasbläser Kramer in Freiburg i. B.).

**) Derartige Röhren sind käuflich in den verschiedensten Geschäften für physikalische Apparate.

384. Reflexion an einer Brücke.

a. Die Anordnung sei diejenige von Fig. 598, aber die Leitung bei E nicht überbrückt. Da die Länge der Leitung A E ein gerades Vielfaches einer Viertelwellenlänge ist, so entstehen keine nachweisbaren stehenden Wellen [383 b]. Sobald aber bei E ein Draht — eine „Brücke" — über die beiden Drähte der Leitung herübergelegt wird, treten sofort ganz besonders reine stehende Wellen auf, und die Geißlerröhren zeigen bei B und D Bäuche des elektrischen Feldes an. Die Form der stehenden Welle muß also diejenige von Fig. 598 a sein.

Der Grund, weshalb sich jetzt stehende Wellen ausbilden, ist ganz analog dem in 382 angegebenen. Das freie Ende eines Drahtes

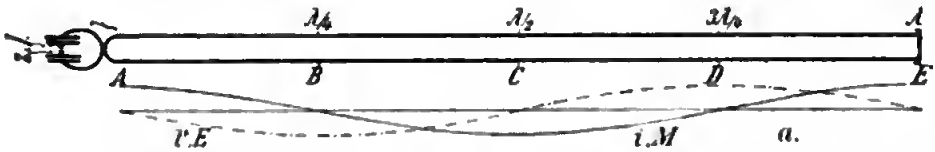


Fig 598.

ist für die elektrischen Wellen dadurch charakterisiert, daß an denselben der Strom dauernd Null sein muß. Werden aber die beiden Leitungen durch einen kurzen Draht, wie oben bei E, überbrückt, so muß dauernd an der betreffenden Stelle die Spannung zwischen den beiden Leitungen, wenn auch nicht Null, so doch sehr gering sein. Was also am freien Ende für den Strom galt, muß an der Brücke wenigstens annähernd für die Spannung gelten: es muß an der Brücke die Welle reflektiert werden, und zwar so, daß an der Brücke ein Spannungsknoten und demnach ein Stromhauch entsteht.

b. Diese Reflexion erklärt auch folgende Beobachtung. Bei dem Versuch von Fig. 593 ist zwischen den Punkten C und C_1 eine merkliche Spannung nicht vorhanden. Es sollte also die stehende Welle nicht stören, wenn man an dieser Stelle mit einem Draht überbrückt. Tatsächlich findet man, daß dann auch noch hinter der Brücke*) stehende Wellen von genau derselben Form wie vorher vorhanden sind**). Aber die Amplitude derselben ist viel geringer als vorher, eben weil der weitaus größte Teil der fortschreitenden Wellen an der Brücke reflektiert wird.

*) D. h. in dem Teil der Leitung, der über $C C_1$ hinaus in der Richtung auf $D D_1$ liegt.

**) Zu diesem Versuch verlängert man am besten die Leitung A D bezw. $A D_1$ noch um eine Wellenlänge.

385. Messung von Fortpflanzungsgeschwindigkeit oder Schwingungszahl durch stehende Wellen.

a. Das Resultat, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Wellen längs zweier paralleler Drähte bei genügend hoher Wechselzahl (Grenzfall I [374]) gleich der Lichtgeschwindigkeit ist, war oben [374] in sehr indirekter Weise abgeleitet worden. Eine direkte experimentelle Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist aber mit Hilfe von stehenden Wellen möglich und zwar in folgender Weise. Man stellt die Anordnung von Fig. 593, 594 oder 598*) her und mißt

(1) die Wechselzahl n durch photographische Aufnahme des Funkenbilds im rotierenden Spiegel [210c],

(2) die Wellenlänge λ der stehenden Welle, indem man etwa den Abstand der Spannungsbäuche mit Geißlerröhren oder genauer durch bolometrische Methoden bestimmt.

Dann folgt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{n\lambda}{2} \text{ [360b]} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

als Produkt experimentell ermittelter Größen.

Im Prinzip nach dieser Methode ist die einzige direkte Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit durch J. Trowbridge und W. Duane[105]) ausgeführt worden. Sie fanden bei einer Wechselzahl von ca. $10^7/_{\text{sec.}}$ als Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Mittel 3,003 .

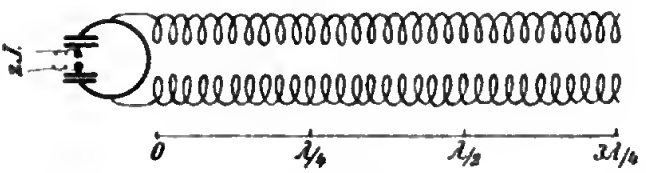


Fig. 599.

$10^{10}\ ^{\text{cm}}/_{\text{sec}}$, während die besten Messungen für die Lichtgeschwindigkeit im Mittel 2,999 . $10^{10}\ ^{\text{cm}}/_{\text{sec.}}$[256]) ergeben haben.

b. Ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bekannt, dann ergeben umgekehrt Messungen der Wellenlänge von stehenden Wellen unmittelbar die Wechselzahl der Schwingung. Bei der Ausführung derartiger Messungen ist die Anordnung Fig. 598 (Reflexion an einer

*) Man verschiebt zu dem Zweck die Brücke so lange, bis man saubere stehende Wellen erhält.

Brücke) derjenigen von Fig. 593 oder 594 (Reflexion am freien Drahtende) vorzuziehen. Im letzteren Falle büßt die Welle am freien Ende auch bei Doppeldrähten Energie durch Strahlung ein, was leicht zu einer Unschärfe der stehenden Welle führt.

Die angegebene Methode zur Bestimmung der Wechselzahl ist ganz besonders wichtig bei Kondensatorkreisen, deren Wechselzahl

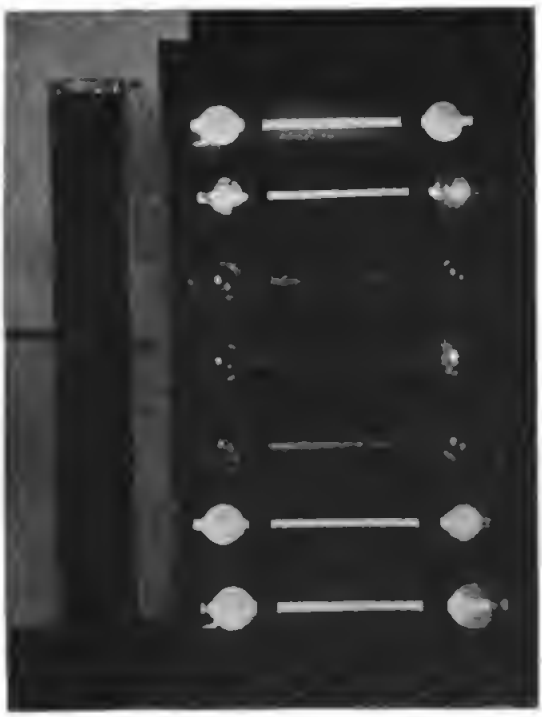


Fig. 600.

Fig. 601.

von der Größenordnung $10^8/_{sec.}$ und darüber ist. Die für den kleinen Kondensatorkreis in 213 angegebene Wechselzahl ist auf diese Weise bestimmt worden*).

386. Stehende Wellen längs Spulen[266]).

a. Eine Anordnung, um stehende Wellen längs Spulen**) herzustellen, war schon in 350 beschrieben. Für die Auffassung der dortigen Versuche gilt natürlich das in 383a Ausgeführte ebenfalls.

Die Anordnungen in 350 würden bei geradlinigen Drähten dem

*) Mit Hilfe von stehenden Wellen kann auch das Dekrement von Kondensatorkreisen sehr hoher Wechselzahl bestimmt werden[192]).

**) Ueber die Vorteile von Spulen gegenüber geraden Drähten vgl. 369d.

Fall entsprechen, daß man für die stehenden Wellen einen einfachen Draht benützt (Fig. 523 ff.). Bei Spulen tritt aber, da sie sehr wenig Energie durch Strahlung verlieren [339 b], der Mangel, den diese Anordnung bei geraden Drähten besitzt [383 a], sehr zurück. Das Analogon zum Lecher'schen System — zwei parallele Drähte — erhält man bei Spulen durch die in Fig. 599 gezeichnete Anordnung,

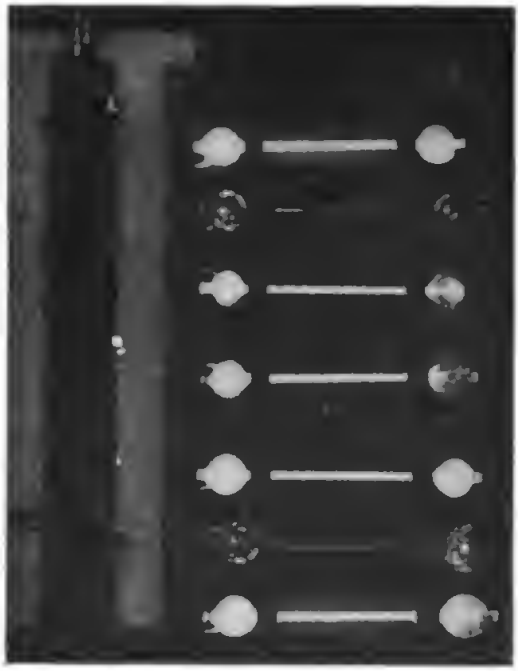


Fig. 602.

Fig. 603.

die von F. Braun häufig bei Vorträgen benützt wurde und sehr intensive stehende Wellen liefert.

b. Mit der Anordnung von Fig. 511 oder 534 kann der Satz, daß die Knoten der elektrischen Feldintensität außerhalb der Drähte den Bäuchen der magnetischen Feldintensität entsprechen [382 c], auch für Spulen der in Fig. 529 abgebildeten Form in sehr anschaulicher Weise verifiziert werden. Zu diesem Zweck bringt man außen an den Spulen Geißlerröhren an, welche die Knoten und Bäuche der elektrischen Feldintensität dort anzeigen (Fig. 529). Um die Knoten und Bäuche der magnetischen Feldintensität im Innern der Spule nachzuweisen, verfährt man ähnlich wie in 383 d: zwischen die Enden einer flachen, womöglich auf die Schwingung abgestimmten kleinen Spule wird eine Geißlerröhre eingeschaltet, die Spule mit Röhre an Schnüren befestigt und in das Innere der großen Spule hineingelassen.

Die an der kleinen Spule befestigte Röhre leuchtet dann gerade an denjenigen Stellen am stärksten, an denen die außerhalb der großen Spule befindlichen Röhren nicht leuchten und umgekehrt.

c. Mit Hilfe von Spulen[267]) kann auch illustriert werden, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und damit bei vorgegebener Wechselzahl die Wellenlänge umso kleiner ist, je größer der Selbstinduktions-

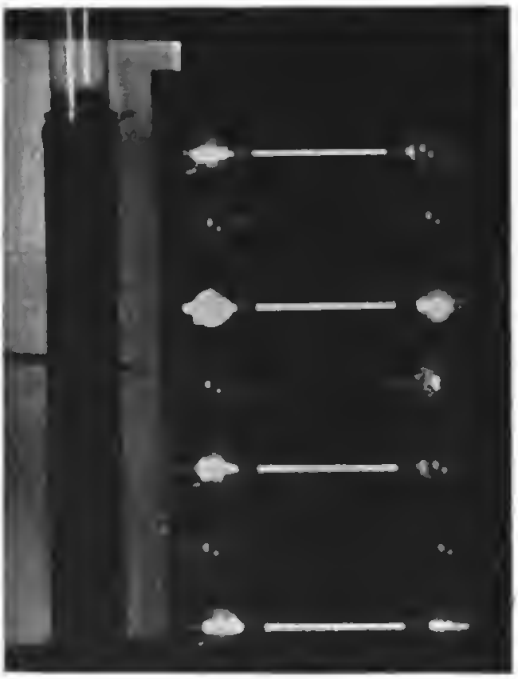


Fig. 604

Fig. 605.

koeffizient und die Kapazität pro Längeneinheit ist [vgl. bei geraden Drähten 374a]. Man läßt auf eine Spule, die etwa auf einen Glaszylinder gewickelt ist*), einen Kondensatorkreis in loser Koppelung induzieren (Fig. 534) und reguliert dessen Wechselzahl so, daß er in Resonanz ist mit der Grundschwingung der Spule. Diese wird dann kräftig erregt, d. h. es bildet sich auf ihr eine stehende Welle aus, derart daß eine halbe Welle in der Spule liegt. Die seitlich an der Spule angebrachten Geißlerröhren zeigen das Bild von Fig. 600, das der strichpunktierten Spannungskurve von Fig. 601 entspricht.

Nun wird in das Innere der Spule eine Glasröhre gebracht, die in Paraffin eingeschmolzenes Graphitpulver enthält. Da dieses Gemisch

*) Die Spule bestand aus baumwollumsponnenem Draht von 0,4 mm Durchmesser. Durchmesser der Windungen 5,2 cm, Spulenhöhe 36,5 cm.

eine bedeutend größere Dielektrizitätskonstante als die Luft besitzt, so wird dadurch die Kapazität pro Längeneinheit vergrößert. Bei geschickter Wahl des Radius der Röhre*) mit dem Graphit zeigen die Geißlerröhren an der Spule das Bild von Fig. 602, d. h. die Spannungsverteilung von 603**). Die stehenden Wellen haben viel kürzere Wellenlänge. Da die Wechselzahl dieselbe geblieben ist, so muß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit kleiner geworden sein.

Wird die Röhre mit dem Graphit durch eine solche ersetzt, die eine Mischung von Paraffin und Eisenpulver von etwa derselben Dielektrizitätskonstanten wie das Graphit enthält, so bekommt man bei günstiger Anordnung jetzt das Bild Fig. 604, die Spannungsverteilung von 605**). Zu der Steigerung der Kapazität pro Längeneinheit ist jetzt durch die Permeabilität des Eisenpulvers auch noch eine Steigerung des Selbstinduktionskoeffizienten pro Längeneinheit hinzugekommen: die Folge ist eine weitere Verminderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

387. Uebergang einer Welle von einem geraden Draht zu einer Spule.

a. Es liege die Anordnung von Fig. 606 vor. Jeder der beiden Drähte besteht aus einer ganzen Wellenlänge, eine stehende Welle bildet sich deshalb nicht aus. Wird nun aber bei D, d. h. im Abstand $\frac{3\lambda}{4}$ vom Kondensatorkreis, je eine enggewickelte Spule am besten mit Eisenkern eingeschaltet, so bilden sich auf dem Stück A D sofort stehende Wellen der in Fig. 606a gezeichneten Form aus: sie besitzen an der Spule einen Stromknoten und demnach Spannungsbauch. Es muß also an der Spule die Welle reflektiert werden.

b. Der Grund dafür, daß die Welle nicht einfach ohne Aenderung ihrer Amplitude von dem geraden Draht auf die Spule übergeht, liegt in den Beziehungen von 378. Solange die Welle auf den geraden Drähten sich fortpflanzt, gilt für ihre Strom- und Spannungsamplitude

$$\frac{i_{10}}{\mathfrak{P}_{10}} = \sqrt{\frac{c_1}{p_1}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

solange sie auf der Spule sich befindet,

*) Innerer Radius der Röhre gleich 3.8 cm. Es war so viel Graphit mit Paraffin zusammengeschmolzen worden, daß sich eben noch ein gleichmäßiger Brei herstellen ließ.

**) Oder es muß die Wechselzahl des Kondensatorkreises erniedrigt werden, damit wieder das Bild von Fig. 600 zum Vorschein kommt.

$$\frac{i_{20}}{\mathfrak{V}_{20}} = \sqrt{\frac{c_2}{p_2}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

wenn die Indices 1 sich auf die geraden Drähte, die Indices 2 sich auf die Spulen beziehen. Würde die Welle ohne weiteres von den

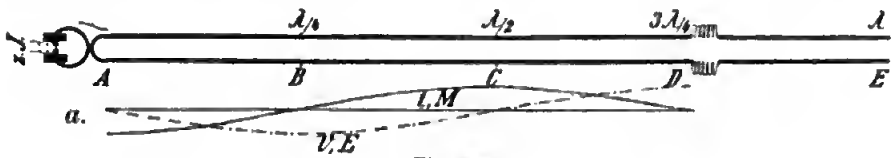


Fig. 606.

Drähten auf die Spule übergehen, so müßte an der Uebergangsstelle sein

$$\left.\begin{aligned} i_{10} &= i_{20} \\ \mathfrak{V}_{10} &= \mathfrak{V}_{20} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Diese Bedingung und diejenigen von Gl. (1) und (2) widersprechen sich aber, sobald c_1/p_1 verschieden ist von c_2/p_2.

Daraus folgt: Stoßen zwei Leitungen aneinander, so ist es unmöglich, daß die Welle ohne Aenderung von der einen auf die andere Leitung übergeht, sobald das Verhältnis von Selbstinduktionskoeffizient zu Kapazität pro Längeneinheit in beiden Leitungen verschieden ist*).

c. Daß infolge davon jedesmal ein Teil der Welle an der Uebergangsstelle reflektiert wird, kann aus dem Gesagten nicht ohne weiteres geschlossen werden. Im vorliegenden Fall, gerader Draht und enggewickelte Spule, ist es nach früheren Erfahrungen im höchsten Grade wahrscheinlich.

Bei der enggewickelten Spule ist nach **291 a** die Kapazität pro Längeneinheit viel kleiner, der Selbstinduktionskoeffizient viel größer als bei geraden Drähten, demnach ist auch $\sqrt{c_2/p_2}$ viel kleiner als $\sqrt{c_1/p_1}$, also auch $\frac{i_{20}}{\mathfrak{V}_{20}}$ viel kleiner als $\frac{i_{10}}{\mathfrak{V}_{10}}$. In der Spule ist also das Verhältnis von Stromamplitude zu Spannungsamplitude relativ sehr klein. Es muß dann auch an der Uebergangsstelle vom geraden Draht zur Spule, d. h. am Ende der geraden Drähte, dasselbe gelten: am Ende der geraden Drähte muß die Stromamplitude im Verhältnis

*) Das trifft z. B. auch zu, wenn man bei einer geraden Leitung an einer Stelle den Abstand der Drähte vergrößert und damit den Selbstinduktionskoeffizienten pro Längeneinheit steigert, die Kapazität vermindert[265]).

zur Spannungsamplitude relativ zu anderen Stellen der Drähte dauernd sehr klein bleiben.

Der Fall, daß die Stromamplitude am Ende dauernd Null bleiben muß, ist aus 382 bekannt, als die Drähte frei endigten. Daß der Fall, in dem die Stromamplitude am Ende relativ zu anderen Stellen dauernd sehr klein bleiben muß, wenigstens nicht qualitativ von jenem verschieden ist, ist sehr wahrscheinlich. Es ist also zu erwarten, daß auch beim Uebergang einer Welle von einem geraden Draht zu einer enggewickelten Spule eine Reflexion der Welle zu stande kommt derart, daß bei der dadurch hervorgerufenen stehenden Welle an der Uebergangsstelle ein Stromknoten und damit Spannungsbauch liegt. Das war es aber, was in a tatsächlich beobachtet wurde.

d. Praktische Verwendung.

Von der Eigenschaft der Spulen, elektrische Wellen zu reflektieren, kann Gebrauch gemacht werden, um elektrische Wellen von irgend welchen Apparaten fernzuhalten. In Fig. 497 (S. 607) war z. B. an eine Spule S, in welcher schnelle Schwingungen vorhanden waren, ein Bolometer und an dieses eine Leitung angeschlossen, welche zu einem Galvanometer führte. Längs dieser Leitung werden sich also im allgemeinen Wellen fortpflanzen und es liegt die Gefahr vor*), daß infolge dieser Wellen zwischen den Spulen des Galvanometers wegen der großen Induktanz derselben so hohe Spannungen auftreten, daß Funken zwischen den Galvanometerwindungen überschlagen und sie beschädigen.

In solchen und ähnlichen Fällen empfiehlt es sich, in die Leitung Spulen mit Eisenkernen einzuschalten. Diese reflektieren den größten Teil der Welle und von dem Rest wird der größte Teil in denselben absorbiert.

Zur Demonstration dieser Wirkung der Spulen ersetzt man am besten das Galvanometer durch die Sekundärspule eines kleinen Induktors (Ind. auf der rechten Seite von Fig. 607) und wendet die Schaltung von Fig. 607 an. Solange hier die Spulen S nicht eingeschaltet sind, erhält man, sobald der Kondensatorkreis in Schwingungen versetzt wird, an der Funkenstrecke F_2 große Funken. Werden die Spulen aber an ihren Platz gebracht, so zeigen sich zwar noch an der Funkenstrecke F_1 Funken der früheren Länge, aber an der Funkenstrecke F_2 sind nur ganz kleine oder gar keine Funken mehr zu er-

*) Die Gefahr ist allerdings hier nicht gerade sehr groß. Einmal ist die Koppelung überall sehr lose nnd dann ist die Schaltung des Bolometers absichtlich derart [43 c], daß sie für das Zustandekommen dieser Wellen möglichst ungünstig ist.

halten. Ein Versuch ergab z. B. vor Einschalten der Spulen bei F_2 Funken von 6,6 mm Länge, als die Spulen eingeschaltet waren, bei F_1 etwa auch 6,6 mm, bei F_2 aber nur 0,4 mm lange Funken. Und

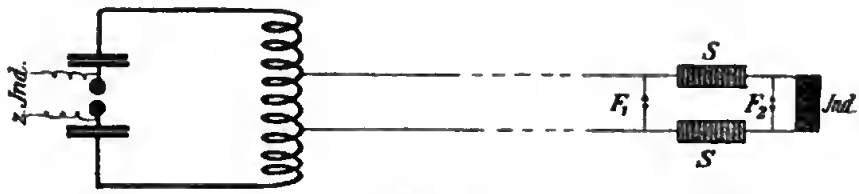


Fig. 607.

als die Spulen noch mit Eisenkern versehen wurden, so verschwanden bei F_2 auch diese Funken. Die Spulen hätten also genügt, um irgend einen Apparat vollkommen gegen die Wirkung der an sich sehr kräftigen Wellen zu schützen.

388. Uebergang einer Welle von Drähten zu Leitern großer Fläche.

a. Die Leitung bestehe wieder jederseits aus einer ganzen Wellenlänge; einigermaßen kräftige stehende Wellen kommen also nicht zu stande. Nun werden im Abstand $\lambda/2$ von dem Kondensatorkreis die zwei großen Blechzylinder eingeschaltet (Fig. 608), die schon bei den Versuchen von 280 verwendet wurden. Es treten nun stehende Wellen auf ungefähr von der in Fig. 608a abgebildeten Form.

Nach Tab. II g und VIII **d** am Schluß des Buches muß für zwei dicke Zylinder die Kapazität pro Längeneinheit viel größer, der Selbstinduktionskoeffizient viel kleiner, demnach das Verhältnis $\sqrt{c/p}$ viel größer sein als bei dünnen Drähten. Daß dieses Verhältnis überhaupt ver-

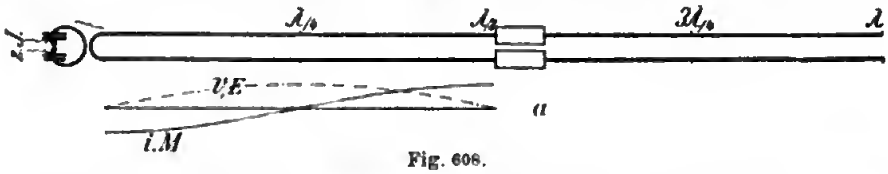


Fig. 608.

schieden ist, verhindert nach **387 b**, daß die Wellen ohne weiteres von den Drähten auf die Zylinder übergehen. Es ist zu erwarten, daß die Wellen zum Teil an den Zylindern reflektiert werden. Da das Verhältnis bei den Zylindern größer ist als bei den Drähten, so ist es nach **387 c** und **384** wahrscheinlich, daß bei der Reflexion an den Zylindern für die Stromwelle dasselbe gilt, was bei den Spulen für die Spannungswelle galt, d. h. daß an den Zylindern ein Bauch der Stromwelle liegen wird.

b. Ganz ähnliche Verhältnisse wie in dem Versuch von Fig. 608 bekommt man, wenn man an das Ende einer Leitung, längs deren sich eine elektrische Welle fortpflanzt, einen Körper von großer Fläche und damit großer Kapazität anschließt. Die Stromänderungen am Ende des Drahts können dann dort nur sehr geringe Spannungsänderungen zur Folge haben, so daß also am Ende des Drahts das Verhältnis von Spannungsamplitude zur Stromamplitude viel kleiner wird als auf dem übrigen Draht. Es ist demnach wahrscheinlich, daß auch

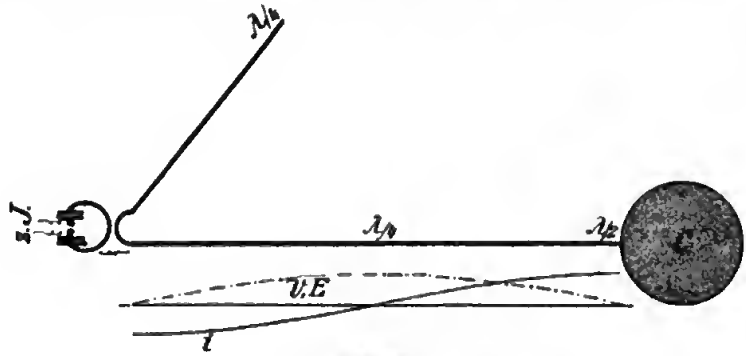


Fig. 609.

an einem solchen Körper von großer Fläche die Welle reflektiert werden wird, und zwar so, daß an demselben ein Strombauch liegt.

Der Versuch bestätigt das. Bei der Anordnung von Fig. 609 erhält man, nachdem die Kapazität C (Ofen) angeschlossen ist, stehende Wellen auf dem Draht, die in der Nähe dieser Kapazität einen Strombauch und damit Spannungsknoten besitzen*).

c. Eine solche Reflexion von Wellen muß jedenfalls auch auftreten, wenn eine Leitung, längs deren sich elektromagnetische Wellen fortpflanzen, an die Erde gelegt wird, und zwar besitzt die stehende Welle einen Strombauch bezw. Spannungsknoten in der Nähe der Erde. Diese Reflexion an der Erde war der Grund, weshalb in **369** angegeben war, man solle die Leitung zur Erde so lang wie möglich machen: sie sollte so lang sein, daß die Wellen, bis sie zur Erde gelangen, schon zum größten Teil absorbiert sind. Da diese Absorption nach **376 c** bei einem einfachen Draht viel rascher eintritt als bei Doppeldrähten, so war die Verwendung eines einfachen Drahtes dort empfohlen.

*) Dadurch kommen auch die in **280** und **281** beschriebenen Versuche in ein anderes Licht. Auch dort sind tatsächlich stehende Wellen vorhanden. Aus der Form derselben (vgl. Fig. 434, 435 und 436, insbesondere auch die gestrichelten Linien) kann wenigstens annähernd die Wellenlänge und Wechselzahl ermittelt werden.

389. Uebergang von einem Medium zum anderen.

a. Die Leitung bestehe wieder jederseits aus einer ganzen Wellenlänge; stehende Wellen sind also nicht zu bemerken. Wenn aber bei C (Fig. 610) die Leitung durch einen Trog*) mit Wasser geführt

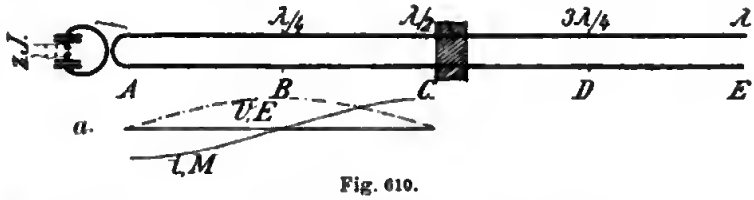


Fig. 610.

wird, so treten zwischen A und C stehende Wellen auf von ungefähr der in Fig. 610a angegebenen Form.

Daß an dem Uebergang von Luft zu Wasser eine Reflexion auftritt, muß nach den Beziehungen von **378b** einerseits, nach **387** und **388** andererseits sehr plausibel erscheinen. In Luft gilt

$$\frac{E_{10}}{M_{10}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}},$$

im Wasser

$$\frac{E_{20}}{M_{20}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}},$$

wenn E_1, M_1 bezw. E_2, M_2 die elektrische und magnetische Feldintensität in Luft bezw. Wasser, und μ_0, ε_0, μ, ε Permeabilität und Dielektrizitätskonstante der beiden Medien bezeichnen. Nun ist nach Tab. I $\varepsilon = \text{ca. } 81\,\varepsilon_0$,
also

$$\frac{E_{20}}{M_{20}} = \frac{1}{9} \cdot \frac{E_{10}}{M_{10}},$$

d. h. also, die elektrische Feldintensität ist im Verhältnis zur magnetischen beim Wasser viel geringer als bei Luft. Die Verhältnisse liegen also hier ganz ähnlich wie in **388**: es ist nach den dortigen anzunehmen, daß auch hier eine Reflexion der Wellen eintritt, und zwar so, daß an der Uebergangsstelle von der Luft zum Wasser oder wenigstens in der Nähe derselben ein Knoten der elektrischen Feldintensität und damit der Spannung und damit ein Bauch der magnetischen Feldintensität oder des Stroms liegt, wie es tatsächlich beobachtet wurde.

*) Gut geölte und gedichtete Holzkiste.

b. Nun lege man an den Anfang des Trogs bei C eine Brücke*), um den Knoten der elektrischen Feldintensität möglichst genau an diesen Punkt zu bringen [384]. Auf dem Teil CE sind dann noch

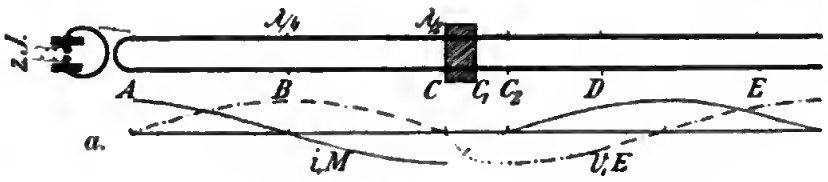


Fig. 611.

keine stehenden Wellen vorhanden. Verlängert man aber den Teil CE über E hinaus um 1 m**), so treten jetzt auch hier (Fig. 611) stehende Wellen der in Fig. 611a gezeichneten Form, aber von ziemlich geringer Amplitude, auf. Es ist deshalb nicht gut anders möglich, als daß auch der Teil CC_2 eine Viertelwellenlänge beträgt***). Es müssen demnach, da $C_1C_2 = 1$ m und $CC_1 = 1$ m ist, 1 m in Wasser + 1 m in Luft entsprechen 10 m in Luft, d. h. in der gleichen Zeit durchlaufen werden wie diese. Daraus folgt aber, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Wasser muß 9mal kleiner sein als diejenige in Luft.

Aus Versuchen dieser Art folgt mit Rücksicht auf 374 Gl. (4), daß die Dielektrizitätskonstante des Wassers 81mal größer ist als diejenige der Luft. Solche Versuche bieten eine Methode†), um die Dielektrizitätskonstante von Flüssigkeiten bei hohen Wechselzahlen und ihre Abhängigkeit von der Wechselzahl zu bestimmen, und zwar auch dann noch, wenn die Flüssigkeiten ein nicht unbeträchtliches Leitvermögen besitzen.

---

*) Die Leitung vor (vom Kondensatorkreis aus gesehen) dieser Brücke muß für sich in Resonanz mit der Schwingung sein.

**) Bei einer Länge AB = BC = CD = DE = 10 m; Länge des Trogs gleich 1 m.

***) Daß auf der Strecke CC_2 nicht etwa mehrere Wellenlängen vorhanden sind, kann leicht gezeigt werden.

†) Es ist im Prinzip die Methode, mit welcher E. Cohn und später E. Cohn und P. Zeeman[269]) die Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten von Wasser nnd Elektrolyten ausgeführt haben.

Kapitel XVIII.

Erzeugung elektromagnetischer Wellen in Luft.

390. Allgemeines.

In 276 und 288 waren Angaben gemacht worden über die Richtung des elektrischen und magnetischen Felds eines Oszillators, allerdings mit der ausdrücklichen Beschränkung, daß das Gesagte nur für die unmittelbare Nachbarschaft des Oszillators und auch da nur annähernd gelten sollte. Diese Beschränkung war sehr notwendig: es wird sich zeigen, daß in einigermaßen beträchtlicher Entfernung vom Oszillator die elektrischen und magnetischen Intensitätslinien ganz anders verlaufen, als es nach den früheren Angaben scheinen konnte.

Die dortigen Angaben beruhten auf der Voraussetzung:

(1) Das elektrische Feld ist dasjenige, welches der momentanen Ladung des Oszillators entsprechen würde, wenn diese dauernd wäre.

(2) Das magnetische Feld ist dasjenige, welches der momentane Strom im Oszillator hervorrufen würde, wenn er unverändert fortbestände.

Tatsächlich muß aber das magnetische Wechselfeld notwendig auch ein elektrisches Feld zur Folge haben; das elektrische Feld ist also nicht nur durch die momentane Ladung, sondern auch durch das magnetische Feld bestimmt. Andererseits hat das elektrische Wechselfeld wieder ein magnetisches zur Folge; für das magnetische Feld ist also nicht nur der Strom im Oszillator, sondern auch das elektrische Wechselfeld maßgebend.

b. Trotzdem ist es nicht undenkbar, daß in erster Näherung das elektrische Feld doch nur durch die Ladung auf dem Oszillator bestimmt wäre. Es könnte die elektrische Wirkung des magnetischen Feldes so gering sein, daß sie nicht in Betracht kommt. Derartige Fälle waren ja schon früher besprochen worden. Aber auch das ist nicht möglich.

Digitized by Google

Nehmen wir z. B. als Oszillator den Hertz'schen von Fig. 423 S. 499, einen geraden Draht mit zwei Kugeln am Ende, an. Es muß dann das elektrische Feld, das von der Ladung auf den Kugeln herrührt, in der Aequatorialebene*) des Oszillators abnehmen umgekehrt proportional der dritten Potenz**) der Entfernung r vom Oszillator, d. h. $\sim \frac{1}{r^3}$. Die Amplitude des magnetischen Felds, welches vom Strom im Oszillator hervorgerufen würde, wenn dieser konstant wäre, müßte, wie die Theorie zeigt[270]), abnehmen wie $\frac{1}{r^2}$. Dasselbe müßte dann auch für das elektrische Feld gelten, welches durch dieses magnetische Feld induziert wird, da dessen Amplitude unter sonst gleichen Umständen der Amplitude des magnetischen Feldes proportional ist. Es nimmt also das durch dieses magnetische Feld induzierte elektrische Feld mit der Entfernung vom Oszillator viel lang-

*) D. h. in der Ebene, die senkrecht znm Draht durch dessen Mitte gelegt ist.

**) Im Punkt P der Aeqnatorialebene hat die elektrische Feldintensität E_1, die von der Kugel mit der Ladung + e hervorgerufen wird, die Richtung von r_1 (Fig. 612) und es ist

$$E_1 = \frac{e}{4\pi\varepsilon \cdot r_1^2} \quad [16\,e]$$

(ε = Dielektrizitätskonstante des Medinms, in dem sich der Oszillator befindet).

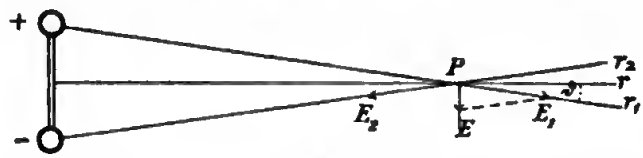


Fig. 612.

Das Feld in P, das von der negativen Ladung — e auf der anderen Kugel herrührt, hat die Richtung entgegen r_2 und dieselbe Größe

$$E_2 = \frac{e}{4\pi\varepsilon \cdot r_2^2} = \frac{e}{4\pi\varepsilon \cdot r_1^2}.$$

Die Komponenten von E_1 und E_2 in der Richtung von r heben sich auf und es bleibt nur die Komponente senkrecht zn r

$$= (E_1 + E_2) \sin\vartheta = \frac{2e}{4\pi\varepsilon \cdot r_1^2} \cdot \frac{l/2}{r_1} = \frac{el}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{\left[\sqrt{r^2 + l^2}\right]^3}$$

(l = Länge des Oszillators). In großem Abstand vom Oszillator ist l^2 gegen r^2 zu vernachlässigen und es bleibt dann für die resultierende Feldintensität in der Aequatorebene

$$E = \frac{el}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{r^2}.$$

samer ab als das von der Ladung des Oszillators herrührende. Es mag also das Verhältnis der beiden elektrischen Felder in unmittelbarer Nähe des Oszillators sein, welches es will: mit wachsender Entfernung vom Oszillator muß allmählich das induzierte elektrische Feld immer mehr an Bedeutung zunehmen und schließlich über das von der Ladung herrührende überwiegen.

Das elektrische Feld ist demnach in großer Entfernung auch nicht mehr annähernd durch die Ladung des Oszillators bestimmt; es können demnach die Angaben von Kap. XII in großer Entfernung vom Oszillator nicht mehr gültig sein.

§ 1. Die Wellen des Hertz'schen Oszillators.

391. Das elektrische Feld des ungedämpften Oszillators.

Wie das elektrische Feld bei einem Hertz'schen Oszillator, dem Typus eines Oszillators mit annähernd quasistationärer Strömung, tatsächlich beschaffen ist, hat Hertz[271]) theoretisch abgeleitet unter der Annahme einer ungedämpften Schwingung. Seine Resultate sind in den folgenden Figuren zusammengestellt.

a. Zuerst wollen wir uns nur um die Vorgänge in der Nähe des Oszillators kümmern. Die Induktionslinien in größerer Entfernung vom Oszillator sind deshalb in den Fig. 613 ff. gar nicht eingezeichnet[272]). Wir gehen aus von dem Moment, in welchem auf dem Oszillator keine Ladung vorhanden ist: er sendet dann keine elektrischen Induktionslinien aus und auch in seiner unmittelbaren Umgebung ist ein merkliches elektrisches Feld nicht vorhanden (Fig. 613). Während der folgenden Achtelperiode lädt sich der Oszillator allmählich und zwar soll die obere Kugel eine positive, die untere eine negative Ladung bekommen. Es treten allmählich immer mehr Induktionslinien aus der oberen Kugel aus und in die untere ein. Nach $^1/_8$ der Periode ist der Zustand von Fig. 614, nach $^1/_4$ der Periode derjenige von Fig. 615 und damit das Maximum der Ladung erreicht.

In der folgenden Viertelperiode nimmt die Ladung der Kugeln wieder ab. Aber das elektrische Feld hat durchaus nicht dieselbe Gestalt wie während der ersten Viertelperiode. Wohl ziehen sich die Induktionslinien, die sich in unmittelbarer Nähe des Oszillators befinden, ohne merkliche Gestaltsänderung in die Kugeln zurück (vgl. Fig. 616, welche den Zustand nach $^3/_8$ der Periode darstellt). Aber

die anderen Induktionslinien fangen an sich einzuschnüren und schließlich sich ganz vom Oszillator abzuschnüren. In Fig. 616 z. B.

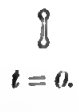


Fig. 613.

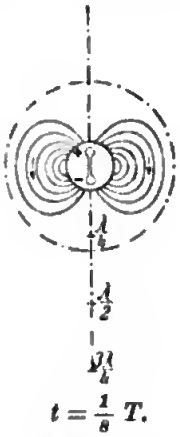


Fig. 614 *).

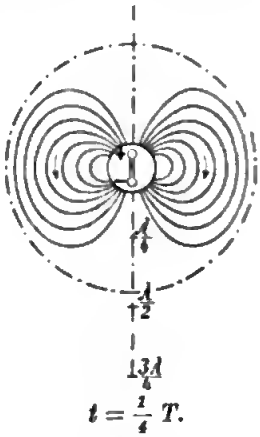


Fig. 615.

hat sich eine Induktionslinie schon ganz abgeschnürt, eine andere ist eben daran, es zu tun und bei anderen bereitet sich dieser Prozeß ebenfalls vor. Das geht immer weiter, bis am Ende der zweiten

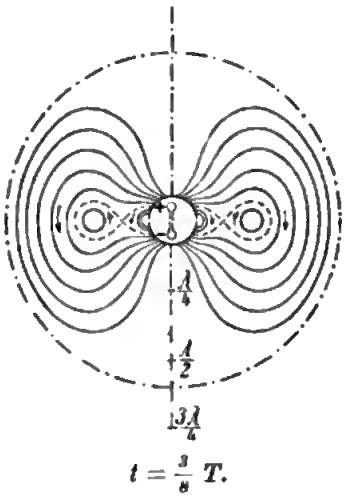


Fig. 616.

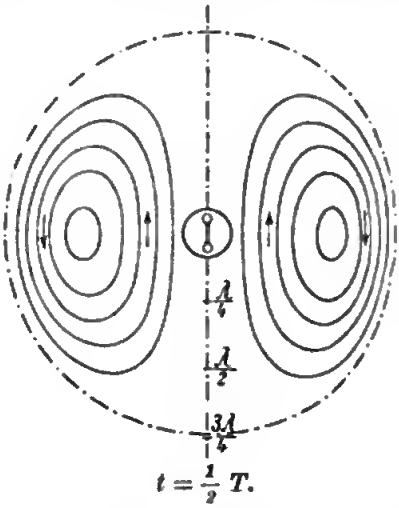
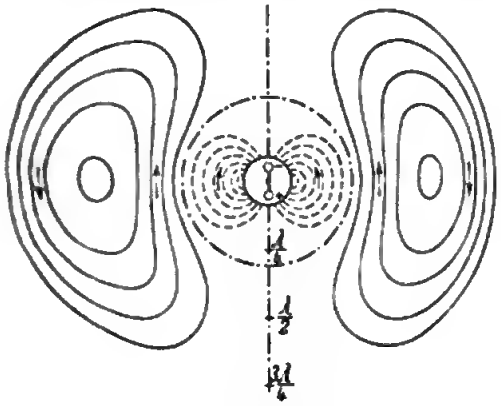


Fig. 617.

Viertelperiode (Fig. 617) alle Induktionslinien sich entweder vom Oszillator abgeschnürt oder in ihn zurückgezogen haben.

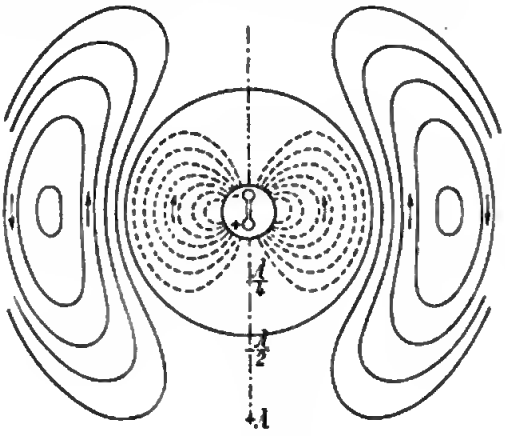
*) Der ausgezogene Kreis, in den bei dieser und den folgenden Figuren der Oszillator eingeschlossen ist, bedeutet nur, daß der Verlauf der Induktionslinien innerhalb desselben aus den Berechnungen von Hertz nicht entnommen werden kann.

b. In der nächsten halben Periode wiederholt sich in der Nähe des Oszillators alles, wie es eben geschildert wurde, mit dem einzigen



$t = \frac{5}{8}\,T.$

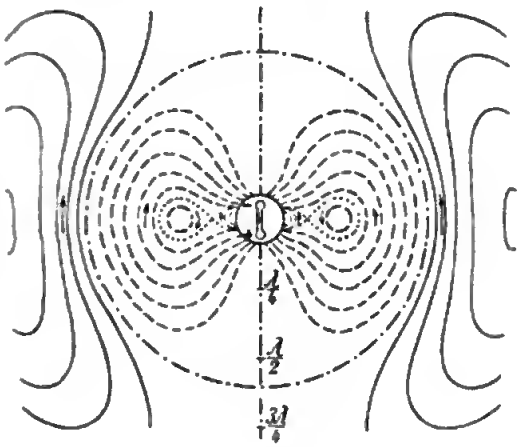
Fig. 618.



$t = \frac{3}{4}\,T.$

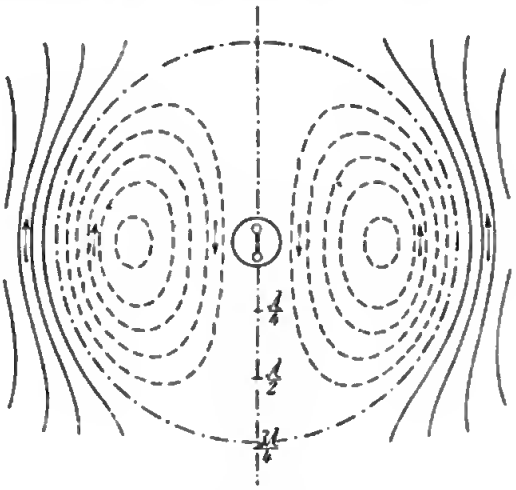
Fig. 619.

Unterschied, daß nun die obere Kugel sich negativ, die untere positiv lädt, demnach das Vorzeichen der Induktionslinien in unmittelbarer Nähe des Oszillators gerade entgegengesetzt wird wie vorher. Diese



$t = \frac{7}{8}\,T.$

Fig. 620



$t = T.$

Fig. 621.

Induktionslinien sind in den Fig. 618 bis 621 gestrichelt. Von ihnen soll im folgenden nicht mehr die Rede sein.

Was interessiert, ist das Schicksal derjenigen Induktionslinien, welche sich vom Oszillator abgeschnürt haben. Was aus ihnen wird, ist aus den Fig. 618, 619, 620 und 621 zu ersehen, welche den

Zustand nach $^5/_8$, $^6/_8$, $^7/_8$ und $^8/_8$ der ganzen Periode darstellen. Die Induktionslinien entfernen sich immer weiter vom Oszillator und nehmen gleichzeitig — abgesehen von der Richtung der Oszillatorachse — immer mehr eine Form an, wie wenn sie die beiden Hälften von Kreisen bildeten.

c. Der Prozeß, der im vorhergehenden beschrieben wurde, geht nun immer weiter fort. Immer neue Induktionslinien kommen aus dem Oszillator heraus, schnüren sich ab und wandern vom Oszillator, und zwar tatsächlich ungefähr mit Lichtgeschwindigkeit, hinaus in den Raum. Dabei nehmen die in der Nähe der Aequatorebene gelegenen Teile der Induktionslinien immer mehr die Form von Kreisbögen an.

Was für die Induktionslinien einer einzigen durch die Oszillatorachse gelegten Meridianebene, z. B. die Zeichenebene der Fig. 613 ff., gilt, gilt natürlich ebenso für alle anderen. Die Gesamtheit der Induktionslinien bildet also immer mehr die Hälften von Kugeloberflächen. In sehr großer Entfernung vom Oszillator, wo der Radius dieser Kugeln sehr groß ist, können die Induktionslinien auf nicht zu große Strecken als Gerade, nicht zu große Teile der Kugeln als Ebenen betrachtet werden.

d. Die elektrische Feldintensität längs jeder Induktionslinie muß in derselben Phase sein, wie eine einfache Ueberlegung zeigt. Die Kugeloberflächen sind also auch gleichzeitig Flächen gleicher Phase für die elektrische Feldintensität. Flächen gleicher Phasen werden allgemein als *„Wellenflächen“* *) bezeichnet. Wellen, deren Wellenflächen Kugeloberflächen sind, nennt man *„Kugelwellen“*, solche, deren Wellenflächen Ebenen sind, *„ebene Wellen“*. Man kann also das Resultat auch so aussprechen: die Wellen, welche der Oszillator aussendet, sind — abgesehen von der Richtung der Oszillatorachse — in großer Entfernung vom Oszillator als Kugelwellen, genügend kleine Teile derselben als ebene Wellen zu betrachten.

392. Das magnetische Feld.

Das magnetische Feld und demnach auch die vom Oszillator ausgesandten magnetischen Wellen bestimmen sich einerseits durch den Strom im Oszillator, andererseits durch das elektrische Wechselfeld. Da die magnetische Wirkung von Strömen und elektrischen Wechsel-

*) Die Richtung senkrecht zu einer Wellenfläche nennt man die *„Fortpflanzungsrichtung“* der Welle in dem betreffenden Punkte.

feldern sich einfach addiert [35 d], so kann man das magnetische Feld und die magnetischen Wellen in zwei Teile zerlegen[273]).

(1) in eine Welle M_1, herrührend von dem Strom im Oszillator,

(2) eine Welle M_2, hervorgerufen durch das elektrische Wechselfeld.

Die Induktionslinien des ersten Felds M_1 sind, da sie ihre Entstehung einem zylindrischen Stromfeld verdanken, jedenfalls in der Umgebung des Oszillators Kreise, deren Achse die Oszillatorachse ist. Sie müssen es auch in größerer Entfernung aus Symmetriegründen bleiben. Die Induktionslinien des zweiten Felds erhält man nach **35 b** richtig, wenn man sich die Induktionslinien des elektrischen Wechselfelds durch Stromlinien ersetzt denkt. Diese müssen nach **391 c** symmetrisch um den Oszillator verteilt sein. Es müssen deshalb aus Symmetriegründen die Induktionslinien auch dieses magnetischen Feldes Kreise um den Oszillator als Achse sein.

Daraus folgt, im Einklang mit der Theorie[271]), daß die Induktionslinien des gesamten magnetischen Felds Kreise sind, deren Achse die Oszillatorachse ist.

In sehr großer Entfernung vom Oszillator werden auch die Radien dieser Kreise sehr groß. Sie können auf eine nicht zu große Strecke als gerade, die magnetische Welle auf einem nicht zu großen Gebiet als eine ebene Welle betrachtet werden.

393. Beziehung zwischen elektrischem und magnetischem Feld.

a. Wäre das elektrische Feld nur durch die Ladung der beiden Oszillatorkugeln bestimmt, so wären für seine Gestalt die Beziehungen

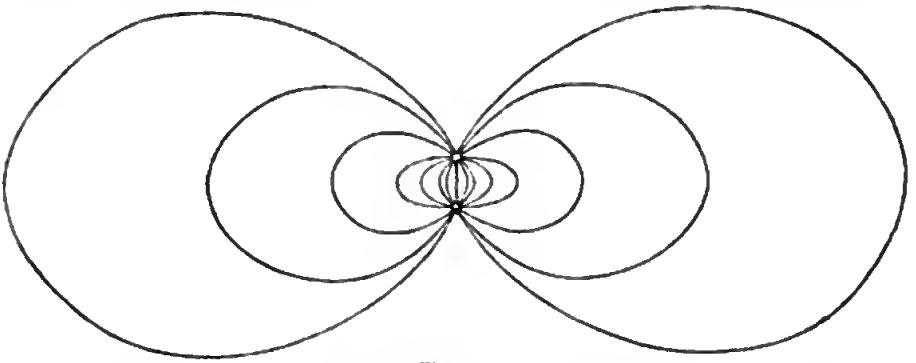


Fig. 622.

von S. 746 (Fußnote **) maßgebend. Die Induktionslinien müßten die Form der Kurven von Fig. 622 haben, das Feld müßte überall gleichphasig sein, eine Welle würde also überhaupt nicht zu stande kom-

men und die Amplitude in der Aequatorebene würde abnehmen wie $1/r^3$, d. h. so wie es die Kurve a in Fig. 623 und Fig. 624 darstellt. Tatsächlich aber ergab sich, abgesehen davon, daß die Ausbreitung

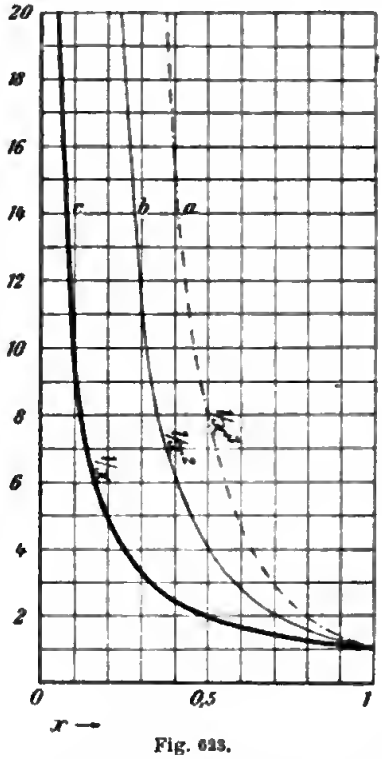


Fig. 623.

des Felds in Form einer Welle erfolgt, das eigentümliche Abschnüren der Induktionslinien, das in der Aequatorebene im wesentlichen durch einen Vorzeichenwechsel der elektrischen Feldintensität charakterisiert ist (vgl. Fig. 616).

Man kann sich dieses Abschnüren der Induktionslinien im Einklang mit den Ergebnissen der Theorie in folgender Weise vorstellen.

b. Vorerst läßt sich die vom Oszillator ausgesandte elektrische Welle in drei Wellen zerlegen [273]):

(1) in eine Welle E_1, welche von der Ladung des Oszillators herrührt,

(2) in eine Welle E_2, welche durch die magnetische Welle M_1 [**392**],

(3) in eine Welle E_3, welche durch die magnetische Welle M_2 [**392**] induziert wird.

Für das Verhältnis, in welchem die Amplituden dieser drei

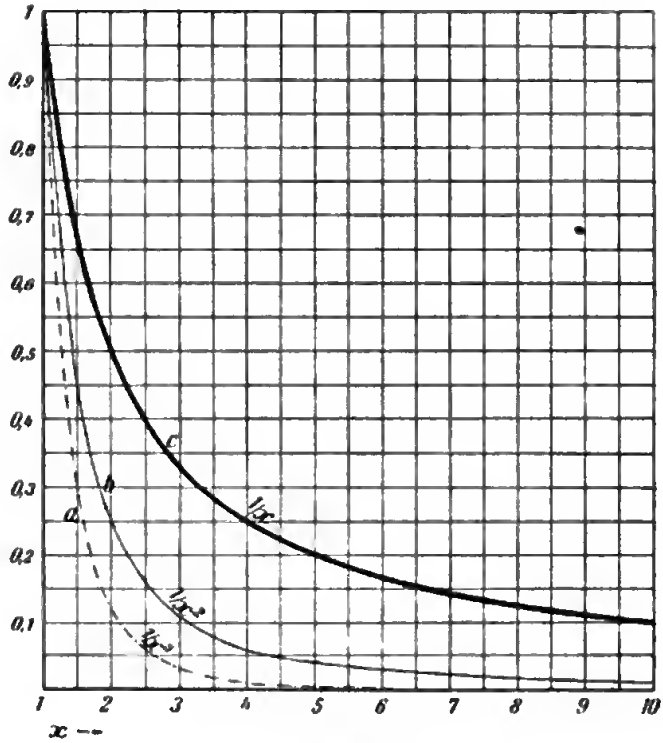


Fig. 624.

Wellen in der Aequatorebene zur Entfernung r vom Oszillator stehen, folgt aus **390 b**, **392** und **394 c**:

$$E_{10} \sim \frac{1}{r^3},$$

$$E_{20} \sim \frac{1}{r^2},$$

$$E_{30} \sim \frac{1}{r}.$$

Die Theorie ergibt, daß

$$E_{10} = \frac{A}{\left(2\pi \frac{r}{\lambda}\right)^3} = \frac{A}{x^3},$$

$$E_{20} = \frac{A}{\left(2\pi \frac{r}{\lambda}\right)^2} = \frac{A}{x^2},$$

$$E_{30} = \frac{A}{\left(2\pi \frac{r}{\lambda}\right)} = \frac{A}{x}.$$

gesetzt werden kann, worin A eine von den Dimensionen und der Spannungsamplitude des Oszillators abhängige Konstante, λ die Wellenlänge der Schwingung bedeutet und x für $2\pi r/\lambda$ geschrieben ist.

Die Kurven der Fig. 623 und 624 stellen den Betrag von $1/x^3$, $1/x^2$, $1/x$ für die verschiedenen Werte von x dar. Aus dem Verlauf dieser Kurven ist das folgende zu schließen.

Da für sehr kleine Werte von x und damit auch von r der Betrag von $1/x^3$ denjenigen von $1/x^2$ und $1/x$ bei weitem überwiegt (Fig. 623), so muß in unmittelbarer Nähe vom Oszillator auch fast nur die Welle E_1 zur Geltung kommen. Hier muß also das elektrische Feld wesentlich durch die elektrische Ladung der Kugeln bestimmt sein. Es bestätigen sich also die früher [287 b] darüber gemachten Angaben annähernd und es erklärt sich, warum in den Fig. 613 ff. das Feld in unmittelbarer Nähe ungefähr ebenso aussieht wie bei konstanter Ladung der beiden Kugeln.

Andererseits ist in großer Entfernung vom Oszillator und damit für große Werte von x der Betrag von $1/x$ bei weitem größer als derjenige von $1/x^2$ oder $1/x^3$ (Fig. 624). In großer Entfernung vom Oszillator ist also praktisch nur die Welle E_2 und M_2 vorhanden. Hier also leitet sich das elektrische Feld aus dem magnetischen und umgekehrt ab.

c. Für die Frage nach dem Abschnüren der Induktionslinien interessiert das Gebiet zwischen $r = 0$ und $r = 3\lambda/4$ (Fig. 616) oder zwischen $x = 0$ und $x = 3\pi/2 =$ ca. 4,5, also gerade dasjenige Gebiet, in welchem die Amplituden der drei Wellen zum Teil nicht sehr weit von einander verschieden sind.

Um die Vorgänge in diesem Gebiet richtig zu verstehen, ist es nötig, sich über die Phasenverhältnisse der drei Wellen klar zu werden. Dabei sollen für die positiven Vorzeichen des Stroms i im Oszillator, des elektrischen Felds E und des magnetischen M die Pfeile der Fig. 625 maßgebend sein.

Betrachtet werde der Moment, in welchem die Ladung der oberen Kugel des Oszillators gerade im Maximum ist. Die Induktionslinien E_1 verlaufen dann von oben nach unten, haben also negative Richtung und zwar ist die elektrische Feldintensität in unmittelbarer Nähe des Oszillators (Punkt 0 Fig. 626) gerade im Maximum. Der Strom i im Oszillator ist Null und zwar im Ansteigen in positiver Richtung begriffen*). Gleichphasig mit i ist nach 56 e das

*) Man muß sich die Kurven von Fig. 626 nach 359 c in der Richtung des gefiederten Pfeils bewegt denken.

magnetische Wechselfeld, welches der Welle M_1 entspricht, damit gleichphasig nach **455a** die elektrische Welle E_2*). Gleichphasig müssen nach **455a** auch E_3 und M_2 sein*), während nach der Theorie zwischen E_1 und E_3 eine Phasendifferenz von 180° besteht. E_1 und E_3

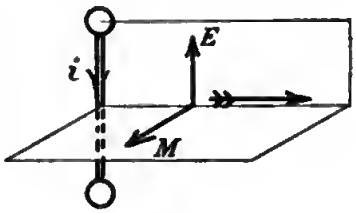


Fig. 625.

wirken einander in der Aequatorebene gerade entgegen; man braucht also stets nur ihre Differenz zu berücksichtigen.

Die Kurven von Fig. 626, welche diese Phasenverhältnisse illustrieren sollen, sind so gezeichnet, wie wenn die Wellen mit unveränderter Amplitude fortschritten. Nach **b** ist das nicht annähernd der Fall. Um also die richtigen Kurven und damit die richtigen Werte der elektrischen Feldintensität in der Aequatorebene zu erhalten hätte man noch die Ordinaten der Kurven in Fig. 626 mit

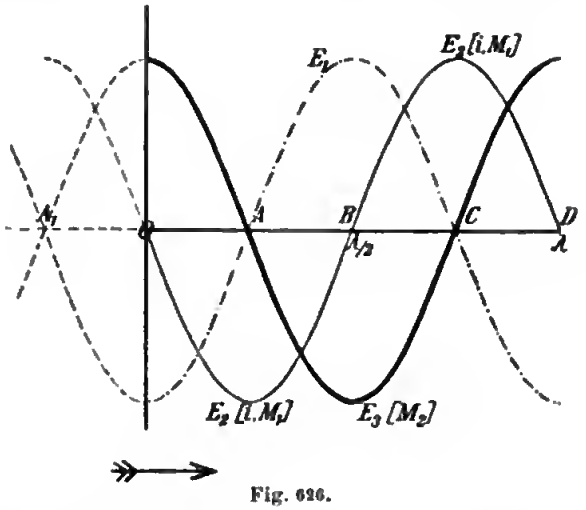


Fig. 626.

den Zahlen von Fig. 623 und 624 zu multiplizieren. Tut man das, so erhält man für die resultierende elektrische Feldintensität in der Aequatorebene Kurven, welche die Vorgänge in der Aequatorebene, wie sie in den Fig. 613 bis 621 dargestellt sind, richtig wiedergeben.

*) Jedenfalls in unmittelbarer Nähe der Aequatorebene, wo die Wellen als ebene betrachtet und die dafür gültigen Beziehungen angewendet werden dürfen.

d. Aber auch auf die Vorgänge außerhalb der Aequatorebene werfen diese Verhältnisse ein Licht. Zwar gelten die abgeleiteten Beziehungen nur für die Aequatorebene selbst. Aber es ist anzunehmen, daß das, was für die elektrische Feldintensität in der Aequatorebene streng gilt, auch noch in der Nähe der Aequatorebene für die Vertikalkomponente der elektrischen Feldintensität annähernd gelten wird.

In den Fig. 616 und 620 z. B. verlaufen die elektrischen Induktionslinien in einem Abstand von etwa $^1/_8$ Wellenlänge vom Oszillator nahezu horizontal, während sie nach Fig. 622 einen ziemlich bedeutenden Winkel mit der Aequatorebene bilden müßten, wenn nur die Ladung der Kugeln für die Gestalt des elektrischen Feldes maßgebend, also nur das Feld E_1 vorhanden wäre. Der Grund dafür ist aus Fig. 616 unmittelbar zu sehen. In dem betreffenden Abstand vom Oszillator ist in der Aequatorebene die elektrische Feldintensität nahezu Null, da hier das Feld E_1 durch die Felder E_2 und E_3 nahezu aufgehoben wird. Dasselbe wird also auch für die Vertikalkomponente der elektrischen Feldintensität in der Nähe der Aequatorebene gelten, d. h. es wird auch dort die Vertikalkomponente von E_1 durch die Wirkung der Felder E_2 und E_3 sehr stark geschwächt und so merklich nur die Horizontalkomponente übrig bleiben; die Induktionslinien in dieser Gegend werden also nahezu horizontal verlaufen müssen. Auch dieses Einschnüren der Induktionslinien erklärt sich also durch das Zusammenwirken der verschiedenen Felder.

Auf ähnliche Weise findet man auch für andere Unterschiede zwischen den Fig. 616 bezw. 620 und der Fig. 622, soweit sie sich auf die Nähe der Aequatorebene beziehen, eine Erklärung.

394. Energieströmung.

Die Energieströmung soll in zwei Gebieten betrachtet werden, (1) in unmittelbarer Nähe des Oszillators und (2) in sehr großer Entfernung von demselben.

Vorausgeschickt mag werden, daß nach der Vorzeichenbestimmung in Fig. 625 einem gleichen Vorzeichen von E und M Energieströmung vom Oszillator weg, ungleichem Vorzeichen eine Energieströmung zum Oszillator hin entspricht [**224 b**].

a. In unmittelbarer Nähe vom Oszillator ist nach **393 b** das elektrische Feld merklich identisch mit E_1, das magnetische mit M_1. Beide sind nach Fig. 626 um 90° in der Phase gegeneinander ver-

schoben. Während E_1 im Zunehmen, M_1 im Abnehmen begriffen ist, gleichgültig ob in positiver oder negativer Richtung, haben E_1 und M_1 gleiches Vorzeichen: es strömt Energie vom Oszillator in den Raum hinaus. Während dagegen die Ladung der Kugeln und damit E_1 abnimmt, dafür die magnetische Feldintensität im Zunehmen begriffen ist, strömt Energie auf den Oszillator zu.

Es findet also abwechslungsweise ein Ausströmen und Zuströmen von Energie statt, wie es schon beim Kondensatorkreis besprochen wurde.

b. In großer Entfernung vom Oszillator ist das elektrische Feld merklich identisch mit E_3, das magnetische mit M_2. Beide sind nach **393c** gleichphasig, haben also stets dasselbe Vorzeichen. In großer Entfernung vom Oszillator findet also fortgesetzt eine Energieströmung bezw. Strahlung [**220b**] vom Oszillator in den Raum hinaus statt.

Die Richtung der Energieströmung ist nach **391** und **392** schon bestimmt. Abgesehen von dem in der Richtung der Oszillatorachse liegenden Gebiet sind die elektrischen Intensitätslinien Meridiankreise, die magnetischen Breitenkreise von Kugeloberflächen. Da die Strahlung Σ senkrecht auf beiden Intensitätslinien stehen muß [**224a**], so muß die Richtung der Energieströmung zusammenfallen mit den Radien der Kugeloberflächen, deren Zentrum die Mitte des Oszillators ist.

Daraus läßt sich auch leicht bestimmen, in welcher Weise die Größe der Energieströmung mit der Entfernung vom Oszillator abnimmt. Bildet man einen Kegel mit der Oeffnung χ, dessen Spitze der Mittelpunkt des Oszillators ist, so erfolgt in großem Abstand vom Oszillator keine Energieströmung durch die Wände dieses Kegels

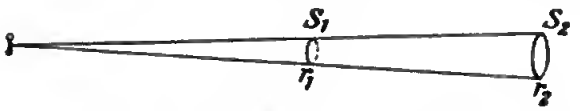


Fig. 627.

hindurch. Die Energie also, welche die Fläche S_1 (Fig. 627) im Abstand r_1 passiert, muß auch durch die Fläche S_2 im Abstand r_2 hindurchgehen. Bezeichnet man die Amplitude der Energieströmung im Abstand r_1 bezw. r_2 mit Σ_1 bezw. Σ_2, so ist die Amplitude des Energiestroms durch die Fläche $S_1 = \Sigma_1 . S_1$, durch die Fläche $S_2 = \Sigma_2 . S_2$. Da nach dem Gesagten beide gleich sein sollen und außerdem aus geometrischen Gründen $S_1 = \chi r_1^2$, $S_2 = \chi r_2^2$ ist, so folgt

$$\frac{\Sigma_1}{\Sigma_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

oder

$$\Sigma_0 \sim \frac{1}{r^2}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

d. h. die Amplitude der Energieströmung bezw. Strahlung eines Hertz'schen Oszillators in großem Abstand von demselben ist umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung vom Oszillator.

c. Aus dieser Beziehung läßt sich ableiten, wie die elektrische und magnetische Feldintensität in großem Abstand vom Oszillator abnimmt.

Nach **224 c** gilt im vorliegenden Fall für die Amplitude der Energieströmung Σ in einem Punkt, in welchem die elektrische bezw. magnetische Feldintensität = E bezw. M ist:

$$\Sigma_0 = v \cdot E_0 M_0.$$

Nach **455 d** sind aber die Amplituden von E und M einander proportional und der Proportionalitätsfaktor ist unabhängig von r. Es ist also auch

$$\Sigma_0 \sim E_0^2,$$

also nach Gl. (1)

$$E_0^2 \sim \frac{1}{r^2}$$

oder

$$E_0 \sim \frac{1}{r}. \quad \ldots\ldots\ldots$$

Ebenso ist

$$M_0 \sim \frac{1}{r}, \quad \ldots\ldots\ldots$$

Gl. (2)

d. h. die Amplitude der elektrischen und magnetischen Feldintensität in großer Entfernung vom Oszillator ist umgekehrt proportional dieser Entfernung.

Genauer folgt aus der Theorie von Hertz, daß für einen Punkt, der in dem sehr großen Abstand r vom Oszillator und in der Breite ϑ liegt*), die Beziehungen gelten:

*) Ein von dem Punkte nach dem Mittelpunkt des Oszillators gezogener Radius bildet mit der Aequatorebene den $\sphericalangle \vartheta$.

$$E_0 = \frac{\sqrt{\pi\mu}}{2v} \cdot \frac{l}{\lambda/2} \cdot \frac{i_0}{r} \cos\vartheta$$

$$M_0 = \frac{\sqrt{\pi\varepsilon}}{2v} \cdot \frac{l}{\lambda/2} \cdot \frac{i_0}{r} \cos\vartheta\ ^*).$$

Die Phase der elektrischen und magnetischen Feldintensität in irgend einem Punkt der Aequatorebene ist bedingt durch den Abstand des betreffenden Punkts von der Mitte des Oszillators. Die Feldintensität ist gleichphasig in zwei Punkten, wenn ihre Abstände vom Oszillator sich um ganze Vielfache einer Wellenlänge unterscheiden, dagegen um 180° in der Phase verschoben, wenn der Unterschied zwischen den beiden Abständen ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt.

d. Hertz hat sich die Frage vorgelegt, wie groß die mittlere Leistung eines solchen Oszillators wäre, wenn seine Amplitude fortgesetzt auf derselben Höhe gehalten würde. Er findet für den von ihm benützten Oszillator**) eine Leistung von 16 Kilowatt = ca. 22 Pferdekräften.

Diese außerordentlich große Leistung bedeutet wie beim Kondensatorkreis [252e] nicht, daß die zur Ausstrahlung gebrachte Energiemenge ganz besonders groß wäre; denn die Leistung findet nur statt während außerordentlich kurzer Zeit***). Sollte der Oszillator aber ungedämpfte Schwingungen aussenden, so ist eine Bemerkung wichtig, die Hertz an seine Berechnung knüpft: „Mindestens in dieser Fülle" — d. h. mindestens im Betrag von 16 Kilowatt oder 22 Pferdekräften — „müßte der primären Schwingung Energie zugeführt werden, wollte man trotz der Strahlung die erregten Schwingungen dauernd mit gleicher Inensität erhalten."

395. Das Feld des gedämpften Hertz'schen Oszillators.

a. Die ganze bisherige Behandlung leidet an dem Mangel, daß ihre Voraussetzung, ungedämpfte Schwingungen, bis jetzt durch keine experimentelle Anordnung realisiert werden kann. Die Erregung

*) μ = Permeabilität, ε = Dielektrizitätskonstante des umgebenden Mediums, l = Länge, λ = Wellenlänge des Oszillators.

**) Radius der Kugeln = 15 cm, l = 100 cm, Schlagweite 1 cm, λ = 960 cm.

***) Bei einer modernen Büchse, bei welcher nach einer freundlichen Angabe der Waffenfabrik Mauser die Länge des Laufs 74 cm, das Geschoßgewicht 9,1 g, die Anfangsgeschwindigkeit 860 m/sec. beträgt, ist die mittlere Leistung der Pulvergase, während das Geschoß den Lauf durcheilt, ca. 2700 Pferdekräfte.

Hertz'scher Oszillatoren großer Wechselzahl geschieht immer mit Induktor, Teslatransformator oder Influenzmaschine: es wird dem Oszillator nur anfangs Energie zugeführt, während der Schwingung aber

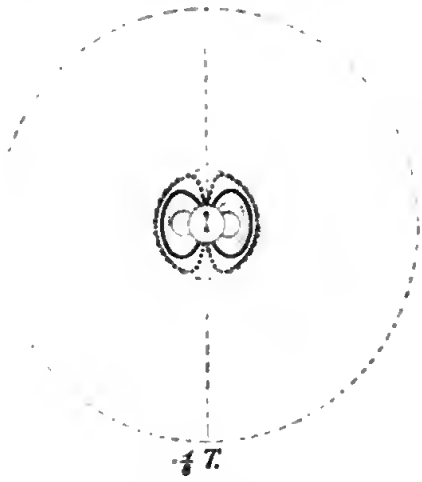


Fig. 628.

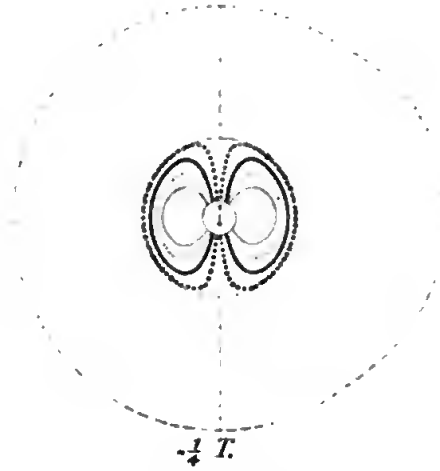


Fig. 629.

nicht mehr nachgeliefert; die Schwingungen sind deshalb relativ stark gedämpft. Daß aber die Induktionslinien bei starker Dämpfung nicht ebenso verlaufen können wie bei ungedämpften Schwingungen, geht aus einer einfachen Ueberlegung hervor.

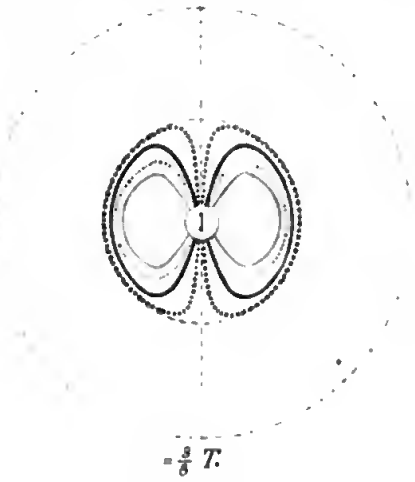


Fig. 630.

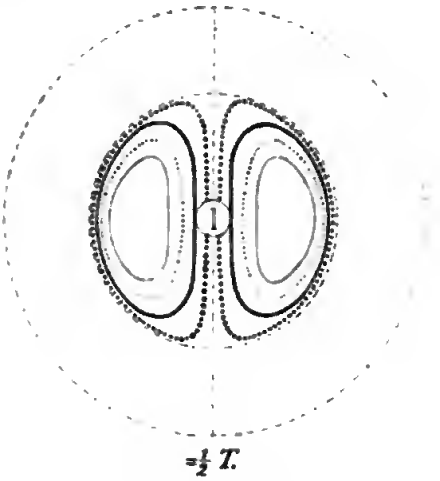
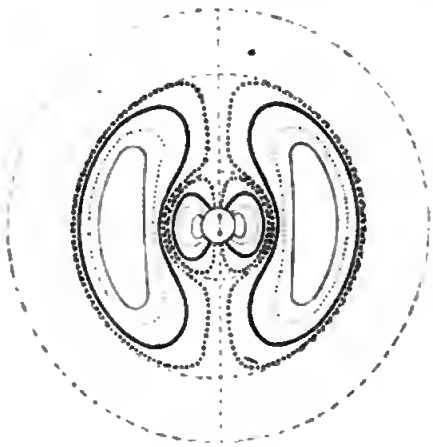


Fig. 631.

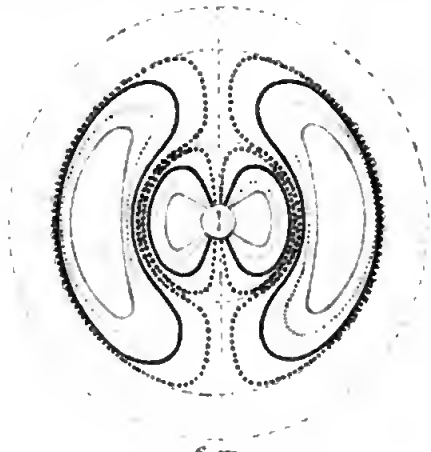
K. Pearson und A. Lee[274]) haben deshalb die Frage theoretisch behandelt, wie sich der Verlauf der elektrischen Induktionslinien gestaltet, wenn die Schwingungen stark gedämpft sind. Ihre Resultate

sind in Figuren ähnlich denjenigen von Hertz dargestellt. Ein Teil ihrer Zeichnungen sind in den Figuren 628 bis 643 reproduziert



$= \frac{5}{8} T.$

Fig. 632.

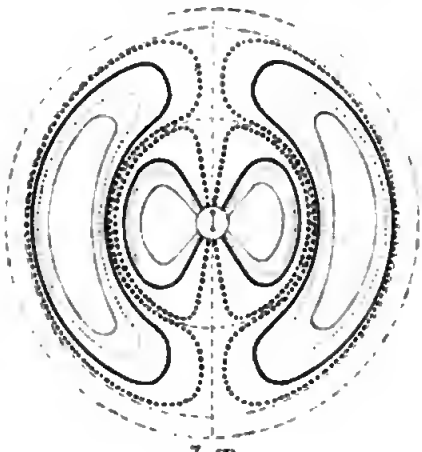


$= \frac{6}{8} T.$

Fig. 633.

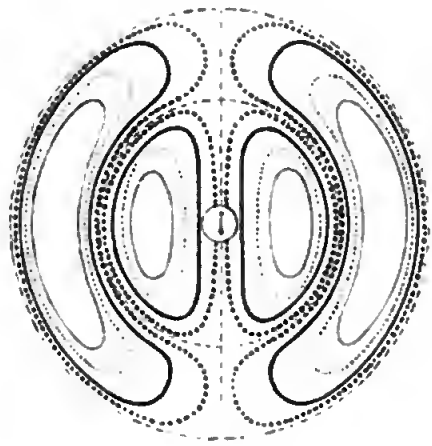
und zwar beziehen sich die Figuren 628 bis 635 auf die erste, die Figuren 636 bis 643 auf die fünfte Periode*).

Ein Vergleich der Figuren der ersten Periode mit denjenigen der fünften Periode zeigt unmittelbar, daß abgesehen von der Ab-



$= \frac{7}{8} T.$

Fig. 634.



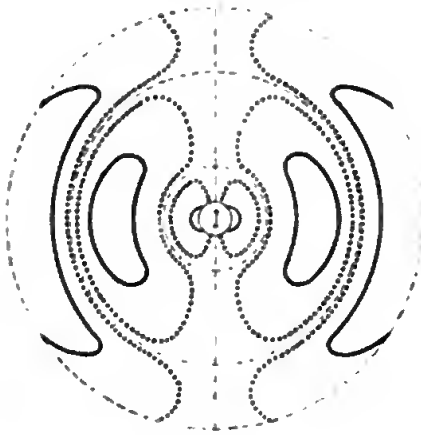
$= 1 T.$

Fig. 635.

*) In diesen Figuren entspricht die feine ausgezogene Linie der Feldintensität 50 in der Aequatorebene (in willkürlichem Maß), die feine punktierte Linie der Feldintensität 30, die stark ausgezogene Linie der Feldintensität 10 und die stark punktierte Linie der Feldintensität 1.

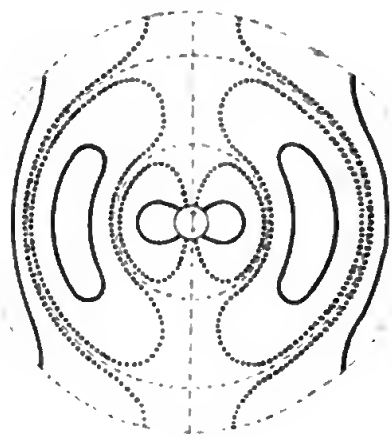
nahme der Amplitude*) auch die Form der Induktionslinien während der Schwingung sich allmählich ändert.

Vergleicht man andererseits diese Figuren mit denjenigen von



$5\frac{1}{8}\,T$

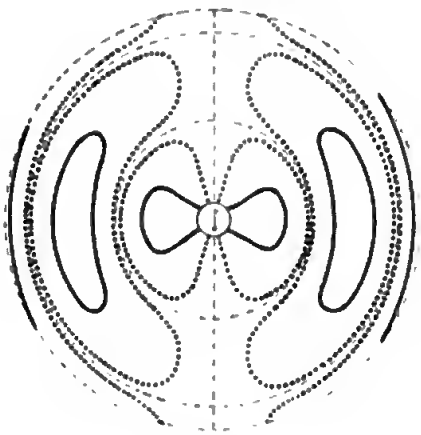
Fig. 636.



$-5\frac{1}{4}\,T.$

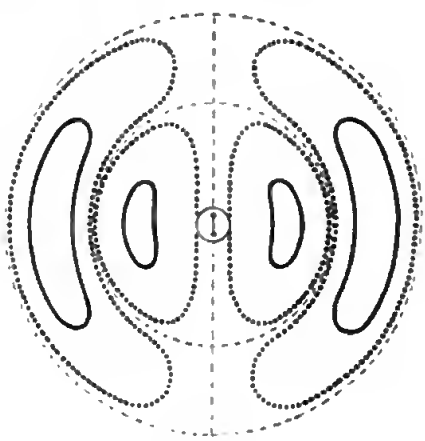
Fig. 637

Hertz für ungedämpfte Schwingungen, so ist zwar der Unterschied in die Augen fallend. Aber er ist nicht qualitativer Natur. Dazu kommt, daß Pearson und Lee ein Dekrement (0,4) angenommen haben, daß für Hertz'sche Oszillatoren gewöhnlicher Art



$-5\frac{3}{8}\,T.$

Fig. 638.



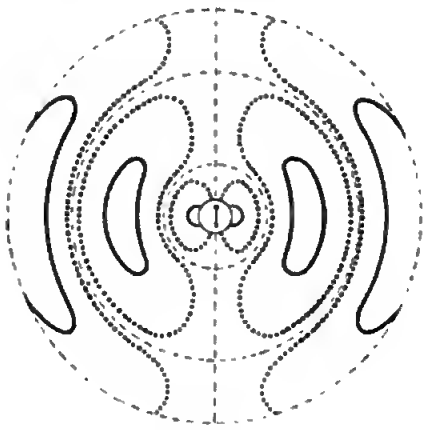
$-5\frac{1}{2}\,T.$

Fig. 639.

ziemlich hoch gegriffen ist. Die Wellen also, die man tatsächlich mit einem Hertz'schen Oszillator erhält, werden denen eines un-

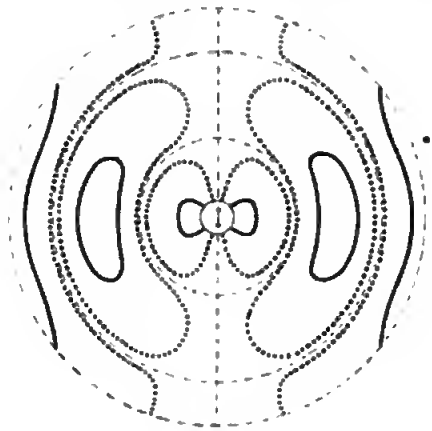
*) Vgl. S. 761 Fußnote.

gedämpften Oszillators noch näher kommen, als die von Pearson und Lee berechneten. Es darf daraus also wohl geschlossen werden, daß auch die übrigen Beziehungen, die in **393** für ungedämpfte



$= 5\frac{5}{8}\,T.$

Fig. 640.

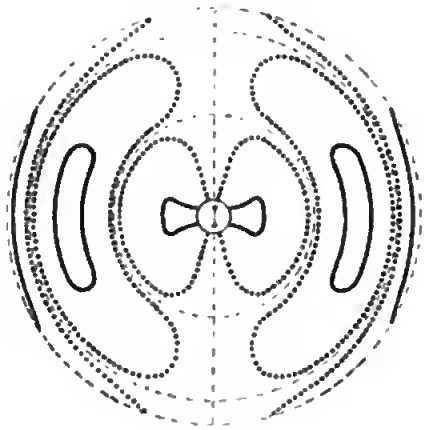


$= 5\frac{3}{4}\,T.$

Fig. 641.

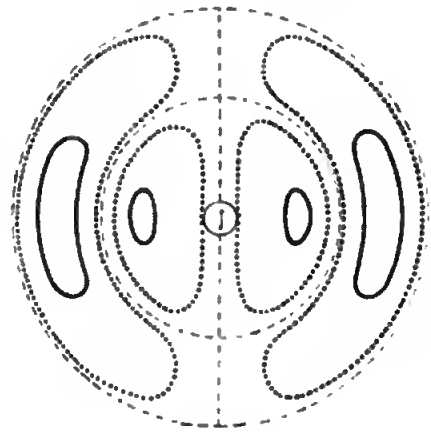
Schwingungen abgeleitet wurden und welche durch die Dämpfung ebenfalls modifiziert werden müssen, wenigstens noch qualitativ gültig bleiben.

b. Auch die Behandlung von Pearson und Lee entspricht



$= 5\frac{7}{8}\,T.$

Fig. 642.



$= 6\,T.$

Fig. 643.

nicht vollkommen den wirklichen Verhältnissen: Bei den tatsächlich gebrauchten Oszillatoren ist anfänglich, ehe die Schwingung einsetzt, ein elektrostatisches Feld vorhanden, hervorgerufen durch die Ladungen, die man den beiden Hälften des Oszillators anfänglich

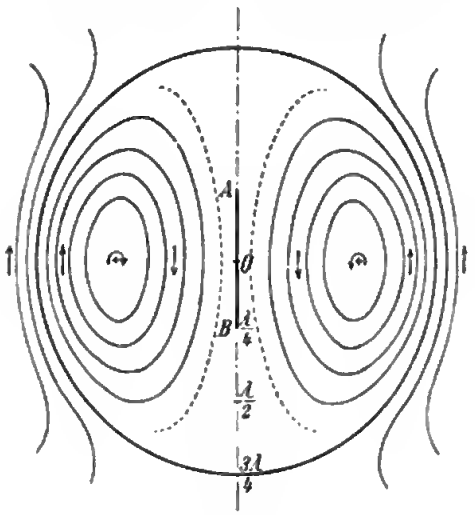
durch einen Induktor oder eine Influenzmaschine erteilt hat [vgl. 287]. Dieses elektrostatische Feld hat etwa die Gestalt von Fig. 622, unterscheidet sich also wesentlich von dem Feld der Schwingung Fig. 628 ff. Beide Felder müssen im Anfang der Schwingung allmählich ineinander übergehen. In welcher Weise das geschieht, hat Love[275]) untersucht. Seine Figuren zeigen sehr anschaulich, wie das Feld der Schwingung vom Oszillator ausgeht, sich ausbreitet und dabei das elektrostatische Feld allmählich verdrängt.

§ 2. Der lineare Oszillator.

Das elektrische Feld eines linearen Oszillators, des Typus eines Oszillators mit nicht quasistationärer Strömung, ist auf Grund der Beziehungen von M. Abraham durch F. Hack[276]) berechnet und gezeichnet worden und zwar vorerst für den Fall ungedämpfter Schwingungen.

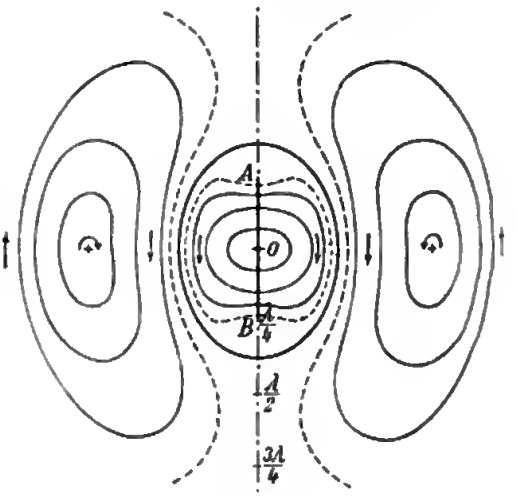
396. Die Grundschwingung.

a. Für die Grundschwingung des linearen Senders A B sind die elektrischen Induktionslinien in den Fig. 644 bis 647 wiedergegeben.



$t = 0.$

Fig. 644.

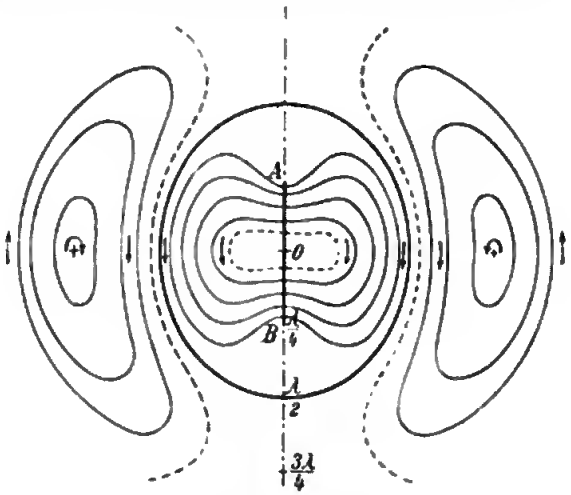


$t = \frac{1}{8} T.$

Fig. 645.

Die erste derselben entspricht der Fig. 617 beim Hertz'schen Sender, d. h. dem Moment, in welchem der Oszillator eben keine Ladung besitzt. Während der ersten Achtelperiode lädt sich dann der Os-

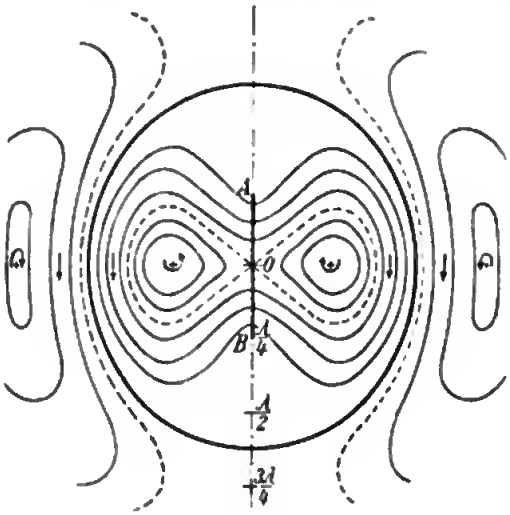
zillator und elektrische Induktionslinien beginnen aus ihm auszutreten *). Nach einer Achtelperiode ist der Zustand von Fig. 645



$t = \frac{1}{4} T.$

Fig. 646.

erreicht. In der nächsten Achtelperiode setzt sich dieser Prozeß fort, bis die Ladung im Maximum ist (Fig. 646). Von jetzt an beginnt wie beim Hertz'schen Oszillator das Ein- bezw. Abschnüren



$t = \frac{3}{8} T.$

Fig. 647.

*) In Fig. 645 ff. ist angenommen, daß die Ladung der oberen Hälfte positiv, diejenige der unteren negativ ist.

der Induktionslinien. Es ist in Fig. 647 ($^3/_8$ Periode) in vollem Gange. Am Ende der ersten Hälfte der Periode (Fig. 644 mit umgedrehten Pfeilen) hat sich ein Teil der Induktionslinien ganz abgeschnürt, der Rest in den Oszillator zurückgezogen.

Je weiter sich die abgeschnürten Induktionslinien vom Oszillator entfernen, umso mehr nehmen dieselben die Gestalt von Ellipsenhälften und nachher von Kreishälften an. Das ist besonders gut aus den Figuren 688 (S. 804) und 689 zu ersehen, in welchen das elektrische Feld in größerer Entfernung vom Oszillator gezeichnet ist und zwar in Fig. 689 für den Moment, in welchem die Ladung des Oszillators gerade Null, in Fig. 688 für den Moment, in welchem sie gerade im Maximum ist.

Ist einmal diese Gestalt der Induktionslinien erreicht, so ist das Feld nicht mehr wesentlich von demjenigen eines Hertz'schen Oszillators verschieden. Alles, was in **394** über das letztere gesagt wurde, kann nun auch auf die Wellen des linearen Oszillators übertragen werden.

b. Auch die Ausdrücke für die elektrische und magnetische Feldintensität in der Aequatorebene können aus den dortigen sehr einfach abgeleitet werden, indem man

(1) für den Wert der Stromamplitude beim Hertz'schen Oszillator den Mittelwert der Stromamplitude des linearen Oszillators einsetzt*),

(2) bedenkt, daß beim linearen Oszillator die Länge l gleich einer halben Wellenlänge ist [**289**].

Man erhält so für große Entfernung r vom Oszillator

$$E_0 = \frac{\sqrt{\pi\mu}}{\pi v} \cdot \frac{\bar{i}_0}{r},$$

$$M_0 = \frac{\sqrt{\pi\epsilon}}{\pi v} \cdot \frac{\bar{i}_0}{r},$$

wenn E_0 bezw. M_0 die elektrische bezw. magnetische Feldintensität in der Aequatorebene, i_0 die Stromamplitude im Strombauch des Oszillators bedeutet[277]).

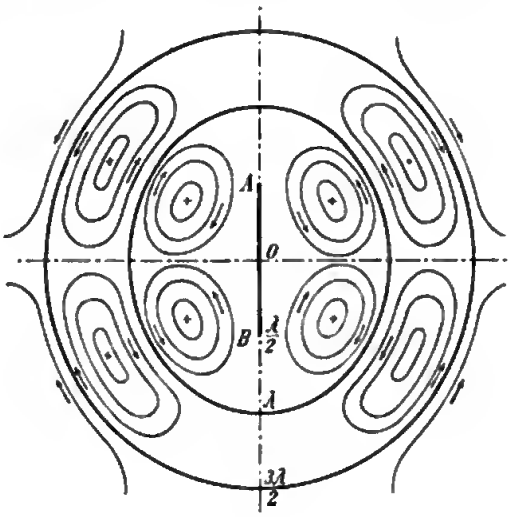
Wichtig ist an diesem Resultat hauptsächlich, daß die Amplitude der elektrischen und magnetischen Feldintensität nur von der Stromamplitude im Oszillator abhängt, von der Senderlänge dagegen unabhängig ist.

Für die Phase gilt das in **394 c** Gesagte.

*) Dieser Mittelwert ist, wie die Integralrechnung zeigt, gleich $2/\pi \cdot \bar{i}_0$, wenn $\bar{i}_0$ die Stromamplitude im Strombauch bedeutet.

397. Erste Oberschwingung.

Der Verlauf der elektrischen Induktionslinien in den verschiedenen Stadien einer halben Periode ist in den Fig. 648 bis 651 dar-

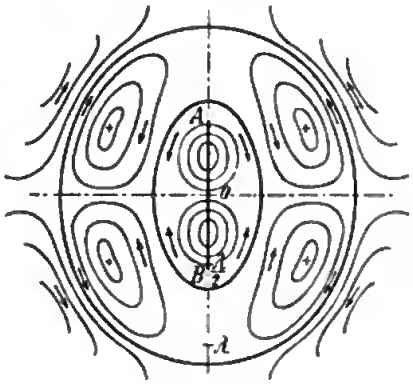


$t = 0.$

Fig. 648.

gestellt. Die hauptsächlichsten Unterschiede gegenüber der Grundschwingung sind:

(1) Es sind zwei durch die Aequatorebene vollkommen getrennte

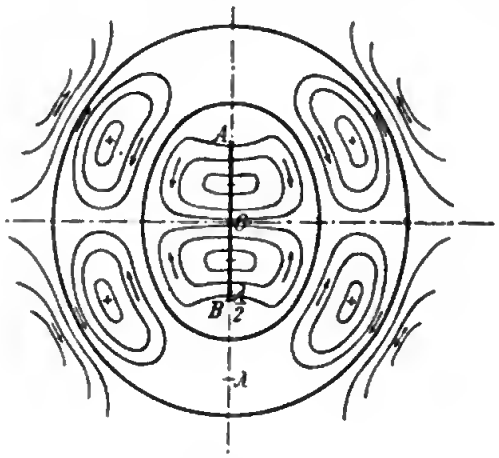


$t = \frac{1}{8} T.$

Fig. 649.

Räume vorhanden, in denen sich Systeme von Induktionslinien abschnüren. Für jedes einzelne System gilt ähnliches wie für die gesamten Induktionslinien der Grundschwingung.

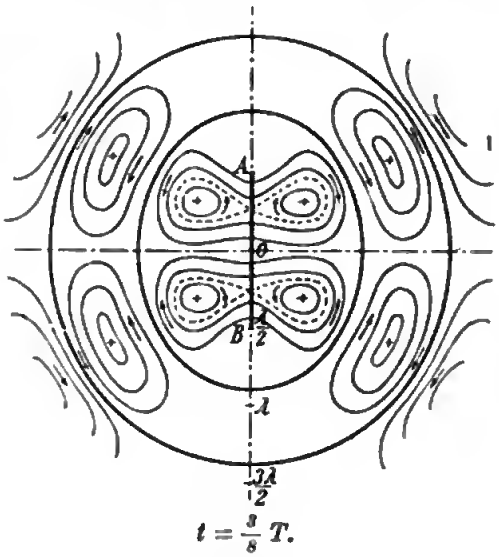
(2) Bei der Grundschwingung ist die einzige Richtung, in welcher eine Energiestrahlung nicht erfolgt, die Richtung der Oszillatorachse.



$t = \frac{1}{4} T.$

Fig. 650.

Hier ist auch noch in der Aequatorebene eine Strahlung nicht vorhanden. Dasselbe gilt für alle ungeradzahligen Oberschwingungen.



$t = \frac{3}{8} T.$

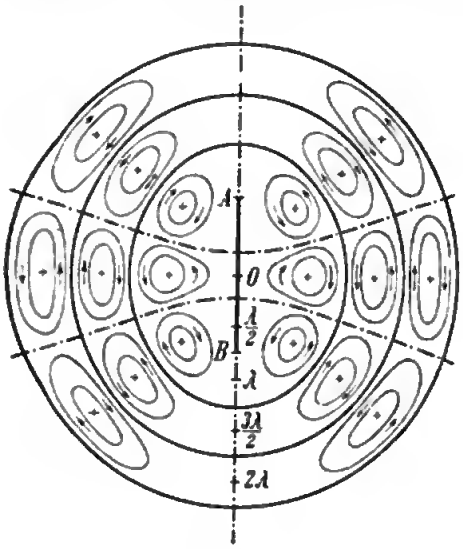
Fig. 651 *).

398. Zweite Oberschwingung.

In den Fig. 652 bis 655, welche das Feld für die verschiedenen Stadien illustrieren, fällt vor allem eine ganz ähnliche Erscheinung

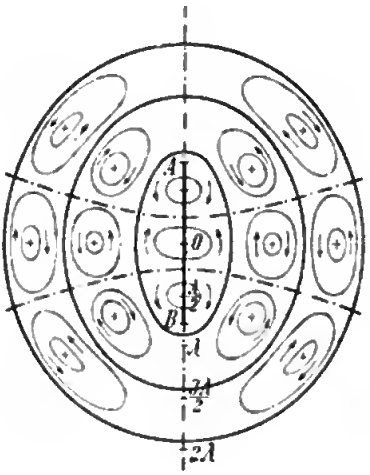
*) Auf Fig. 651 folgt 648 mit umgekehrten Pfeilen.

wie bei der ersten Oberschwingung auf. Es sind hier im ganzen drei vollkommen getrennte Räume vorhanden, in denen sich Induktions-



$t = 0.$

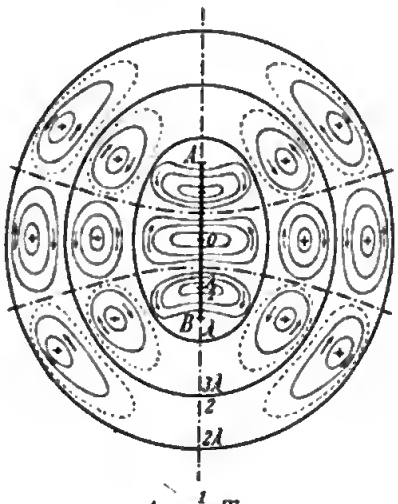
Fig. 652.



$t = \frac{1}{8} T.$

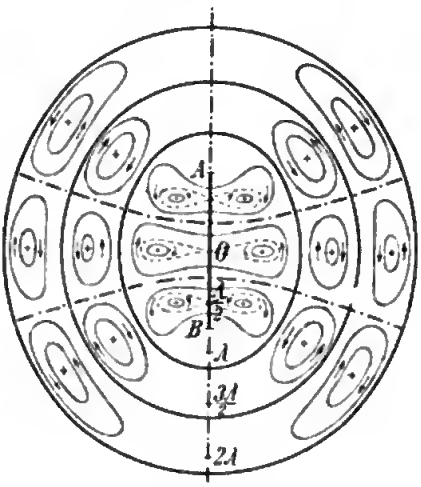
Fig. 653.

linien abschnüren. Die Trennungsflächen sind die beiden Teile eines zweischaligen Umdrehungshyperboloids, dessen Brennpunkte annähernd



$t = \frac{1}{4} T.$

Fig. 654.



$t = \frac{3}{8} T.$

Fig. 655.

mit den Endpunkten des Oszillators zusammenfallen und dessen Scheitel auf den Stromknoten des Oszillators liegen. Auch hier wie

schon bei der ersten Oberschwingung durchsetzt keine Induktionslinie diese Trennungsflächen und es findet weder in ihnen noch durch sie hindurch eine Energieströmung statt.

§ 3. Strahlende und nichtstrahlende Oszillatoren.

In **220 b** wurde festgestellt, daß ein Kondensatorkreis, in **297** daß ein geschlossener linearer Oszillator verhältnismäßig wenig Energie ausstrahlt. Dasselbe wurde in **376 c** von einer Doppelleitung angegeben, längs deren sich elektromagnetische Wellen fortpflanzen. Alle offenen Oszillatoren aber [**300**] und auch einfache Leitungen, längs deren elektromagnetische Wellen fortschreiten, strahlen verhältnismäßig stark. Man kann sich den Grund dafür in verschiedener Weise klar machen.

399. Erste Auffassung[277]).

a. Als notwendige Bedingung dafür, daß ein Oszillator viel Energie in den Außenraum abgibt, muß nach **394** betrachtet werden, daß der Oszillator noch in großer Entfernung ein relativ starkes elektrisches und magnetisches Feld erzeugt.

Nach **394** hängt die Amplitude der elektrischen und magnetischen Feldintensität in großer Entfernung von einem Hertz'schen Oszillator bei gegebener Wechselzahl bezw. Wellenlänge nur ab von der Stromamplitude im Oszillator und seiner Länge. Man kann das verallgemeinern und den Satz aufstellen: Jede gerade Strombahn von der Länge $\mathfrak{l}$ mit der Stromamplitude i_0 erzeugt in einem Punkt P, der sich in einer gegen die Wellenlänge der Schwingung sehr großen Entfernung befindet, ein elektrisches und magnetisches Feld der in **394 c** angegebenen Art und Größe, ein Feld, dessen elektrische Feldintensität senkrecht steht zu PO (O = Mittelpunkt von $\mathfrak{l}$), aber parallel ist der Ebene durch P und $\mathfrak{l}$, dessen magnetische Feldintensität senkrecht zu dieser Ebene ist.

b. Aus diesem Satz muß vorerst das folgende geschlossen werden:

(1) Liegt ein beliebiger Oszillator vor, so kann man dessen Strombahn zerlegt denken in kurze Stromstücke, die man als gerade und in denen man die Stromamplitude als überall von derselben Größe betrachten kann. Jedes dieser Stromelemente muß in großer Entfernung ein elektromagnetisches Feld erzeugen wie ein Hertz'scher Oszillator derselben Länge und Stromamplitude. Das Feld des ganzen

Oszillators bekommt man, indem man die Resultante aus allen diesen Teilfeldern bildet.

(2) Ergibt eine bestimmte Stromrichtung im Stromelement irgend ein bestimmtes Vorzeichen des elektrischen und magnetischen Feldes in einem Punkte P*), so kehrt sich bei entgegengesetzter Stromrichtung in dem Stromelement auch das Vorzeichen des Feldes in P um. Hat man also zwei Stromelemente von gleicher Stromamplitude, Länge und Richtung, in denen der Strom gerade um 180° in der Phase verschoben ist, so liefern dieselben, wenn ihr Abstand klein gegen die Wellenlänge der Schwingung ist, nahezu gleiche Felder, aber von entgegengesetztem Vorzeichen. Diese beiden Felder heben sich also ganz oder nahezu auf.

c. Nun betrachte man als Typus eines strahlenden Oszillators den geraden linearen Sender, etwa wenn er in seiner Grundschwingung schwingt. Die Stromelemente haben alle dieselbe Richtung, der Strom in denselben ist überall gleichphasig, ferner ist der Abstand aller Stromelemente von einem sehr entfernten Punkt der Aequatorebene nur wenig verschieden. Die Felder aller Stromelemente sind also auch in dem betreffenden Punkt nahezu gleichphasig; ebenso ist auch die Richtung der Teilfelder ungefähr dieselbe. Die Amplitude des resultierenden Feldes wird also sehr nahe gleich der Summe der Amplituden der einzelnen Teilfelder, also so groß wie nur irgend möglich. Da ähnliches nicht nur für die Aequatorebene, sondern auch für andere Richtungen gilt, so muß ein solcher Oszillator besonders günstig für eine kräftige Strahlung sein.

d. Ganz anders liegen die Verhältnisse bei einem Kondensatorkreis mit quasistationärem Strom, dem Typus eines nichtstrahlenden

Fig 656.

Oszillators. In Fig. 656 ist ein solcher einfachster Form mit kreisförmiger Strombahn abgebildet. Auch er möge in seine Stromelemente zerlegt und deren Wirkung auf einen weit entfernten

*) Das Vorzeichen des Feldes in P, oder allgemeiner die Phasendifferenz zwischen dem Feld in P und dem Strom in dem Element hängt nach 394 c von der Entfernung zwischen P und dem Stromelement ab.

Punkt P untersucht werden. Hier gehört zu jedem Stromelement a b ein zweites, ihm diametral gegenüberliegendes c d von derselben Länge und Richtung. In beiden Stromelementen ist der Strom von gleicher Amplitude und Phase, aber von P aus betrachtet von entgegengesetztem Vorzeichen. Der Abstand von a b und c d ist gegen die Wellenlänge der Schwingung jedenfalls klein, da die ganze Länge der Strombahn gegen die Wellenlänge sehr klein sein muß [227 d]. Es wirken also auch die Teilfelder der beiden Stromelemente einander gerade entgegen und die Amplitude des resultierenden Feldes wird nahezu gleich der Differenz der Amplituden der Teilfelder; sie heben sich also nahezu auf.

Da dasselbe für zwei beliebige, einander gegenüberliegende Stromelemente gilt, so muß in großer Entfernung vom Kondensatorkreis die Amplitude des elektrischen und magnetischen Felds und demnach auch die Strahlung äußerst gering sein.

Ganz ähnlich liegen die Verhältnisse bei Doppelleitungen, längs deren sich elektromagnetische Wellen fortpflanzen*).

400. Zweite Auffassung.

Als notwendige Bedingung für das Zustandekommen einer Strahlung kann nach **391** das Abschnüren der elektrischen Induktionslinien aufgefaßt werden. Es kann nach **393 c** zu einem Abschnüren einer großen Anzahl von Induktionslinien nur kommen, wenn dem von der Ladung des Oszillators herrührenden elektrischen Feld ein induziertes Feld etwa gleicher Amplitude entgegenwirkt.

Beim Hertz'schen Oszillator, ebenso beim linearen muß dieser Fall eintreten. Das von der Ladung hervorgerufene Feld nimmt mit der Entfernung vom Oszillator rascher ab als das induzierte: die Amplituden der beiden Felder müssen also in einer gewissen Entfernung vom Oszillator von gleicher Größenordnung werden.

Beim Kondensatorkreis dagegen ist das elektrische Feld im wesentlichen konzentriert in dem Raum zwischen den Kondensatorplatten. Sollte sich also ein beträchtlicher Teil der elektrischen Induktionslinien abschnüren, so müßte es zwischen den Kondensatorplatten sein. Dort also müßte die Amplitude des induzierten elektrischen Felds mindestens annähernd gleich der Amplitude des durch

*) Durch ähnliche Ueberlegungen läßt sich auch in anderen Fällen leicht ableiten, ob überhaupt eine kräftige Strahlung zu stande kommt, und in welcher Richtung sie besonders stark oder schwach wird.

die Ladung erzeugten elektrischen Felds sein. Daß das nicht möglich ist, kann aber leicht gezeigt werden*). Es kann also auch eine einigermaßen große Anzahl von Induktionslinien sich nicht abschnüren und eine einigermaßen intensive Strahlung nicht zu stande kommen.

*) Für die elektrische Feldintensität E_1 des Feldes, welches von der Ladung auf den Kondensatorbelegungen herrührt, gilt

$$E_1 = \frac{\mathfrak{P}}{d} \text{ [17]}. \quad \ldots \quad (1)$$

wenn $\mathfrak{P}$ die Spannung, d den Abstand zwischen den Kondensatorplatten bezeichnet. Nimmt man als Form der Strombahn einen Kreis an wie in Fig. 656, so muß aus Symmetriegründen längs dieses Kreises die induzierte elektrische Feldintensität überall dieselbe Größe haben. Es ist also

$$\mathfrak{E}_2 = E_2 . 2\pi R, \quad \ldots \quad (2)$$

wenn $\mathfrak{E}_2$ die längs des Kreises induzierte EMK, E_2 die Feldintensität des induzierten Feldes und R den Radius des Stromkreises bedeutet. Nun ist, wenn die Schwingungen rasch genug sind, so daß die Induktanz des Stromkreises bedeutend den Widerstand übersteigt, annähernd

$$\mathfrak{E}_{2\,0} = \mathfrak{P}_0 \text{ [250, 88 b]}. \quad \ldots \quad (3)$$

Es folgt daraus

$$\frac{E_{2\,0}}{E_{1\,0}} = \frac{d}{2\pi R},$$

d. h. die Amplitude des induzierten elektrischen Feldes verhält sich zu der Amplitude des von der Ladung herrührenden wie der Plattenabstand zur Länge der Strombahn. Die erstere ist also viel geringer als die letztere.

Kapitel XIX.

Indikatoren für elektromagnetische Wellen[278].

401. Allgemeines.

a. Zum experimentellen Nachweis elektromagnetischer Wellen sind Apparate notwendig, welche in irgend einem Punkte das Vorhandensein eines elektrischen oder magnetischen Wechselfelds anzeigen [360f]. Die in 5 und 6 beschriebenen Anordnungen sind im allgemeinen für diesen Zweck bei weitem nicht empfindlich genug. Denn in fast allen Fällen, in welchen der Nachweis von elektrischen Wellen in Luft von Wichtigkeit ist, besitzen diese Wellen nur sehr geringe Amplitude.

Apparate, welche direkt das Vorhandensein eines elektrischen oder magnetischen Wechselfelds von so geringer Amplitude, wie sie für die meisten Versuche mit elektromagnetischen Wellen in Betracht kommen, anzeigen würden, existieren überhaupt kaum. Man ist fast stets auf indirekte Methoden angewiesen. Diese beruhen darauf, daß man durch das elektrische oder magnetische Wechselfeld in Leitern Ströme erzeugen läßt und nun Apparate verwendet, welche auf diese Wechselströme in irgendwelcher Weise ansprechen.

b. Besitzt man einen solchen Apparat — man nennt sie gewöhnlich „*Wellenempfänger*“ oder „*Wellenindikatoren*“ — so ist es damit möglich, nicht nur das Vorhandensein, sondern auch die Richtung des elektrischen oder magnetischen Wechselfelds nachzuweisen. Soll die Richtung des elektrischen Felds bestimmt werden, so wird man im allgemeinen dem Leiter langgestreckte Gestalt geben, z. B. einen geraden Draht verwenden. In diesem ist die durch das elektrische Wechselfeld erregte Strömung nach 22 dann am größten, wenn das Feld die Richtung dieser Strömung hat*), d. h. wenn man

*) Da für diese Strömung nur die Komponente der elektrischen Feldintensität längs des Drahtes in Betracht kommt.

den Draht in die Richtung der elektrischen Induktionslinien stellt. Will man die Richtung der magnetischen Feldintensität ermitteln, so empfiehlt sich [vgl. 67] die Verwendung von Spulen oder wenigstens einer geschlossenen, etwa kreisförmigen Gestalt des Leiters: die in demselben induzierte Stromamplitude ist cet. par. dann am größten, wenn die Achse der Spule bezw. des Kreises die Richtung der magnetischen Induktionslinien hat.

c. Nach Kap. XIV erhält man in Leitern, welche unter dem Einfluß einer periodischen elektromagnetischen Kraft stehen, auf welche also etwa eine Welle einwirkt, dann eine besonders große Schwingungs- und damit auch Stromamplitude, wenn der Leiter selbst einen Oszillator (Resonator) bildet, dessen Wechselzahl mit derjenigen der äußeren Kraft, d. h. der Welle, übereinstimmt. Es sind also zum Nachweis der elektrischen Wellen, wenn irgend möglich, abgestimmte Resonatoren zu benützen.

§ 1. Thermische Indikatoren.

402. Bolometer.

a. Prinzipiell am einfachsten ist es, die Ströme, welche durch das Wechselfeld der Welle in einem Leiter (Draht) hervorgerufen werden, durch irgend ein Hitzdrahtinstrument nachzuweisen, wie es bei früheren Versuchen oft genug geschah, d. h. die Wärmewirkung der Ströme zu benützen. Wegen der geringen Amplitude kommt dafür nur das Bolometer in Betracht. Aber selbst mit diesem kann die in den meisten Fällen nötige Empfindlichkeit schon bei Laboratoriumsversuchen nur durch Verwendung sehr empfindlicher Galvanometer erreicht werden. Für die Zwecke der drahtlosen Telegraphie muß im allgemeinen die Verwendung des Bolometers auf kurze Versuchstrecken beschränkt bleiben, obwohl mit sehr empfindlichen Bolometern Tissot[279]) bis auf 40 km mit Erfolg Versuche machen konnte bei Verwendung, wie es scheint, eines einfachen Marconisenders [415]. Für Versuchszwecke aber besitzt es vor den meisten anderen Wellenindikatoren den großen Vorteil, daß man genau weiß, wovon sein Ausschlag abhängt; er ist nur durch den Stromeffekt bedingt.

b. Aber auch für Versuche auf größere Entfernung ist es gelungen, Hitzdrahtinstrumente von verhältnismäßig großer Empfindlichkeit herzustellen: ein solches ist z. B. der Wellenindikator von Fessenden[280]) (Fig. 657). Damit die Erwärmung des Drahts möglichst groß wird, ist als Hitzdraht H ein extrem dünner Draht gewählt, sog. Wollaston-

draht P (Fig. 657), der einen Kern von 0,015 mm dickem Platindraht und einen Mantel von 0,05 mm dickem Silber besitzt. Es wird an die Drähte D, in denen die Schwingungen stattfinden sollen, angelötet und es wird dann der Silbermantel durch Salpetersäure weggeätzt, so daß der eigentliche Hitzdraht nur aus dem 0,015 mm dicken Platindraht besteht. Um die Wärmeabgabe durch Wärmeleitung möglichst zu verhindern, umschließt eine evakuierte Glasbirne G den Hitzdraht. Damit auch der Wärmeverlust durch Strahlung auf ein Minimum reduziert wird, ist der Draht außerdem noch mit einer kleineren, versilberten Glasbirne S umgeben. Die durch die Erwärmung hervorgerufene Widerstandsänderung im Hitzdraht wird bei Fessenden nicht durch eine Brückenanordnung [43c], sondern durch ein Telephon nachgewiesen. Da das Telephon ein sehr empfindliches Reagens auf jede Aenderung der Stromstärke ist, so muß es ansprechen, wenn es mit dem Hitzdraht sich in einem Stromkreis befindet und dessen Widerstand durch die elektrischen Schwingungen geändert wird. — In der Praxis scheint dieser Indikator nicht mehr verwendet zu werden.

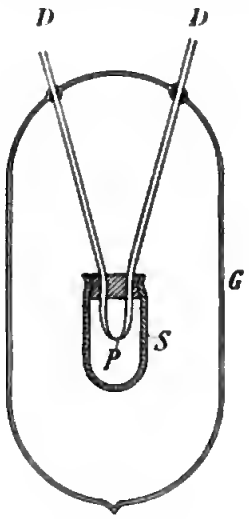


Fig. 657.

Ein ähnlicher Wellenempfänger ist auch von Koepsel[281]) vorgeschlagen worden mit dem Unterschied, daß er als Hitzdraht nicht einen Wollastondraht, sondern einen versilberten Quarzfaden verwenden will.

403. Thermoelement.

Wird ein Kreis aus zwei oder mehreren verschiedenen Metallen, z. B. aus zusammengelöteten Drähten verschiedenen Materials gebildet, so tritt eine EMK längs dieses Kreises nicht auf, solange die Berührungsstellen der verschiedenen Metalle auf genau derselben Temperatur sind. Wird aber an einem der Berührungspunkte die Temperatur höher oder niedriger als an den anderen gemacht, so erhält man längs des Kreises eine *„thermoelektrische“* EMK: ein in den Kreis eingeschaltetes Galvanometer zeigt einen Ausschlag.

a. Daß man dies zum Nachweis elektrischer Schwingungen verwenden kann, läßt sich in folgender Weise demonstrieren. Man lötet (Fig. 658) an zwei dicke Kupferdrähte d_1 und d_2 je eine Schlinge aus dünnem Draht an und zwar an den einen aus Constantan (Man-

ganin, Nickelin), an den anderen aus Eisen, nachdem man vorher den einen Draht durch die Schlinge des anderen hindurchgesteckt hat. An die Enden A_1 und A_2 der beiden Kupferdrähte wird einerseits

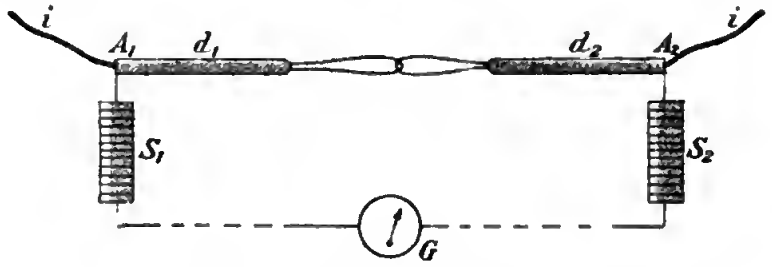


Fig. 658.

eine Leitung i, anderseits ein Vorlesungsgalvanometer G von kleinem Widerstand angeschlossen*). Werden dann durch die Leitung i Schwingungen geschickt, so erwärmt sich die Berührungsstelle der beiden Schlingen mehr als die Berührungsstellen mit den Drähten d_1 und d_2 und man bekommt im Galvanometer einen Ausschlag**).

b. Für Versuche mit sehr raschen Schwingungen wird häufig die Anordnung von Klemenčič[282]) verwendet, die in Fig. 659 schematisch

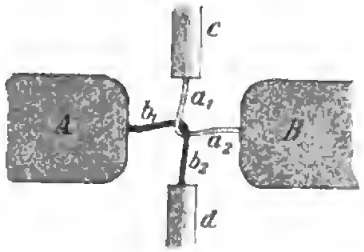


Fig. 659.

und vergrößert dargestellt ist. A und B sind Teile eines auf die Schwingung abgestimmten Resonators, $a_1 a_2$ ist ein dünner Draht aus dem einen Material, $b_1 b_2$ ein Draht aus einem anderen Material; c und d sind dickere Drähte, welche mit dem Galvanometer in Verbindung stehen.

*) Unter Zwischenschaltung von Spulen S_1 und S_2 mit Eisenkernen [387 d].

**) Man kann damit sehr gut die Resonanz von Kondensatorkreisen zeigen, wenn man in der Anordnung von Fig. 492 zwischen die Punkte $G_1 H_1$ das Thermoelement $A_1 A_2$ von Fig. 658 einschaltet. Solange der Bügel B von Fig. 492 noch weit von der Resonanzstelle entfernt ist, ist der Ausschlag im Galvanometer nur sehr gering; er wird aber umso bedeutender, je mehr der Bügel der Resonanzstelle genähert wird.

§ 2. Magnetische Wellenindikatoren.

404. Marconi's magnetischer Wellenindikator.

Eine Anordnung, bei welcher die magnetische Wirkung der Schwingungen benützt wird, ist schon in **221 d** beschrieben worden. Allein wenn auch die Rutherford'schen maximal magnetisierten Stahlnadeln für Laboratoriumszwecke und auch für Versuche auf kleinere Entfernungen eine genügende Empfindlichkeit besitzen, so hat die Erfahrung doch gezeigt, daß sie für größere Entfernungen, wie sie bei der drahtlosen Telegraphie verwendet werden, nicht ausreicht.

Zu einem Empfänger, der auch diesen Anforderungen genügt, ist Marconi gelangt[283]).

a. Die Erscheinung, auf welcher derselbe beruht, kann mit der Anordnung, die in Fig. 660 im Durchschnitt abgebildet ist, demon-

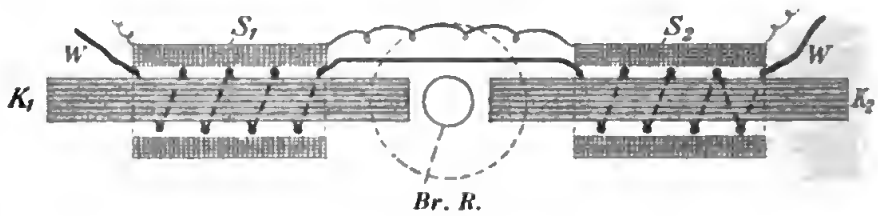


Fig. 660

striert werden. Zwei Kerne K_1 und K_2 aus einer größeren Anzahl hartgezogener, dünner Eisendrähte, die durch Einschmelzen in Paraffin voneinander isoliert sind, sind mit je einer Lage sehr gut isoliertem Kupferdraht bewickelt. Durch diese Wickelung W können Schwingungen hindurchgeschickt werden. Die Kerne mit ihrer Bewickelung befinden sich im Innern von Spulen S_1 und S_2, welche unter Vorschaltung von regulierbarem Widerstand an einige Akkumulatoren angeschlossen sind. Zwischen den beiden Kernen ist eine Braun'sche Röhre (Br. R.) angebracht[284]).

Es werde zuerst durch die Spulen S_1 und S_2 ein ganz schwacher Strom geschickt, dann dieser Strom bis zu einem Maximum verstärkt und dann wieder bis auf Null geschwächt. Der Fleck auf dem Schirm der Braun'schen Röhre wird dann nach einer Seite (etwa nach oben) bis zu einer maximalen Entfernung abgelenkt und kehrt dann nicht mehr ganz in seine Ruhelage zurück [**103**]. Die Erscheinung ändert sich aber, wenn während der Zu- oder Abnahme des Stroms in S_1 und S_2 durch die Wickelung W eine elektrische Schwingung geschickt wird.

(1) Der Strom in S_1 und S_2 sei im Zunehmen begriffen, der Fleck auf dem Wege von seiner Ruhelage zur maximalen Ablenkung. Die Wirkung einer durch die Wickelung W geschickten Schwingung äußert sich dann darin, daß der Fleck einen plötzlichen Sprung macht und zwar in der Richtung, daß seine Ablenkung vergrößert wird.

(2) Der Strom in S_1 und S_2 sei im Abnehmen begriffen, der Fleck in der Bewegung auf die Ruhelage zu. Sobald die Schwingung in W erfolgt, macht der Fleck wieder einen Sprung und zwar so, daß seine Ablenkung aus der Ruhelage verkleinert wird, d. h. wieder wie in (1), in derselben Richtung, in welcher er sich vor der Einwirkung der Schwingung bewegte*).

(3) Läßt man dem Strom in S_1 und S_2 eine gewisse Stärke und schickt man, nachdem man durch eine Schwingung schon einmal einen Sprung des Flecks hervorgerufen hat, noch eine zweite Schwingung durch die Wickelung W hindurch, so ändert diese zweite Schwingung an der Ablenkung des Flecks nicht mehr viel.

b. Für die Erklärung dieser Versuche hat man nach Marconi von der in **103** näher besprochenen Erscheinung der Hysteresis auszugehen. Sie besteht darin, daß die magnetische Induktion in einem Eisenkern nicht einfach mit der magnetischen Feldintensität und damit hier mit dem Strom in den Spulen S_1 und S_2 steigt und fällt. Läßt man vielmehr den Strom zwischen einem positiven und einem negativen Maximalwert variieren, so ist die magnetische Induktion immer gegen den Strom verspätet, z. B. nicht Null, wenn dieser durch Null hindurchgeht. Erfahrungsgemäß haben nun elektrische Schwingungen die Wirkung, diese Hysteresis zu schwächen oder aufzuheben. Schickt man also, während der Strom und damit die magnetische Feldintensität im Zunehmen begriffen ist, eine Schwingung durch die Windung, so wird die Verspätung der magnetischen Induktion gegen die Feldintensität ganz oder zum Teil aufgehoben, die magnetische Induktion eilt gewissermaßen der magnetischen Feldintensität nach, der Fleck auf der Braun'schen Röhre macht einen Sprung

*) Man erhält nur schwer große Sprünge des Flecks. Will man die Erscheinung möglichst auffallend demonstrieren, so empfiehlt es sich, statt der Braun'schen Röhre ein Kohlrausch'sches Horizontalvariometer mit einem einzigen Richtmagneten zu benützen und durch den Richtmagneten die Nadel so einzustellen, daß sie senkrecht zur Achse der beiden Spulenkerne steht. Schickt man dann eine Schwingung durch die Spule, so erhält man einen sehr starken Ausschlag des Variometers.

in derselben Richtung, in der er sich vorher schon bewegte (a, 1). Entsprechendes tritt ein, wenn die magnetische Feldintensität im Abnehmen begriffen ist (a, 2). Ist die magnetische Feldintensität konstant und ist die Wirkung der Hysteresis durch eine Schwingung schon

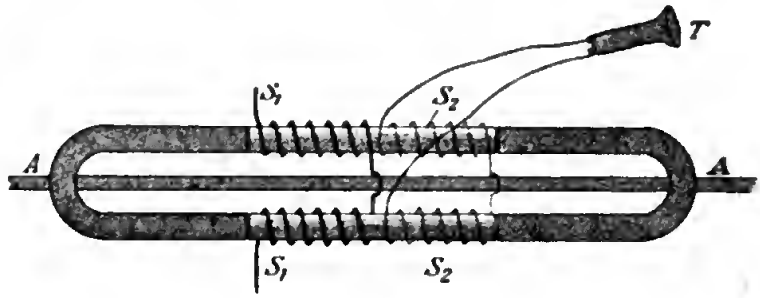


Fig. 661.

so weit aufgehoben, als es eben durch Schwingungen der betreffenden Amplitude möglich ist, so kann daran auch eine folgende Schwingung nicht mehr viel ändern (a, 3).

c. Man denke sich nun um die Kerne K_1 und K_2 von Fig. 660 noch eine weitere Wickelung herumgelegt. Die durch die Schwingung hervorgerufene plötzliche Aenderung der magnetischen Induktion im Eisenkern muß dann in dieser Wickelung eine EMK induzieren. Man muß also in einem an die Wickelung angeschlossenen Telephon ein Knacken hören.

Dabei kann man die Anordnung noch vereinfachen, indem man das wechselnde magnetische Feld nicht durch einen Strom, sondern

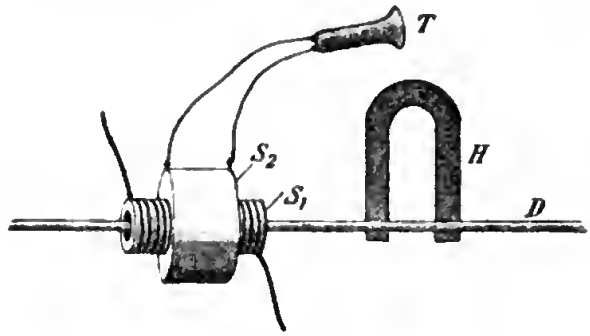


Fig. 662.

durch zwei Hufeisenmagnete erzeugt, die man auf einer Achse A (Fig. 661) befestigt und vor den beiden Eisenkernen rotieren läßt. Die Eisenkerne bekommen dann nur zwei Wickelungen, eine S_1 für die Schwingungen und eine S_2 für das Telephon. Beide Wickelungen werden

übereinander, nicht nebeneinander, wie es in Fig. 661 gezeichnet ist, gelegt. Dreht man dann die Magnete langsam*) (etwa so, daß sie pro Sekunde $^1/_2$ Umdrehung machen), so hört man jedesmal ein deutliches Knacken im Telephon, sobald man eine elektrische Schwingung durch S_1 schickt. Dabei ist es gleichgültig, ob sich die Pole gerade von den Eisenkernen entfernen oder sich ihnen nähern

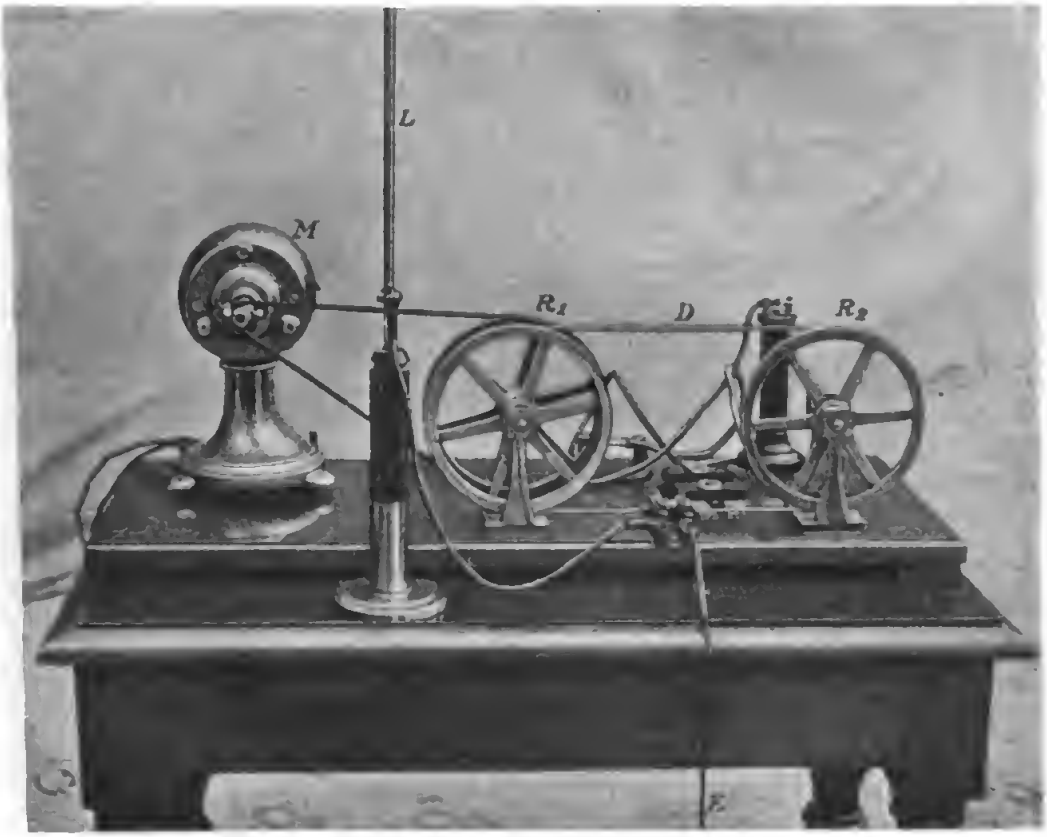


Fig. 663.

(a, 1 und 2). Läßt man aber die Magnete in irgend einer Stellung stehen, so hört man nur bei der ersten Schwingung ein Knacken, bei den nachfolgenden Schwingungen nicht mehr.

d. Marconi hat dem Ganzen noch eine nicht unwesentlich veränderte Anordnung gegeben. Die Eisendrähte bilden ein endloses Drahtseil D (Fig. 662), welches über zwei Räder R_1 und R_2 (Fig. 663)

*) Mit der Hand, bei praktischer Verwendung mit einem Uhrwerk. — Für Demonstrationszwecke genügt es, wenn man einen einzigen Kern aus Eisendrähten und einen einzigen Hufeisenmagneten verwendet und diesen mit der Hand dreht.

läuft, die durch einen kleinen Motor M oder ein Uhrwerk gedreht werden. Das Drahtseil geht unmittelbar vor den beiden Polen eines Hufeisenmagneten H (Fig. 662) vorbei und dann durch das Innere einer Spule S_1, welche zur Aufnahme der Schwingungen bestimmt ist. Auf diese Spule ist noch eine zweite S_2 gewickelt, deren Enden mit einem Telephon T in Verbindung stehen.

Nach Angabe von Marconi ist dieser magnetische Wellenindikator viel empfindlicher und zuverlässiger als der beste Kohärer.

405. Wellenindikator von Ewing und Walter[285]**.**

Ein Elektromagnet (Pole M Fig. 664), dem der erregende Strom durch die Bürsten B_1 und B_2 zugeführt wird, wird in mäßig schnelle Rotation — 5 bis 8 Umdrehungen pro Sekunde — versetzt. Zwischen den Polen befindet sich eine Spule von etwa 5 cm Länge, die aus ca. 500 bifilar gewickelten Windungen eines hartgezogenen Stahldrahtes angefertigt ist. Die Enden dieser Windungen stehen mit den Klemmen K_1 und K_2 in leitender Verbindung. Die Spule selbst läuft in Spitzen und wird durch eine Feder F in ihrer Lage gehalten.

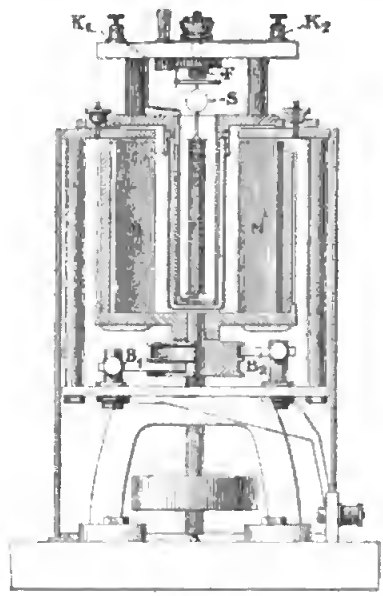


Fig. 664

Etwaige Ablenkungen aus dieser Lage können mit Hilfe eines mit der Spule starr verbundenen Spiegels S abgelesen werden. Zur besseren Isolation und Dämpfung befindet sich die Spule in einem Gefäß mit Petroleum.

Wenn der Elektromagnet in Umdrehung versetzt wird, so würde sich auch die Spule aus Stahldraht infolge der Hysteresis — näher kann darauf nicht eingegangen werden — mit drehen, wenn sie nicht durch die Feder F daran verhindert würde. Die Feder bewirkt, daß sie aus ihrer Ruhelage nur um einen gewissen Winkel abgelenkt wird. Werden nun Schwingungen durch die Spule geschickt, so wird die Ablenkung stark vergrößert und man beobachtet einen starken Ausschlag am Spiegel.

Nach den Angaben der Erfinder ist dieser Indikator für elektrische Schwingungen etwa von derselben Empfindlichkeit wie ein Kohärer mittlerer Empfindlichkeit. Er soll außerdem den großen Vorteil besitzen, daß die Größe des Ausschlags ein Maß für die Intensität*) der Schwingungen liefert. Praktische Verwendung bei der drahtlosen Telegraphie scheint derselbe bis jetzt nicht gefunden zu haben.

§ 3. Gasentladungen.

406. Evakuierte Röhren. Leuchteffekte.

a. Der direkteste Nachweis eines elektrischen Wechselfelds in Luft ist mit evakuierten Glasröhren mit oder ohne Elektroden möglich. Werden sie in ein genügend starkes elektrisches Wechselfeld gehalten, so daß ihre Achse die Richtung der elektrischen Induktionslinien hat, so leuchten sie. Zur Demonstration dieser Eigenschaft kann die in Fig. 529 abgebildete Spule — durch Kondensatorkreis zur Grundschwingung oder ersten Oberschwingung erregt [350] — dienen. Noch in ca. 3 m Entfernung von der Spule kann mit guten Geißlerröhren die Richtung der elektrischen Feldintensität bei der Grundschwingung, noch in ca. 1 m Entfernung die Lage der Knoten und Bäuche der elektrischen Feldintensität in Luft bei der ersten Oberschwingung sehr anschaulich festgestellt werden. Auch folgende sehr bekannte Anordnung kann dazu verwendet werden. An die Pole eines Teslatransformators werden zwei möglichst große Platten aus Blech, Stanniol oder Drahtnetz angeschlossen und in einer günstigen Entfernung parallel zueinander aufgestellt. In dem Raum zwischen den beiden Platten entsteht dann ein elektrisches Wechselfeld sehr hoher Amplitude, in dem isoliert aufgehängte Geißlerröhren sehr lebhaft leuchten.

*) Wovon die Größe des Ausschlags abhängt, ob von dem Effekt oder der Maximalamplitude der Schwingung, ist in der Abhandlung von Ewing und Walter nicht angegeben.

b. Diese Verwendung von evakuierten Röhren, für die in früheren Versuchen Beispiele genug enthalten waren, ist indessen auf Fälle beschränkt, wo die Amplitude des elektrischen Wechselfelds eine relativ bedeutende ist. Zum Nachweis schwacher Wechselfelder ist es notwendig, an die Elektroden der Röhren Drähte oder Spulen anzuschließen. Infolge des Wechselstroms, der in diesen Drähten oder Spulen durch das Wechselfeld erzeugt wird, treten zwischen den Elektroden der Röhren bei weitem höhere Spannungen auf als ohne Ansatzdrähte und die Röhren kommen unter Umständen auch dann noch ins Leuchten, wenn die direkte Einwirkung des Wechselfelds bei weitem nicht mehr dazu ausreicht.

c. Was die Wahl der Röhren betrifft, so kommt es darauf an, ob besonders große Helligkeit oder besonders große Empfindlichkeit der Röhren (d. h. Ansprechen auf eine möglichst kleine Spannungsamplitude) gefordert wird. Im ersten Fall sind am besten Röhren, in denen sich irgend eine unter dem Einfluß der Entladungen lumineszierende Substanz befindet und das Leuchten verstärkt*). Für große Empfindlichkeit sind zu empfehlen[286]) Röhren mit Heliumfüllung, ferner solche mit Luft, in die Natrium elektrolytisch eingeführt wurde**). Kommt es auf ganz besonders große Empfindlichkeit an, so kann die eine Elektrode der Röhre unter Zwischenschaltung eines größeren Flüssigkeitswiderstands mit dem einen Pol eines kleinen Induktors verbunden werden[287]). Man läßt den kleinen Induktor während der Versuche fortgesetzt im Gang und reguliert die Stromstärke in demselben so, daß die Wirkung des Induktors gerade nicht genügt, um ein Leuchten der Röhre hervorzurufen.

407. Evakuierte Röhren. Leitvermögen.

Eine andere Art, evakuierte Röhren zum Nachweis elektrischer Wechselfelder zu verwenden, beruht auf der Tatsache, daß elektrische Schwingungen auch dann, wenn sie nicht im stande sind, ein verdünntes Gas zum Leuchten zu bringen, dem Gas doch ein gewisses Leitvermögen erteilen, so daß nun die Entladungen anderer Elektrizitätsquellen durch das Gas hindurchgehen können.

a. Die erste Anordnung dieser Art ist die von Zehnder[288]), die in

*) Solche Röhren sind z. B. von den Firmen J. H. Geißler Nachf. F. Müller, Bonn, Müller-Uri, Braunschweig, E. Leybold's Nachf., Köln zu beziehen. Die Empfindlichkeit der verschiedenen Röhren ist meist sehr verschieden. Also ausprobieren oder selbst auf günstigsten Druck evakuieren!

**) Vgl. S. 732 Fußnote *).

Fig. 665 schematisch dargestellt ist. Eine evakuierte Röhre, in welche mit Hilfe der Elektrode f elektrolytisch Natrium eingeführt wurde, besitzt zwei nur wenig von einander entfernte Elektroden a und b, welche mit der Leitung L, in welcher die Schwingungen stattfinden sollen, verbunden sind. Die zwei Elektroden c und d sind an die

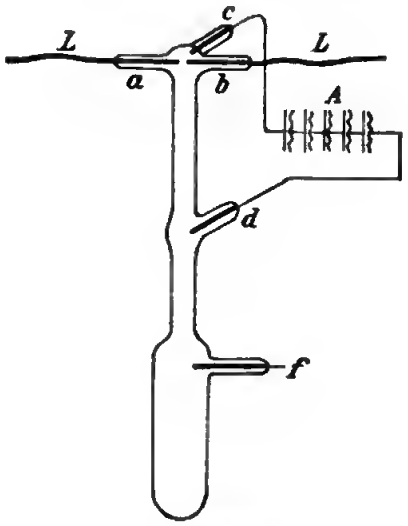


Fig. 665.

beiden Pole einer Batterie A von kleinen Hochspannungsakkumulatoren angeschlossen. Die Zahl derselben ist so gewählt, daß sie eben nicht genügt, eine Entladung durch die Röhre hindurchzuschicken. Sobald aber in der Leitung L Schwingungen erregt werden, wird das Gas in der Röhre leitend, und die Entladung der

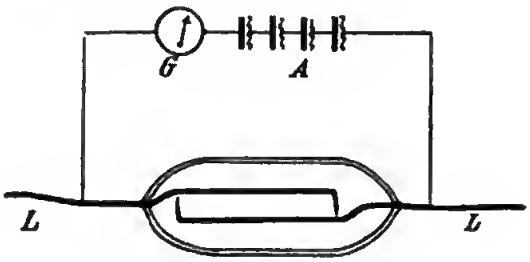


Fig. 666.

Akkumulatoren geht durch die Röhre hindurch und veranlaßt dieselbe zu lebhaftem Leuchten.

b. Auf demselben Prinzip beruht eine Anordnung von Righi[289]) (Fig. 666). Die evakuierte Röhre R hat nur zwei Elektroden, die aus zwei zugespitzten Platindrähten gebildet sind. Sie werden mit

der Leitung L, in welcher die Schwingungen stattfinden sollen, und mit den beiden Polen einer Batterie Hochspannungsakkumulatoren A verbunden. In die letztere Leitung ist ein Galvanometer eingeschaltet. Wird die Leitung L mit Schwingungen beschickt, so wird das Gas in der Röhre leitend und es geht auch der Strom der Akkumulatorenbatterie A durch dasselbe hindurch; das Galvanometer zeigt also

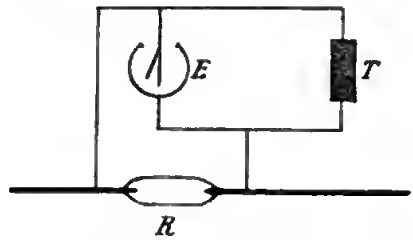


Fig. 667.

einen Ausschlag. Sobald die Schwingungen aufhören, hört auch das Leitvermögen auf und der Ausschlag des Galvanometers geht zurück.

c. Die Unannehmlichkeit in der Zehnder'schen und Righi'schen Anordnung, welche die Verwendung einer Batterie von Hochspannungsakkumulatoren mit sich bringt, kann vermieden werden, wenn man nach dem Vorgang von Boltzmann[290]) nicht Leuchteffekte oder Galvanometer, sondern Elektrometer verwendet. Dann kann die Akkumulatorenbatterie durch die bequeme und billige Trockensäule ersetzt werden.

Die Anordnung kann dabei die sein (Fig. 667), daß die beiden Pole des Elektrometers E einerseits mit den Polen der Trockensäule T,

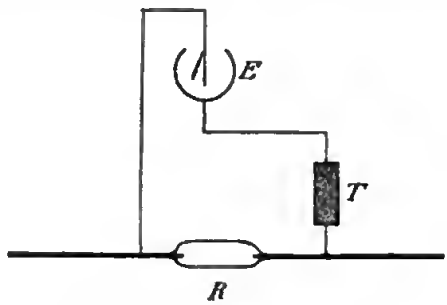


Fig. 669.

andererseits mit den Elektroden der evakuierten Röhre R verbunden sind. So lange das Gas in der Röhre nicht durch Schwingungen leitend gemacht ist, zeigt das Elektrometer einen Ausschlag infolge der Ladung, welche es durch die Trockensäule bekommt. Sobald aber das Gas durch die Schwingungen leitend wird, entlädt sich das

Elektrometer durch das Gas hindurch. Da die Trockensäule nicht im stande ist, diese Ladung genügend rasch wieder zu ergänzen, so geht der Ausschlag des Elektrometers einen Moment stark zurück. Er tritt aber, wenn die Schwingungen aussetzen, wieder auf.

Statt dessen kann auch die Verbindung diejenige von Fig. 668 sein: Hier ist, ehe das Gas durch die Schwingungen leitend geworden ist, ein Ausschlag am Elektrometer nicht vorhanden, er tritt aber auf, sobald das Gas durch die Schwingungen eine gewisse Leitfähigkeit und durch das Gas hindurch das Elektrometer eine Ladung bekommen hat.

d. Wenn es sich darum handelt, die Versuche einer größeren Anzahl Zuhörer in möglichst auffallender Weise vorzuführen, so ist die Verwendung einer Quecksilberbogenlampe in der Anordnung von Fig. 495 (S. 605) besonders geeignet. Sie besitzt vor der Kohlenbogenlampe [vgl. S. 791 Fußnote *)] den großen Vorteil, daß — wenigstens bei richtiger Einregulierung [290a]) — der Bogen wieder von selbst verschwindet, sobald die Schwingungen aufhören.

408. Funken. Leuchteffekte.

Zum Nachweis elektrischer Schwingungen in einem Leiter wurden schon bei früheren Versuchen die Funken herangezogen, welche entstehen, wenn man zwei Punkte des Leiters, zwischen denen eine hohe Spannungsamplitude besteht, einander nähert oder zwischen denselben ein Funkenmikrometer einschaltet.

Für Intensität und Länge der Funken ist es günstig, sie zwischen Kohlespitzen (dünne, zugespitzte Bogenlampenkohlen) oder zwischen Stanniol, das auf Glas aufgeklebt wurde, überschlagen zu lassen. Sind die Schwingungen von so geringer Amplitude, daß einigermaßen kräftige Funken nicht zu erreichen sind, so ist es nötig, sie mit der Lupe zu beobachten.

a. Besonderes Interesse darf der Nachweis elektrischer Schwingungen mit kleinen Fünkchen beanspruchen, weil Hertz sich dieses Mittels bei seinen Untersuchungen bediente und damit zuerst die optischen Eigenschaften elektromagnetischer Wellen experimentell nachwies.

In einem Falle [291]) benützte er als Leiter, in welchem durch die elektrischen Wellen Schwingungen erregt wurden, einen linearen, nahezu geschlossenen Resonator [297] (Fig. 669), der auf die Schwingungen des Oszillators abgestimmt war. Wird ein solcher Resonator in Schwingungen versetzt, so entsteht an den Enden, d. h. den Polen

der Funkenstrecke ein Spannungsbauch*), und wenn die Spannungsamplitude groß genug geworden ist, ein Funke. Daß ein solcher kreisförmiger Resonator die Richtung der magnetischen Feldintensität liefern kann, geht schon aus **401** hervor. Er kann aber

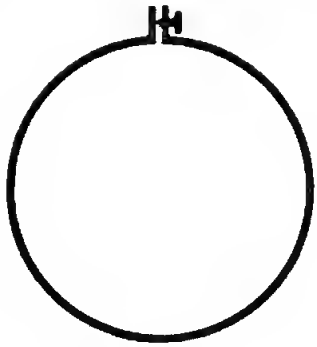


Fig. 669.

tatsächlich — was hier nicht näher ausgeführt werden soll — auch zum Nachweis der Richtung der elektrischen Feldintensität benützt werden.

Das letztere wiederum ist nahezu selbstverständlich bei derjenigen Form des Resonators, mit welcher Hertz seine Versuche über die optischen Eigenschaften elektromagnetischer Schwingungen ausführte[292]). Es ist (Fig. 670) einfach ein linearer Resonator, der in der Mitte durch eine fein regulierbare Funkenstrecke (Kugel — Spitze) unterbrochen ist.

Wer einmal mit diesen einfachen Hertz'schen Anordnungen Versuche gemacht hat, wird wohl erstaunt sein, mit welcher Sicherheit die Funken einsetzen und verschwinden**) und mit welcher

Fig. 670.

Sicherheit man sehr bald jedes Heller- oder Dunklerwerden der Funken beurteilt.

b. An Empfindlichkeit dem Hertz'schen Resonator überlegen ist der „Righi'sche Resonator"[293]) (Fig. 671). Man kann sich vorstellen, daß er ebenso aus dem Hertz'schen Sender von Fig. 422 (S. 499) hervorgegangen ist wie der Righi-Sender von Fig. 425 aus dem Hertz'schen

*) Man darf den kreisförmigen Hertz'schen Resonator nicht als geschlossenen Stromkreis auffassen. Er wird das erst durch den Funken, hört aber dann auf ein Resonator zu sein.

**) Vorausgesetzt, daß die Schwingungen des Oszillators regelmäßig sind.

von Fig. 423: reduziert man bei dem Hertz'schen Sender von Fig. 422 die Länge der Strombahn immer mehr, so gelangt man schließlich zu einem Oszillator bezw. Resonator, der nur aus zwei rechteckigen Platten und dazwischen einer Funkenstrecke besteht. Da man auf Glas unter sonst gleichen Umständen bei weitem größere Funkenlängen erhält als in freier Luft, so hat Righi die beiden Platten auf Glas gesetzt, außerdem den Abstand derselben so klein wie möglich gemacht. Er gelangte so zu einem Resonator, den man sich folgendermaßen leicht herstellen kann. Käufliches, versilbertes Spiegelglas

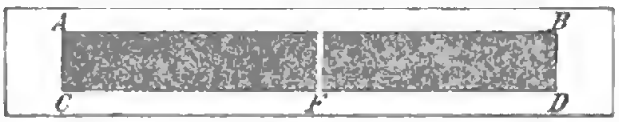


Fig. 671

wird mit dem Diamanten in 0,5 bis 2 cm breite Streifen zerschnitten, welche die Länge des anzufertigenden Resonators haben. In der Mitte wird der Lack, mit welchem die Versilberung überzogen ist, mit Alkohol entfernt und nun dort mit einem feinen Federmesser oder Skalpell ein feiner Schnitt F quer durch die Versilberung des Streifens geschnitten.

Wie man mit einem solchen Righi'schen Resonator die Richtung der elektrischen Feldintensität in einem elektrischen Wechselfeld nachweisen kann, läßt sich in folgender Weise demonstrieren. Man stellt einen passenden*) Righi'schen Resonator in dem Feld eines

*) Die Länge A B = C D eines Resonators, der mit einem vorgegebenen Oszillator in Resonanz ist, probiert man am besten aus. Sehr ausgesprochen ist die Resonanz nicht, wenn auch gut nachweisbar. Nimmt man als Oszillator einen linearen von 30—40 cm Gesamtlänge, so überzeugt man sich, daß Resonatoren von ungefähr derselben Länge darauf am besten ansprechen. Ein in Aktion befindlicher Righi'scher Resonator muß also dieselbe Wellenlänge haben wie ein gleich langer linearer Oszillator, d. h. seine Länge muß gleich der halben Wellenlänge sein. Wegen der Analogie mit dem linearen Sender muß aber daraus geschlossen werden, daß auch der Righi'sche Resonator in der Mitte einen Spannungsknoten und damit Strombauch besitzt. Dieses Resultat ist einigermaßen auffallend: man sollte eher erwarten, daß es am günstigsten wäre, wenn jede Hälfte des Righischen Resonators = ½ Wellenlänge wäre, so daß dann zwischen den beiden Seiten des Einschnitts F besonders hohe Spannungsamplituden auftreten müßten. Daß das nicht zutrifft, erklärt sich wohl in folgender Weise: ein elektrisches Wechselfeld, das stark genug ist, den Resonator zum Ansprechen zu bringen, genügt auch — obwohl anfänglich keine Resonanz zwischen Oszillator und den beiden Resonatorhälften besteht —, um kleine Fünkchen an dem Schnitt F überspringen zu lassen und so die Leitung zwischen beiden Resonatorhälften ber-

kleinen Hertz'schen oder größeren Rigbi'schen Oszillators drehbar auf und beobachtet nun mit bloßem Auge oder mit der Lupe den Schnitt in demselben. Dreht man dann den Resonator, so findet man, daß die Fünkchen bei einer bestimmten Richtung des Resonators — eben der Richtung der elektrischen Feldintensität — besonders zahlreich und intensiv werden, daß sie umso schwächer werden, je mehr man von dieser Richtung abgeht und daß sie ganz verschwinden, wenn der Resonator ganz oder nahezu senkrecht zu dieser Richtung steht.

Die Empfindlichkeit eines Rigbi'schen Resonators ist gegenüber anderen Anordnungen mit Funken sehr groß, allerdings gegenüber Wellenindikatoren wie der Kohärer nur sehr klein. Er besitzt aber ebenso wie die Hertz'schen Anordnungen (a) den großen Vorteil, daß nicht wie bei den meisten anderen empfindlichen Wellenindikatoren Nebenapparate und Zuleitungen zu denselben nötig sind, welche leicht Veranlassung zu Störungen geben.

c. Unter Verzicht auf diesen Vorteil kann eine bedeutende Verstärkung von kleinen Fünkchen erzielt werden, wenn man die beiden Punkte, zwischen denen die Funken übergehen sollen, unter Vorschaltung von kleinen Spulen [387 d] und einer Glühlampe mit einer Wechselstromleitung verbindet. Dabei ist es vorteilhaft, die Funken zwischen Kohlespitzen übergehen zu lassen.

Fig. 672 zeigt einen solchen Versuch. $S_1 S_2$ sind die beiden Spulen, G die Glühlampe, $K_1 K_2$ Klemmen einer Wechselstromleitung. $H_1 H_2$ ist ein Resonator, der dem Hertz'schen Oszillator von Fig. 422 genau nachgebildet ist. Die beiden Teile des Resonators werden am besten auf das Gestell der in Fig. 393 abgebildeten Funkenstrecke montiert, so daß der Abstand der beiden Kohlespitzen mit der Mikrometerschraube fein reguliert werden kann.

Man schalte zuerst die Wechselstromleitung ab und stelle den Resonator allein im Feld eines gleich großen Hertz'schen oder auch eines Rigbi'schen Oszillators auf und reguliere den Abstand der beiden Teile so, daß eben kleine Fünkchen übergehen, wenn der Oszillator in Betrieb ist. Wird nun die Wechselstromleitung angeschlossen, so geben jetzt statt der unscheinbaren rötlichen Fünkchen von vorher

zustellen. Ist diese aber einmal hergestellt, so ist es für die Intensität des Funkens günstig, wenn möglichst viel Strom durch denselben hindurchgeht, d. h. wenn der Resonator jetzt in Resonanz ist und der Schnitt an einem Strombauch sich befindet. Möglich ist auch, daß anfänglich die beiden Schnittflächen wie die Belegungen eines Kondensators wirken, der sich im Strombauch des Resonators befindet [vgl. 332, auch 439].

größere meist glänzende Funken über, die selbst für Demonstration auf größere Entfernung gut zu brauchen sind. Die Funken verschwinden sofort, sobald die Schwingungen des Oszillators aufhören*).

Mit dieser Anordnung kann die Erscheinung der Resonanz noch bei so schnellen Schwingungen, wie sie ein Righi'scher oder kleiner

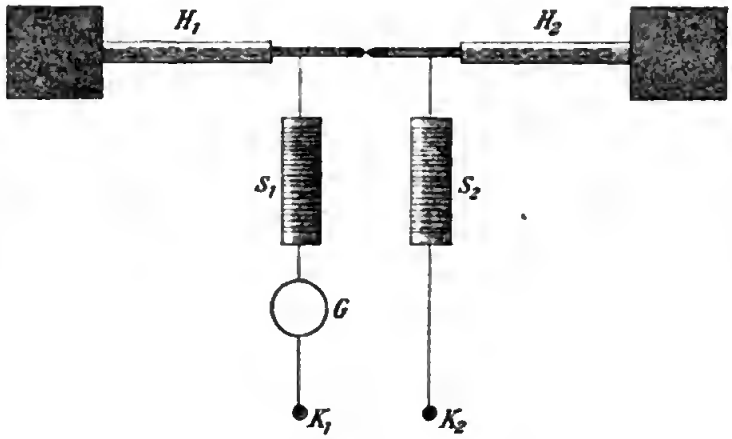


Fig. 672.

Hertz'scher Oszillator liefert, gezeigt werden. Zu dem Zweck sind die Platten des Resonators an Messingröhren $H_1 H_2$ angelötet, die sich möglichst leicht verschieben lassen. Man kann dadurch die Länge des Resonators und damit die Wechselzahl seiner Eigenschwingungen variieren. Man probiere nun zuerst aus, bei welcher Länge maximale Wirkung eintritt, bei welcher also Resonanz vorhanden ist und stelle dann die Entfernung der beiden Kohlespitzen ein, daß eben Funken übergehen. Wird dann der Resonator verlängert oder verkürzt, so verschwinden die Funken**).

409. Funken. Leitung.

a. Schon bei dem eben beschriebenen Versuch spielte das Leitvermögen, welches die Funkenbahn besitzt, eine wesentliche Rolle.

*) Ist der in die Wechselstromleitung eingeschaltete Widerstand nur relativ klein oder die Spannung des Wechselstroms anf 200—300 Volt hinauftransformiert, so erhält man beim Einsetzen des Funkens einen Flammenbogen, der aber nach dem Aufhören der Schwingungen nicht auch aufhört. Das Anzünden von Flammenbogen dnrch die Schwingungen wird ebenfalls zu Demonstrationszwecken verwendet[294]).

**) Statt dessen kann anch so verfahren werden. Man stellt die Länge des Resonators zuerst auf Resonanz, d. h. maximale Wirkung, ein. Hängt man dann über die Platten je ein Stanniolblatt, vergrößert man also ihre Kapazität und verkleinert man damit die Wechselzahl, so verschwinden die Funken.

Während der Funke überschlägt, geht durch die leitende Funkenbahn auch der Wechselstrom über, verstärkt dadurch den Strom und veranlaßt das bei weitem stärkere Leuchten. Daß das der Fall ist, sieht man an der eingeschalteten Glühlampe G: So oft glänzende Funken zwischen den beiden Kohlespitzen übergehen, wird sie zum mindesten rotglühend, eventuell auch, wenn die Länge der Funkenstrecke, die Kerzenstärke der Glühlampe und die Spannung des Wechselstroms richtig zu einander passen, weißglühend. In diesem Fall stellt dann die Anordnung — Kohlespitzen in regulierbarer Entfernung, im Nebenschluß dazu Wechselstromleitung mit Glühlampe — ein relativ empfindliches und effektvolles Mittel zur Demonstration sehr vieler Erscheinungen bei elektrischen Wellen dar.

b. Auch in den Schaltungen von Fig. 667 und 668 können statt der evakuierten Röhren etwa ebensogut Funkenstrecken verwendet werden. Die dortigen Anordnungen sind dann so einfach, als sie für Laboratoriumszwecke nur irgend gewünscht werden können.

§ 4. Unvollkommene Kontakte.

410. Kohärer mit Metallkörnern.

Derjenige Wellenindikator, der für die drahtlose Telegraphie von fundamentaler Bedeutung geworden ist, ist der „*Kohärer*", für den auch der deutsche Name „*Fritter*" gebraucht wird.

a. Das Prinzip, auf dem er beruht, kann folgendermaßen demonstriert werden. In einer Glasröhre befinden sich zwei Elektroden E_1 und E_2 (Fig. 673) aus Metall und zwischen denselben Metall-

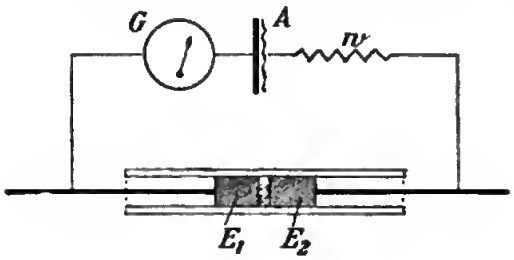


Fig. 673.

körner, -pulver oder -feilicht irgend welcher Art. An diese Elektroden ist angeschlossen ein galvanisches Element A, ein Vorlesungsgalvanometer G und ein Widerstand w.

(1) Das Galvanometer zeigt anfänglich keinen merklichen Ausschlag, ein Zeichen, daß die Metallkörner für die Spannung des Elements

einen sehr großen Widerstand besitzen bezw. überhaupt nicht leitend sind. Erregt man aber in der Nähe elektrische Schwingungen irgend welcher Art, z. B. mit einem kleinen Righi'schen Oszillator, so zeigt sich sofort ein starker Ausschlag am Galvanometer. Durch den Einfluß der Schwingungen, welche die Wellen des Oszillators in den Zuleitungsdrähten oder Elektroden des Kohärers hervorriefen, ist das Metallpulver leitend geworden.

(2) Setzt man nun den Oszillator außer Tätigkeit, so bleibt der Ausschlag am Galvanometer bestehen. Haben also Metallkörner durch elektrische Schwingungen ein gewisses Leitvermögen bekommen, so bleibt dieses auch bestehen, wenn die Schwingungen aufgehört haben.

(3) Nun führe man gegen den Kohärer mit einem kleinen Stähchen (Bleistift) einen leichten Schlag: sofort geht der Ausschlag des Galvanometers vollkommen zurück. Dieselbe Wirkung hat jede stärkere Erschütterung des Kohärers. Das Leitvermögen also, welches Metallkörner durch elektromagnetische Schwingungen bekommen haben, kann durch eine Erschütterung aufgehoben werden. Man bezeichnet das Nichtleitendmachen des Kohärers häufig als *„Entfritten"*.

b. Darauf, daß ein solcher Kohärer ein äußerst empfindlicher Wellenindikator ist, hat wohl zuerst Branly hingewiesen[295]). Zur Erklärung seiner Wirksamkeit sind die verschiedensten Versuche gemacht und die verschiedensten Vermutungen aufgestellt worden, ohne daß es gelungen wäre, die Wirkung des Kohärers mit Sicherheit auf eine einzige bekannte Erscheinung zurückzuführen. Der Name Kohärer (von *cohaerere* = zusammenhängen), den O. Lodge eingeführt hat, ebenso die deutsche Uebersetzung Fritter rührt von der Anschauung her, daß durch die elektrischen Schwingungen die einzelnen vorher getrennten Körner unter dem Einfluß kleiner Fünkchen oder anderer Wärmewirkungen zusammengeschweißt und dann durch die Erschütterung wieder getrennt werden[295a]).

c. Die vielen Bemühungen, die gemacht wurden, um den Kohärer zu einem praktisch brauchbaren Apparat auszubilden, können hier nicht besprochen werden. Erwähnt werden sollen einige Formen des Kohärers, welche den hohen Anforderungen, welche die Praxis der drahtlosen Telegraphie an sie stellt, entsprochen haben. Sie sind gleichzeitig typisch für die Richtungen, in welchen sich die Verbesserungen am Kohärer bewegt haben.

(1) Der Kohärer Marconi's (Fig. 674).

Als Elektroden verwendet Marconi nach seinen Angaben Silber,

welches leicht amalgamiert ist, als Füllung ein Gemisch von 96 % Nickel und 4 % Silberfeilicht. Der ganze Kohärer ist in eine Glasröhre eingeschmolzen, deren Innenraum auf etwa 0,8 mm Quecksilberdruck evakuiert ist. Die Endflächen der Elektroden sind etwas abgeschrägt[296]), so daß die Entfernung zwischen den Elek-

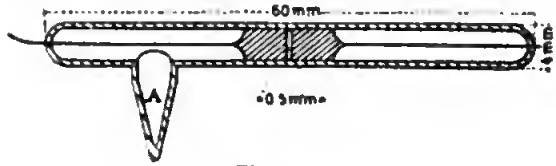


Fig. 674.

troden an den verschiedenen Stellen verschieden ist (Fig. 675*). Der Vorteil dieser Einrichtung ist der, daß bei Erschütterungen des Kohärers ein Klemmen der Körner viel weniger leicht möglich ist, als bei parallelen Endflächen und so das Entfritten sicherer vor sich geht.

(2) Der Kohärer der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie (Fig. 676).

Der Kohärer, den diese Gesellschaft von der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft übernommen hat, ist wie derjenige

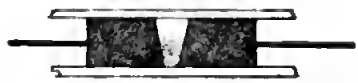


Fig. 675.

von Marconi in eine evakuierte Glasröhre eingeschmolzen, besitzt eine Füllung aus Nickelfeilicht und Elektroden aus Silber, die stärker als beim Marconi'schen Kohärer keilförmig abgeschrägt sind. Die starke Abschrägung soll, abgesehen von einem leichteren Entfritten, auch noch den Zweck haben, daß man durch einfaches Drehen des Kohärers seine Empfindlichkeit regulieren kann.

(3) Der Stahlkohärer von Koepsel.

Die einzelnen Teile desselben sind in Fig. 677 abgebildet. $A_1 A_2$ sind die beiden Elektroden aus sehr hartem Stahl mit parallelen und

Fig. 676.

hochglanz-polierten Endflächen. Der Abstand derselben ist regulierbar. Die Elektrode A_1 wird durch die Feder F nach außen gedrückt

*) In Fig. 674, einer früheren Form des Marconikohärers, sind die Endflächen parallel.

und kann durch die Mikrometerschraube S nach innen geschraubt werden. Für die Füllung wird Stahlpulver verwendet: es wird durch Zerstoßen aus einem Stahl hergestellt, dem man durch starkes Erhitzen und nachfolgendes Abkühlen in Quecksilber extreme Härte erteilt hat. Die Empfindlichkeit dieser Kohärer kann, abgesehen von der Entfernung der Elektroden und der Wahl größerer oder

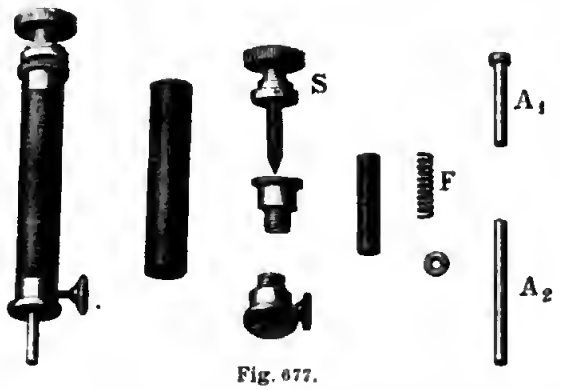


Fig. 677.

feinerer Körner, noch dadurch reguliert werden, daß in der Nähe der einen Elektrode ein Hufeisenmagnet angebracht ist, dessen Pole der Elektrode mehr oder weniger genähert werden können, so daß dadurch eine verschiedene magnetische Wirkung auf die Stahlkörner ausgeübt wird*).

d. Was sich allgemein über die Konstruktion von Kohärern sagen läßt, ist ungefähr das folgende**):

(1) Je größer die Elektrodenflächen sind, umso empfindlicher ist unter sonst gleichen Umständen ein Kohärer, umso schwerer hält es aber auch, ihn zu entfritten.

(2) Für die Metallkörner kommt es weniger auf das Material als auf die Form an. Sie soll möglichst kantig und spitzig sein. Kohärer, bei denen glatte Metallkügelchen irgend welcher Art zur Verwendung kommen, sind wegen ihrer geringen Empfindlichkeit und ganz besonders großen Unzuverlässigkeit nicht zu brauchen. Besondere Sorgfalt ist bei der Auswahl der Körner am Platze. Sie sind zuerst auszusieben und dann mit einer starken Lupe einzeln auszulesen. Dabei sind alle Körner, welche in irgend einer Rich-

*) Andere Vorschläge als Füllung ferromagnetische Körner, und, sei es zur Erhöhung der Empfindlichkeit, sei es zum Entfritten, ein magnetisches Feld zu verwenden, sind vielfach gemacht worden.

**) Das folgende beruht teils auf Angaben in der Literatur, teils auf eigenen Erfahrungen.

tung bedeutend länger sind, als in einer anderen, auszuschließen. Derartige Körner geben sonst Anlaß zu einem Klemmen der Körner, einem Hauptgrund für ein unsicheres Funktionieren.

(3) Soll der Kohärer möglichst empfindlich werden, so soll die Füllung aus einer geringen Zahl relativ großer Körner bestehen. Wird auf besonders sicheres Funktionieren, dagegen nicht auf große Empfindlichkeit Wert gelegt, so ist eine größere Anzahl feinerer Körner zu benützen.

(4) Ob es für die Empfindlichkeit viel austrägt, wenn man die Kohärer evakuiert, scheint unsicher zu sein. Sicher hat das Evakuieren den Vorteil, daß dabei der ganze Kohärer sehr sorgfältig getrocknet und trocken erhalten werden kann. Sehr gut getrocknete Elektroden und Körner sind aber eine absolut notwendige Bedingung für einen gut funktionierenden Kohärer.

e. Für Laboratoriumsversuche besteht die Schwierigkeit, einen genügend unempfindlichen, aber zuverlässigen Kohärer zu erhalten. Zu empfehlen ist folgendes Verfahren. In einem Kohärer Koepselscher Form*) verwendet man statt der Stahlelektroden**) solche von Messing, an deren Enden Silberplatten angelötet sind. Als Füllung nimmt man ziemlich viel feines Chrompulver, das man durch Zerstoßen erhalten und in sorgfältigster Weise ausgelesen und getrocknet hat***).

Einem derartigen Kohärer haftet von der Launenhaftigkeit, die am Anfang der Versuche mit drahtloser Telegraphie als charakteristisches Merkmal eines Kohärers überall hervorgehoben wurde, nur sehr wenig an. Zeigt ein sorgfältig hergestellter Kohärer bei den Versuchen doch Unregelmäßigkeiten, so tut man gut, den Unterbrecher und eventuell Oszillator nachzusehen. Häufig liegt der Grund für die Unregelmäßigkeit nicht daran, daß der Kohärer die Wellen unregelmäßig registriert, sondern daran, daß der Oszillator sie unregelmäßig erzeugt.

411. Quecksilberkohärer.

a. Ein, wie sich später zeigen wird, nicht zu unterschätzender Nachteil der Kohärer mit festen Metallkörnern besteht darin, daß

*) Zu beziehen von der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie, Berlin.

**) Stahlelektroden und -Körner sind für Laboratoriumszwecke nicht günstig, da sie sehr sorgfältig vor magnetischen Einflüssen geschützt werden müssen.

***) Aehnliche Kohärer wurden bei den Versuchen in der Nähe von Cuxhaven benützt und haben sich gut bewährt.

sie einer besonderen Erschütterung und damit besonderer Hilfsapparate bedürfen, um wieder in den nicht leitenden Zustand übergeführt zu werden und demnach für den Nachweis einer folgenden Schwingung bereit zu sein. Frei von diesem Nachteil ist ein Kohärer, der bei Versuchen in der italienischen Marine ausprobiert wurde und von einem Signalmaat der italienischen Marine, Castelli, herzurühren scheint Er besteht aus einer Glasröhre, in welche zwei Elektroden aus Eisen oder aus Eisen und Kohle eingeführt sind. Zwischen diesen befindet sich statt der Metallkörner ein Quecksilbertropfen (Fig. 678).

Abgesehen davon, daß dieser Kohärer in nicht erregtem Zustand viel geringeren Widerstand hat als ein Kohärer aus festen Metallkörnern, besitzt er die Eigenschaft, nach dem Aufhören der Schwin-

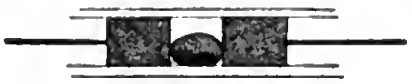


Fig. 678.

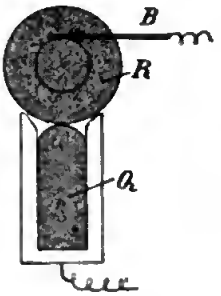


Fig. 679.

gungen, die seinen Widerstand wie bei Metallkörnern herabsetzen, seinen ursprünglichen Zustand von selbst wieder anzunehmen, also ohne weiteres zur Aufnahme einer neuen Schwingung bereit zu sein.

b. Einen rotierenden Quecksilberkohärer haben A. Koepsel, andererseits O. Lodge und Muirhead[297]) konstruiert (Fig. 679). In das Quecksilber Q, das mit Mineralöl bedeckt ist, taucht etwas ein Stahlrad R ein, das durch ein Uhrwerk oder einen Motor in fortgesetzte Rotation versetzt wird und das durch Vermittelung der Schleiffeder B an einen Pol eines galvanischen Elements angeschlossen werden kann, mit dessen anderem Pol das Quecksilber Q in leitender Verbindung steht. Solange der Kohärer nicht von Wellen getroffen wird, ist eine leitende Verbindung zwischen Quecksilber und Stahlrad nicht vorhanden. Sobald Schwingungen den Apparat treffen, stellt sie sich her, um nach dem Aufhören der Schwingungen von selbst wieder zu verschwinden.

412. Kohle- bezw. Graphitkohärer (Mikrophonkontakt).

Dieselbe Eigenschaft besitzen, wie wohl zuerst Tommasina[298]) nachgewiesen hat, außer dem Quecksilberkohärer bis zu einem gewissen

Grade auch alle Kohärer, bei denen Kohle oder Graphit, sei's in Form von Pulver zur Füllung, sei's als Elektroden, zur Verwendung kommen. Die einfachste Form eines solchen Kohärers erhält man, indem man (Fig. 680) einen Draht D aus irgend einem Metall auf eine Bogenlampenkohle K oder Graphitstift (aus einem Bleistift) legt. Schließt man ein Element A mit Telephon T an und erregt man in der Nähe Schwingungen, z. B. mit einem Righi'schen Oszillator, so hört man im Telephon jedesmal ein Knacken, wenn man am Oszillator einen Funken überschlagen läßt*). Dieser Kohärer (Mikrophonkontakt) muß also die Eigenschaft besitzen, nachdem eine Schwingung abgelaufen ist, von selbst wieder in den Zustand zurückzukehren, in welchem er zum Nachweis einer neuen Schwingung befähigt ist.

Das Knacken im Telephon kann längere Zeit mit größter Regelmäßigkeit erfolgen, so oft ein Funke am Oszillator überschlägt. Man

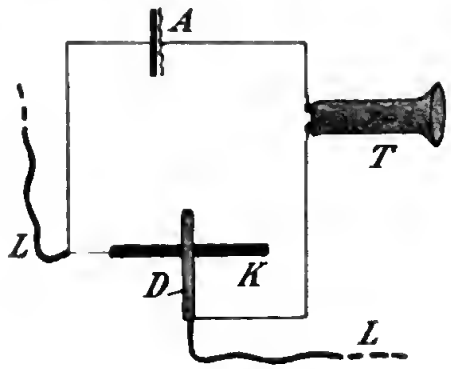


Fig. 680.

ist deshalb, wenn man statt des Telephons ein Galvanometer einschaltet, in höchstem Maß erstaunt, zu beobachten, daß die Ausschläge desselben bei aufeinander folgenden Schwingungen äußerst unregelmäßig sind. Die Ausschläge sind ganz verschieden groß, gehen bald von selbst zurück nach dem Aufhören der Schwingung, bald auch nicht, sind bald so, daß sie auf eine Widerstandsabnahme infolge der Schwingung schließen lassen, bald so, daß sie auf eine Zunahme des Widerstands durch die Schwingungen anzeigen. Genau dasselbe gilt vom Quecksilberkohärer [411a]. Es liegt also die Vermutung nahe, daß die Widerstandsänderung, die man im Telephon beobachtet, gar nicht diejenige ist, welche den Ausschlag des Galvanometers ver-

*) Ersetzt man die Kohle oder den Graphit durch ein Metall oder nimmt man einfach einen Kohärer mit Metallkörnern, so hört man zwar beim ersten Funken ein Knacken, aber nachher nicht mehr.

anlaßt. Praktisch aber folgt daraus, daß der Mikrophonkontakt ebenso wie der Quecksilberkohärer von **411a** nur in Verbindung mit dem Telephon, nicht auch in Verbindung mit einem Galvanometer oder Relais [**442a**] zum Nachweis von Schwingungen geeignet ist.

Unter den verschiedenen Konstruktionen von Kohle- bezw. Graphitkohärern hat sich besonders bewährt diejenige von Koepsel. Der

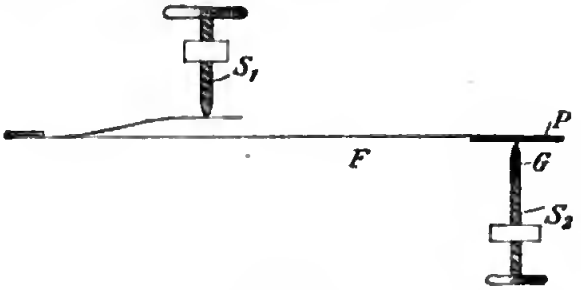


Fig. 681.

Mikrophonkontakt besteht hier einerseits aus einer harten, hochglanzpolierten Stahlplatte P, andererseits aus einer harten Graphitspitze G (vgl. Fig. 681). Die Platte P ist an einer langen Feder F befestigt. Die Schrauben S_1 und S_2 dienen dazu, den Druck des Graphitstifts gegen die Stahlplatten sehr fein zu regulieren. Die Empfindlichkeit eines solchen Mikrophonempfängers ist bedeutend größer als diejenige des empfindlichsten Kohärers, die Verläßlichkeit aber geringer.

§ 5. Elektrolytische Wellenindikatoren.

413. Der Indikator von de Forest[299]) (Fig. 682).

Zwischen den metallischen Elektroden, die zum Teil halbkugelförmig ausgehöhlt sind, befindet sich eine Paste z. B. von wasser-

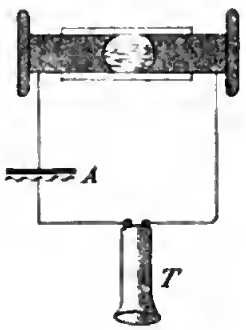


Fig. 682.

haltigem Glyzerin, Metallfeile und pulverisierter Bleiglätte. An die Elektroden ist ein Element und ein Telephon angeschlossen. Solange

den Indikator keine Schwingung trifft, geht der Strom des Elements durch den Indikator und es bilden sich angeblich zwischen den Elektroden leitende Brücken, die, sobald eine Schwingung die Zelle passiert, zerstört werden: Der Erfolg ist eine starke Widerstandszunahme, welche einen starken Stromabfall und ein Knacken im Telephon veranlaßt. Der Indikator geht wie der Quecksilber- und Graphitkohärer sehr rasch nach dem Aufhören der Schwingungen von selbst in seinen ursprünglichen Zustand zurück. Er soll außerdem sehr empfindlich sein.

414. Der Schlömilch'sche Indikator[300]).

Er beruht auf der folgenden Beobachtung. In ein Gefäß mit verdünnter Schwefelsäure tauchen zwei Elektroden aus dünnen Platindrähten, die mit einem Element verbunden sind, dessen EMK etwas größer ist, als die durch Polarisation der Zelle Platin-Schwefelsäure-

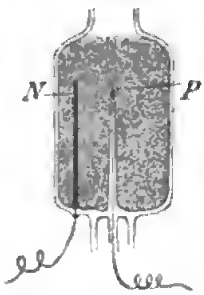


Fig. 683.

Platin entstehende. Es geht dann ein ganz schwacher Strom durch die Zelle hindurch und ein in den Stromkreis eingeschaltetes Galvanometer zeigt einen geringen Ausschlag. Sobald man auf eine solche Zelle eine elektrische Schwingung einwirken läßt, so erhält man während der Schwingung eine beträchtliche Verstärkung des Stroms, die aber sofort wieder verschwindet, wenn die Schwingungen aufhören. Hat man ein Galvanometer eingeschaltet, so gibt dasselbe beim Einwirken der Schwingung einen starken Ausschlag, der nach dem Aufhören der Schwingung von selbst wieder zurückgeht. Ist ein Telephon im Stromkreis, so hört man bei jeder Entladung des Oszillators ein Knacken im Telephon.

Eingehende Versuche lieferten das Resultat, daß die Zuverlässigkeit und Empfindlichkeit der Reaktion umso größer wird, je kleiner die Fläche der positiven Elektrode ist. Die für die drahtlose Telegraphie hergestellten Indikatoren haben deshalb eine extrem kleine

positive Elektrode (P): einen Wollastondraht von 0,001 mm Durchmesser, der in der Länge von 0,01 mm aus einem Glasrohr hervorragt (Angabe von Schlömilch).

Da der Indikator sehr empfindlich ist und zuverlässig arbeitet, außerdem ganz besonders einfach ist (Fig. 683), keinerlei Nebenapparate braucht, um nach dem Aufhören der Schwingungen in seinen ursprünglichen Zustand zurückgeführt zu werden, da ferner die Verstärkung des Stroms durch eine Schwingung umso größer ist, je stärker die Schwingung ist*), also seine Angaben quantitativer Natur sind, so wäre er ein idealer Indikator. Allein eigentümlicherweise zeigt sich auch bei ihm die Erscheinung, daß ein Indikator, der zur Aufnahme mit dem Telephon sich sehr gut eignet, für die Aufnahme mit dem Galvanometer bezw. zur Betätigung eines Relais nicht gut brauchbar ist. Obwohl es tatsächlich möglich ist, ein Relais mit dem Schlömilch'schen Indikator zu bedienen — Apparate dafür wurden einige Zeit von der „Gesellschaft für drahtlose Telegraphie" hergestellt —, scheint er doch dafür nicht allen Anforderungen entsprochen zu haben, wenigstens nicht, wenn auf große Empfindlichkeit Wert gelegt wird. Umso vorzüglicher soll er für die telephonische Aufnahme von Telegrammen sein.

Einen ganz ähnlichen Wellenindikator wie denjenigen von Schlömilch verwendet auch Fessenden[301]) unter dem Namen „Barretter".

*) Ob es auf die Maximalamplitude oder auf den Effekt ankommt, scheint nicht untersucht worden zu sein.

Kapitel XX.

Die Sender der drahtlosen Telegraphie[302]).

§ 1. Der Marconi-Sender.

415. Die Form des Senders.

Diejenige Anordnung, welche bei der drahtlosen Telegraphie die Wellen aussendet, wird allgemein als *Sender* bezeichnet. Die einfachste und ursprünglichste Form eines solchen ist der sog. *Marconi-Sender*, der in Fig. 684 schematisch dargestellt ist: ein einfacher

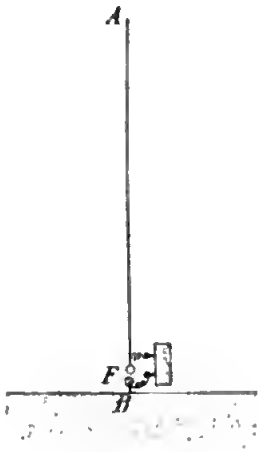


Fig. 684.

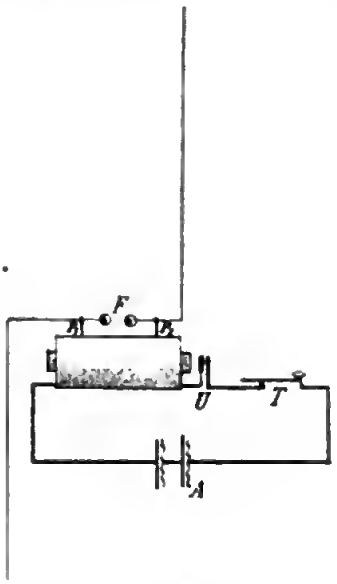


Fig. 685.

vertikaler Draht A B — *Luftdraht, Antenne* —, der an seinem unteren Ende B mit der Erde verbunden und durch eine Funkenstrecke F unterbrochen ist.

Die beiden Pole der Funkenstrecke sind (Fig. 685) an die beiden Sekundärpole P_1 P_2 eines Induktors angeschlossen, in dessen Primärkreis sich außer der Batterie A ein Unterbrecher U und ein Tele-

graphentaster T [432] befindet, durch welchen der Primärstrom geöffnet und geschlossen werden kann. Wird er geschlossen, so tritt der Induktor in Funktion und lädt den Luftdraht; ein Funke schlägt infolge davon an der Funkenstrecke F über und leitet die Schwingungen des Senders ein.

Mit diesem einfachen Sender hat Marconi seine ersten Erfolge errungen und zum ersten Male auf größere Entfernung die Möglichkeit einer drahtlosen Telegraphie mit Hilfe von elektromagnetischen Wellen nachgewiesen. Dieser Sender wird noch jetzt von der Gesellschaft Marconi's, der „Marconi's Wireless Telegraph Company", auf ihren technischen Stationen benützt, allerdings neben anderen erst später zu besprechenden Sendern.

416. Die Schwingungen.

Der Marconi-Sender stellt einen unsymmetrischen linearen Sender dar, und zwar einen solchen, bei dem auf der einen Seite ein Leiter sehr großer Kapazität und Oberfläche angeschlossen ist. Nach Fig. 436 S. 509 ist bei einem solchen Strom- und Spannungsamplitude so verteilt, daß in unmittelbarer Nähe der großen Kapazität ein Strombauch bezw. Spannungsknoten, am freien Ende des Drahts ein Stromknoten und Spannungsbauch liegt. Die Strom- und Spannungsverteilung muß also jedenfalls ungefähr die in Fig. 686 eingezeichnete sein[303]).

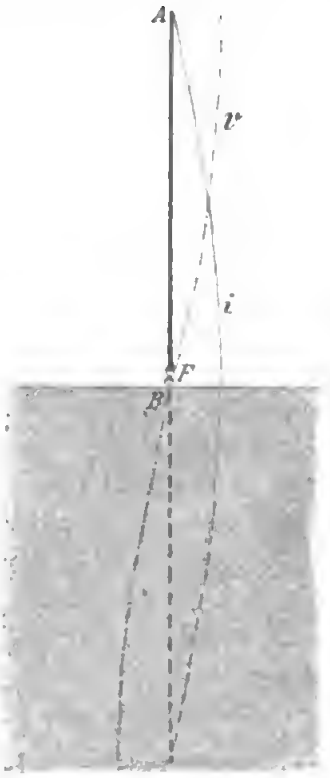


Fig. 686.

Nach dieser Schwingungsform ist die Länge des Luftdrahtes = $^1/_4$ der Wellenlänge der Schwingung*). Die Wechselzahl n eines solchen Marconi-Senders bestimmt sich also durch die Beziehung [290]

$$n = \frac{3 \cdot 10^{10}\,\text{cm}}{2\,\mathfrak{l}},$$

wenn $\mathfrak{l}$ die Länge des Senders in Zentimetern bezeichnet.

*) Auf die praktischen Konsequenzen dieser Beziehung hat wohl zuerst A. Slaby aufmerksam gemacht.

417. Die ausgesandten Wellen.

Schwingungsform und Wechselzahl ist sonach dieselbe, wie wenn der Sender, statt mit der Erde verbunden zu sein, noch eine zweite (in Fig. 686 gestrichelte) symmetrische Hälfte besitzen und sich mit dieser frei in Luft befinden würde. Es liegt nahe zu vermuten, daß auch die ausgesandten Wellen bei einem einseitig geerdeten Sender

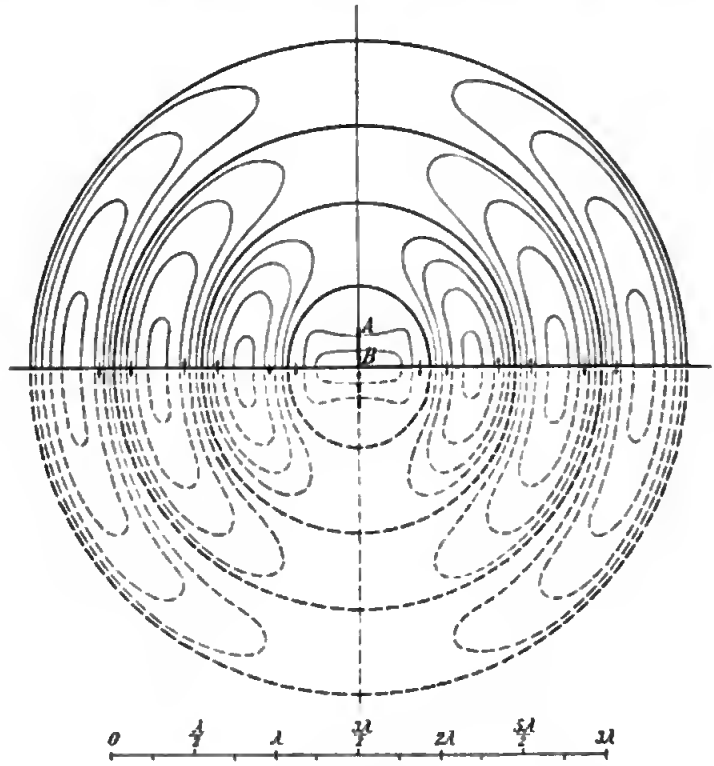


Fig. 687.

dieselben seien wie bei einem symmetrischen, frei in Luft befindlichen Sender doppelter Länge.

a. Das ist jedenfalls annähernd richtig[304]). Hat man nämlich einen Oszillator, der sich in der Nähe der Erdoberfläche befindet, so erhält man die von ihm ausgesandten Wellen richtig*) durch folgendes Verfahren. Man konstruiere zu dem Oszillator sein Spiegelbild bezüglich der Erdoberfläche. In diesem nehme man die Schwingung so an, daß die Ladung bezw. Spannung in irgend einem Punkt P_1 dieselbe, aber stets von entgegengesetztem Vorzeichen ist wie in dem Punkt P_2

*) Allerdings unter der Voraussetzung, daß sich in dieser Beziehung die Erde wie ein vollkommener Leiter verhält [421 a].

dessen Spiegelbild der Punkt P_1 ist. Man konstruiere dann die Wellen, welche der Oszillator und sein Spiegelbild aussenden würden, wenn beide sich frei im Raume befänden. Die Resultante dieser beiden Wellen ist annähernd identisch mit der Welle, welche der gegebene Oszillator bei Vorhandensein der Erde tatsächlich aussendet. Man kann also in dieser Beziehung die Wirkung der Erde durch die Wirkung des Spiegelbilds ersetzen.

b. Um also die Wellen des Marconi-Senders zu erhalten, braucht man sich nur die Fig. 644—647 in der Mitte senkrecht zum Oszillator durchzuschneiden. Die obere Hälfte stellt dann jedenfalls annähernd

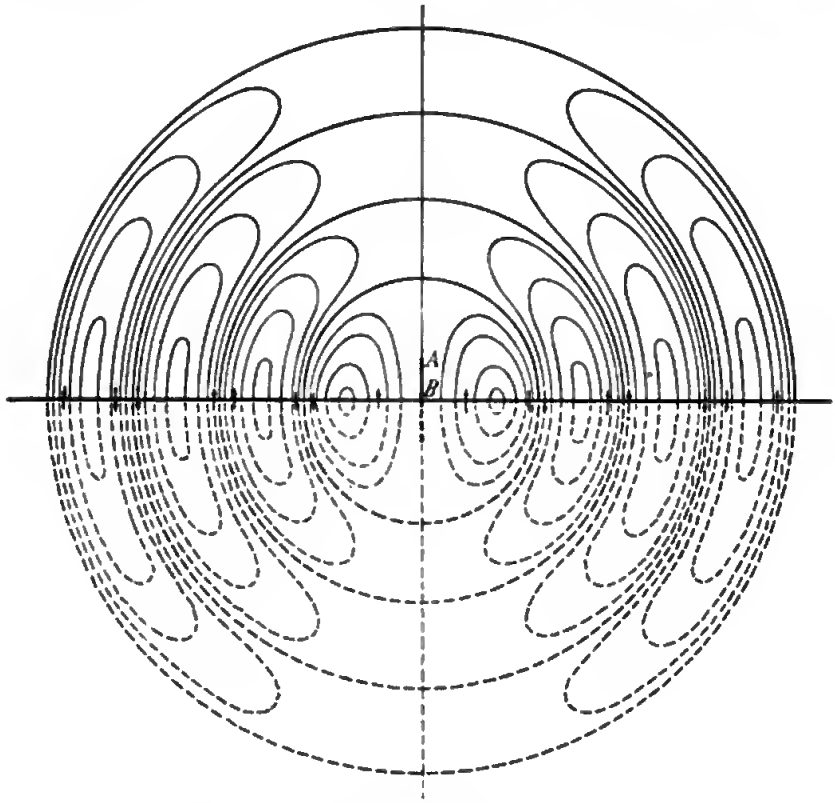


Fig. 688.

dar, wie beim Marconi-Sender die Welle sich ausbildet und längs der Erdoberfläche in den Raum hinauswandert*). In den Fig. 687 und 688**)

*) Die untere Hälfte der Fig. 644—647 und ebenso der Fig. 687 und 688 hat man sich wegzudenken; es ist nicht etwa auch unter der Erde eine fortschreitende Welle derselben Gestalt wie oberhalb der Erde vorhanden.

**) Herr Professor Dr. Hack war so freundlich, diese Figuren für mich zu berechnen und zu zeichnen[305]).

ist dieser Prozeß für etwas größere Entfernung vom Oszillator illustriert, in der ersten für den Moment, in welchem die Ladung des Oszillators eben im Maximum, in der zweiten für den Moment, in welchem die Ladung des Oszillators gerade Null ist. Man sieht auf diesen Figuren besonders gut, wie die Wellen mit wachsendem Abstand vom Oszillator immer mehr zu Kugelwellen werden, die in großer Entfernung vom Oszillator auf eine genügend kleine Strecke als ebene Wellen betrachtet werden können.

c. Die Folge dieser Welle ist, daß in einer einigermaßen beträchtlichen Entfernung vom Oszillator an der Erdoberfläche ein elektromagnetisches Wechselfeld vorhanden ist. Die elektrischen Induktionslinien dieses Wechselfelds stehen senkrecht zur Erdoberfläche, die magnetischen verlaufen der Erdoberfläche parallel [**392**], aber senkrecht zu einer von dem betreffenden Punkt nach dem Oszillator gezogenen Geraden.

Die Amplitude sowohl der elektrischen als der magnetischen Feldintensität nimmt in einigermaßen bedeutender Entfernung r vom Sender ab wie $\frac{1}{r}$, d. h. umgekehrt proportional der ersten Potenz der Entfernung. Es ist [**396b**] an der Erdoberfläche

$$E_0 = \frac{\sqrt{\pi\mu}}{\pi\nu} \cdot \frac{\bar{i}_0}{r} = 2\frac{\bar{i}_0}{r} \text{ C.G.S.}$$

$$M_0 = \frac{\sqrt{\pi\varepsilon}}{\pi\nu} \cdot \frac{\bar{i}_0}{r} = 2\frac{\bar{i}_0}{r}$$

wenn $\bar{i}_0$ die Stromamplitude im Strombauch ist.

418. Die Dämpfung der Schwingungen.

Vergleicht man den Marconi-Sender bezüglich der Energieverhältnisse mit einem symmetrischen Sender derselben Wechselzahl, so gelangt man, wenn bei beiden die Größe der elektrischen Feldintensität in entsprechenden Punkten dieselbe ist, zu folgendem Ergebnis.

(1) Beim Marconi-Sender ist nur die Hälfte des elektrischen Felds vorhanden, welches der symmetrische Sender besitzt — der Teil, der sich unterhalb der Erde befinden müßte, fehlt. Im ersten Moment also, in welchem ein Strom und demnach ein magnetisches Feld nicht vorhanden und die gesamte Energie des Senders mit derjenigen seines elektrischen Felds identisch ist, ist auch die Energie des Marconi-Senders nur die Hälfte der Energie des symmetrischen Senders.

(2) Die gesamte ausgestrahlte Energie ist auch nur die Hälfte, da die vom Marconi-Sender ausgesandte Welle auch nur die Hälfte einer Welle des linearen Senders darstellt.

(3) Der Verlust durch Joule'sche Wärme ist ebenfalls nur die Hälfte desjenigen beim symmetrischen Sender.

(4) Ueber den Verlust durch Funkenwärme läßt sich allgemein nichts sagen. Er ist beim Marconi-Sender jedenfalls kleiner als bei einem symmetrischen Sender mit der halben Funkenlänge*).

Wäre also die Funkendämpfung nicht vorhanden, so müßte die Dämpfung eines Marconi-Senders dieselbe sein wie diejenige eines symmetrischen Senders derselben Wechselzahl [296]: der Energieverbrauch, aber auch die vorhandene Energie ist im ersten Fall halb so groß als im zweiten. Das würde auch noch gelten, wenn die Funkendämpfung des Marconi-Senders nur die Hälfte derjenigen beim linearen symmetrischen Sender wäre. Da dies im allgemeinen nicht der Fall sein wird, so muß auch die Gesamtdämpfung des Marconi-Senders verschieden sein von derjenigen eines symmetrischen Senders derselben Wechselzahl.

Der Unterschied ist aber jedenfalls so lange gering, als die Funkendämpfung überhaupt nur einen geringen Bruchteil der Gesamtdämpfung ausmacht, d. h. so lange die Funkenlänge relativ klein ist [296 e]. So lange das der Fall ist, variiert also das Dekrement eines Senders von 50 m Höhe praktisch etwa zwischen 0,2 und 0,3 je nach dem Drahtradius [296]. Wie die Verhältnisse bei solchen Funkenlängen liegen, bei denen die Funkendämpfung relativ bedeutend wird, ist ohne großes Interesse, da es überhaupt nicht praktisch ist, zu so großen Funkenlängen hinaufzugehen [422 c].

419. Das Verhältnis des Marconi-Senders zu früheren Anordnungen für drahtlose Telegraphie.

Die Tatsache, daß bei den Wellen des Marconi-Senders die elektrische Feldintensität mit der Entfernung vom Sender nur abnimmt

*) Um aus dem symmetrischen Sender den Marconi-Sender zu erhalten, hat man nach 417 den ersteren in der Mitte durch eine leitende Fläche durchschnitten zu denken. Diese geht auch durch die Mitte der Funkenstrecke und die Spannung zwischen ihr und der oberen Senderhälfte ist nur die Hälfte zwischen den beiden Teilen des symmetrischen Senders. Damit also das Feld in entsprechenden Punkten beim symmetrischen und beim Marconi-Sender gleich wird, muß die Anfangsspannung beim letzteren nur halb so groß sein als beim symmetrischen Sender. Die Stromamplitude ist aber dieselbe, also doppelt so groß, als sie beim symmetrischen Sender für dieselbe Funkenlänge wäre [vgl. 435 b 3].

umgekehrt proportional der ersten Potenz der Entfernung ist der Hauptgrund, weshalb der Marconi-Sender sich allen anderen Anordnungen, mit denen vorher eine drahtlose Telegraphie versucht wurde[306]), überlegen gezeigt hat. Bei allen diesen Anordnungen nimmt die Wirkung mit der Entfernung in viel stärkerem Maße ab.

a. Telegraphie durch Leitung.

Zwei Punkte P_1 und P_2 der Erdoberfläche werden mit den beiden Polen einer Akkumulatorenbatterie oder einer anderen Gleichstromquelle verbunden. Es geht dann ein Strom, dessen Stromlinien im

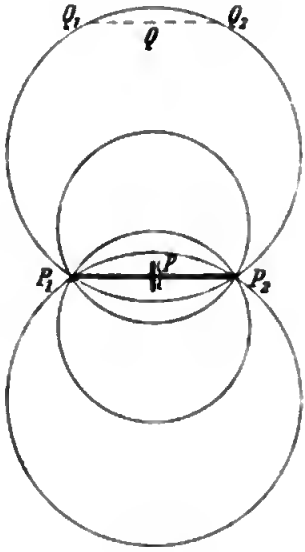


Fig. 689.

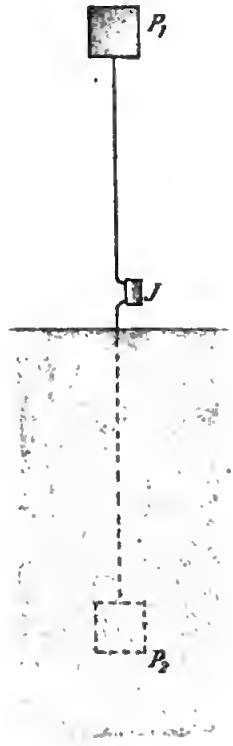


Fig. 690.

einfachsten Fall etwa die Gestalt der Kurven von Fig. 689 haben, von P_1 nach P_2 im Erdboden. Q_1 und Q_2 seien zwei Punkte, die ungefähr auf derselben Stromlinie liegen. Wird dann Q_1 und Q_2 durch eine metallische Leitung, die ein Galvanometer oder Telephon enthält, verbunden, so muß in dieser Leitung ein Strom fließen, da zwischen den Punkten Q_1 und Q_2 eine gewisse Spannung besteht*). Die elektrische Feldintensität in einer Entfernung $r = Q P$, die groß

*) Mit den Stromlinien sind dem Verlauf nach identisch die elektrischen Intensitätslinien [22].

ist gegen die Strecke $P_1 P_2$, ist annähernd proportional $1/r^3$ [307]). Dasselbe gilt dann annähernd von der Spannung zwischen Punkten in gegebenem Abstand. Wenn man also auch die günstigsten Versuchsbedingungen wählt — in $P_1 P_2$ unterbrochenen Gleichstrom, in $Q_1 Q_2$ Telephon —, so läßt sich doch von vornherein sagen, daß wegen der raschen Abnahme der Wirkung mit der Entfernung kaum Aussicht vorhanden ist, mit dieser Anordnung Entfernungen zu erreichen, die im Verhältnis zu $P_1 P_2$ sehr groß sind.

b. Telegraphie durch Influenz (Fig. 690).

Im Prinzip ist die Anordnung die folgende. Eine Metallplatte P_1 ist hoch über dem Erdboden befestigt und steht durch einen Draht mit dem einen Pol eines Induktors in Verbindung. Der andere Pol des Induktors ist an Erde gelegt*). Wird der Primärstrom des Induktors unterbrochen, so wird die Platte auf hohe Spannung geladen und erzeugt ein elektrisches Feld. Die elektrischen Intensitätslinien dieses Feldes verlaufen tatsächlich ungefähr so, wie wenn symmetrisch zur Platte P_1 noch eine andere Platte P_2 mit entgegengesetzter Ladung angebracht wäre und sich beide Platten in Luft befinden würden. Der Verlauf der Intensitätslinien ist also ungefähr derselbe wie in Fig. 622, wenn man die Figur senkrecht zum Oszillator in der Mitte durchgeschnitten denkt: die elektrischen Intensitätslinien stehen senkrecht zur Erdoberfläche. Bringt man also in einiger Entfernung von P_1 eine ähnliche Platte an, welche durch eine Drahtleitung mit der Erde verbunden ist, so entsteht in dieser Leitung jedesmal ein Strom, so oft die Ladung der Platte P_1 hergestellt oder zum Verschwinden gebracht wird. In ganz ähnlicher Weise wie auf S. 746 [Fußnote **)] folgt auch hier, daß die elektrische Feldintensität in einer Entfernung r von P_1, die groß ist gegen die Strecke $P_1 P_2$, mit wachsender Entfernung abnimmt wie $1/r^3$.

c. Telegraphie durch Induktion.

Durch einen geschlossenen Stromkreis — kreisförmige oder rechteckige Spule, rechteckige Leitung event. eine Seite des Rechtecks durch die Erde ersetzt — wird durch einen Unterbrecher oder eine Wechselstrommaschine ein variabler Strom geschickt. An der Stelle, welcher Nachrichten übermittelt werden sollen, wird eine zweite solche Spule

*) Die Anordnungen für die Telegraphie durch Influenz haben äußerlich große Aehnlichkeit mit dem Marconi-Sender: es fehlt nur die Funkenstrecke. Aber da gerade deshalb die Sekundärspule des Induktors einen Teil der Senderleitung bildet, so kann weder eine rasche Schwingung noch eine beträchtliche Strahlung zu stande kommen.

bezw. ein zweiter derartiger Stromkreis so aufgestellt, daß die magnetischen Induktionslinien des vom ersten Stromkreis erzeugten magnetischen Felds möglichst günstig durch denselben hindurchgehen. Der dadurch induzierte Strom kann dann z. B. mit einem Telephon nachgewiesen und zur Uebermittelung von Nachrichten benützt werden. Für einen solchen geschlossenen Stromkreis gilt aber, wie die Theorie zeigt, auch, daß die magnetische Feldintensität in einer Entfernung r, die groß ist gegen die Dimensionen des Stromkreises, proportional ist $1/r^3$ [308]).

d. Zu der geringeren Abnahme der Wirkung mit der Entfernung, die dem Marconi-Sender von vornherein eine Ueberlegenheit über die früheren Anordnungen sichert, kommt aber noch ein weiterer Punkt. Für die schnellen Schwingungen, wie sie der Marconi-Sender liefert, besitzt man in dem Kohärer und anderen früher beschriebenen Apparaten Indikatoren von einer Empfindlichkeit, wie man sie für langsame Schwingungen kaum kennt. Es kann deshalb nicht wundernehmen, wenn die Resultate Marconis von einer ganz anderen Größenordnung waren als die vor ihm erreichten. Das beste, was vor ihm geleistet war, waren bei der Telegraphie durch Leitung (a) die Versuche von K. Strecker, bei der Telegraphie durch Induktion (c) diejenigen von W. Preece. Bei der ersten wurden wahrnehmbare Zeichen erhalten auf 17 km, während die Länge der Leitung an der Aufgabestelle ($P_1 P_2$ Fig. 689) 3 km, an der Empfangsstelle ($Q_1 Q_2$ Fig. 689) 1,2 km betrug. Und bei den Versuchen von W. Preece gelang eine sichere Nachrichtenübermittelung auf 5,5, eine unsichere auf 8,6 km, als die Länge des absendenden Stromkreises 1,2, des Empfangskreises 0,6 km war. Im günstigsten Falle also war die Entfernung, auf welche noch telegraphiert werden konnte, etwa 7mal so groß wie die Dimensionen des Senders.

Vergleicht man damit die Tatsache, daß Marconi schon nach kurzen Versuchen mit einer Senderhöhe von 44 m auf eine Entfernung von 46 km, also etwa auf eine 1000mal so große Entfernung telegraphieren konnte, so übersieht man unmittelbar, welch außerordentlichen Fortschritt der Marconi-Sender bedeutet.

420. Die Bedeutung der Erdverbindung beim Marconi-Sender.

Als Marconi die Verbindung des einen Pols der Funkenstrecke mit der Erde aufhob, also die Anordnung Fig. 691 herstellte, zeigte es sich, daß die Wirkung des Senders auf denselben Empfänger ganz verschwand. Es ist aus diesem und ähnlichen Versuchen häufig der

Schluß gezogen worden, daß der Erde bei der drahtlosen Telegraphie eine spezifische Bedeutung zukomme. Der Schluß wäre berechtigt, wenn auf dem Sender mit und ohne Erdverbindung genau dieselben Schwingungen vorhanden wären und trotzdem die Wirkung auf denselben Empfänger in beiden Fällen verschieden ausfallen würde.

Tatsächlich ist das durchaus nicht der Fall. Bei dem Sender von Fig. 684 und 686 — Draht AB + Erde — sitzt die Funkenstrecke an der richtigen Stelle, an einem Strombauch bezw. Spannungsknoten. Hier bekommt man also kräftige Schwingungen des Senders [282]. Bei dem Sender von Fig. 691 aber liegt die Funkenstrecke am Ende des Senders, also einem Stromknoten: hier können nach 282 überhaupt keine Schwingungen merklicher Amplitude zu stande kommen. Eine Wirkung auf einen entfernten Empfänger ist also von vornherein ausgeschlossen.

Fig. 691.

421. Bedeutung der Erde für die Fortpflanzung der Wellen.

Scharf zu trennen von der eben besprochenen Frage, welchen Einfluß die Erdung irgend eines Teils des Senderapparats auf die Schwingungen des Senders ausübt, ist die andere: Welchen Einfluß hat die Erde auf die vom Oszillator ausgesandten Wellen? Man kann diese Frage in zwei trennen. (1) Welchen Einfluß hat die Erde auf die Form der ausgesandten Welle? (2) Welchen Einfluß hat sie auf die Fortpflanzung dieser Wellen? Die erste Frage erledigt sich durch das in 417 Ausgeführte, wonach man die Wirkung der Erde auf die Form der Welle durch die Wirkung des Spiegelbilds des Oszillators ersetzen kann*). Es bleibt also nur die Frage, welche Rolle die Erde für die Fortpflanzung der Wellen spielt[309]).

a. Zur Zeit, als sich die drahtlose Telegraphie noch in ihren ersten Anfängen befand, wurde häufig gegen die Möglichkeit, daß jemals auf sehr große Entfernungen telegraphiert werden könne, die Krümmung der Erdoberfläche angeführt. Diesem Einwand lag die Anschauung zu Grunde, daß die von einem Sender ausgesandten Wellen sich geradlinig ausbreiten. Das ist bei einem Oszillator, der sich frei

*) Freilich unter der Annahme, daß man die Erdoberfläche für diese Zwecke als vollkommenen Leiter betrachten darf, was nach a bei Wellen über See der Fall ist. Bei Wellen über Land läßt sich das nicht ohne weiteres behaupten.

im Raum befindet, gewiß der Fall [396], bei einem Oszillator aber in der Nähe der Erde, also einer größeren leitenden Fläche, gewiß nicht.

Hätte die Erde ein Leitvermögen wie etwa ein Metall, so würden die Verhältnisse klar liegen, und zwar ziemlich genau so, wie der Fortpflanzung von Wellen längs Drähten [380a]. Wie dort die Wellen zwar in Luft, aber längs der Drähte fortschreiten, so würden auch bei der drahtlosen Telegraphie die Wellen längs der Erdoberfläche hingleiten und allen Krümmungen*) derselben folgen, sich also durchaus nicht geradlinig ausbreiten.

Tatsächlich ist aber das Leitvermögen der Erdoberfläche bei weitem geringer als dasjenige eines Metalls, am höchsten noch, wenn die Erdoberfläche aus Seewasser ($\sigma/\sigma_{Hg} =$ ca. $4 . 10^{-6}$) besteht. Da es indes bei derartigen Erscheinungen immer auf das Verhältnis $\pi n \varepsilon/\sigma$ ankommt und dieses Verhältnis bei einer Wechselzahl $3 . 10^{6}$ sec für Seewasser etwa $1{,}9 . 10^{-3}$ beträgt, also noch sehr klein ist, so ist anzunehmen, daß sich das Seewasser für den vorliegenden Zweck noch qualitativ wie ein Metall verhält, daß also beim Telegraphieren über See die Wellen der Wasseroberfläche entlang gleiten. Eine eingehende Theorie bestätigt das[310]). Die praktischen Folgen davon sind:

(1) Gegen eine drahtlose Telegraphie auf beliebig große Entfernungen über See steht von dieser Seite kein Hindernis im Wege. Tatsächlich sind denn auch über See Entfernungen erreicht worden (von Marconi z. B. über 3000 km), zwischen denen kilometerhohe Kalotten von See lagen (bei 3000 km Höhe der Kalotte nahezu 200 km).

(2) Es ist nutzlos, Sender und Empfänger auf möglichst hoch gelegene Punkte aufzustellen. Bei den ersten Versuchen ist das meist geschehen (z. B. South-Foreland-Station Marconi's). Besondere Versuche bei Helgoland haben aber gezeigt, daß eine möglichst hohe Aufstellung von Sender oder Empfänger keine merkbaren Vorteile mit sich bringt**). Zu demselben Resultat scheinen auch Versuche von Jackson[311]) geführt zu haben.

Bezüglich des Telegraphierens über festen Boden ist durch Versuche von Marconi***) und anderen außer Zweifel gestellt, daß ein telegraphischer Verkehr möglich ist zwischen zwei Stationen, die durch

*) Wenigstens soweit der Krümmungsradius groß ist gegen die Wellenlänge.

**) Den Senderdraht möglichst hoch (lang) zu machen, hat allerdings Zweck, aber aus einem ganz anderen Grnnd [422c].

***) Kürzlich hat die Poldhu-Station Marconi's mit Erfolg Telegramme nach Ancona in Italien geschickt; die Entfernung beträgt ca. 1800 km meist festes Land, darunter die höchsten Berge der Alpen[312]).

hohe Hügel oder Bergmassive von einander getrennt sind, wenn dadurch auch eine Schwächung der Welle hervorgerufen wird. Besteht die Oberfläche des Hügels aus relativ gut leitendem d. h. feuchtem Boden, so hat man wohl auch in diesem Fall anzunehmen, daß die Wellen in erster Linie längs der Oberfläche des Hügels sich ausbreiten[313]). Besteht der Hügel dagegen aus schlecht leitendem Gestein, so wird wohl ein nicht unbeträchtlicher Teil der Welle in dasselbe eindringen, dort aber wegen des doch vorhandenen Leitvermögens des Gesteins rasch absorbiert werden. Bei dem Teil der Welle, welcher über die Oberfläche des Hügels weggeht, wird man wohl mehr an Beugung als an Fortleitung denken müssen: Es ist durch Versuche von Jackson[311]) festgestellt, daß ein Schiff in unmittelbarer Nähe eines Berges die Telegramme einer hinter dem Berg gelegenen Station nicht bekam, daß es dieselben aber erhielt, als es sich weiter von dem Berg entfernt hatte.

b. In allen denjenigen Fällen, in denen der Erd(See)oberfläche die Funktion zukommt, zur Führung der Wellen zu dienen, bestimmt sie auch jedenfalls zum Teil deren Absorption, ebenso wie bei der Fortpflanzung von Wellen längs Drähten die Beschaffenheit der Drähte für die Absorption der Wellen maßgebend ist [376]. Die Absorption muß umso größer sein, je geringer das Leitvermögen der Erdoberfläche ist. Eine Bestätigung dafür liegt in der sicher festgestellten Tatsache, daß die Schwächung der Wellen sehr von dem Material des Bodens abhängt[311]). Daß die Wellen beim Fortschreiten über festen Boden eine ungleich größere Schwächung erfahren als über das viel besser leitende Seewasser*), ist wohl nur zum Teil darauf zurückzuführen. Möglich ist jedenfalls, daß der Grund dafür in der Störung der Wellen durch Hindernisse und insbesondere in der Energieabsorption durch Ströme, welche in Bäumen, Häusern etc. induziert werden, liegt.

Längs Seewasser ist die Absorption jedenfalls sehr klein, so daß hier die Beziehungen von **417 c**, bei denen eine Absorption überhaupt nicht vorausgesetzt ist, noch sehr annähernd gelten werden.

Auf die Möglichkeit einer anderen Art von Absorption hat Marconi[314]) aufmerksam gemacht. Er fand, daß bei Nacht derselbe Sender auf größere Entfernungen eine genügende Wirkung liefert als bei Tag, und vermutet, daß dies an einem geringen Leitvermögen

*) In ihrer Broschüre von 1904 gibt die Gesellschaft für drahtlose Telegraphie an, daß eine Strecke über bebauten, unebenen oder bewaldeten Boden einer drei- bis fünffachen Entfernung über See entspreche.

(Ionisation) liege, welches die Luft durch die Sonnenstrahlen erhalte und welches eine Absorption der Wellen zur Folge haben müßte. Doch zieht er selbst die Möglichkeit in Betracht, daß durch das Sonnenlicht das Sprühen der Antenne und der dadurch hervorgerufene Energieverlust [339 d] vermehrt werde. Sicher ist, daß auch sonst der Zustand der Atmosphäre von größter Bedeutung ist für die Wirkung der Wellen.

c. Da jedenfalls bei der drahtlosen Telegraphie über See die Erdoberfläche zur Fortleitung der Wellen dient, so könnte man daran denken, daß doch die Erdverbindung beim Marconi-Sender außer dem in 420 schon besprochenen Zweck auch noch denjenigen

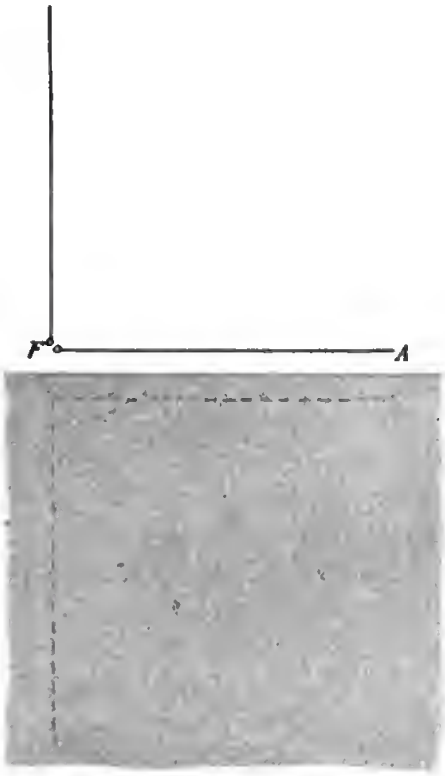


Fig. 692.

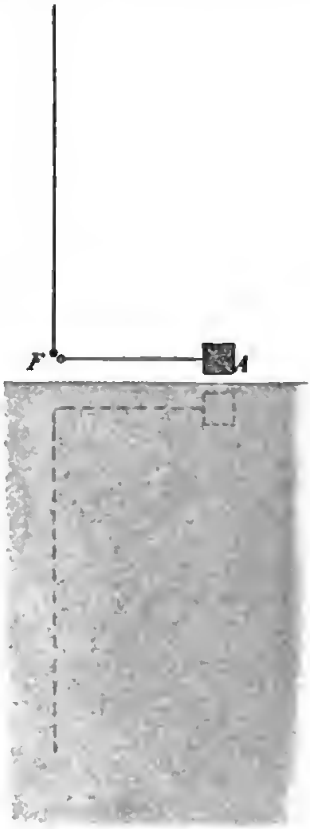


Fig. 693.

habe, die Fortleitung der Wellen durch die Erdoberfläche zu begünstigen. Ob es der Fall ist, könnte durch den Versuch entschieden werden. Sorgt man nämlich durch besondere Vorkehrungen dafür, daß ein von Erde isolierter Sender dieselben Wellen aussendet wie ein geerdeter, so muß die Wirkung auf einen Empfänger dieselbe

sein, wenn die Erdung des Senders für die Fortleitung der Wellen keine Rolle spielt.

Man kann das dadurch erreichen, daß man an einem Marconi-Sender statt der Erdleitung an die Funkenstrecke einen Draht von derselben Länge wie der Luftdraht — sog. *Symmetriedraht* — anlegt (Fig. 692) oder auch einen kürzeren Draht, an dessen Ende ein Körper größerer Kapazität, das sog. *elektrische Gegengewicht*, angeschlossen ist (Fig. 693). In der Anordnung von Fig. 692 sind die Schwingungen auf dem Luftdraht nach **281** sicher dieselben wie beim Marconi-Sender Fig. 684, und auch bei der Anordnung von Fig. 693 kann nach **290** die Länge des Drahtes AF und die Größe der angehängten Kapazität stets so abgeglichen werden, daß es der Fall ist. Aber nicht nur die Schwingungen, sondern auch die ausgesandten Wellen müssen bei den Anordnungen von Fig. 692 und 693 in großer Entfernung vom Sender annähernd dieselben sein wie beim Marconi-Sender von Fig. 684, da die Teile AF von Fig. 692 und 693 für diese Wellen nichts Merkliches beitragen*), für dieselben also nur die Schwingungen auf dem Luftdraht in Betracht kommen.

Daß die Anordnungen von Fig. 692 und 693 nicht qualitativ anders wirken als diejenige von Fig. 684 scheint aus Versuchen von Ferrié[315]) hervorzugehen und ist außerdem von vornherein äußerst wahrscheinlich. Denn die Teile FA (Fig. 692 und 693) stellen zusammen mit den ihnen gegenüber liegenden Teilen der Erde eine Art Kondensator mit nicht unbeträchtlicher Kapazität dar, der jedenfalls annähernd wie eine metallische Erdverbindung wirken muß [vgl. **187 a**].

422. Steigerung der Wirkung des Marconi-Senders.

Mit einem Marconi-Sender soll eine bestimmte Entfernung erreicht worden sein und es liege die Aufgabe vor, diese Entfernung zu steigern.

a. Nimmt man an, daß es für die Wirkung auf den Empfänger nur ankommt auf die Amplitude der Welle, so ist die Aufgabe [**417 c**] identisch mit der: es soll ein Sender konstruiert werden von größerer Stromamplitude.

Nach **374** Gl. (1) gilt für die Stromamplitude $\bar{i}_0$ im Strombauch

$$\bar{i}_0 = \omega \, . \, c \, \overline{\mathfrak{P}}_0,$$

*) Verfährt man nach der in **417 a** angegebenen Regel — die Spiegelbilder sind in den Fig. 692 und 693 eingezeichnet —, so kommt man nach dem in **399** Gesagten unmittelbar zu diesem Resultat.

wenn $\overline{\mathfrak{V}}_0$ die Spannungsamplitude am Spannungsbauch und c die Kapazität pro Längeneinheit bezeichnet. Um also die Stromamplitude und damit die Amplitude der Welle zu erhöhen, gibt es zwei Mittel:

(1) Steigerung der Spannungsamplitude,
(2) „ „ Kapazität pro Längeneinheit.

Das erstere kann nur dadurch erreicht werden, daß man die Funkenlänge vergrößert. Dadurch wird die Anfangsspannung zwischen den Polen der Funkenstrecke sicher erhöht [253]. Ob in demselben Maße auch die Amplitude der Grundschwingung gesteigert wird, ist nicht über jeden Zweifel erhaben[316]). Eine Vergrößerung der Funkenstrecke kann zur Folge haben, daß das Verhältnis der Amplituden der Oberschwingungen zur Amplitude der Grundschwingung größer wird und deshalb ein größerer Teil der anfangs dem Sender mitgeteilten Energie den Oberschwingungen zu gute kommt und dadurch der Grundschwingung verloren geht.

Um das zweite, eine Erhöhung der Kapazität pro Längeneinheit zu bekommen, kann man den Radius des Luftdrahts vergrößern. Nach den Beziehungen in Tabelle II 1 nimmt aber die Kapazität pro Längeneinheit bei einem Draht mit zunehmendem Radius nur sehr langsam zu. Eine einigermaßen erhebliche Vergrößerung der Kapazität setzt also eine sehr starke Erhöhung des Drahtradius voraus. Eine solche hat aber eine starke Erhöhung des Gewichts oder, wenn man Röhren verwendet, zum mindesten der Oberfläche der Antennen zur Folge. Auch das ist aber ein schwerer Nachteil: wegen des Winddrucks insbesondere bei den starken Winden an der See würden dadurch sehr hohe Anforderungen an den Mast, welcher die Antenne trägt, gestellt.

Bei weitem günstiger ist es also, wenn man statt einer einzigen Antenne von großem Radius mehrere Antennen von kleinem Radius verwendet. Wohl ist die Kapazität von mehreren Drähten zusammen nicht die Summe der Kapazitäten, welche die Drähte besitzen würden, wenn jeder allein vorhanden wäre[317]) [18d]. Aber sie ist bedeutend größer als bei einem einfachen Draht und zwar umso mehr, je weiter man diejenigen Partien der Drähte, auf welchen bei der Schwingung starke Ladungsamplituden herrschen, von einander entfernt. Von den verschiedenen *„mehrfachen Antennen“*[318]), die in den Fig. 694, 695 und 696 abgebildet sind, sind also diejenigen von Fig. 695 und 696 günstiger als diejenige von

Fig. 694*). Diejenige von Fig. 696 hat Marconi angewandt bei seiner Station in Poldhu (Fig. 697), welche für die transatlantische Telegraphie bestimmt war, diejenige von Fig. 695 bei den Versuchen zwischen der Station Poldhu und dem italienischen Panzerschiff Carlo Alberto (Fig. 698).

Eine andere Methode, die Kapazität des ganzen Senders und damit bei vorgegebener Spannungsamplitude die Stromamplitude zu

Fig. 694.

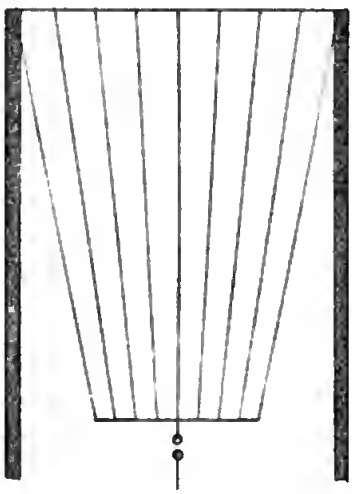


Fig. 695.

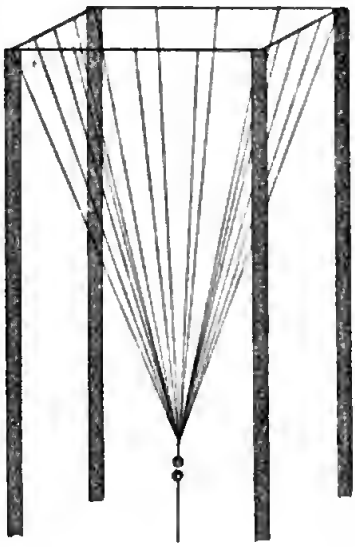


Fig. 696.

steigern, besteht darin, daß man die Form des linearen Senders überhaupt aufgibt und dafür einen Hertz'schen**) verwendet, d. h. an dem oberen Ende des Senders Körper größerer Kapazität anbringt. Auch hier können mit Rücksicht auf Gewicht und Winddruck nicht

*) Für die Amplitude der elektrischen Feldintensität an der Erdoberfläche in großer Entfernung vom Sender gilt in diesem Falle, wenn die Querschnittsdimensionen der Antenne klein sind gegen die Längendimensionen,

$$E_0 = \frac{l\sqrt{\pi\mu}}{2v} \cdot \frac{l}{\lambda/2} \cdot \frac{[i_0]}{r} = \pi \cdot \frac{l}{\lambda/2} \cdot \frac{[i_0]}{r} \text{ C.G.S.}^{319}),$$

worin $[i_0]$ den Mittelwert der Stromamplitude auf dem Sender, l die Länge des Senders und λ die Wellenlänge der Schwingung bezeichnet. Diese ist unter den gemachten Voraussetzungen bei einer Mehrfachantenne nur wenig verschieden von derjenigen einer Einfachantenne derselben Länge[318]).

**) D. h. die eine Hälfte event. durch Erdleitung ersetzt.

Blechzylinder wie bei den Versuchen in 280 benützt werden. Es werden statt dessen häufig käfigartige Gebilde wie Fig. 699 verwendet [319a]). Eine Station der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie

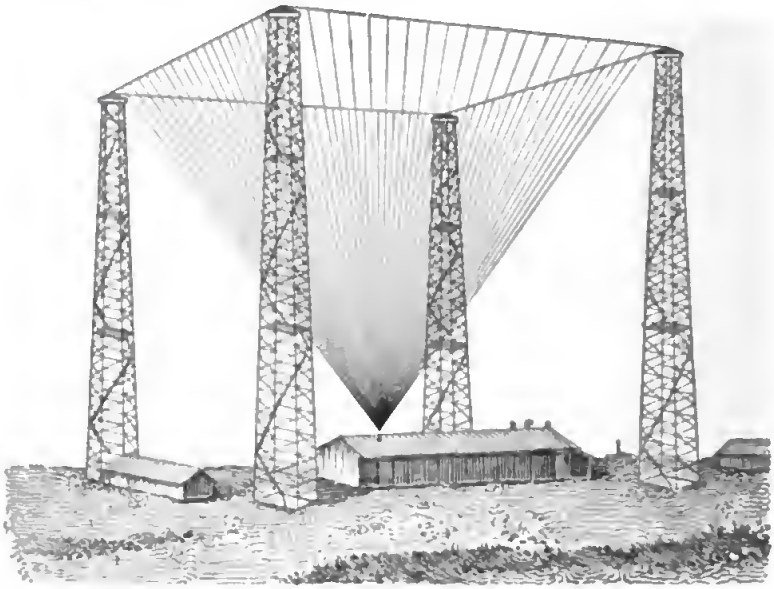


Fig. 697 *).

in Groß-Möllen, die mit einer solchen Antenne versehen ist, ist in Fig. 700 abgebildet.

b. Kommt es für die Wirkung auf einen Empfänger nicht auf

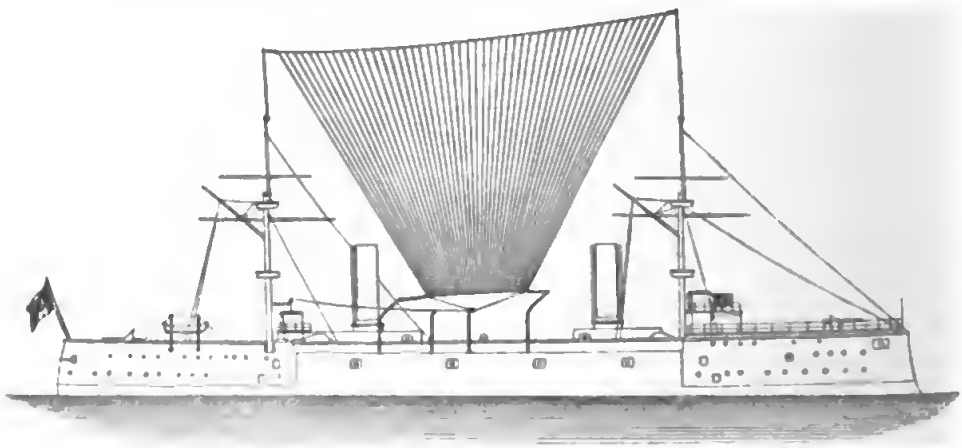


Fig. 698 **).

die Amplitude der Welle, sondern eher auf ihren Effekt, d. h. nach

*) Aus Zammarchi [278]) S. 105.
**) Aus Zammarchi [278]) S. 117.

417c auf den Stromeffekt im Sender an, so spielt auch noch die Dämpfung eine Rolle, und es muß unter sonst gleichen Umständen eine möglichst wenig gedämpfte Schwingung angestrebt werden. Dadurch ändern sich die Verhältnisse teilweise.

(1) Bestehen bleibt, daß die in **a** besprochenen Sender günstiger wirken müssen als der einfache Draht. Daß bei dem Sender von Fig. 699 für dieselbe Anfangsspannung der Stromeffekt größer wird als bei einem gleich langen linearen Sender, geht aus den Versuchen von **280a** hervor; für die anderen in **a** aufgeführten Senderarten kann es ebenso wie dort nachgewiesen werden.

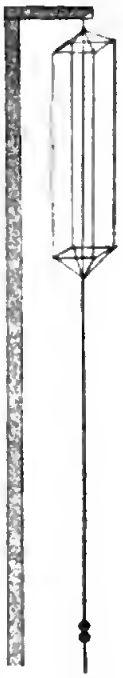


Fig. 699.

(2) Eine Vergrößerung der Anfangsspannung durch Vergrößerung der Funkenstrecke kann unter Umständen schädlich wirken, da hier ebenso wie beim symmetrischen linearen Sender [**296e**] von einer gewissen Funkenlänge an die Funkendämpfung mit der Funkenlänge stark zunimmt.

(3) Außerdem muß aber jetzt eine Vergrößerung der Antennenlänge, wenn dieselbe aus einem einfachen Draht besteht, von Wirkung sein. Denn wird bei demselben Drahtradius die Länge des Senderdrahts gesteigert, so wird das Strahlungsdekrement der Schwingung kleiner [**296b**], die Wechselzahl der Schwingung ebenfalls [**289**] und also in erhöhtem Maße der Dämpfungsfaktor. Da die Stromamplitude und damit [**417c**] auch die Amplitude der Welle bei derselben Spannungsamplitude von der Senderlänge unabhängig ist [**a**], so muß der Effekt der Welle bedeutend größer werden [**245e**]. Da außerdem auch noch die Funkendämpfung wegen der Vergrößerung der Kapazität kleiner wird, so muß für den Effekt der Welle eine Vermehrung der Senderlänge einen erheblichen Vorteil bedeuten.

c. Die Frage, ob es tatsächlich auf die Amplitude oder den Effekt ankommt, kann allgemein nicht beantwortet werden, da dies voraussichtlich von der Art des Empfangssystems und des darin verwendeten Wellenindikators abhängt und systematische Versuche darüber zur Zeit nicht vorliegen. Ist das Empfangssystem ein einfacher Marconi-Empfänger [**438**] mit Kohärer, so ist sicher nicht die Amplitude der Senderschwingungen das Ausschlaggebende. Das geht aus folgendem hervor:

(1) Marconi fand[520]), daß eine Verlängerung des Senderdrahts

die Wirkung bedeutend steigert. Nach seinen Versuchen ist die Entfernung, bis zu der unter sonst gleichen Umständen telegraphiert

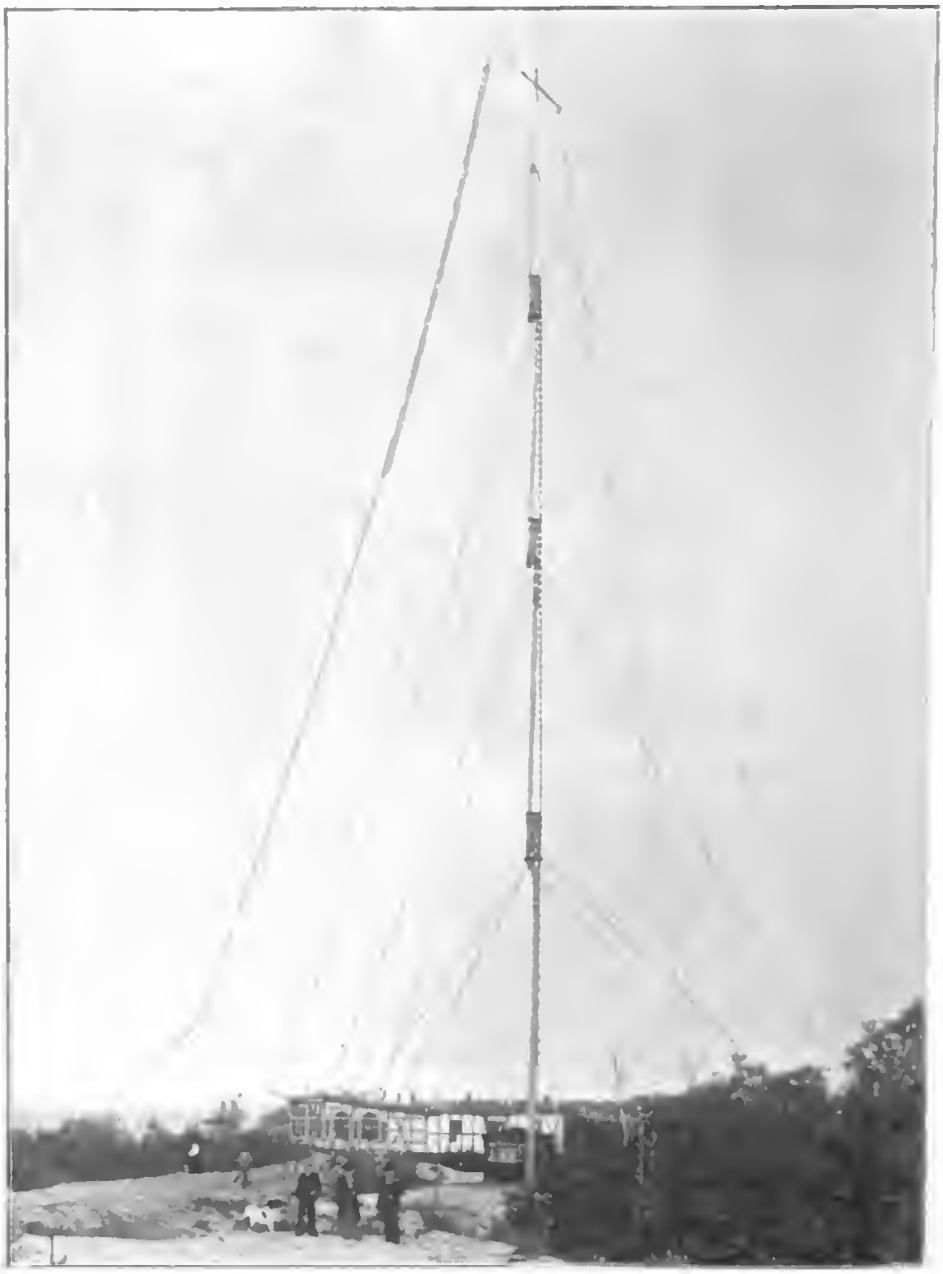


Fig. 700.

werden kann, bei gleicher Länge von Sender und Empfangsdraht, dem Quadrat dieser Länge ungefähr proportional.

(2) Nach Versuchen[321]) von Marconi und anderen erreicht bei

Steigerung der Funkenlänge im Sender die Wirkung sehr bald ein Maximum und nimmt bei weiterer Steigerung der Funkenlänge ab.

(3) Nach Versuchen von Ferrié[322]) gibt der Ausschlag eines in den Senderdraht eingeschalteten Hitzdrahtinstruments ein gutes Maß für die Wirkung auf einen einfachen Marconi-Empfänger.

Daraus folgt [vgl. b], daß schon beim einfachen Empfangssystem eher der Effekt der Senderschwingungen das Wesentliche ist. Es ist demnach im höchsten Grade wahrscheinlich, daß bei gekoppelten Empfangssystemen die Bedingung geringer Dämpfung neben großer Amplitude noch mehr in den Vordergrund treten wird.

§ 2. Die Braun'schen Anordnungen.

423. Die verschiedenen Formen.

Die neuere Entwickelung, welche die Anordnung der Sender genommen hat, gründet sich auf die von F. Braun zuerst vorgeschlagene Verwendung gekoppelter Systeme[323]): Mit

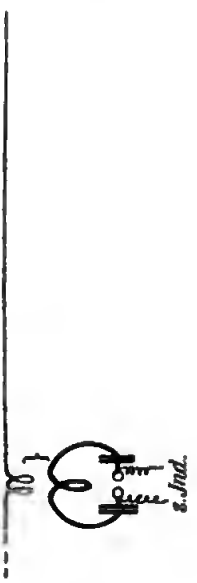


Fig. 701.

Fig. 702.

dem Sender (Sekundärsystem) wird ein Kondensatorkreis (Primärsystem) gekoppelt und dessen Schwingungen durch Ladung mit einem Induktor oder ähnlichem erregt.

Die Art der Koppelung kann dabei rein induktiv sein, Fig. 701: sog. *„induktive Schaltung"*, oder es kann mit der induktiven noch

Fig. 703.

Fig. 704.

Fig. 705.

eine galvanische Koppelung verbunden sein, Fig. 702*): sog. *„direkte Schaltung"* **) [524]). Bei induktiver Schaltung wird die Strombahn des Kondensatorkreises mit dem Teil des Senders, auf den er unmittelbar induziert, als Transformator bezeichnet.

Außer diesen Grundtypen sind noch gemischte Schaltungen im Gebrauch. Eine Mischung von induktiver und direkter Schaltung ist in Fig. 704, eine andere in Fig. 705 dargestellt.

Zur Demonstration eines gekoppelten Senders sind sehr geeignet die Modelle, die

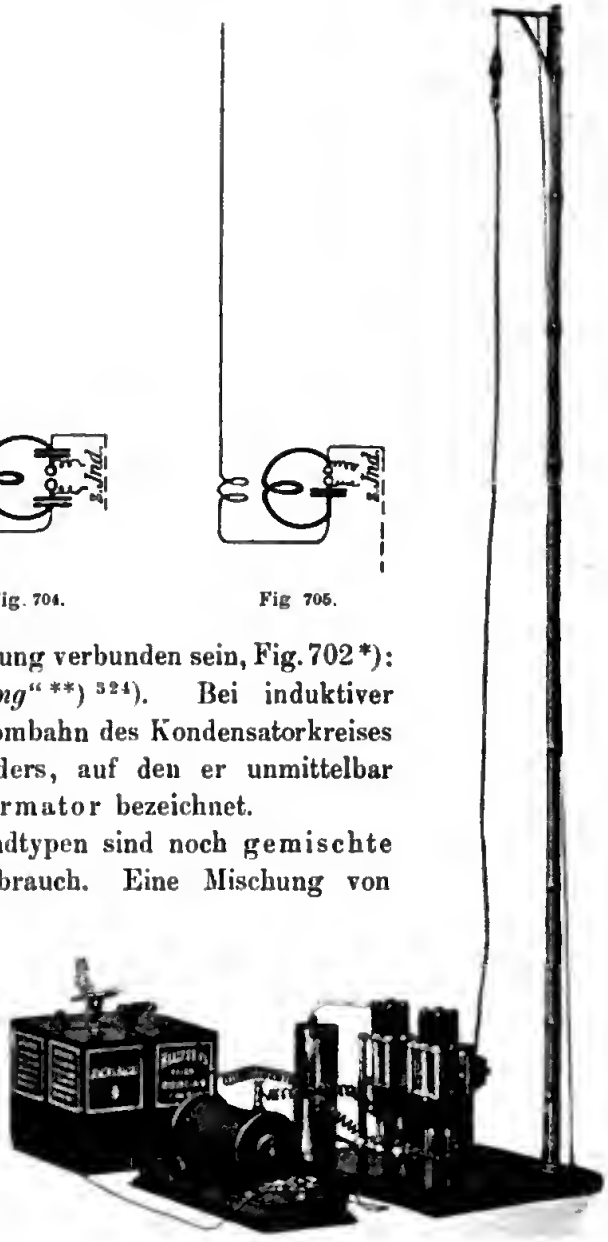


Fig. 706

*) Das Sekundärsystem ist in diesem Fall [vgl. 152 und 326b] = Antenne + dem mit dem Kondensatorkreis gemeinsamen Teil ABC + Leitung CD [d. h. entweder Erdleitung, vgl. Fig. 710, oder Symmetriedraht (Fig. 708), oder Ansatzdraht mit Platte (Fig. 709)]. — Eine direkte Schaltung mit einem einzigen Kondensator ist die Anordnung von Fig. 703.

**) Diese Schaltung führte eine Zeit lang den Namen „System Slaby-Arco".

von der „Gesellschaft für drahtlose Telegraphie“ hergestellt werden. Fig. 706 ist die Abbildung eines solchen älterer Konstruktion, Fig. 707 diejenige eines neueren Modells (Antenne nicht abgebildet).

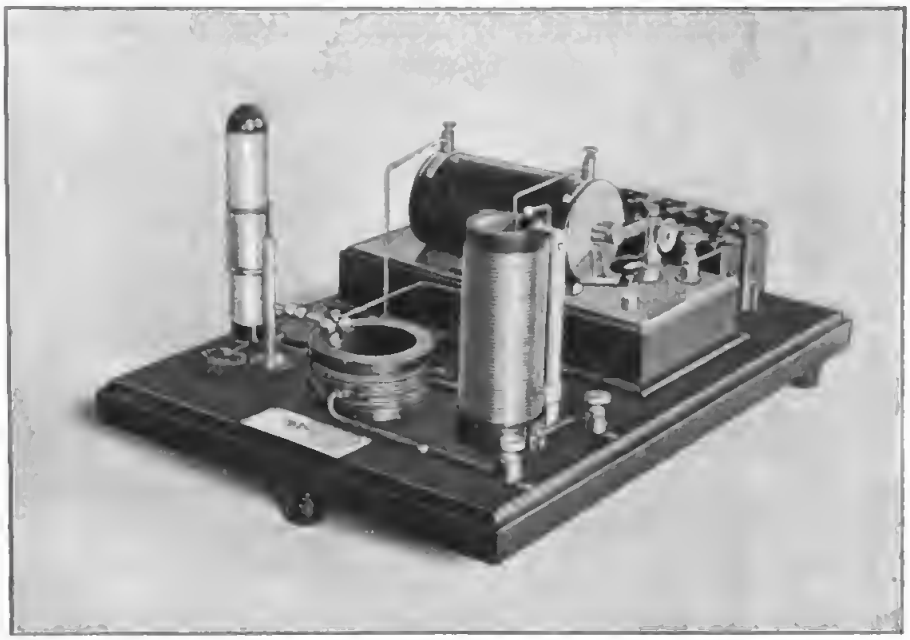


Fig. 707.

424. Bedingungen für gute Wirkung.

Damit die Wirkung des Kondensatorkreises auf den Sender möglichst günstig wird, sind vor allem zwei Bedingungen zu erfüllen.

(1) Es muß der Kondensatorkreis an einer solchen Stelle des Sekundärsystems induzieren, an welcher sich bei dessen Eigenschwingungen ein Strombauch befindet [**349**].

(2) Es muß der Kondensatorkreis dieselbe Schwingungszahl haben wie das Sekundärsystem (Kap. XV, §§ 2 und 3)*).

a. Der ersten Bedingung kann [vgl. **421 c**] genügt werden, indem man an den Senderdraht einen zweiten Symmetriedraht ansetzt. Das Sendersystem stellt dann einen symmetrischen linearen Sender dar, auf den der Kondensatorkreis in der Mitte induziert. Oder es kann ein kürzerer Draht mit angehängter Kapazität („Gegengewicht“) angeschlossen, also ein unsymmetrischer Sender der in **281** und **421 c**

*) Es ist nicht ausgeschlossen, daß für die Wirkung auf bestimmte Empfangsapparate eine kleine Verstimmung zwischen Sender und Kondensatorkreis günstiger ist.

besprochenen Form hergestellt werden. Oder endlich kann das untere Ende des Luftdrahts an eine große Kapazität oder die Erde angelegt werden. In den Fig. 708, 709 und 710 sind diese drei Möglichkeiten illustriert für den Fall induktiver Koppelung. Bei anderen Koppelungsarten ist die Schaltung entsprechend zu ändern.

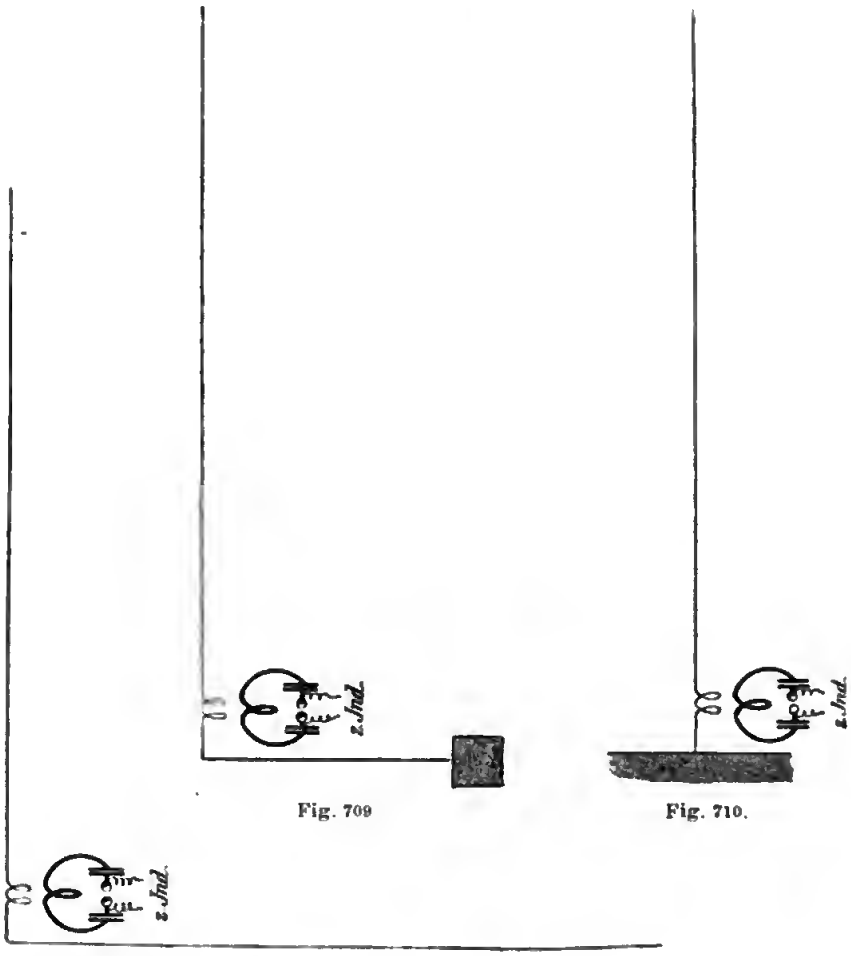


Fig. 709

Fig. 710.

Fig. 708.

b. Auch bei diesen drei Schaltungen von Fig. 708, 709 und 710 scheint es, daß die Schaltung mit der Erdverbindung (Fig. 710) in ihrer Wirkung auf denselben Empfänger den anderen Schaltungen durchaus nicht überlegen ist, wenn man nur dafür sorgt, daß bei den Vergleichsversuchen immer dieselben Schwingungen auf dem Luftdraht vorhanden sind.

Welche von den drei Möglichkeiten man wählen wird, hängt von

praktischen Gesichtspunkten ab, die aber meistens die symmetrische Anordnung als ungeschickt erscheinen lassen werden. Man wird die Schaltung mit Erdverbindung Fig. 710 vermeiden und diejenige von Fig. 709 vorziehen, wo schlecht leitende Felsen oder überhaupt fester Boden mit seiner wechselnden Feuchtigkeit und seinem wechselnden Leitvermögen leicht zu fortgesetzter Aenderung des Sekundärsystems führt. Auf Schiffen dagegen wird man der Erdverbindung den Vorzug geben.

c. Ganz gleichwertig sind übrigens die Anordnungen von Fig. 708, 709 und 710 nicht[325]): bei demselben Transformator ist die Koppelung bei Fig. 708 am schwächsten, bei Fig. 710 am stärksten. Der Grund dafür ergibt sich aus **344 d** unmittelbar. Bei demselben Transformator ist der Selbstinduktionskoeffizient p_1 des Primärkreises und der wechselseitige Induktionskoeffizient p_{12} zwischen Kondensatorkreis und Sender konstant. Der Selbstinduktionskoeffizient p_2 des Senders ist aber am größten bei Fig. 708, nur etwa die Hälfte davon bei Fig. 710 und jedenfalls kleiner als in Fig. 708 auch bei Fig. 709. Bei demselben Transformator wird die Maximalamplitude des Stroms und damit die Maximalamplitude der Welle bei geerdetem Sender $\sqrt{2}$ mal so groß als beim symmetrischen [**355 b**].

425. Form der Schwingung und Welle.

Wenn die Koppelung zwischen Kondensatorkreis und Sendersystem sehr lose ist, so entstehen bei den in **424** angegebenen Anordnungen auf dem Luftdraht Schwingungen, welche von den Eigenschwingungen des Sendersystems nicht wesentlich verschieden sind [**320**]. Es gilt demnach auch für die ausgesandte Welle das in **417 c** Ausgeführte; insbesondere hängt die Amplitude der Welle in großer Entfernung vom Sender nur von der Stromamplitude ab.

Das bleibt noch annähernd bestehen, wenn die Koppelung etwas enger ist. Es sind dann auf dem Sender zwei Schwingungen verschiedener Wechselzahl vorhanden, aber der Unterschied in den Wechselzahlen ist so gering [**352**], daß man die beiden Schwingungen als eine einzige auffassen kann [**321**].

Wenn die Koppelung aber so fest ist, daß die Wechselzahlen der beiden Schwingungen ziemlich weit auseinander liegen [**352**], so wird sowohl die Stromverteilung als die Form der Welle eine etwas kompliziertere. Von der schnelleren Schwingung liegt mehr, von der langsameren weniger als eine viertel Wellenlänge auf der Antenne.

426. Konstruktion des Senders. Feste Koppelung.

Wie die Senderanordnung gebaut, d. h. wie der Sender, Kondensatorkreis und die Koppelung zwischen beiden beschaffen sein soll, hängt davon ab, worauf es bei der Wirkung auf den Empfänger ankommt. Zweierlei ist möglich:

(1) Der Sender soll eine möglichst kräftige Welle aussenden.

(2) Die Dämpfung der Schwingungen soll so gering als irgend möglich sein (abgestimmte Telegraphie).

Im ersten Fall folgt aus **355** unmittelbar, daß es sich dafür nur um feste Koppelung[326]) handeln kann.

Dann sind auf dem Sender zwei verschiedene Schwingungen vorhanden und es sind drei Fälle denkbar:

a) die Maximalamplitude der Welle,

b) der Gesamteffekt, d. h. der Effekt der beiden Wellen zusammen, soll möglichst groß sein[326a]), oder

c) es soll, wenn das Empfangssystem nur auf eine der beiden Schwingungen abgestimmt wird, die Amplitude dieser Schwingung möglichst groß, ihre Dämpfung möglichst klein sein.

Tatsächlich ist, wie eine Diskussion der Beziehungen von **353** und **355** zeigt*), eine Anordnung, die besonders große Maximalamplitude ergibt, im allgemeinen auch günstig für den Gesamteffekt im Sekundärsystem, wenn auch wohl die Bedingung für das Maximum der Maximalamplitude nicht genau mit demjenigen für den Gesamteffekt zusammenfällt. Andererseits kann ein großer Gesamteffekt der beiden Schwingungen nur zu stande kommen, wenn jede derselben große Amplitude und verhältnismäßig kleine Dämpfung hat. Solange es sich nur um qualitative Ueberlegungen handelt, lassen sich also die drei verschiedenen Bedingungen durch irgend eine von ihnen ersetzen und als solche nimmt man mit Rücksicht auf früheres am besten die Bedingung a): der Sender soll Wellen möglichst großer Maximalamplitude liefern.

Maßgebend für die Konstruktion ist dann **355** Gl. (5). Danach steht die Maximalamplitude $\bar{i}_{2\,max}$ des Stromes, auf den es nach **417c** ankommt, im symmetrischen Sender zur Spannungsamplitude $\mathfrak{V}_{10}$ im Kondensatorkreis in der Beziehung

$$\frac{\bar{i}_{2\,max}}{\mathfrak{V}_{10}} = 2\,n\,\mathfrak{f}\,\sqrt{c_1 c_2},$$

*) Vgl. auch die Resultate der Versuche von **353** und **355**.

bei geerdetem Sekundärsystem in der Beziehung

$$\frac{\bar{i}_{0\,max}}{\mathfrak{P}_{10}} = 2\,n\,\mathfrak{f}\,\sqrt{2\,c_1\,c_2}.$$

Darin bezeichnet c_2 die Kapazität des Luftdrahts, c_1 diejenige des Kondensatorkreises und $\mathfrak{f}$ den in **355** näher besprochenen Faktor, der von der Größe der Koppelung abhängt und umso kleiner ist, je größer die Dekremente von Kondensatorkreis und Sendersystem sind. Daraus können folgende praktische Konsequenzen*) gezogen werden.

a. Sekundärsystem des Senders.

Unter den Sendern, die in großer Entfernung ein kräftiges elektrisches Feld erzeugen und deshalb nur in Betracht kommen, sind am günstigsten diejenigen, welche die größte Kapazität besitzen, d. h. die in **422a** beschriebenen Senderformen günstiger als der einfache Draht.

Unter den verschiedenen Arten, den Strombauch an das untere Ende der Antenne zu legen [**424a**], ist am günstigsten die Erdverbindung [vgl. **355c** und **424c**], vorausgesetzt, daß eine gute Erdverbindung möglich ist.

b. Kondensatorkreis.

Sein Selbstinduktionskoeffizient muß klein**), die Kapazität c_1 groß sein, und zwar aus den verschiedensten Gründen. Einmal wird dann bei vorgegebener Wechselzahl der Wert von $2\,n\,\mathfrak{f}\,\sqrt{c_1\,c_2}$ möglichst groß. Sodann nimmt der Funkenwiderstand mit wachsender Funkenlänge bei großen Kapazitäten viel langsamer zu als bei kleinen [**219d**]: Große Kapazitäten ermöglichen also die primäre Spannung in wirksamer Weise bedeutend höher zu steigern als dies bei kleinen Kapazitäten möglich wäre.

Endlich wird bei konstantem wechselseitigem Induktionskoeffizienten zwischen Sendersystem und Kondensatorkreis durch Verkleinerung des Selbstinduktionskoeffizienten der Koppelungskoeffizient und damit — wenigstens innerhalb der praktischen Grenzen — der Betrag des Faktors $\mathfrak{f}$ erhöht [**355**]. Es ist also am günstigsten,

*) Die im folgenden angegebenen Bedingungen sind tatsächlich richtig, ihre Begründung durch die Resultate von **355** und **219** ist aber nicht einwurfsfrei, da in **219** ein Kondensatorkreis ohne Energieabgabe und in **355** ein solcher ohne Funkenstrecke vorausgesetzt wurde. — Handelt es sich um die Frage, wie bei vorgegebener Energie der Sender zu konstruieren ist, so brauchen die angegebenen Bedingungen nicht genau richtig zu sein. Es ist bei ihnen stillschweigend vorausgesetzt, daß Energie in beliebiger Menge zur Verfügung steht.

**) Aber innerhalb gewisser Grenzen [s. u.].

Kondensatorkreise mit einer einzigen Windung zu verwenden. Im allgemeinen wird eine Verkleinerung des Selbstinduktionskoeffizienten im Primärkreis leicht*) auch eine Verkleinerung des wechselseitigen Induktionskoeffizienten mit sich bringen. Um das möglichst zu vermeiden, hat man peinlichst dafür zu sorgen, daß im Kondensatorkreis der Teil der Strombahn, der nicht auf das Sendersystem induziert, d. h. daß die Streuung so sehr als irgend möglich reduziert wird.

Wichtig ist außerdem für die Funkenstrecke des Kondensatorkreises Kugeln oder Kugelkalotten von möglichst großem Radius zu verwenden. Steigert man bei kleinen Kugeln die Länge der primären Funkenstrecke, so gelangt man sehr bald zu einer Länge, von der an im Sekundärsystem weder die Maximalamplitude noch der Effekt der Schwingungen zunimmt[327]). Je größer der Radius der Funkenkugeln ist, um so höher liegt diese kritische Funkenlänge.

c. Koppelung.

Nicht nur für die Maximalamplitude und für den Effekt im Sekundärsystem [353 und 355], sondern auch für die Wirkung des Senders auf einen bestimmten Empfänger, gibt es einen gewissen günstigsten Wert des Koppelungskoeffizienten. Dieses Optimum des Koppelungskoeffizienten ist nach ausführlichen Versuchen bei Cuxhaven mit einfachem Marconi-Empfänger [438] ein ziemlich ausgesprochenes; es war dort wichtig, daß der betreffende Koppelungskoeffizient wirklich erreicht wurde. Systematische Versuche aber, deren Ergebnis ein Urteil darüber gestattete, wie groß in jedem Falle der Koppelungskoeffizient am besten gewählt wird, liegen nicht vor. Man ist also vorerst auf das Ausprobieren angewiesen. So viel scheint aus den bisherigen Erfahrungen hervorzugehen, daß man den besten Wert des Koppelungskoeffizienten in der Praxis nicht leicht überschreitet, sondern im allgemeinen aus praktischen Rücksichten unter demselben bleibt**). Ein Ausdruck dieser Erfahrung ist schon die Tatsache, daß man zu den gemischten Schaltungen [423] gegriffen hat: die einfachen Schaltungen Fig. 701, 702 und 703 lieferten nur schwer eine genügend starke Koppelung.

*) Durch Vergrößerung der sekundären Windungszahl des Transformators kann allerdings theoretisch der Koppelungskoeffizient nahezu beliebig hoch getrieben werden. Allein da diese Sekundärwindungen zur Strahlung nichts Merkliches beitragen, so muß dadurch die Strahlungsfähigkeit des Senders Not leiden.

**) Aus Angaben, welche ich der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie verdanke, berechnet sich für eine „normale Küstenstation“ $K_1 = 0{,}19$, für eine „normale Schiffsstation“ $K_1 = 0{,}11$, für die für große Entfernungen bestimmte Station Oberschönweide $K_1 = 0{,}26$.

Bezüglich der Art der Koppelung ist für den vorliegenden Zweck die induktive Schaltung (Fig. 701) günstiger als die direkte (Fig. 702 oder 703). Da bei letzterer im günstigsten Falle $p_{12} = p_1$ und der Koppelungskoeffizient $= \sqrt{2 p_1/p_2}$ ist [344 d], so wird man praktisch auf keinen großen Wert des Koppelungskoeffizienten kommen, wenn man nicht der Vorteile, die ein kleiner Selbstinduktionskoeffizient des Kondensatorkreises mit sich bringt [b], verlustig gehen will.

427. Konstruktion des Senders. Lose Koppelung.

Soll der Sender möglichst wenig gedämpfte Wellen aussenden, so ist nach 355 f eine äußerst lose Koppelung zwischen Sendersystem und Kondensatorkreis am Platze [326]). Man erreicht damit [345 e], daß im Sender nicht die relativ stark gedämpften, ihm eigentümlichen Schwingungen, sondern viel schwächer gedämpfte, nämlich solche vom Dekrement des Kondensatorkreises vorhanden sind.

Theoretisch sollte es in diesem Falle, da es nur auf möglichst geringe Dämpfung ankommt und diese von der Form des Senders unabhängig ist, unwesentlich sein, welche Senderform — vorausgesetzt nur, daß sie genügend ausstrahlt — man wählt, und für den Kondensatorkreis sollte nur der Gesichtspunkt möglichst geringer Dämpfung maßgebend sein. Praktisch ist aber immer die Nebenbedingung vorhanden, daß bei möglichst geringer Dämpfung doch auch die Amplitude der Welle möglichst groß wird.

Beim Kondensatorkreis ist schon für eine möglichst geringe Dämpfung große Kapazität und geringer Selbstinduktionskoeffizient günstiger als das umgekehrte [Tab. XVII c]. Ebenso sprechen dafür die in 346 angegebenen Gründe. Dazu kommt noch folgendes. Bei sehr loser Koppelung ist im vorliegenden Fall der Effekt der Schwingungen im Sekundärsystem demjenigen im Primärsystem annähernd proportional*). Hat man im Primärsystem große Kapazität, so läßt sich der Effekt durch Vergrößerung der Funkenlänge bedeutend steigern, während dies bei kleinen Kapazitäten nur in sehr beschränktem Maße der Fall ist [252 f].

Derselbe Grund liegt für die Verwendung möglichst großer Kugelradien an der Funkenstrecke des Primärsystems vor.

*) Folgt aus 323 Gl. (2) und 317 Gl. (1), wenn man bedenkt, daß im vorliegenden Fall δ_1 klein ist gegen δ_2. — Ob es auf den Effekt im Sekundärsystem ankommt, ist keineswegs sicher. Es ist aber nach 422 c sehr wahrscheinlich, daß der Effekt wenigstens ein ungefähres Maß für die Wirkung auf einen Empfänger gibt.

Vergrößert man bei kleinen Kugelradien die Funkenlänge, so nimmt der Effekt schon bei relativ kleinen Funkenlängen nicht mehr zu, sondern ab, während er bei großen Kugelradien bis zu sehr viel größeren Funkenlängen nahezu proportional der Funkenlänge ansteigt. Fig. 711 stellt z. B. die Zunahme des Stromeffekts dar in einem Kondensatorkreis einmal bei einem Kugeldurchmesser von 5 cm und dann bei einem solchen von 1,5 cm [122]). Sie bestätigt das eben ausgeführte.

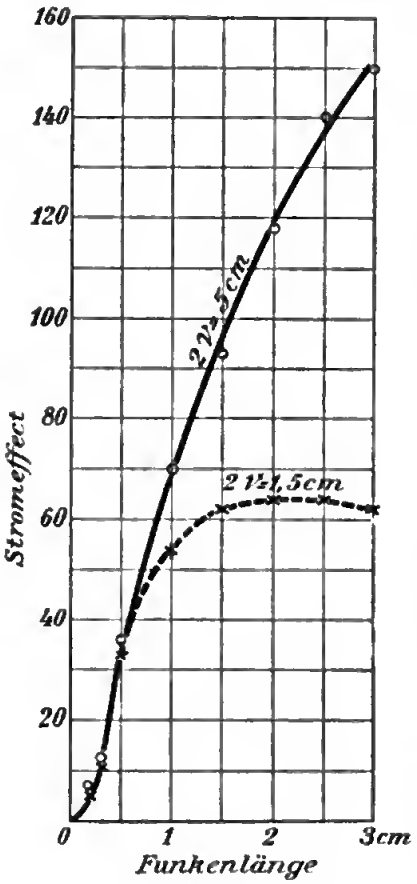


Fig. 711.

Die Art der Koppelung ist an sich gleichgültig, da lose Koppelung bei induktiver und bei direkter Schaltung sich gleich gut herstellen läßt. Die direkte Schaltung ist aber etwas günstiger, da sie einfacher ist und da bei ihr dieselbe Koppelung durch geringere Joule'sche Wärme im Sekundärsystem zu erreichen ist.

Unter den verschiedenen Möglichkeiten, den Strombauch an die Erregungsstelle zu legen, ist hier die Erdverbindung — bei Schiffen etwa ausgenommen — unvorteilhaft [424 b]. Die Erdverbindung stellt wegen der verschiedenen Feuchtigkeit des Bodens immer einen etwas variabeln Teil des Sendersystems dar. In allen den Fällen aber, in denen ein lose gekoppelter Sender Verwendung findet, ist größte Konstanz der Schwingungen ein unbedingtes Erfordernis.

428. Das Verhältnis des Braun'schen Senders zum Marconi-Sender.

Tatsache ist einerseits, daß alle Gesellschaften für drahtlose Telegraphie die Braun'schen Sender in der einen oder anderen Form und unter dem oder jenem Namen angenommen haben, andererseits, daß die Marconi-Gesellschaft jede kommerzielle Station außerdem noch mit einem einfachen Marconi-Sender versieht. Das erste wäre nicht geschehen, wenn nicht der Braun'sche Sender bedeutende Vorteile

gegenüber dem Marconi-Sender hätte, und das letztere wäre sicher nicht der Fall, wenn dem nicht auch gewisse Nachteile gegenüberstehen würden.

Bei einem Vergleich zwischen beiden Senderarten hat man scharf zu unterscheiden: Was leistet im Vergleich zum Marconi-Sender*) der Braun'sche Sender in enger und was in loser Koppelung?

a. Festgekoppelter Braun'scher Sender.

Daß die Wirkung eines Marconi-Senders durch Vergrößerung der Funkenlänge nicht beliebig gesteigert werden kann, sondern sehr bald ein Maximum erreicht, geht aus 422 c hervor. Wieviel mehr der Braun'sche Sender in dieser Beziehung leistet, dafür gibt ein gewisses Maß ein Beispiel aus der Praxis: Für die auf große Entfernungen berechnete Station der „Gesellschaft für drahtlose Telegraphie" bei Berlin (Oberschönweide) folgt aus den Beziehungen von 355**), daß die Maximalamplitude des Stroms im Sender etwa 5mal so groß wird als die Stromamplitude, welche dasselbe System als Marconi-Sender bei derselben Anfangsspannung liefern würde. Außerdem kann wegen der viel größeren Kapazität beim Kondensatorkreis die Spannungsamplitude durch Vergrößerung der Funkenlänge ohne nachteilige Folgen für die Dämpfung viel höher getrieben werden als beim Marconi-Sender [vgl. 219 bezw. Tab. XVII und 296 e]. Daraus folgt also — und die Praxis bestätigt das —, daß die Maximalamplitude des Stroms im Sender und damit die Maximalamplitude der ausgesandten Welle und, da die Dämpfung der Schwingungen noch kleiner ist als beim Marconi-Sender, auch der Effekt der Welle beim Braun'schen Sender sehr viel größer werden kann als beim Marconi-Sender. Es erklärt sich damit genügend, daß Marconi bei seinen transatlantischen Versuchen, daß man überhaupt bei allen auf große Entfernung berechneten Stationen die Braun'sche Anordnung verwendet hat.

Wenn trotzdem zum Teil noch der Marconi-Sender beibehalten wird, so ist der Grund dafür der folgende. Bei den meisten praktischen Stationen ist es vollkommen genügend, wenn sie auf etwa 100—150 km telegraphieren können. Das leistet aber bei den gegenwärtigen Empfängern auch ein Marconi-Sender. Welche Senderart man wählt, hängt also von technischen bezw. kommerziellen Gründen ab. Hier

*) Im folgenden ist unter Marconi-Sender derjenige von Fig. 684, ein gerader linearer Sender mit einer einzigen Funkenstrecke verstanden [vgl. 435 c].

**) $c_1 = 222 \cdot 10^{-3}$, $c_2 = 7{,}8 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad, $K_1 = 0{,}24$; $b_1 + b_2 = 0{,}4$ angenommen.

spricht zu Gunsten des Marconi-Senders und gegen den Braun'schen die größere Einfachheit und demnach die geringeren Kosten und noch mehr der geringere Energieverbrauch. Jede Transformation ist mit einem gewissen Energieverlust verbunden, und dieser ist in vorliegendem Fall ziemlich bedeutend. Man braucht also für dieselben Schwingungen auf dem Sender bei der Braun'schen Anordnung mehr Energie, z. B. bei demselben Induktor mehr Strom im Primärkreis, was bei abgelegenen, schwer zugänglichen Stationen (Feuerschiffen) ein schwerwiegender Nachteil ist.

Das Resultat ist also das: Kommt es auf die Erreichung möglichst großer Entfernungen an, so ist der enggekoppelte Braun'sche Sender die einzige Möglichkeit*). Sind aber die Entfernungen nur mäßig und soll der Energieverbrauch möglichst gering sein, so wird man dem alten Marconi-Sender den Vorzug geben.

b. Lose gekoppelter Braun'scher Sender.

Sollen, wie es bei der abgestimmten Telegraphie der Fall ist, möglichst wenig gedämpfte Wellen ausgesandt werden, so ist die Braun'sche Anordnung gegenüber dem Marconi-Sender unter allen Umständen ein sehr großer Vorteil. Sie ermöglicht es, das Dekrement der Schwingungen, das beim normalen Marconi-Sender 0,2—0,3 beträgt [296], auf den Wert des Dekrements bei Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke, 0,1—0,06**), herabzudrücken. Der Braun'sche Sender bedeutet also *für eine abgestimmte Telegraphie einen sehr wesentlichen Fortschritt*. Für diesen Zweck haben deshalb auch alle kommerziellen Marconi-Stationen einen Braun'schen Sender.

Wichtig ist unter Umständen auch, daß es mit der Braun'schen Anordnung möglich ist, auf dem Sekundärsystem nicht nur seine Grundschwingung, sondern auch irgend eine Oberschwingung zu erregen [348d], also nach Belieben ohne Aenderung des Sekundärsystems mit ganz verschiedenen Wechselzahlen zu arbeiten.

*) Nach Erfahrungen der „Gesellschaft für drahtlose Telegraphie" soll es bei extrem langen Antennen (fahrbaren Stationen mit Ballon) nur durch Koppelung mit einem Kondensatorkreis möglich sein, kräftige Schwingungen zu bekommen. Als Marconi-Sender benützt sollen solche Antennen sehr schlechte Resultate geben.

**) Unrichtig ist aber [vgl. die Kurven von Fig. 358, S. 375], wenn angegeben wird, bei der Braun'schen Anordnung bekomme man Schwingungen, deren Dekrement von ganz anderer Größenordnung sei als beim Marconi-Sender, oder wenn gar immer wieder behauptet wird, die Schwingungen des Marconi-Senders seien nahezu aperiodisch.

Digitized by Google

Lodge und Muirhead[327a]) verwenden Marconi-Sender mit verminderter Dämpfung: die Dämpfung durch Strahlung ist durch eingeschaltete Spulen herabgesetzt, die dadurch hervorgerufene Erniedrigung der Wechselzahl durch einen oder zwei eingeschaltete Kondensatoren kompensiert. Die geringere Dämpfung ist dadurch erkauft, daß man bei derselben Spannungsamplitude Wellen geringerer Amplitude bekommt und der Wirkungsgrad schlechter ist als beim geraden Marconi-Sender. Auf der anderen Seite muß aber eine viel schärfere Abstimmung möglich sein. Es scheint, daß mit diesen Sendern befriedigende Resultate erzielt wurden. Wie sie sich zu den Leistungen eines lose gekoppelten Braun'schen Senders verhalten, ist aus den bisher vorliegenden Angaben nicht zu entnehmen.

c. In technischer Beziehung ist ein sehr großer Vorteil der Braun'schen Anordnung vor dem Marconi-Sender der, daß der Luftdraht nur durch die Schwingungen, nicht aber durch den Induktor Ladungen bekommt.

Einmal werden dadurch bei der Braun'schen Anordnung bedeutend geringere Anforderungen an die Isolation der Autenne gestellt und es wird dadurch eine bedeutend geringere Empfindlichkeit gegen Isolationsfehler des Luftdrahts garantiert [254].

Natürlich müssen auch hier Isolationsfehler nach Möglichkeit vermieden werden. Aber daß ein solcher nicht wie beim Marconi-Sender die Wirkung illusorisch macht, kann einfach demonstriert werden. Ein Draht, an den einige Geißlerröhren angehängt sind zum Nachweis der auf demselben vorhandenen Schwingungen, wird einmal als Marconi-Sender benützt und dann als Sekundärsystem in einer Braun'schen Anordnung Fig. 701. Die Koppelung im zweiten Falle wird so gewählt, daß die Röhre am Ende des Drahts in beiden Fällen etwa gleich stark leuchtet. Wird dann der Draht durch einen nassen Faden, der eine mangelhafte Isolation markieren soll, an Erde gelegt, so findet man, daß bei der Braun'schen Anordnung das Leuchten der Röhren kaum nachläßt, dagegen beim Marconi-Sender fast völlig verschwindet.

429. Technische Ausführung*).

a. Von den Formen, in denen die Braun'sche Anordnung für praktische Zwecke ausgeführt wurde, ist schon eine oder wenigstens

*) Ueber fahrbare Stationen vgl. A. Wilke, Elektrotechn. Zeitschr. 1903, S. 40.

ihr wesentlicher Teil, der Transformator, in Fig. 545, S. 673*) abgebildet worden. Es ist diejenige, die bei den Versuchen in der Nähe von Cuxhaven verwendet wurde. Sie ist für feste Koppelung bestimmt. Damit der Kondensatorkreis auf das Sendersystem leicht abgestimmt werden kann, sind die Mikanitkondensatoren bequem auswechselbar und ihre Kapazität durch Vermehrung oder Verminderung der Plattenzahl leicht zu ändern. Von einem anderen, ebenfalls durch

Fig. 712.

Aenderung der Kapazität abstimmbaren Kondensatorkreis**) ist in Fig. 712 die Kondensatorenbatterie, in Fig. 713 der Transformator abgebildet. Das Variieren der Kapazität erfolgt hier durch Aenderung der Zahl kleiner Leidener Flaschen. Der Transformator befindet sich in einem Glasgefäß mit Oel (Fig. 713); die in Fig. 713 sichtbaren, vorstehenden gebogenen Stücke sind die Sekundärpole***).

*) In der Ausführung der Elektrizitäts-Aktiengesellschaft vorm. Schuckert & Co.

**) Konstruiert von Dr. Koepsel, verwendet lange Zeit von der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie, System Prof. Braun und Siemens & Halske.

***) Diese Anordnungen haben Serienschaltung der Kondensatoren [197, 254 e]. Der Nachteil für technische Zwecke ist der, daß man, um eine wirksame [197 a] Kapazität c zu erreichen, zwei Kondensatoren der Kapazität 2c braucht. Die Serienschaltung verursacht deshalb größere Kosten als die einfache

Fig. 713.

Regulierbar durch Aenderung des Selbstinduktionskoeffizienten ist die in Fig. 714 dargestellte Anordnung der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft bezw. Gesellschaft für drahtlose Telegraphie. Sie ist für direkte und gemischte Schaltung berechnet. Im Innern des zylindrischen Gehäuses befinden sich die Kondensatoren mit Funkenstrecke. Die außen sichtbare Spule ist die Strombahn des Kondensatorkreises, deren Selbstinduktionskoeffizient durch Ein- bezw. Ausschalten von Windungen variiert werden kann.

In der Marconi-Station Fig. 715*) ist die Batterie parallel geschalteter Leidener Flaschen und die Funkenstrecke rechts auf dem Tische zu sehen. Der übrige Teil des Kondensatorkreises scheint sich unter dem Brett an der Wand zu befinden, auf dessen Vorderseite ein mit dem Luftdraht verbundener Schalthebel sichtbar ist. Links ist die Anordnung für den einfachen Marconi-Sender. Eine andere Marconi-Station ist in Fig. 716**) abgebildet; auch hier befindet sich

Fig. 714.

Schaltung, stellt aber auf der anderen Seite viel geringere Anforderungen an die Durchschlagsfestigkeit des Materials.

*) Nach Zammarchi[278], S. 129: Schiffsstation auf dem Dampfer Minnetonka der Atlantic Transport Co.

**) Aus einer Broschüre: The Commercial Side of Wireless Telegraphy.

neben der Braun'schen Anordnung auf dem Tisch ein einfacher Marconi-Sender.

b. Wo abgestimmte Empfangssysteme verwendet werden sollen [447], müssen im allgemeinen mindestens zwei, unter Umständen aber eine ganze Reihe von Stationen (z. B. sämtliche Schiffe desselben Geschwaders) Wellen derselben Wechselzahl aussenden. Hier wird man also die Kondensatorkreise alle für dieselbe Wechselzahl bauen,

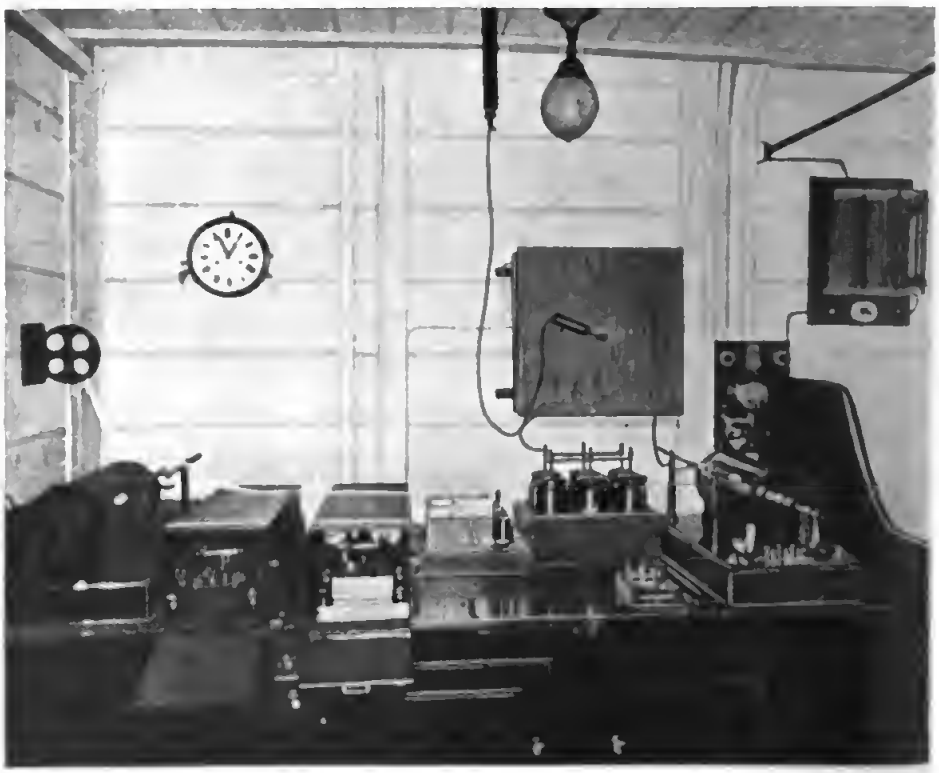


Fig. 715.

und die Aufgabe liegt nun vor, das Sendersystem, das auf den verschiedenen Stationen (z. B. den Schlachtschiffen und Torpedobooten) sehr verschiedene Länge haben kann, auf den Kondensatorkreis abzustimmen. Muß zu diesem Zweck die Wechselzahl der Eigenschwingungen des Sekundärsystems herabgedrückt werden, so erreicht man das in einfacher Weise, indem man am unteren Ende des Senderdrahts Drahtlängen und zwar am einfachsten Spulen einschaltet, bis die gewünschte Wechselzahl erreicht ist. Die Marconi-Stationen scheinen zu diesem Zweck am unteren Ende des Luftdrahts eine Spule zu haben, von der beliebig viele Windungen zu- oder abgeschaltet werden können.

Digitized by Google

Fig. 716.

Soll umgekehrt die Wechselzahl erhöht werden und ist Verkürzen des Luftdrahts untunlich, so hilft nach **332** das Einschalten von Kondensatoren in den Luftdraht[328]).

§ 3. Hilfsapparate.

430. Unterbrecher.

Die bis jetzt gebräuchlichen Influenzmaschinen[328a]) können längst nicht genügend Energie liefern zum Betrieb eines Kondensatorkreises.

wie er für die drahtlose Telegraphie nötig ist. Es kommt also für die Ladung des Kondensatorkreises nur Induktor oder Wechselstromtransformator in Betracht.

Bei der Verwendung eines Induktors mit Gleichstrom ist ein Unterbrecher notwendig, von dem die Praxis der drahtlosen Telegraphie verlangen muß, daß er

(1) im stande ist, starke Ströme ohne Nachteil zu unterbrechen:

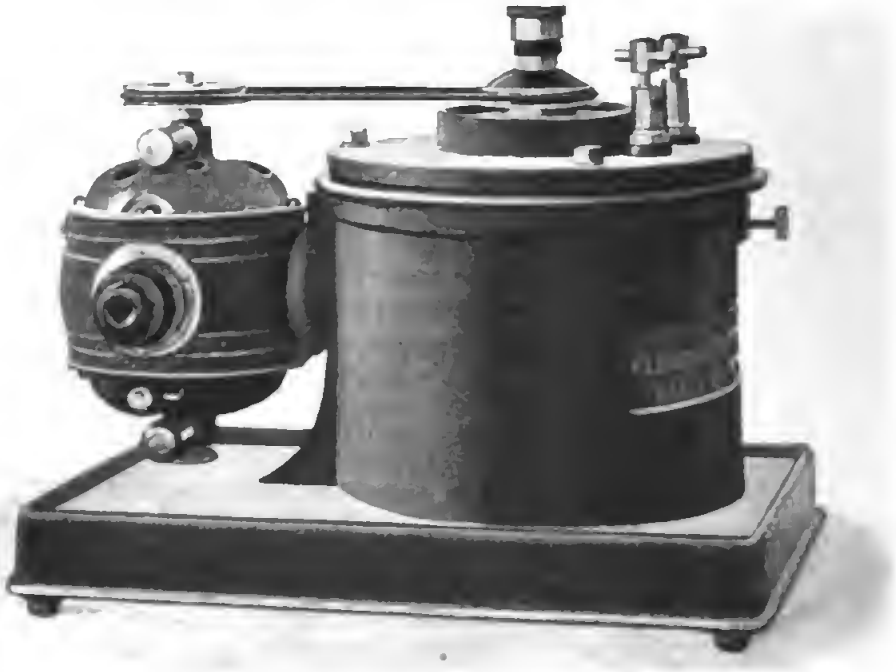


Fig. 717.

(2) durchaus regelmäßig arbeitet.

Dazu kommt unter Umständen (abgelegene Stationen)

(3) möglichst geringer Energieverbrauch.

a. Wo die letzte Bedingung besonders stark betont werden muß, bietet der gewöhnliche Hammerunterbrecher (Neef'sche Hammer) in guter Ausführung gegenüber allen anderen Unterbrechern große Vorteile. Bei den kommerziellen Stationen der Marconi-Gesellschaft ist deshalb diese Art des Unterbrechers entweder nur oder wenigstens vorwiegend im Gebrauch. (In Fig. 715 und 716 ist derselbe an beiden Induktoren gut zu sehen.)

Ausgeschlossen sind in solchen Stationen elektrolytische Unterbrecher (z. B. Wehneltunterbrecher). Schon die hohe Span-

nung und damit die große Anzahl von Elementen oder Akkumulatoren, welche derartige Unterbrecher brauchen, ist störend, noch mehr aber der große Energieverbrauch derselben. Die Folge davon ist, daß die

Fig. 718.

Fig. 719.

Verwendung elektrolytischer Unterbrecher trotz der Einfachheit ihrer Handhabung wohl von allen Gesellschaften aufgegeben ist.

b. Wo ein mäßiger Energieverbrauch kein Hindernis ist, ist ein vorzüglicher Unterbrecher der Quecksilberstrahlunterbrecher der

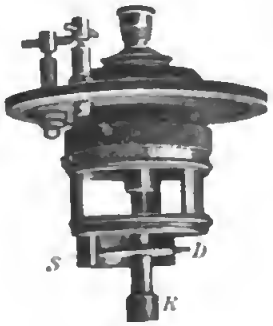


Fig. 720.

Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft, der bei den Stationen der „Gesellschaft für drahtlose Telegraphie" allgemein Verwendung findet. Eine Außenansicht des Unterbrechers für Laboratoriumszwecke und alle festen Stationen zeigt Fig. 717, eine andere Konstruktion Fig. 718, eine Montierung für Schiffszwecke Fig. 719. Der links befindliche Teil in

Fig. 717, der obere in Fig. 718 und 719 ist der Motor, der zum Betrieb des eigentlichen Unterbrechers dient. In diesem besteht der drehbare Teil aus einem vertikalen Rohr R (Fig. 720), das unten eine Art Schraube und auf der Seite ein Ansatzrohr besitzt, welches in eine Düse D endet. Das Rohr taucht unten in Quecksilber; dreht sich das Rohr, so wird das Quecksilber durch die Schraube nach oben geschraubt und spritzt durch die Düse D in einem feinen Strahl hinaus. Auf einem Teil der Umdrehung trifft der Quecksilberstrahl den kupfernen Segmentring S, der mit einem Pol der Batterie verbunden ist, während der andere Pol mit dem Quecksilber in Verbindung steht. Solange also der Quecksilberstrahl den Segmentring trifft, ist der Strom geschlossen, dagegen geöffnet, sobald der Quecksilberstrahl den Segmentring verläßt.

Die großen Vorteile des Unterbrechers, insbesondere auch für Laboratoriums- und Meßzwecke, sind:

(1) er unterbricht auch relativ starke Ströme sehr regelmäßig, vorausgesetzt, daß man das Quecksilber und den dasselbe bedeckenden absoluten Alkohol von Zeit zu Zeit reinigt und dafür sorgt, daß die Zuleitung zu den Kohlebürsten am Motor tadellos ist*);

(2) der Strom im Motor ist ganz unabhängig von dem Strom im Unterbrecher**), man kann also bei konstanter Unterbrechungszahl den Strom im Induktor in den weitesten Grenzen ändern***).

Endlich läßt sich, was für die drahtlose Telegraphie weniger wesentlich ist als für Laboratoriumszwecke, die Unterbrechungszahl sehr stark variieren einmal durch Aenderung der Tourenzahl des Motors und dann durch Verwendung von Segmentringen mit mehreren Segmenten, so daß während einer Umdrehung mehrere Stromschlüsse und Unterbrechungen stattfinden.

431. Induktor und Wechselstromtransformator.

Die Induktoren, die von den verschiedenen Fabriken hergestellt werden, sind im Prinzip nicht viel voneinander verschieden, mit Ausnahme der Induktoren von Klingelfuß in Basel, dessen Induktoren einen nahezu geschlossenen Eisenkern besitzen. Nach dem Ergebnis der Versuche, die mit solchen Induktoren angestellt wurden [329]), sollte

*) Koblebürsten verkupfern und an die Zuleitungen anlöten!

**) Wenn man für den Unterbrecher und Induktor besondere Akkumulatoren verwendet, was sehr zu empfehlen ist.

***) Daß dies beim Hammer- und Deprez-Unterbrecher nicht möglich ist, ist einer der größten Fehler derselben.

man erwarten, daß diese Konstruktion für die Braun'schen Anordnungen — Lieferung großer Elektrizitätsmengen — besonders gut brauchbar sein würde. Daß dieselbe, soweit mir bekannt ist, keine Verwendung in der drahtlosen Telegraphie gefunden hat, erklärt sich wohl daraus, daß man in allen Fällen, wo es auf große Elektrizitätsmengen ankommt, den Induktor mit unterbrochenem Gleichstrom überhaupt verlassen hat und zum Wechselstromtransformator übergegangen ist.

Daß mit einem Wechselstromtransformator nahezu beliebig große Elektrizitätsmengen produziert werden können, braucht wohl nicht näher ausgeführt zu werden. Ebenso ist es einleuchtend, daß die Anordnung durch Verwendung eines Wechselstromtransformators, der einen Unterbrecher entbehrlich macht, an Einfachheit gewinnt.

a. Nachteile des Wechselstromtransformators sind aber die folgenden.

(1) Wenn in dem Kondensatorkreis, der durch die Sekundärspule des Transformators geladen wird, ein Funke überschlägt, so wird durch den Funken die Sekundärspule des Transformators kurzgeschlossen (vgl. den Versuch S. 461 Fußnote). Das ist aus zwei Gründen schädlich. Einmal kann dadurch der Wechselstromtransformator beschädigt werden bezw. er muß, um eine solche nicht normale Beanspruchung zu ertragen, unverhältnismäßig stark gebaut sein. Dann wird durch die große Elektrizitätsmenge, welche unter diesen Umständen durch die Funkenbahn hindurchgeht und eventuell zur Bildung eines Flammenbogens Veranlassung gibt, die Luft dort sehr stark leitend und behält ihr Leitvermögen auch, nachdem die Entladung des Kondensatorkreises schon abgelaufen ist. Die Folge davon ist, daß bei der nächsten Ladung die Kondensatoren längst nicht mehr auf dieselbe Spannung geladen werden können, welche der Entfernung der Funkenkugeln in normaler Luft entsprechen würde. Es haben deshalb auch die folgenden Schwingungen nicht mehr dieselbe Amplitude *).

*) Zur Demonstration dieser Wirkung zweigt man von zwei Punkten der Strombahn eines Kondensatorkreises zu einem Funkenmikrometer F_1 (Fig. 395, S. 453) ab, dessen Schlagweite nach 253c ein Maß für die Amplitude der Schwingungen im Kondensatorkreis gibt (oder man läßt den Kondensatorkreis auf ein Sekundärsystem indnzieren und schaltet in dieses die Funkenstrecke F_1 ein). Man betreibt dann zuerst den Kondensatorkreis durch einen Induktor mit unterbrochenem Gleichstrom und stellt F_1 so ein, daß eben gleichmäßig Funken übergehen. Dann ersetzt man den Indnktor durch einen Wechselstromtransformator oder in Ermangelung eines solchen beschickt man den Induktor mit Wechselstrom.

Man wird vollkommen frei von diesem Mangel, wenn man statt der Funkenstrecke eine Quecksilberbogenlampe verwendet[330]). Auch dann, wenn während jeder Periode des Wechselstroms eine sehr große Anzahl von Entladungen des Kondensatorkreises erfolgt [242c], ist die Amplitude jeder dieser Schwingungen merklich dieselbe. Praktisch scheint aber die Quecksilberbogenlampe als Funkenstrecke nicht gebraucht zu werden.

(2) Der Wechselstromtransformator liefert bei den gewöhnlich gebrauchten Wechselzahlen eine sehr große Anzahl von Entladungen, meist eine viel größere als die Wechselzahl [242c]. Ein Vorteil ist das nur, wenn als Empfänger ein Apparat gebraucht wird, dessen Angaben vollkommen durch den Effekt der Schwingungen bestimmt sind, z. B. ein Bolometer. Sonst ist es ein Nachteil, und zwar aus zwei Gründen. Einmal stellt es eine Energievergeudung dar: was mit 100 Entladungen pro Sekunde erreicht wird, würden 20 ebensogut leisten. Und dann wirkt eine hohe Entladungszahl ganz ähnlich wie der Flammenbogen: sie macht die Luft in einem schädlichen Maße leitend. Diesem Uebelstand dadurch abzuhelfen, daß man die Wechsel- und damit Entladungszahl verkleinert, geht aus technischen Gründen nicht über eine gewisse Grenze. Nach **134** ist zwar das Transformationsverhältnis von der Wechselzahl unabhängig, aber die Amplitude des Primärstroms ist unter sonst gleichen Umständen umgekehrt proportional der Wechselzahl [88b; vgl. S. 224 Fußnote*)]. Das bedeutet also, wenn derselbe Wirkungsgrad beibehalten werden soll, eine Vermehrung des Leitungsquerschnitts in der Primärspule des Transformators und den Ankerspulen der Maschine, welche denselben betreibt.

b. Das Kurzschließen des Wechselstromtransformators durch den Funken und die Bildung eines Flammenbogens kann dadurch, daß man einen starken Luftstrom gegen die Funkenstrecke bläst oder dieselbe in ein starkes magnetisches Feld bringt [vgl. S. 460 Fußnote*)], zwar gebessert, aber doch nicht vollständig vermindert werden. Um es radikal zu verhindern, hat deshalb die Marconi-Gesellschaft die Anordnung vorgeschlagen[331]), die schematisch in Fig. 721 wiedergegeben ist: II ist die Sekundärspule des Transformators, C der Kondensator, A D C der Kondensatorkreis, dessen Schwingungen erregt

ohne daß am Kondensatorkreis irgend etwas geändert wird. Man findet dann, daß jetzt an der Funkenstrecke F_1 nur im ersten Moment ein Funke übergeht, nachher nicht mehr, daß also die Amplitude der Schwingungen im Kondensatorkreis geringer geworden ist als anfänglich.

werden sollen; H ist ein Hebel, der mit der Achse A (in der Fig. 721 nur die Stirnfläche gezeichnet) der Wechselstrommaschine oder eines Synchronmotors verbunden ist. Dreht sich die Achse A und damit der Hebel H, so kommt er in Berührung mit den Sektoren B und D*). Berührt er den Sektor B, so sind die beiden Belegungen des Kondensators mit der Sekundärspule des Transformators verbunden, und zwar ist der Hebel H auf der Achse A so orientiert, daß die Berührung etwa in dem Moment erfolgt, in welchem die Spannung

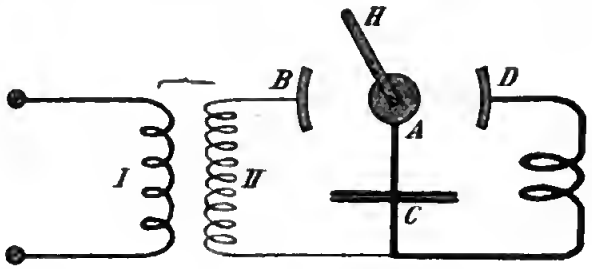


Fig. 721.

zwischen den Polen der Sekundärspule ihren Maximalwert besitzt. Nach kurzer Zeit, während deren sich der Kondensator geladen hat, verläßt der Hebel H den Sektor B und trifft den Sektor D. Der Kondensator entlädt sich nun und der Kondensatorkreis gerät in Schwingungen u. s. f. Der Vorteil dieser Anordnung ist also der, daß der eine Pol des Transformators abgeschaltet ist, während die Schwingungen des Kondensatorkreises erfolgen. Ob diese Anordnung jemals praktisch gebraucht worden ist, ist mir nicht bekannt.

c. Verwendung hat aber eine andere Anordnung gefunden, welche ebenfalls den Zweck verfolgt, die Bildung von Flammenbögen und das Kurzschließen des Transformators zu verhindern[332]). Zwischen die Pole des Wechselstromtransformators II und die Pole der Funkenstrecke F (Fig. 722) ist je ein Kondensator (C_1 und C_2) eingeschaltet, so daß die Anordnung diejenige der rechten Seite von Fig. 722**) wird. Wenn jetzt ein Funke an der Funkenstrecke F übergeht, so ist ein Kurzschluß des Wechselstromtransformators durch die beiden Kondensatoren unmöglich gemacht. Aehnliches, aber in viel weniger ökonomischer Weise, würde wohl auch ein sehr großer Widerstand leisten***).

*) Oder denselben wenigstens so nahe, daß Funken übergehen können.

**) Schaltung der Poldhu-Station, die Marconi für seine transatlantischen Versuche verwendet hat.

***) Es ist der Grund, warum man die Schwierigkeit mit den Flammenbögen in viel geringerem Maße bekommt, wenn man einen Induktor als Wechselstrom-

d. Gegen die schädlichen Wirkungen des Kurzschlusses durch den Funken hilft bis zu einem gewissen Grade schon das Einschalten einer gut dimensionierten Drosselspule in den Primärkreis des Transformators[331]). Es kann dann der Primärstrom niemals eine gefährliche Höhe erreichen, da sich im Primärkreis immer der hohe Selbstinduktionskoeffizient der Drosselspule befindet. Infolge davon fällt die Sekundärspannung bei Kurzschluß sehr rasch ab.

e. Den Kurzschluß durch den Funken und gleichzeitig den Mangel einer hohen Entladungszahl vermeidet in besonders eleganter Weise eine Anordnung, die von der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie benützt und als „abgestimmter Transformator oder Induktor", auch als „Resonanzinduktor"[333]) bezeichnet wird. Das Prinzip ist das folgende. Der Wechselstromtransformator wird so gewählt, daß seine normale Sekundärspannung längst nicht ausreicht, um die Funkenstrecke F (Fig. 723) zu durchschlagen, daß aber der Kreis II A B C D E II in Resonanz ist mit der Wechselzahl des Wechselstroms[333a]). Wird dann der Strom im Primärkreis des Wechsel-

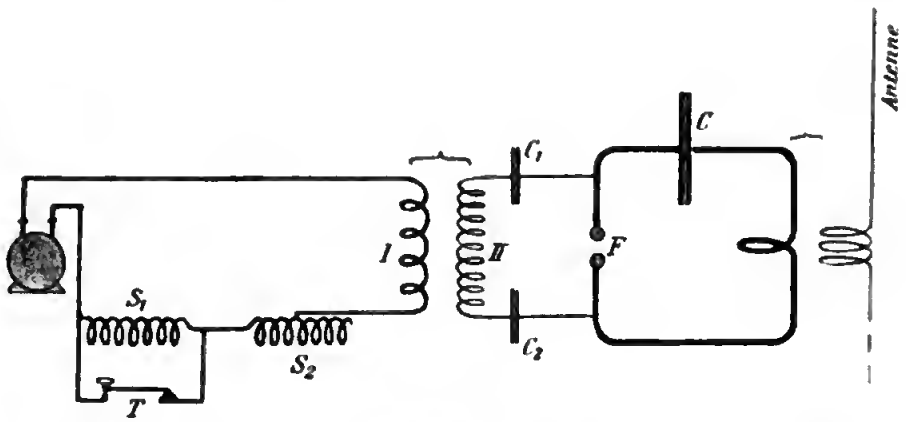


Fig. 722.

stromtransformators geschlossen, so wächst, ähnlich wie es in 308 auseinandergesetzt wurde, der Strom und damit auch die Spannungsamplitude immer mehr an und zwar weit über den normalen Wert hinaus, bis nach einer Anzahl Schwingungen die Spannung so groß

transformator benützt. Wenn hier der Kondensatorkreis eine einigermaßen bedeutende Kapazität besitzt, so erhält man keine Flammenbögen wegen des hohen Widerstands der Sekundärspule. Für Laboratoriumszwecke kann deshalb ein größerer Induktor mit Wechselstrombetrieb sehr gut verwendet werden, wenn man z. B. bei Versuchen mit einem Tesla-Transformator ziemlich große Kapazitäten laden will.

geworden ist, daß bei F ein Funke überschlägt. Das tritt ungefähr ein, wenn die Spannung zwischen den Polen der Funkenstrecke und damit zwischen den Kondensatorbelegungen im Maximum, der Strom also nahezu Null ist. In diesem Moment besteht die Energie, welche der Kreis II A B C D E II enthält, in der elektrischen Energie der beiden Kondensatoren. Diese wird aber durch die Schwingungen des Kondensatorkreises A B C D E F A aufgebraucht. Nach Ablauf derselben besitzt der ganze Kreis nur sehr geringe Energie und die an der Funkenstrecke F auftretende Spannung ist zu gering, als daß dort noch weitere Funken oder gar Flammenbögen sich bilden könnten. Nun fängt die Erscheinung wieder von vorn an, die Spannung wird allmählich verstärkt etc.

Es sind also bei dieser Anordnung, die sich sehr gut bewähren

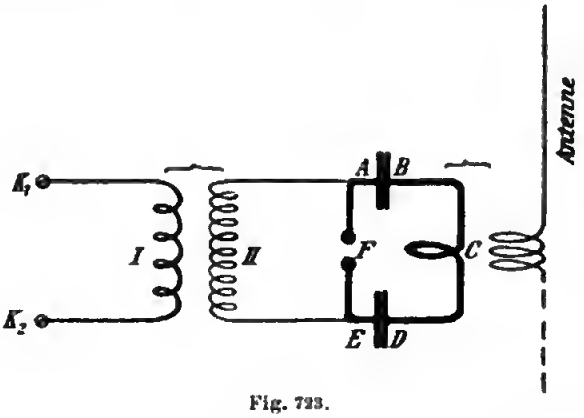


Fig. 723.

soll, alle Unannehmlichkeiten des Wechselstromtransformators in glücklichster Weise vermieden.

Damit die Erscheinung der Resonanz eine sehr ausgesprochene wird, muß einmal die Koppelung zwischen der Primär- und Sekundärspule des Transformators eine ziemlich lose sein [**355 d**], und dann müssen alle Energieverluste in dem Kreise II A B C D E II, die eine Erhöhung der Dämpfung zur Folge haben würden, vermieden werden. Die letztere Bedingung schließt die Verwendung von geschlossenen Eisenkernen aus wegen der großen Hysteresisverluste [**106** und **147 a**]. Tatsächlich werden Transformatoren mit offenem Eisenkern verwendet.

432. Taster. Stromunterbrechung.

a. Beim Telegraphieren muß der Primärstrom des Induktors bezw. Wechselstromtransformators häufig geschlossen und unterbrochen

werden, was im allgemeinen ebenso wie bei der gewöhnlichen Telegraphie mit „Tastern“ gemacht wird. Diese plötzliche Stromunterbrechung bringt aber sowohl beim Induktor als beim Wechselstromtransformator Schwierigkeiten mit sich.

In beiden Fällen treten an der Unterbrechungsstelle, d. h. an den Kontakten des Tasters infolge der raschen Unterbrechung des Primärstromkreises mit seinem hohen Selbstinduktionskoeffizienten sehr hohe Spannungen und damit Funken auf, die in kürzester Zeit die Platinkontakte zerstören.

Dazu kommt beim Wechselstromtransformator noch eine zweite Schwierigkeit. Die Spannung zwischen den Polen der Sekundärspule ist umso größer, je steiler das magnetische Feld im Transformatorkern ansteigt oder abfällt. Die normale Spannungsamplitude, für welche der Transformator gebaut und die Isolation der Sekundärspule

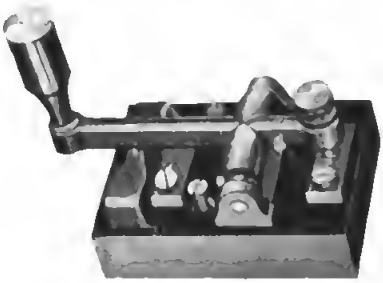


Fig. 724

berechnet ist, ist diejenige, welche dem normalen maximalen Abfall des Primärstroms entspricht. Wird aber der Strom in der Primärspule einfach unterbrochen, so muß der Primärstrom und damit auch die magnetische Induktion im Transformatorkern sehr viel rascher abfallen. Es entstehen demnach in der Sekundärspule Spannungen, die sehr viel höher als die normalen Spannungsamplituden sein und die Isolation durchschlagen können. Aehnliches kann auch bei Stromschluß eintreten.

b. Zur Vermeidung der einen oder anderen Schwierigkeit oder auch beider sind im wesentlichen drei verschiedene Wege gewählt worden:

(1) Die Dauer des entstehenden Funkens wurde möglichst verkürzt.

(2) Der Primärstromkreis wird zu einer Zeit unterbrochen, wo der Strom in ihm Null oder sehr gering ist.

(3) Der Stromkreis wird überhaupt nicht ganz unterbrochen.

c. Zu der ersten Art gehören Anordnungen, bei denen der Funke magnetisch „ausgelöscht" wird: die Funkenbahn wird durch die Einwirkung eines permanenten Magneten oder Elektromagneten stark verlängert, so daß die Spannung bald nicht mehr zum Durchschlagen ausreicht und der Funke abreißt. Verbessert wird dadurch natürlich nur die schädliche Wirkung des Funkens auf den Taster. In Fig. 724 ist ein Taster mit magnetischer Funkenauslöschung in der Konstruktion der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie abgebildet*); die beiden Magnetpole sind auf der linken Seite der Figur zu sehen.

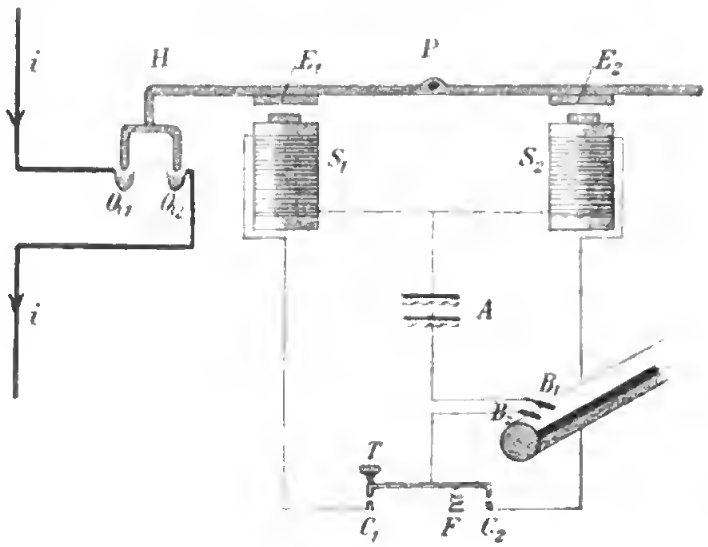


Fig. 725.

d. Eine andere, der zweiten Klasse angehörige Anordnung der Marconi-Gesellschaft[331]) ist in Fig. 724 schematisch dargestellt. Darin ist i der Primärstromkreis des Wechselstromtransformators. Q_1 und Q_2 sind zwei Näpfe mit Quecksilber; H ist ein um den Punkt P drehbarer Hebel, der den Strom i schließt, wenn er in die Näpfe $Q_1 Q_2$ taucht. A bedeutet eine Batterie galvanischer Elemente, S_1 und S_2 Spulen, die, vom Strom durchflossen, die Eisenstücke E_1 oder E_2 an-

*) Man kann die Wirkung dieser magnetischen Funkenauslöschung sehr auffallend demonstrieren mit einem Taster, dessen Kontakte aus Bogenlampenkohlen gebildet sind. Unterbricht man mit einem solchen Taster den Strom einiger Akkumulatoren durch eine Drosselspule, so bekommt man bei der Unterbrechung einen kräftigen Flammenbogen. Bringt man aber die beiden Kontakte zwischen die Pole eines kräftigen Elektromagneten, so ist von dem Flammenbogen kaum etwas zu sehen; seine kurze Dauer zeigt sich in dem scharfen Knall, den man hört.

ziehen. Der Hebel H ist so ausbalanciert, daß er in der Lage, in der er sich eben befindet, bleibt, wenn der Strom in den Spulen S_1 und S_2 unterbrochen wird.

Nimmt man an, die Schleiffedern B_1 und B_2 seien leitend miteinander verbunden, so kann durch den Taster T der Hebel H in die Quecksilbernäpfe gedrückt und dadurch der Strom i geschlossen oder der Hebel H aus den Quecksilbernäpfen herausgehoben und dadurch der Strom i unterbrochen werden. Das erstere tritt ein, wenn man den Taster auf den Kontakt C_1 herunterdrückt, das letztere, wenn man den Taster losläßt, so daß er von der Feder F auf den Kontakt C_2 gedrückt wird. Damit nun weder das Oeffnen noch das Schließen des Stromkreises i zu einer Zeit erfolgen kann, in welcher in dem Stromkreis ein bedeutender Strom herrscht, schleifen die Schleiffedern B_1 und B_2 auf einer Art Kollektor, der sich auf der Achse der Wechselstrommaschine befindet. Die leitenden und nichtleitenden Lamellen des Kollektors sind so angeordnet, daß die Kontaktfedern B_1 und B_2 nur zu solchen Zeiten leitend miteinander verbunden sind, in denen der Stromkreis i ganz oder fast ganz stromlos ist.

e. Eine andere bei weitem einfachere Anordnung stellt der von der „Gesellschaft für drahtlose Telegraphie" auf den Vorschlag von F. Braun benützte Taster dar (schematische Abbildung Fig. 726). Unterhalb des eigentlichen Tasters befindet sich eine Feder F, an der ein Eisenstück E und ein Platinkontakt $C_1 C_2$ befestigt ist. Ist der Taster und damit die Feder F niedergedrückt, so berührt der Kontakt C_1 den

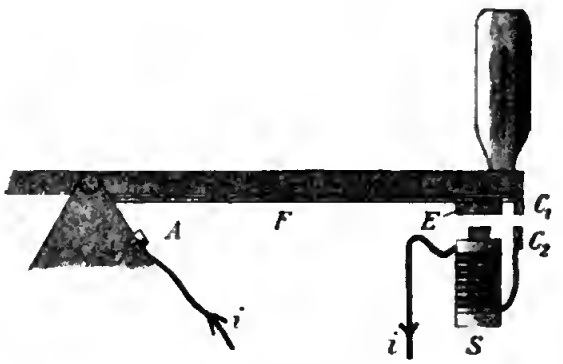


Fig. 726.

Kontakt C_2 und der Primärstrom i des Induktors oder Wechselstromtransformators ist geschlossen. Er durchfließt nicht nur den Taster auf dem Wege A F C_1 C_2, sondern auch noch die Spule S. Wird der Taster jetzt losgelassen, so daß er sich nach oben bewegt, so

wird trotzdem der Kontakt C_1 nicht vom Kontakt C_2 entfernt, da die magnetische Wirkung des Stroms in der Spule S das Eisenstück E noch anzieht und dadurch die Feder F und den Kontakt C_1 noch festhält. Erst wenn der Primärstrom Null ist, wird das Eisenstück der Spule losgelassen und der Kontakt C_1 durch die Feder F von C_2 getrennt, aber jetzt ohne jede Funkenbildung. Diese Taster sind bei den Installationen der genannten Gesellschaft allgemein im Gebrauch.

f. Die dritte Methode endlich, den Strom überhaupt nicht ganz zu unterbrechen, wird von der Marconi-Gesellschaft[331]) verwendet. In dem Primärkreis des Wechselstromtransformators ist, abgesehen von einem variablen induktiven Widerstand S_2 [432d], eine zweite Drosselspule S_1 von hoher Impedanz eingeschaltet (Fig. 722). Parallel zu derselben liegt der Taster T. Solange derselbe geöffnet ist, ist der Strom durch die Primärspule des Wechselstromtransformators nur sehr gering wegen der hohen Impedanz der Drosselspule. Wird der Taster aber niedergedrückt und damit die Drosselspule kurz geschlossen, so wird der Strom in dem Transformator so stark und die Spannung der Sekundärpole so groß, daß Funken bei F (Fig. 722) überschlagen. Wird der Taster losgelassen, so geht der Strom auf seinen geringen Anfangswert zurück, ohne unterbrochen zu werden.

§ 4. Anordnungen für besondere Zwecke.

433. Mehrfache Transformation.

Für besonders kräftige Stationen wird von der Marconi-Gesellschaft vorgeschlagen[331]), den Wechselstromtransformator nicht unmittelbar auf den Kondensatorkreis, dessen Schwingungen auf den Sender übertragen werden (III Fig. 727), einwirken zu lassen, sondern zwischen beide einen Kondensatorkreis (II) von verhältnismäßig geringer Wechselzahl*) einzuschalten. Die Entladungen dieses Kondensatorkreises induzieren auf eine Spule S_2; der Strom in derselben lädt erst den Kondensatorkreis III und dieser erregt die Schwingungen des Senders.

In der betreffenden Patentschrift wird angegeben, es werden dadurch Schwingungen extrem großer Energie in dem Kondensator-

*) Die Angaben über diesen Kondensatorkreis sind in einem Fall: Kapazität 0.5 Mikrofarad; Strombahn: 100 Windungen von 30 cm Durchmesser; in einem anderen Fall: Kapazität 1 Mikrofarad.

kreis III erzeugt. Es ist dies wohl so zu verstehen, daß man durch die doppelte Transformation bei mäßiger Sekundärspannung*) des Wechselstromtransformators im Kondensatorkreis III sehr hohe Spannungsamplituden bekommen kann, wie sie sonst kaum zu erreichen

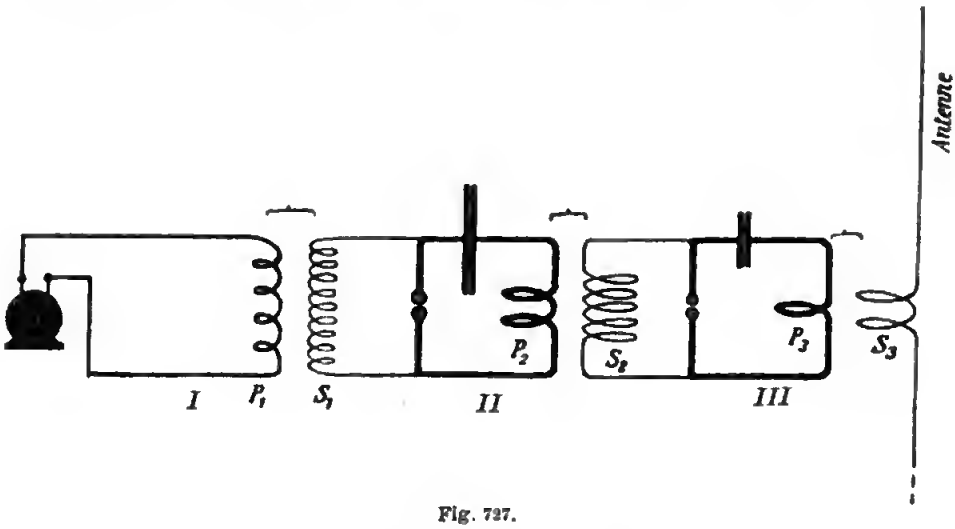


Fig. 727.

wären, da die Herstellung betriebssicherer Wechselstromtransformatoren mit gutem Nutzeffekt für Spannungen über 50000 Volt zum mindesten Schwierigkeiten macht[334]).

434. Mehrere erregende Kondensatorkreise.

Der Wunsch, auf immer größere Entfernung zu telegraphieren, führte zu dem Bedürfnis nach immer kräftigeren Schwingungen auf dem Sender.

Daß dafür möglichst große Kapazität und demgemäß möglichst geringer Selbstinduktionskoeffizient im Kondensatorkreis von Vorteil ist, wurde in 426 b betont. Aber gleichzeitig ist auch ein ziemlich großer Koppelungskoeffizient nötig [426 c]. Mit der Verkleinerung des Selbstinduktionskoeffizienten wird die Strombahn schließlich zu klein, als daß noch eine kräftige Induktionswirkung auf den Sender möglich wäre.

Andererseits begegnet auch der Versuch, die hohe Amplitude durch Vergrößerung der Anfangsspannung zu erreichen, Schwierigkeiten. Daß mit der Vergrößerung der Anfangsspannung und damit der Funkenlänge auch die Funkendämpfung zunimmt, ist bei großen

*) Angegeben ist als Sekundärspannung des Transformators 20000 Volt.

Kapazitäten nur von untergeordneter Bedeutung [219 und Tab. XVII], solange man nicht höher als bis zu Funkenlängen von etwa 4 cm geht. Aber einer noch weiteren Vergrößerung der Anfangsspannung stellt sich die Schwierigkeit entgegen, daß schließlich doch auch für große Kugeln das eintritt, was sich aus Tabelle XIX für kleine Kugeln schon bei kleinen Funkenlängen ergibt, daß man nämlich die Funkenlänge (und damit höchst wahrscheinlich auch den Funkenwiderstand) beträchtlich steigern muß, um nur eine geringe Zunahme der Spannung zu erhalten. Außerdem müssen bei hohen Spannungen an die Isolation zu hohe Anforderungen gestellt werden.

a. Da man aus den angegebenen Gründen mit einem einzigen Kondensatorkreis an die Grenze der Leistungsfähigkeit kommen kann, so liegt es nahe, mehrere Kondensatorkreise zu verwenden, um dadurch bei gleicher Koppelung und damit Dämpfung [345 bezw. 352] die Amplitude der Schwingungen auf dem Sender zu erhöhen oder bei gleicher Amplitude die Koppelung und damit die Dämpfung herabzudrücken. Die Bedingung für die Verwendung mehrerer Kondensatorkreise ist aber die, daß nicht nur die Wechselzahlen derselben ziemlich genau gleich, sondern auch die Schwingungen gleichphasig sein müssen. Erfahrungsgemäß läßt sich dies nur erreichen, wenn man die Kondensatorkreise in Serie schaltet*). Eine derartige Anordnung (vgl. Fig. 728) ist von F. Braun[334a]) angegeben worden.

b. Nicht gehoben ist durch diese Anordnung die Schwierigkeit, daß der Wechselstromtransformator eine sehr hohe Spannung liefern muß. Frei von diesem Nachteil ist aber eine von F. Braun[335]) vorgeschlagene Anordnung, die für den Fall von drei Kondensatoren in Fig. 729 dargestellt ist. Die Punkte P_1 und P_2 sind mit den beiden Polen des Wechselstromtransformators bezw. Induktors verbunden, die Leitungen zwischen ihnen und dem Kondensatorkreis besitzen sehr hohen Widerstand. Die Folge davon ist, daß durch diese Leitungen nur ein sehr geringer Bruchteil der Schwingungen des Kondensatorkreises hindurchgeht [vgl. 254 c und d].

Es werden bei dieser Schaltung die Kondensatoren A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3 parallel zueinander geladen, während sie bei der Entladung in Serie geschaltet sind und zusammen mit den Spulen $p_1p_2p_3$ einen einzigen Kondensatorkreis bilden. Daß drei in

*) Sobald z. B. in der Anordnung von Fig. 728 an der ersten Funkenstrecke ein Funke überschlägt, wird diese leitend; die gesamte Spannung, die vorher sich auf die beiden Funkenstrecken verteilt hatte, besteht nun zwischen den Polen der zweiten Funkenstrecke und veranlaßt dort sofort ebenfalls einen Funken.

Serie geschaltete Funkenstrecken vorhanden sind, ändert daran nichts, da ein Funke an einer sofort auch einen Funken an den anderen Funkenstrecken zur Folge hat.

Nimmt man den einfachsten und günstigsten Fall, daß die drei Kondensatoren dieselbe Kapazität c und die drei Spulen denselben Selbstinduktionskoeffizienten haben, und vergleicht man die Anordnung von Fig. 729 mit einem Kondensatorkreis, der von einem der Kondensatoren, einer der Spulen und einer der Funkenstrecken gebildet ist, so ergibt sich das folgende. Die drei in Serie geschalteten Spulen repräsentieren einen 3mal so großen Selbstinduktionskoeffizienten wie eine einzige Spule, die in Serie geschalteten Kondensatoren dafür

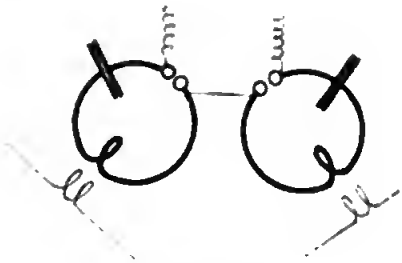


Fig 728

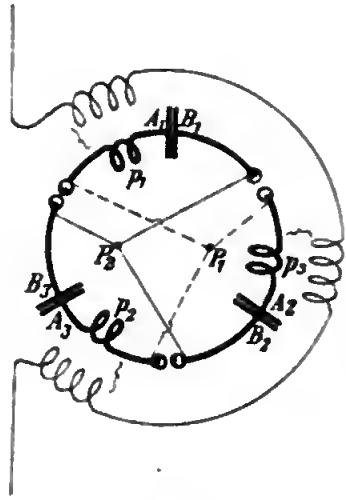


Fig 729

eine 3mal kleinere Kapazität als ein einziger Kondensator [vgl. 197 a]. Die Wechselzahl der Anordnung Fig. 729 ist also dieselbe wie diejenige eines Kondensatorkreises mit einem einzigen Kondensator und einer einzigen Spule. Die Stromamplitude ist ebenfalls dieselbe wie bei einem solchen einfachen Kondensatorkreis mit einer einzigen Funkenstrecke derselben Länge. Denn der Selbstinduktionskoeffizient ist 3mal so groß und die Summe der Spannungsamplituden [335a]) ebenfalls; also muß nach 252 Gl. (1) die Stromamplitude in beiden Fällen dieselbe sein. Die Energie, welche die Anordnung Fig. 729 enthält, ist 3mal so groß als die Energie, die der einfache Kondensatorkreis enthalten würde, 3mal so groß ist aber auch der Energieverlust in den Funken.

Die Anordnung verhält sich also in jeder Beziehung wie drei

einfache Kondensatorkreise und besitzt demnach jedenfalls die in a angegebenen Vorteile.

c. Bezüglich der Frage, wann derartige Anordnungen — sie werden jetzt häufig „Energieschaltungen" genannt — am Platze sind, hat man sich darüber klar zu werden, welche Vorteile sie gegenüber einem einfachen Kondensatorkreis mit entsprechend höherer Anfangsspannung bieten. Vorausgesetzt sei die Anordnung Fig. 729 mit drei Kondensatoren der Kapazität c und der Anfangsspannung $\mathfrak{V}_0$. Die Energie, welche dann der gesamte Kondensatorkreis anfänglich enthält, ist $3 \cdot \frac{1}{2} c \mathfrak{V}_0^2$. Um dieselbe Energie auf einen einfachen Kondensatorkreis zu bekommen, müßte dessen Anfangsspannung im Verhältnis $\sqrt{3} : 1$, d. h. etwa 1,7mal größer, seine Funkenlänge etwa doppelt so groß sein als eine Funkenstrecke der Anordnung Fig. 729. Mit der Anordnung läßt sich also etwa dasselbe erzielen wie mit einem Wechselstromtransformator, der die doppelte Sekundärspannung liefert. Ist man also mit der Anfangsspannung schon an die Grenze gekommen, die man einem Wechselstromtransformator zumuten kann, so ermöglicht die Anordnung Fig. 729 immer noch, die Schwingungsamplitude auf den doppelten Wert, bei Verwendung von noch mehr Kondensatoren noch höher hinauf zu treiben*).

Denselben Zweck, bei relativ mäßigen Sekundärspannungen des Wechselstromtransformators doch im Kondensatorkreis des Senders hohe Spannungsamplituden hervorzurufen, hat nach **433** die doppelte Transformation. Welche von beiden Anordnungen günstiger ist, läßt sich ohne Messungen an gut ausgeführten Anordnungen der einen und der anderen Art nicht sagen.

Für die Frage, ob die Anordnung Fig. 729 nicht auch dann einem einfachen Kondensatorkreis von entsprechend, d. h. ca. 2mal größerer Funkenlänge vorzuziehen ist, wenn man mit dem einfachen Kondensatorkreis noch nicht an die Grenze der Leistungsfähigkeit gelangt ist, kommt es an auf die Funkendämpfung in beiden Fällen und dafür auf die verwendeten Kapazitäten und Funkenlängen. Nimmt man in der Anordnnng Fig. 729 die Länge eines Funkens = 2 cm, die Kapazität eines Kondensators = $0{,}45 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad, so ist nach Tab. XVII b der Widerstand jedes Funkens etwa = 3,6 Ohm,

*) Aehnliches gilt, wenn man schon mit der Reduktion des Selbstinduktionskoeffizienten und demnach mit der für die Induktion auf den Sender verfügbaren Strombahn an die Grenze gekommen ist.

bei der doppelten Funkenlänge 5,4 Ohm; es würde sich also der Energieverbrauch in der Anordnung Fig. 729 zu derjenigen in einem einfachen Kondensatorkreis mit einer doppelt so großen Funkenstrecke wie $3 \times 3{,}6$ zu $5{,}4 = 2:1$ verhalten, die Anordnung Fig. 729 also ungünstiger sein. Dasselbe gilt in noch höherem Maß bei großen Kapazitäten, wie sie in der drahtlosen Telegraphie tatsächlich verwendet werden.

435. Unterteilte Funkenstrecken[335]).

a. Wenn in der Schaltung Fig. 730 zwischen den Punkten A und E durch einen Induktor oder Wechselstromtransformator eine gewisse Anfangsspannung $\mathfrak{V}_0$ hervorgerufen wird, so besteht, vorausgesetzt, daß die Kapazität der Kondensatoren C_1 und C_2 dieselbe ist, zwischen den Punkten A und B, ebenso D und E je eine Spannung $= \mathfrak{V}_0/2$. Außerdem verlaufen die elektrischen Intensitätslinien zwischen den Kugeln A und B, wie wenn der eine Pol des Induktors an A, der andere an B mit der Spannung $\mathfrak{V}_0/2$ angeschlossen wäre*). Dasselbe gilt für D E. Wird also allmählich die Spannung gesteigert, so wird bei A B und praktisch gleichzeitig bei D E ein Funke überschlagen [S. 851 Fußnote], sobald diejenige Spannung $\mathfrak{V}_0$ erreicht ist, von der die Hälfte der Schlagweite A B bezw. D E entspricht.

Sobald der Funke überschlägt, setzt die Schwingung ein. Sind die Kapazitäten C_1 C_2 sehr klein gegen die Kapazität C, so erfolgen, wie eine einfache Rechnung zeigt, die Schwingungen im Kondensatorkreis C A B D E C merklich so, wie wenn die Kapazitäten C_1 und C_2 überhaupt nicht vorhanden, sondern durch den im Nebenschluß zu ihnen befindlichen Funken einfach kurzgeschlossen wären.

Dasselbe gilt noch, wenn eine beliebige Anzahl von Funkenstrecken mit nebengeschalteten kleinen Kondensatoren zur Verwendung kommt.

b. Die Anordnung Fig. 730 besitzt mit derjenigen von Fig. 729 das Gemeinsame, daß bei ihr statt einer einzigen größeren Funkenstrecke mehrere kleinere verwendet werden. Sie unterscheidet sich von der dortigen aber in folgenden Punkten.

(1) Vor allem fehlt ihr ein wesentlicher Vorteil. Die Anordnung Fig. 729 gestattet eine Steigerung der Wirkung, wenn man mit dem

*) Es ist dies aber auch dann der Fall, wenn die Kugeln B und D einigermaßen weit von einander entfernt sind und einigermaßen bedeutenden Radius haben. In diesem Fall ist dann das Nebenschalten der Kondensatoren C_1 und C_2 ohne Bedeutung.

einfachen Kondensatorkreis bezüglich der Reduktion der Strombahn oder bezüglich der Spannung des Wechselstromtransformators an die Grenze gelangt ist [**433** und **434**]. Diesen Vorteil besitzt die Schaltung Fig. 730 nicht; sie unterscheidet sich nach dieser Richtung nicht von einem einfachen Kondensatorkreis.

(2) Werden bei der Schaltung Fig. 729 drei Funkenstrecken verwendet, so bekommt man die 3fache Energie, bei der Schaltung

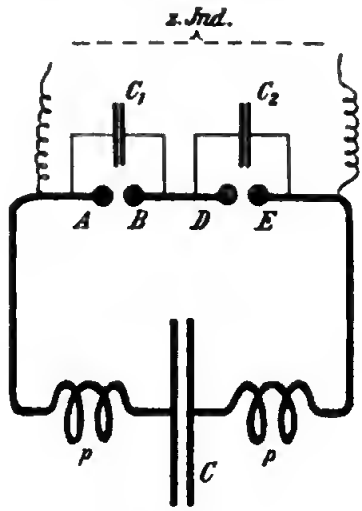


Fig. 730*).

Fig. 730 wegen der 3fachen Spannung die 9fache. Um also dieselbe Energie zu erhalten, muß man bei der Anordnung Fig. 729 eine größere Anzahl von Funkenstrecken verwenden als bei der Schaltung Fig. 730, gleiche Länge der Funkenstrecken vorausgesetzt.

(3) Der Energieverbrauch in jeder einzelnen Funkenstrecke ist bei gleicher Länge in der Anordnung Fig. 730 kleiner als bei der Anordnung Fig. 729. In der Anordnung Fig. 729 war die Stromamplitude und der Energieverbrauch in jedem Funken ebenso groß wie in einem Kondensatorkreis, der aus einem der Kondensatoren, einer der Spulen und einer der Funkenstrecken gebildet wird. Bei der Schaltung von Fig. 730 ist aber die Stromamplitude in jeder Funkenstrecke durchaus nicht dieselbe, wie wenn die betreffende Funkenstrecke in dem Kondensatorkreis allein vorhanden wäre, sondern bedeutend größer, und zwar bei k-Funkenstrecken, entsprechend der k-mal größeren Spannungsamplitude, k-mal größer.

*) Die Zuleitungen zum Induktor möglichst nahe an die Punkte A und E! [**329 d.**]

Nun kann man die Resultate von 218 bezw. der Kurven XVII am Schluß des Buches so deuten, daß, gleichgültig, ob die Kapazität oder der Selbstinduktionskoeffizient variiert wird, der Funkenwiderstand umso kleiner wird, je größer die Stromamplitude ist. Es muß daraus geschlossen werden, daß der Widerstand jeder Funkenstrecke bedeutend kleiner ist, als der betreffenden Kapazität und Funkenlänge nach den Kurven XVII entsprechen würde, und zwar ist nach den Resultaten 218c 2 zu erwarten, daß er umso kleiner ist, je größer die Anzahl der Funkenstrecken ist.

Das Resultat ist also: Wenn man mit einem Kondensatorkreis bezüglich der Reduktion der Strombahn oder der Steigerung der Spannung an die Grenze gelangt ist, so ist die Anordnung Fig. 729 am Platze; die Anordnung Fig. 730 dagegen, wenn die Spannung gesteigert werden soll ohne gleichzeitige starke Vermehrung der Dämpfung.

c. Es ist zu erwarten, daß die Anordnung Fig. 730 besonders bei kleinen Kapazitäten bedeutende Vorteile bieten wird, hauptsächlich wenn man für jede Funkenstrecke diejenige Länge wählt, für welche der Widerstand ein Minimum ist [Tab. XVII]. Bis zu welcher Größe der Kapazität hinauf die Anordnung von Vorteil ist, um das zu entscheiden, fehlen die nötigen Grundlagen. Tatsächlich scheint es, daß die unterteilten Funkenstrecken auch bei großen Kapazitäten einer einfachen Funkenstrecke vorzuziehen sind, da die Gesellschaft für drahtlose Telegraphie nur noch unterteilte Funkenstrecken verwendet.

Es hat sich insbesondere gezeigt, daß sich durch eine solche unterteilte Funkenstrecke die Leistung des Marconi-Senders bedeutend steigern läßt, was nach 422c 2 durch Vergrößerung der Funkenlänge einer einfachen Funkenstrecke nur in beschränktem Maße möglich ist.

Beim Marconi-Sender mit einer einzigen Funkenstrecke nimmt mit Steigerung der Funkenlänge der Funkenwiderstand wegen der verhältnismäßig kleinen Kapazität sehr rasch, die Spannung aber bei kleinen Kugeln an der Funkenstrecke nur sehr langsam zu [Tab. XIX]; bei großen Kugeln trifft das letztere nicht, das erstere aber in erhöhtem Maße zu. Verwendet man dagegen mehrere Funkenstrecken, so wächst die Gesamtspannung und damit die Stromamplitude proportional der Anzahl der Funkenstrecken, der gesamte Funkenwiderstand aber langsamer, da mit der Zahl der Funkenstrecken der Widerstand jeder einzelnen abnimmt. Die Versuche haben ergeben, daß man bei einem Marconi-Sender mit unterteilter Funkenstrecke durch Vermehrung der Anzahl Funkenstrecken die Wir-

kung so lange fort steigern kann, als es gelingt die Antenne sicher zu isolieren. Marconi-Sender mit unterteilter Funkenstrecke haben Entfernungen geliefert, wie man sie sonst nur mit Braun'schen Sendern bekam. Diesen gegenüber besitzen sie den Vorteil größerer Einfachheit, aber auch den schwerwiegenden Nachteil, daß sie an die Isolation der Antenne außergewöhnliche Anforderungen stellen.

436. Verwendung ungedämpfter Schwingungen.

Die Erfahrung [450] zeigt, daß die Dämpfung, welche man mit der Braun'schen Anordnung bekommt, nicht genügend klein ist, um eine

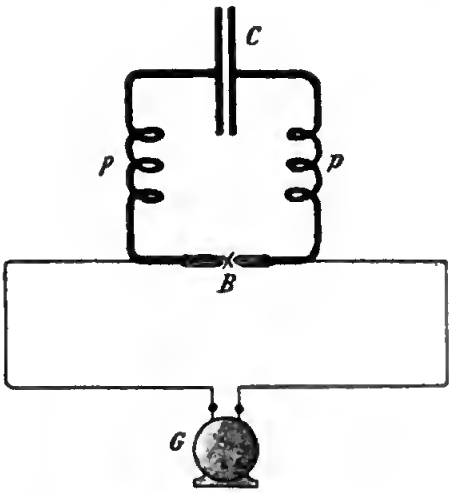


Fig. 731.

für alle Bedürfnisse genügende abgestimmte Telegraphie zu schaffen. Es ist deshalb von Dudell[336]) vorgeschlagen worden, für die drahtlose Telegraphie ungedämpfte Schwingungen zu verwenden. Seitdem sind verschiedene Bemühungen z. B. von H. T. Simon und M. Reich[337]) in dieser Richtung gemacht worden, ohne daß es bis heute gelungen wäre, ungedämpfte Schwingungen herzustellen von einer ausreichend hohen Wechselzahl oder genügend großen Amplitude.

Die Dudell'sche Anordnung ist im Prinzip die folgende (Fig. 731). G ist eine Gleichstromquelle (Gleichstrommaschine oder Akkumulatorenbatterie), B eine Bogenlampe, d. h. zwei Bogenlampenkohlen in regulierbarem Abstand, C ein Kondensator, p Spulen. Man erhält bei dieser Anordnung, wenn man bei B einen Bogen sich bilden läßt, bei günstigem Abstand der Bogenlampenkohlen in dem Kondensatorkreis CpBpC ungedämpfte Schwingungen jedenfalls annähernd von

der dem Kondensatorkreis eigentümlichen Wechselzahl, vorausgesetzt, daß dieselbe nicht zu hoch ist*). Die höchste Wechselzahl, die bis jetzt auf diese Weise, und zwar von J. Wertheim-Salomonson[338]), hergestellt wurde, ist etwa $8 \cdot 10^5$ sec. Die dafür nötige Spannung, die nicht überschritten werden durfte, war aber nur ca. 35 Volt.

Statt der Kohlenbogenlampe kann auch die Quecksilberbogenlampe verwendet werden. Die Form derselben für derartige Zwecke ist aus Fig. 495, S. 605 zu ersehen; darin bedeutet Q ein evakuiertes Glasgefäß. Daß eine solche Bogenlampe, an Stelle von B in der Schaltung Fig. 731 gebracht, ungedämpfte Schwingungen in dem Kondensatorkreis liefert, ist zuerst von P. Hewitt[339]) angegeben worden. Allein die Versuche, die damit für Zwecke der drahtlosen Telegraphie angestellt wurden, sind vorerst daran gescheitert, daß es nicht möglich war, genügend hohe Wechselzahlen zu erhalten.

437. Versuche für eine Art gerichteter Telegraphie.

Ein Nachteil der Sender der drahtlosen Telegraphie ist der, daß die von dem Sender nach allen Richtungen ausgehenden Wellen überall aufgefangen werden können bezw. andere Stationen, für welche

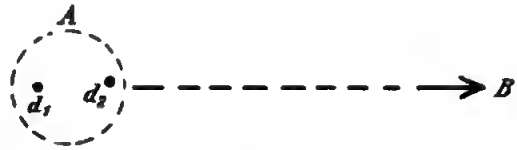


Fig. 732.

die Telegramme nicht bestimmt sind, stören. Durch Abstimmen läßt sich dieser Nachteil nur in geringem Maße verhindern [**450**].

a. Der Verfasser versuchte deshalb im Jahr 1900[340]), ob nicht die bekannte Schirmwirkung von Metallen für elektrische Wellen [**465d**] sich in einfacher Weise dafür verwenden lasse, um wenigstens die Wellen von einer bestimmten Richtung abzuhalten, ohne daß gleichzeitig die Wirkung nach anderen Richtungen notleide.

Zu dem Zweck wurden an einer Station (Fig. 732) A (Kugelbake

*) Für die Ausführung der Versuche ist es wesentlich

(1) in die Leitung von der Bogenlampe zur Stromquelle Widerstände und Drosselspulen einzuschalten.

(2) die Kapazität des Kondensators möglichst groß, den Selbstinduktionskoeffizienten des Kondensatorkreises möglichst klein zu wählen.

bei Cuxhaven) zwei vertikale Drähte $d_1 d_2$ von ca. 30 m Länge im Abstand von ca. 4 m aufgehängt. Ungefähr (aber nicht genau) in der Richtung $d_1 d_2$ lag die Empfangsstation B (Leuchtturm Altenbruch) etwa 9 km von A entfernt. Die Wirkung des Senders — wenn der zweite Draht fehlte — war so, daß die Telegramme in Altenbruch gut ankamen, aber auf eine etwa doppelt so große Entfernung nicht mehr richtig angekommen wären. Es wurden nun folgende Versuche gemacht.

(1) d_1 als Sender benützt, d_2 nicht geerdet: Telegramme in B vollkommen deutlich.

(2) d_1 Sender, d_2 geerdet: In B keine Wirkung.

(3) d_2 Sender, d_1 geerdet: Telegramme in B vollkommen deutlich.

Aus (1) und (2) muß geschlossen werden, daß es möglich ist, durch einen zum Sender parallelen Draht Wellen nach Belieben von

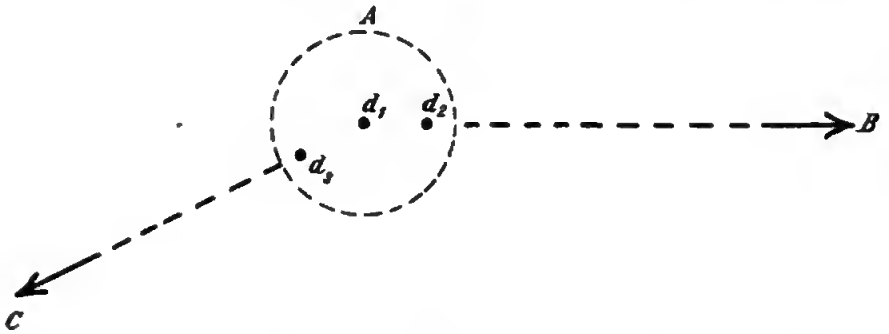


Fig. 733

gewissen Richtungen abzuhalten oder dorthin gelangen zu lassen, je nachdem man den Draht erdet oder isoliert. Aus (3) folgt, daß durch den geerdeten Draht die Wirkung nach anderen Richtungen nicht merklich geschwächt wird.

Da die Versuche nicht weiter fortgesetzt werden konnten, so läßt sich nicht sagen, was auf diesem Wege erreicht werden kann. Es kann aber nach dem Ausfall der Versuche kein Zweifel sein, daß z. B. (Fig. 733) eine Station A nach einer Station B Telegramme senden kann, welche eine dritte Station C nicht bekommt (bezw. umgekehrt), indem auf der Station A der Draht d_1 als Sender benützt, d_3 geerdet und d_2 von Erde isoliert wird (bezw. d_2 geerdet, d_3 isoliert).

b. F. Braun[341]) hat vorgeschlagen, mehrere Antennen zu verwenden und in diesen teils Schwingungen gleicher, teils verschiedener

Phase zu erregen. Er hat außerdem ein Mittel angegeben, durch welches sich in einfacher Weise zwei Schwingungen gleicher Wechselzahl, aber verschiedener Phase erzeugen lassen.

Daß man auf diese Weise bei richtiger Verteilung der Antennen nach verschiedenen Richtungen verschiedene Wirkung bekommen kann, läßt sich aus **399** leicht ableiten. Die Versuche haben das bestätigt; sie sind aber noch nicht so weit vorgeschritten, daß genauere Angaben über die Leistung dieser Anordnung möglich wären.

Kapitel XXI.

Die Empfänger der drahtlosen Telegraphie.

§ 1. Das einfache Empfangssystem.

438. Die Anordnung.

Da die elektrische Feldintensität der von einem Sender der drahtlosen Telegraphie ausgesandten Wellen senkrecht zur Erdoberfläche gerichtet ist [417b], so kann zum Nachweis des durch die

Fig 734

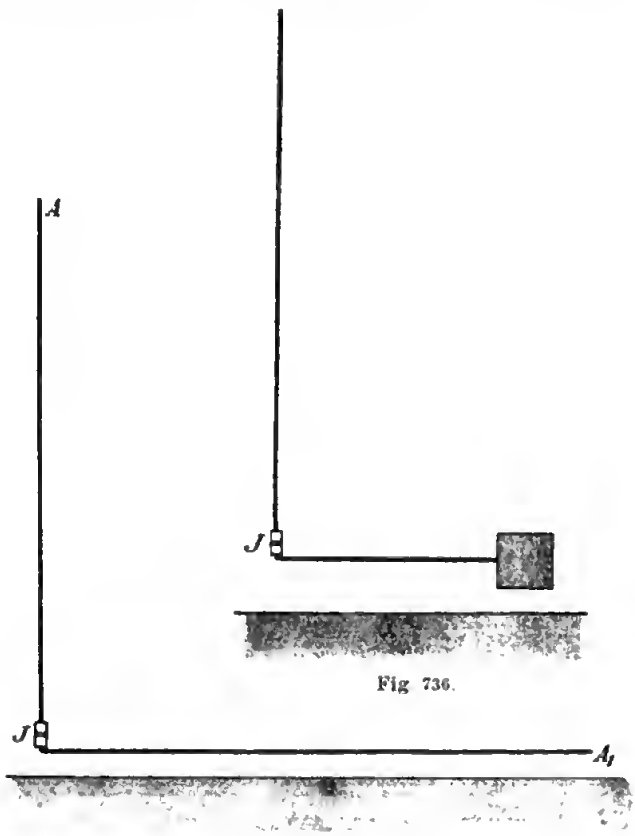


Fig. 735.

Fig 736.

Wellen hervorgerufenen elektrischen Wechselfelds nur ein vertikaler Leiter (Draht) verwendet werden [401 b]. Die erste Anordnung, mit der Marconi Erfolge erzielte, war denn auch diejenige von Fig. 734: sie besteht aus einem vertikalen Luftdraht AB, der an dem unteren Ende mit der Erde verbunden und in den am unteren Teile ein Wellenindikator J eingeschaltet ist. Dieser Empfänger entspricht also genau dem Marconi'schen Sender [415] mit dem Unterschied, daß die Funkenstrecke des letzteren durch den Wellenindikator ersetzt ist.

Auch hier wie beim Sender [421 c] kann, ohne daß die Wirkung merklich geschädigt wird, die Erdverbindung durch einen Symmetriedraht (Fig. 735) oder durch einen kürzeren Draht mit angehängter (Fig. 736) Kapazität ersetzt werden [342]).

439. Der physikalische Vorgang.

Es liegt nahe, das Empfangssystem aufzufassen als einen linearen Oszillator, dessen eine Hälfte eventuell ganz oder teilweise durch einen Körper großer Fläche bezw. Kapazität ersetzt ist und in dessen Strombauch der Wellenindikator eingeschaltet ist.

a. Diese Auffassung ist auch zweifellos richtig, wenn der Wellenindikator von Anfang an für die Schwingungen im Empfangssystem als Leiter wirkt, wie es z. B. bei dem Indikator von Fessenden [402 b] der Fall ist. Wird durch den Sender eine Welle ausgesandt, so wirkt das durch dieselbe hervorgerufene elektrische Wechselfeld auf das Empfangssystem. Man hat also den Fall, daß ein elektromagnetischer Oszillator unter dem Einfluß einer gedämpften Schwingung steht, bezw. daß ein Oszillator (Sender) auf einen anderen (Empfänger) in extrem loser Koppelung wirkt, d. h. also den Fall, der in Kapitel XIV immer vorausgesetzt war. Nach **319** bekommt man also im Empfangssystem im allgemeinen zwei Schwingungen, eine von der Wechselzahl des Senders und eine von der dem Empfänger eigentümlichen Wechselzahl. Weitaus am günstigsten sowohl für die Maximalamplitude als für den Effekt der Schwingung im Empfänger ist es, wenn die Wechselzahlen der beiden Schwingungen zusammenfallen. Versuche, die dies für den einfachen Marconi-Sender und das Empfangssystem von Fig. 734 bestätigen, liegen von Tissot[343]) vor.

b. Wenn ein Indikator Verwendung findet, der, wie der Kohärer, erst durch die Schwingungen zum Leiter wird, so sind zwei Möglichkeiten vorhanden.

(1) Der Indikator stellt für die Schwingungen einen Konden-

sator von großer Kapazität und damit kleiner Kondensanz dar. Dann verlaufen nach **187a** und **332** die Schwingungen merklich so, wie wenn der Indikator von Anfang an leitend wäre. Die Verhältnisse liegen also wie im Falle **a.**

(2) Der Indikator repräsentiert auch für die Schwingungen ebenso wie für konstanten Strom eine Unterbrechung der Leitung. Man hat dann zwei Stadien zu unterscheiden. Ehe der Indikator leitend geworden ist, besteht das Empfangssystem aus zwei von einander isolierten Teilen. Auf den oberen Teil wirken die vom Sender ausgesandten Wellen. Es kommen demnach zuerst im oberen Teil Schwingungen zu stande, wobei der obere Teil einen Oszillator für sich darstellt, für dessen Schwingungen aber natürlich das Vorhandensein des unteren Teils nicht ohne Einfluß ist. Im zweiten Stadium, wenn der Indikator durch die Schwingungen hauptsächlich des oberen Teils ein gewisses Leitvermögen bekommen hat, stellt das ganze Empfangssystem einen einzigen linearen Oszillator dar. Wie weit die jetzt folgenden Schwingungen für den endgültigen Wert, den das Leitvermögen des Indikators annimmt, von Einfluß sind, hängt von der Beschaffenheit des Indikators ab.

c. Von besonderem Interesse ist die Frage, wie sich in dieser Beziehung der am meisten praktisch verwendete Indikator, der Kohärer, verhält.

Versuche, deren Zweck die Untersuchung dieser Frage war, sind die folgenden. Kiebitz und Robinson[344]) ließen die Schwingungen eines linearen Oszillators einwirken auf einen linearen geradlinigen oder nahezu geschlossenen Resonator. In der Mitte desselben war ein Kohärer*) eingeschaltet. Es zeigte sich dann, daß der Kohärer ein maximales Leitvermögen bekam, wenn die Länge des ganzen Resonators eine halbe Wellenlänge betrug. Der Resonator verhielt sich also so, als ob der Kohärer von Anfang an für die Schwingungen einen Leiter oder eine große Kapazität dargestellt hätte [**b**(1)], oder wenn man das nicht annehmen will, als ob für das endgültige Leitvermögen des Kohärers die Schwingungen des zweiten Stadiums [**b**(2)] das Ausschlaggebende wären.

Gleichgültig, wie man es auffaßt, jedenfalls war nach dem Ausfall dieser Versuche zu erwarten, daß bei Versuchen zwischen einem Marconi-Sender einerseits, einem Empfänger von der Form Fig. 734

*) Es waren nicht Kohärer, wie sie praktisch verwendet werden, sondern im einen Fall ein einziger Stahlkontakt (Robinson), im anderen ein Kohärer mit einer Füllung von Eisenschrauben.

mit Kohärer andererseits die maximale Wirkung auf den Kohärer eintreten müßte, wenn die Länge des Empfangsdrahts gleich derjenigen des Senderdrahts ist. Versuche bei Cuxhaven, bei denen die Länge des Empfangsdrahts anfangs etwa gleich der Hälfte des Senderdrahts war und dann allmählich bis zum $1\frac{1}{2}$fachen der Senderlänge gesteigert wurde, ergaben aber, daß die Wirkung immer stärker wurde, je länger der Empfangsdraht genommen wurde. Der Grund dafür ist wohl der, daß die Verlängerung des Empfangsdrahts eine Verstärkung der längs desselben durch die Wellen erregten Spannung zur Folge hatte, während die für technische Zwecke brauchbaren Kohärer sich den Wechselzahlen der drahtlosen Telegraphie gegenüber anders verhalten als die von Robinson und Kiebitz bei sehr viel höheren Wechselzahlen untersuchten. Sie besitzen eine sehr hohe Kondensanz und auch im leitenden Zustand einen zu hohen Widerstand, als daß Resonanzwirkungen noch zum Ausdruck kommen könnten.

§ 2. Hilfsapparate.

Zur Aufnahme von Telegrammen sind außer einem Wellenindikator noch eine Reihe von Hilfsapparaten notwendig. Die Gesamtheit aller Apparate, die zur Aufnahme der Telegramme dienen, nennt man den *„Empfangsapparat“*. Mit *„Empfangssystem“* soll derjenige Teil des Empfängers bezeichnet werden, in welchem unter dem Einfluß der Wellen Schwingungen hoher Wechselzahl zu stande kommen, z. B. in Fig. 734 der geerdete Luftdraht.

440. Empfangsapparat bei telephonischen Indikatoren.

Am einfachsten gestaltet sich der Empfangsapparat, wenn man solche Wellenindikatoren verwendet, die nach Aufhören der Wellen von selbst wieder in ihren ursprünglichen Zustand zurückgehen, z. B. Kohlekontakte [412], Quecksilberkohärer [411] oder elektrolytischen Indikator [414].

a. Nach 414 kann hier zum Nachweis der Wellen ein Telephon benützt werden. Dieses und ein galvanisches Element sind dann aber auch die einzigen notwendigen Teile des Empfangsapparats. Die Schaltung einer solchen wird also im Prinzip diejenige von Fig. 737.

Bei jeder Entladung des Sendersystems hört man ein Knacken*).

*) Da jedes Knacken einer Entladung in der Senderstation entspricht, so kann man sehr gut hören, von welcher Senderstation ein Telegramm kommt,

oder wenn die Entladungen sehr rasch aufeinander folgen (Unterbrecher mit vielen Unterbrechungen oder Wechselstrom im Sender), ein Summen im Telephon. Wird auf der Senderstation der Taster nur kurz niedergedrückt, so dauert das Knacken auch nur ganz kurz — Punkt des Morsealphabets —. Bei längerem Niederdrücken des Tasters auf der Senderstation hört man ein länger anhaltendes Knacken entsprechend einem Strich des Morsealphabets.

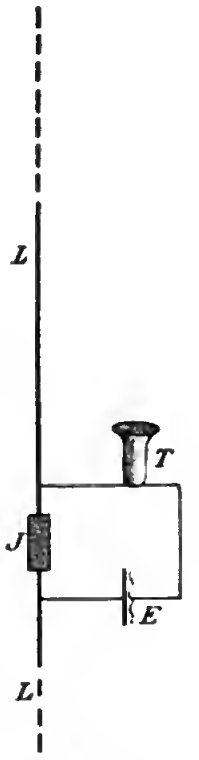


Fig. 737.

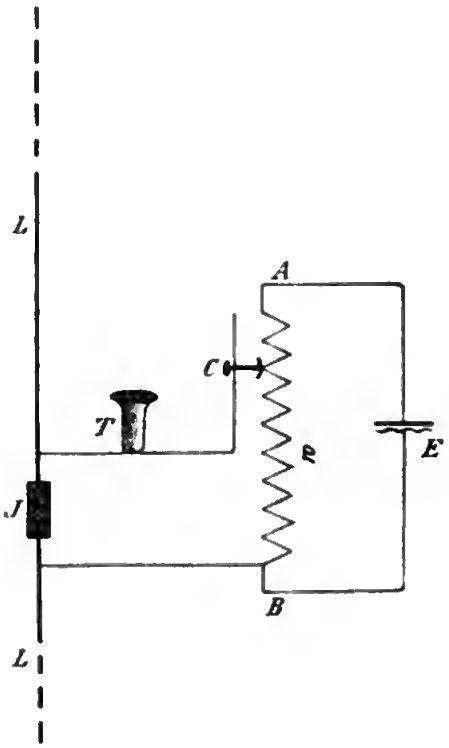


Fig. 738.

b. Gewöhnlich wird die Schaltung etwas abgeändert. Erfahrungsgemäß ist es bei telephonischen Indikatoren für ein gutes Funktionieren notwendig, daß die Spannung zwischen den Polen des Indikators eine ganz bestimmte Größe besitzt. Um diese günstigste Spannung

vorausgesetzt, daß die in Betracht kommenden Stationen mit verschiedenen Unterbrechungszahlen (etwa eine mit Quecksilberstrahlunterbrecher, eine mit elektrolytischem) arbeiten. Es ist unter diesen Umständen sogar möglich, wenn zwei Senderstationen gleichzeitig telegraphieren, nur eines der Telegramme aufzunehmen oder durch zwei Leute beide aufnehmen zu lassen. — Ebenso sind Erregungen durch atmosphärische Einflüsse leicht als solche zu erkennen und deshalb unschädlich.

leicht herstellen zu können, bedient man sich der Anordnung von Fig. 738. An das Element ist ein größerer Widerstand A B angeschlossen, auf dem ein Schleifkontakt C verschiebbar ist. Je näher der Schleifkontakt sich beim Punkte A befindet, umso mehr nähert sich die Spannung zwischen C und B der Spannung zwischen A und B, d. h. annähernd der EMK des Elements; je näher der Schleifkontakt an B geschoben wird, umso geringer wird die Span-

Fig. 739.

nung zwischen B und C. Es kann also durch Verschieben des Schleifkontakts an die mit B und C verbundenen Pole des Indikators jede beliebige Spannung unterhalb der EMK des Elementes angelegt werden.

Außerdem ist es günstig, parallel zum Indikator einen Kondensator einzuschalten.

c. Auch bei dieser Anordnung bleibt der Empfangsapparat äußerst einfach, so daß derselbe für telephonische Empfänge in sehr handlicher Form hergestellt werden kann. Fig. 740 z. B. zeigt einen Koepsel'schen Apparat [412]*), Fig. 739 einen solchen für den Schlömilch'schen Indikator.

*) Die Bezeichnungen in Fig. 740 sind dieselben wie in Fig. 681.

441. Empfangsapparat für den rotierenden Quecksilberkohärer.

In mancher Beziehung steht zwischen den telephonischen Empfängern und denjenigen mit Kohärer der Empfangsapparat, den Lodge[345]) für seinen Quecksilberkohärer [411b] vorschlägt. Das wesentliche dabei ist die Verwendung eines „Siphonrekorders", d. h. im Prinzip eines leichten Drehspulgalvanometers, das aus einer Spule S

Fig. 740.

zwischen den Polen eines permanenten Magneten M besteht (Fig. 741). Mit dieser drehbaren Spule ist fest verbunden ein Spiegel, der einen Lichtstrahl auf ein bewegliches lichtempfindliches Papier wirft. Wird die Spule abgelenkt, so erfährt der Lichtstrahl bezw. Lichtfleck auf dem Papier eine Ablenkung senkrecht zur Bewegungsrichtung des Papiers.

Solange also der Quecksilberkohärer J nicht von Wellen getroffen wird, bleibt die Spule und damit auch der Lichtfleck in Ruhe; man erhält auf dem bewegten, lichtempfindlichen Papier eine gerade Linie (a bis b Fig. 742). Trifft aber den Kohärer eine elektrische Schwingung, so wird er leitend und damit die Spule und der Lichtfleck abgelenkt. Hören die Wellen sehr schnell wieder auf, so ist

auch die Ablenkung nur eine momentane, da der Quecksilberkohärer sofort wieder in den nichtleitenden Zustand zurückgeht: auf dem lichtempfindlichen Papier erhält man eine Kurve etwa der Art, wie

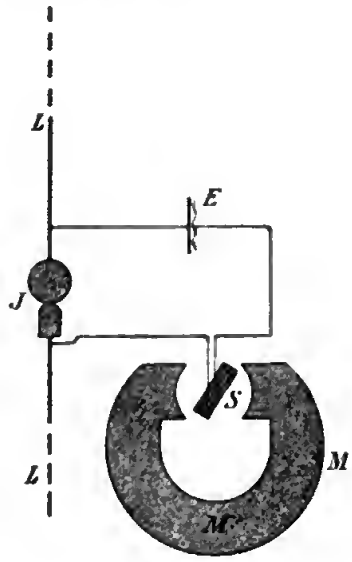


Fig. 741.

in Fig. 742 bei b, entsprechend einem Punkt des Morsealphabets. Dauern die Wellen längere Zeit an und folgen sich die einzelnen Wellen so rasch, daß die Galvanometerspule wegen ihrer teils mechanischen, teils elektromagnetischen Trägheit nicht nach jeder Welle in ihre Ruhestellung zurückgehen kann, so bleibt die Spule während der ganzen Zeit, während welcher der Sender Wellen ausschickt, abgelenkt und auf dem lichtempfindlichen Streifen erhält

Fig. 742.

man etwa ein Bild wie dasjenige in Fig. 742 zwischen c und d, das einen Strich im Morsealphabet bedeutet.

442. Empfangsapparat für Kohärer.

Sobald Indikatoren verwendet werden wie der Kohärer, die nach dem Aufhören der Wellen nicht von selbst wieder in den nichtleitenden Zustand zurückgehen, sind besondere Apparate nötig, um den Indikator in den nichtleitenden Zustand zurückzuführen. Ebenso

ist das Registrieren der Telegramme nur durch besondere Hilfsapparate möglich.

a. Vor allem nötig ist ein sog. *„Relais"*. Alle bekannten brauchbaren Kohärer haben die folgende Eigenschaft: ehe sie leitend geworden sind, muß die Spannung zwischen ihren Polen relativ klein sein, sie darf keinesfalls über zwei Volt betragen; nachdem sie leitend geworden sind, darf ihnen ohne Schaden kein einigermaßen beträchtlicher Strom, in den meisten Fällen nicht über $^1/_{1000}$ Amp., zugemutet werden. Andererseits erfordern die Hilfsapparate, die

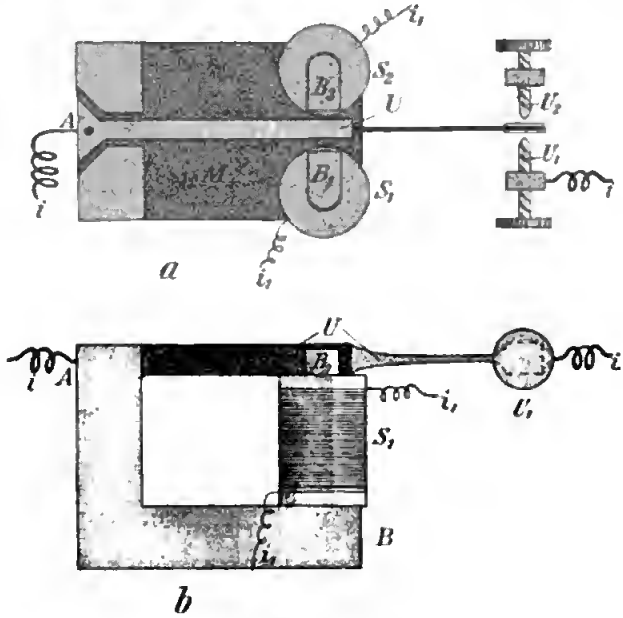


Fig. 743.

durch den Kohärer in Funktion gesetzt werden sollen, eine größere Energie als die dem Kohärer zuträgliche. Man ist deshalb gezwungen, den Strom, welcher durch den Kohärer fließt, nicht direkt zum Betrieb der Hilfsapparate zu verwenden, sondern durch ihn erst einen stärkeren Strom für die Hilfsapparate schließen zu lassen. Der Apparat, welcher dieses Schließen des stärkeren Stromes vermittelt, wird als Relais bezeichnet.

Die Form desselben, die sowohl in der drahtlosen als in der gewöhnlichen Telegraphie wohl am häufigsten gebraucht wird, ist das Siemenssche sog. polarisierte Relais, von dem Fig. 743a einen schematischen Grundriß, Fig. 743b einen schematischen Aufriß und Fig. 744 eine Außenansicht darstellt. Ein permanenter Magnet M hat einen Pol (etwa den Nordpol) bei A, den Südpol bei B. Auf dem letzteren sitzen

die Eisenkerne B_1 B_2 der Spulen S_1 S_2. In einem Ausschnitt A des Nordpols befindet sich ein um eine vertikale Achse (bei A) drehbarer Anker U. Der Anker U ist ein Eisenstück, dessen eines Ende sich zwischen den Polschuhen der Eisenkerne B_1 und B_2 befindet. Ist der Anker genau in der Mitte zwischen diesen beiden Polschuhen, so ist er im Gleichgewicht, da die Kräfte, die von beiden Seiten auf ihn ausgeübt werden, gleich sind. Allein das Gleichgewicht ist ein labiles. Wird der Anker nur ganz wenig aus dieser Lage herausgebracht, etwa B_2 genähert, so überwiegt die Anziehung von dieser Seite und er wird stark dorthin gezogen. Soll diese Einrichtung als Relais benützt werden, so werden zuerst die Kontakte U_1 und U_2 so eingestellt, daß in dem Spielraum, der durch dieselben dem Anker gelassen ist, die An-

Fig. 744.

ziehung von B_2 überwiegt und der Anker also gegen U_2 gedrückt wird. Der Strom i_1, welcher das Relais betreiben soll, wird durch die Wicklungen der Spulen S_1 und S_2 hindurchgeschickt, während man von dem Stromkreis i, der geschlossen werden soll, das eine Ende bei A, das andere an den Kontakt U_1 anschaltet. Wird dann der Strom i_1 geschlossen, so treten an dem einen Polschuh, etwa B_2, die magnetischen Induktionslinien dieses Stromes aus und bei B_1 hinein. Es wird dadurch das vorher zwischen B_1 und U vorhandene, von dem permanenten Magneten herrührende Feld verstärkt, das zwischen B_2 und U vorhandene Feld geschwächt. Infolge davon wird der Anker U mit größerer Kraft von B_1 als von B_2 angezogen und das in erhöhtem Maße, sobald er sich etwas B_1 genähert hat. Der Anker U wird dadurch gegen den Kontakt U_1 gedrückt und schließt den Strom i.

Der Strom, der zum Betrieb eines solchen Relais notwendig ist, ist sehr gering, bei guter Konstruktion und Einregulierung etwa $^1/_{30\,000}$ Amp.*). Zur Verwendung an Bord wird der Anker

*) Empfindlicher noch sind die „Galvanometerrelais", im wesentlichen Drehspulgalvanometer, deren Zeiger einen Stromkreis schließt. Für Versuche sind dieselben sehr geeignet. Daß sie sich in der Praxis, wie es scheint, nicht be-

der Relais gut ausbalanciert, so daß er durch die Bewegungen des Schiffes nicht beeinflußt wird.

b. Da der Kohärer am einfachsten durch Erschütterung entfrittet wird, so benützt man zu diesem Zweck fast ausschließlich Apparate nach Art einer elektrischen Klingel, den sog. „*Klopfer*". Sobald der Kohärer durch die Einwirkung der Wellen leitend wird und das

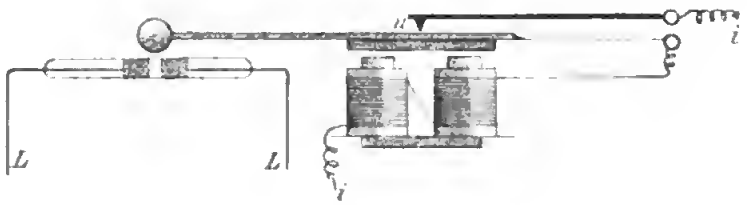


Fig. 745.

Relais den Stromkreis, in welchem sich der Klopfer befindet, schließt, so schlägt der Klöppel gegen den Kohärer (Fig. 745) und entfrittet diesen.

Allgemein läßt sich über die Konstruktion des Klopfers kaum etwas sagen; sie hängt zu sehr von der Konstruktion des Kohärers ab. Bei den Apparaten der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie ist die Anordnung so getroffen, daß der Klopfer, ehe er den Kohärer berührt, das Element vom Kohärer abschaltet. Es wird dadurch der Kohärer entfrittet zu einer Zeit, in welcher er stromlos ist. Erfolgt der Schlag des Klopfers gegen den Kohärer, während er unter Strom

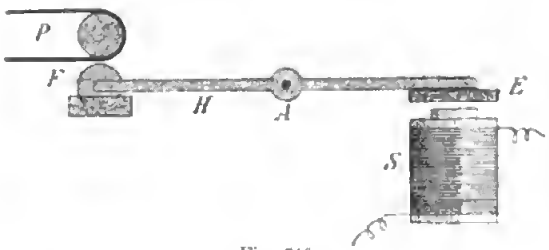


Fig. 746.

steht, so liegt die Gefahr vor, daß im Kohärer an den Stellen, an welchen der Strom unterbrochen wird, sich kleine Fünkchen bilden und deren Wirkung allmählich die Empfindlichkeit des Kohärers herabsetzt.

c. Zum Aufzeichnen der Telegramme bedient man sich allgemein der „*Morseapparate*" (Farbschreiber), die auch bei der gewöhnlichen Telegraphie im Gebrauch sind. Das Prinzip derselben ist bekanntlich das folgende (Fig. 746). Ein um den Punkt A drehbarer Hebel H

währt haben, liegt wohl daran, daß die Bewegungen der Galvanometerspule zu träge sind, als daß ein rasches Telegraphieren möglich wäre.

ist an einem Ende mit einer in Farbe eintauchenden Rolle F, am anderen mit einem Eisenanker E versehen. Ueber der Rolle ist ein

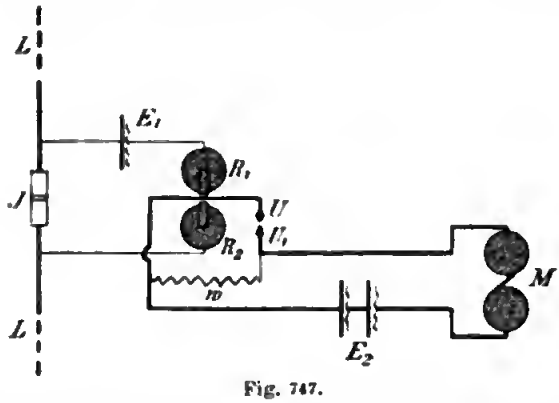


Fig. 747.

durch ein Uhrwerk bewegter Papierstreifen P angebracht, während unter dem Eisenanker zwei Spulen mit Eisenkernen (in Fig. 746 nur eine, S_1, sichtbar) sich befinden. Schickt man Strom durch diese Spulen, so wird der Eisenanker E von ihnen angezogen und drückt die Farbrolle gegen den Papierstreifen.

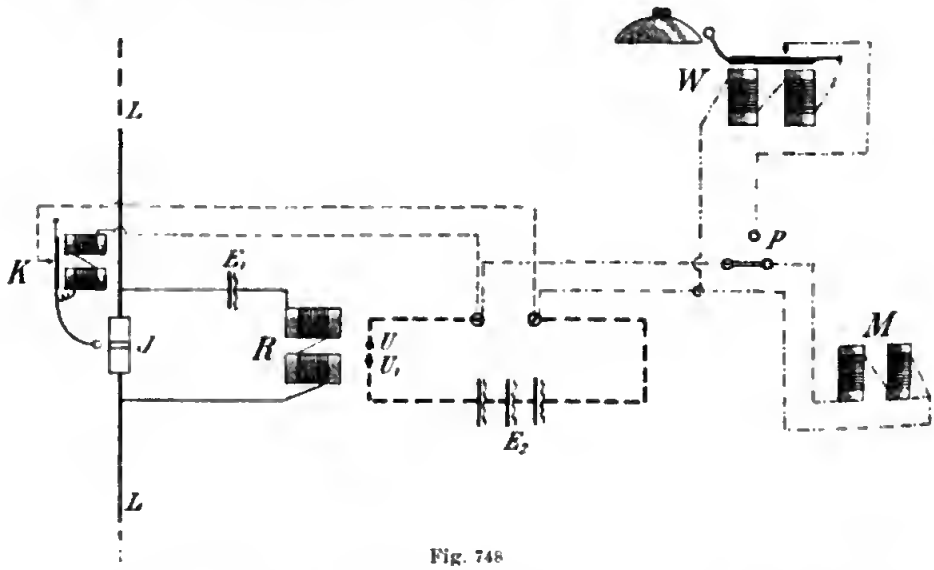


Fig. 748

Eine gewisse Schwierigkeit scheint auf den ersten Blick für die drahtlose Telegraphie vorzuliegen, wenn ein Strich des Morsealphabets übermittelt werden soll und man deshalb den Taster auf der Sendestation längere Zeit niederdrückt, um eine größere Anzahl von Wellen zu entsenden. Sobald der Kohärer durch die erste Welle leitend ge-

worden ist und das Relais den Stromkreis des Morseapparats und Klopfers geschlossen hat, schlägt der Klopfer gegen den Kohärer und entfrittet denselben. Infolge davon öffnet das Relais den Stromkreis des Morseapparats und der Hebel mit der Farbrolle wird von den Spulen losgelassen. Durch die neu ankommenden Wellen wird der Kohärer wieder leitend, der Hebel des Morseapparats wieder angezogen und die Farbrolle gegen den Papierstreifen gedrückt u. s. f. Man sollte auf dem Papierstreifen nicht einen Strich, sondern eine Reihe von Punkten bekommen.

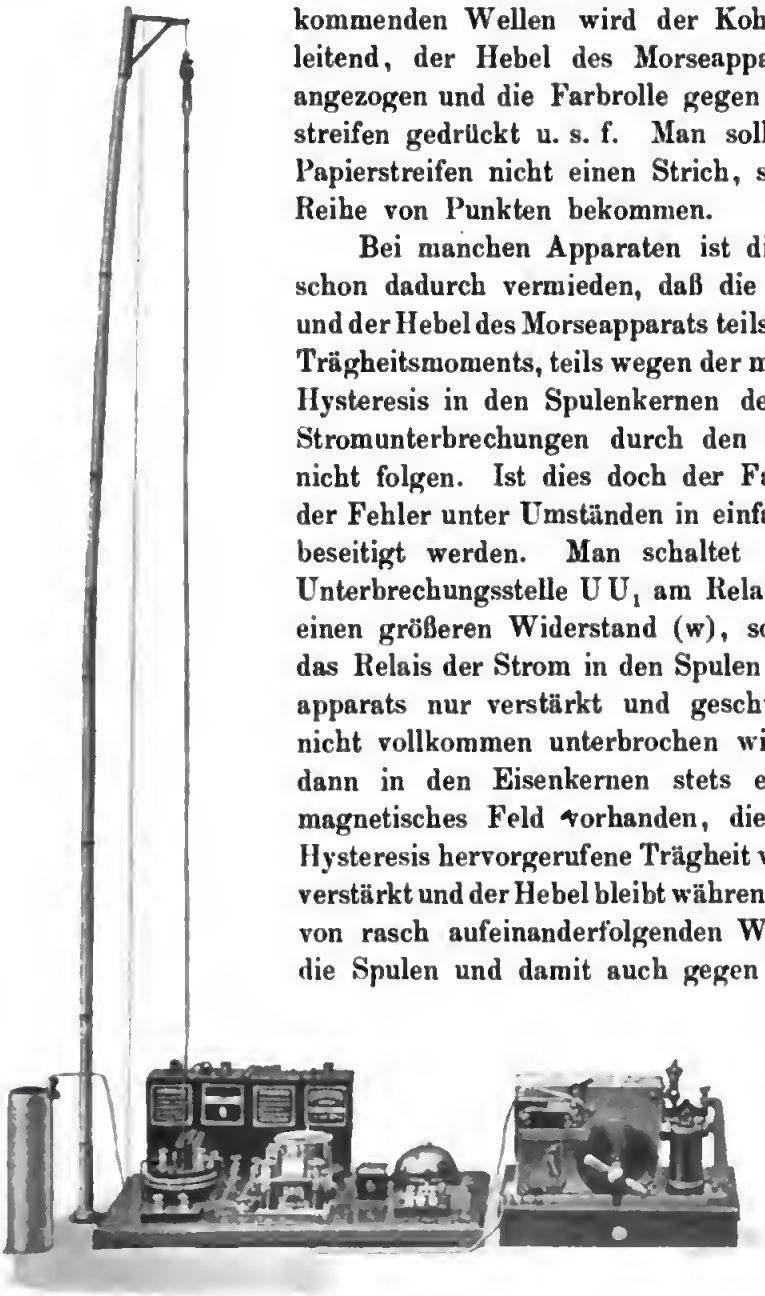


Fig. 749.

Bei manchen Apparaten ist dieser Fehler schon dadurch vermieden, daß die Relaiszunge und der Hebel des Morseapparats teils wegen ihres Trägheitsmoments, teils wegen der magnetischen Hysteresis in den Spulenkernen den schnellen Stromunterbrechungen durch den Klopfer gar nicht folgen. Ist dies doch der Fall, so kann der Fehler unter Umständen in einfacher Weise beseitigt werden. Man schaltet parallel zur Unterbrechungsstelle $U U_1$ am Relais (Fig. 747) einen größeren Widerstand (w), so daß durch das Relais der Strom in den Spulen des Morseapparats nur verstärkt und geschwächt, aber nicht vollkommen unterbrochen wird. Es ist dann in den Eisenkernen stets ein gewisses magnetisches Feld vorhanden, die durch die Hysteresis hervorgerufene Trägheit wird dadurch verstärkt und der Hebel bleibt während einer Reihe von rasch aufeinanderfolgenden Wellen gegen die Spulen und damit auch gegen den Papierstreifen angedrückt und schreibt demnach einen Strich auf.

d. Ebenso wie bei der gewöhnlichen Telegraphie wird ein „*Wecker*", eine passende elektrische Klingel, verwendet, um die Leute in der Empfangsstation an den Apparat zu rufen, wenn ein Telegramm aufgenommen werden soll. Der Wecker (W Fig. 748) ist parallel zum Morseapparat M geschaltet; durch einen Umschalter P kann er oder der Morseapparat an das Relais angeschlossen werden.

e. Im Prinzip ist also das Schaltungsschema eines Empfangsapparats für Kohärer das folgende (Fig. 748). In der Leitung L, in welcher

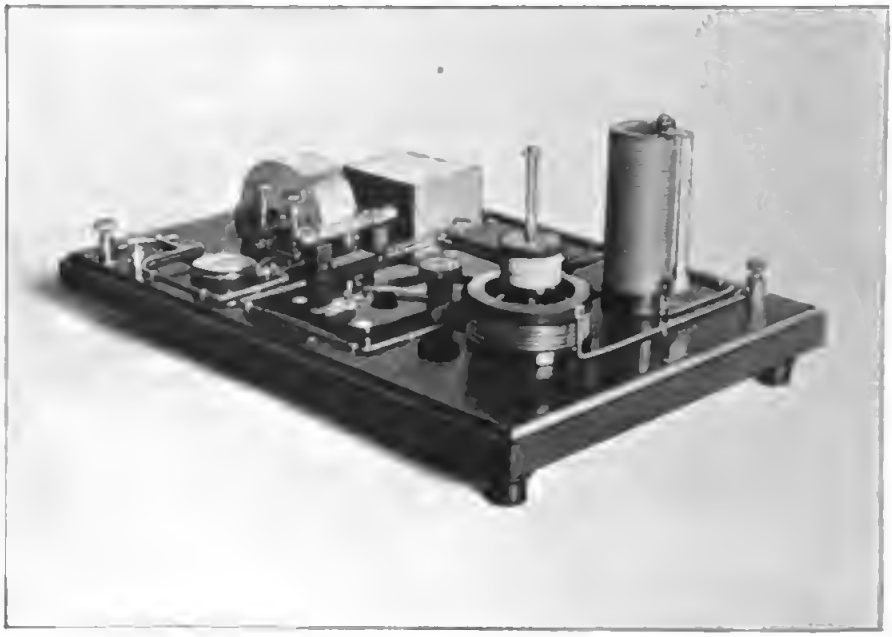


Fig. 750.

durch die Wirkung des Senders die elektromagnetischen Schwingungen zu stande kommen, befindet sich der Kohärer oder ein entsprechender Wellenindikator J. An ihn angeschlossen sind ein Element E_1 und die beiden Relaisspulen R (Kohärerstromkreis, in Fig. 748 dünne ausgezogene Linie). Das Relais schließt den Strom für die Hilfsapparate, den die Elemente E_2 liefern. Dieser Strom wird geteilt: ein Teil geht durch den Klopfer K (in Fig. 748 dünne gestrichelte Linie), ein Teil durch den Morseapparat M oder je nach der Stellung des Umschalters P durch den Wecker W (in Fig. 748 strichpunktierte Linien).

Alle diese Hilfsapparate und ihre Verbindungen sind sehr gut zu sehen an den Empfängermodellen, welche die Gesellschaft für draht-

lose Telegraphie als Pendants zu ihren Sendermodellen (Fig. 706 und 707) herstellt.

Das Modell Fig. 749 ist dasjenige älterer, Fig. 750 dasjenige neuerer Konstruktion (bei letzterem ist die Antenne nicht gezeichnet).

443. Schutz des Indikators gegen die Wirkung der Hilfsapparate.

a. Störend bei derartigen Empfangsapparaten ist, daß der Indikator durch die Ströme in den Hilfsapparaten leicht erregt wird. An drei Stellen kommt es vor, daß Stromkreise, welche Spulenpaare mit Eisenkernen enthalten, also ziemlich großen Selbstinduktionskoeffizienten besitzen, unterbrochen werden. Es ist dies der Fall einmal am Relais und zwar an dem Kontakt UU_1 (Fig. 748), der den verzweigten Stromkreis Klopfer-Morseapparat bezw. Klopfer-Wecker unterbricht; ferner am Klopfer, der beim Hin- und Herschwingen abwechslungsweise seinen Strom (bei u Fig. 745) öffnet und schließt und endlich beim Wecker. Die Folge einer solchen Stromunterbrechung ist einmal, daß im Stromkreis eine unter Umständen ziemlich hohe EMK induziert wird. Dadurch wird zwischen den Kontaktstellen eine hohe Spannung hervorgerufen, welche Veranlassung zu einem Funken und unter Umständen zu elektromagnetischen Wellen gibt*), welche den Indikator unmittelbar beeinflussen. Und dann kann der rasch abfallende Strom in dem betreffenden Stromkreis auf den Kohärerstromkreis induzieren und dadurch den Kohärer erregen.

b. Um das zu vermeiden, sind drei Wege üblich.

(1) Sowohl zu dem Spulenpaar $S_1 S_2$ als zu der Unterbrechungsstelle U wird ein induktionsloser Widerstand parallel geschaltet (Fig. 751 oder 752). Der Strom im Stromkreis wird dann überhaupt nie ganz unterbrochen, sondern nur verstärkt, wenn der Widerstand w_2 durch den Kontakt U kurzgeschlossen wird, oder geschwächt, wenn beim Oeffnen des Kontakts U der Widerstand w_2 in Wirkung tritt. Der Nebenschluß w_1 hat den Zweck, einen Teil des Stromes, der in den Spulen $S_1 S_2$ induziert wird, in sich aufzunehmen, so daß der Strom im übrigen Stromkreis und besonders auch durch w_2 hindurch und dadurch auch die an den Kontaktstellen U auftretende Spannung reduziert wird.

In der Anordnung von Marconi (vgl. Fig. 754), der jedenfalls

*) Man kann sich diese Kontaktstellen als kleine Righi'sche Oszillatoren von nicht kugelförmiger Gestalt denken.

früher zum Schutz des Indikators ausschließlich diese Methode benützt hat, ist der Widerstand im Nebenschluß zu den Spulen (in Fig. 751 w_1, in Fig. 752 w_1 und w_2) immer doppelt so groß, als der Widerstand der beiden Spulen zusammen.

(2) Man verwendet statt der induktionslosen metallischen Widerstände sog. Polarisationszellen, die aus einem Elektrolyten (z. B. Schwefelsäure) und zwei Elektroden aus demselben Metall (z. B.

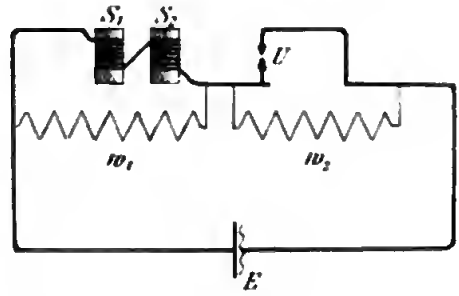


Fig. 751.

zwei Platindrähten) bestehen. Durch solche Zellen kommt nur dann ein kräftiger Strom zu stande, wenn die EMK im Stromkreis größer ist als die EMK der Polarisation, die bei den Zellen Platin-Schwefelsäure-Platin ungefähr zwei Volt beträgt. Man schaltet so viele solcher

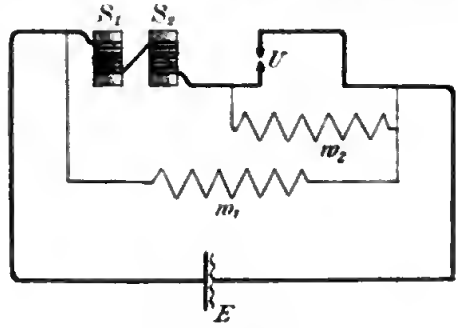


Fig. 752.

Zellen hintereinander, daß die EMK der im Stromkreis befindlichen Elemente kleiner ist als die EMK der Polarisation in den Zellen. Der Vorteil dieser Polarisationszellen gegenüber Drahtwiderständen ist der, daß sie für die Elemente des Stromkreises einen fast unendlich großen Widerstand darstellen, daß also gewöhnlich kein merkbarer Strom durch dieselben hindurchgeht*). Andererseits repräsentieren

*) Wenn Drahtwiderstände [1] wirksam sein sollen, so dürfen sie nicht zu groß genommen werden; der durch dieselben gehende Strom bedeutet dann aber eine fortgesetzte Schwächung der Elemente.

sie für die in den Spulen induzierte EMK, die im allgemeinen weit höher ist als die EMK der Polarisation in den Zellen, einen relativ sehr geringen Widerstand.

(3) Statt metallischer oder polarisierbarer Widerstände können auch Kondensatoren Verwendung finden. Zur Vermeidung der Funken an der Unterbrechungsstelle U wird ein Kondensator (C_1 Fig. 753) in Nebenschluß zur Unterbrechungsstelle gelegt, wie beim Funkeninduktor [215]. Die Größe dieses Kondensators muß aber sorgfältig ausprobiert werden, und zwar ist unter sonst gleichen Umständen für dieselbe hauptsächlich die Geschwindigkeit der Unterbrechung maßgebend. Ein Kondensator unrichtiger Größe kann eine Verstärkung statt einer Schwächung der Funken herbeiführen.

Geeigneter als für diese Art der Verwendung*) ist der Kondensator, um die induzierten Ströme und ihre Einwirkung auf den

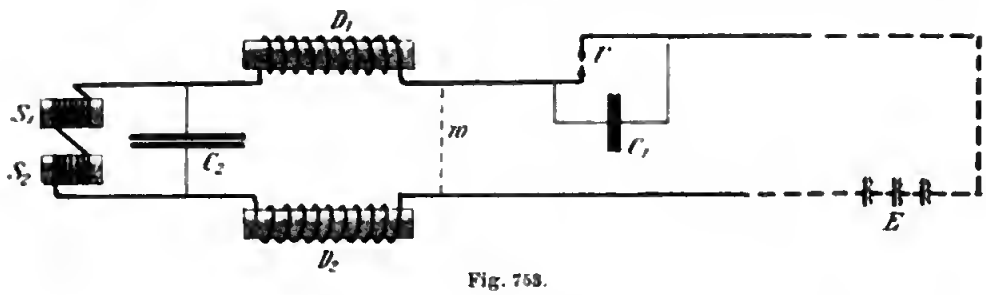


Fig. 753.

Kohärerstromkreis unschädlich zu machen. Zu dem Zweck legt man parallel zu den Spulen S_1 S_2 einen Kondensator C_2. Wird dann die Unterbrechungsstelle U geöffnet, so hat die in den Spulen induzierte EMK genau wie in 215b Schwingungen in dem Kondensatorkreis $S_1 S_2 C_2$**) zur Folge. Damit von diesen Schwingungen nur ein möglichst geringer Teil in den übrigen Stromkreis gelangt, werden zwei kleine Drosselspulen D_1 D_2 mit Eisenkernen eingeschaltet. Diese Anordnung ist, wenn sie gut ausprobiert ist, nach ausgedehnten Versuchen wohl diejenige, welche den sichersten Schutz gegen Störungen empfindlicher Kohärer garantiert. Wegen ihrer Kompliziertheit hat es aber nur beim Morseapparat Zweck, sie anzuwenden. Beim Klopfer genügen die in (1) und (2) angegebenen Methoden vollkommen.

*) Für die Abschwächung der Funken sind die in (1) und (2) angegebenen Mittel entschieden vorzuziehen.

**) Tatsächlich kommt es darauf an; im allgemeinen ist der Stromverlauf in einem solchen Stromkreis bei Unterbrechung ziemlich verwickelt.

c. Nach dem Gesagten ist wohl die Empfangsschaltung von Marconi, von der Fig. 754 *) eine Skizze ist, ohne weiteres verständlich. C bedeutet darin den Kohärer, T den Klopfer, R das Relais, M den Morseapparat, B Drosselspulen, P P′ Elemente, ω Ohm.

d. Um die Wirkung der in **b** beschriebenen Anordnungen zu demonstrieren, kann man einen wirklichen Empfangsapparat **) benützen. Entfernt man seine Schutzvorrichtungen, so ist es bei Verwendung empfindlicher Kohärer nicht mehr möglich, saubere Telegramme aufzunehmen. Der Apparat kommt gewöhnlich nicht zur Ruhe, auch

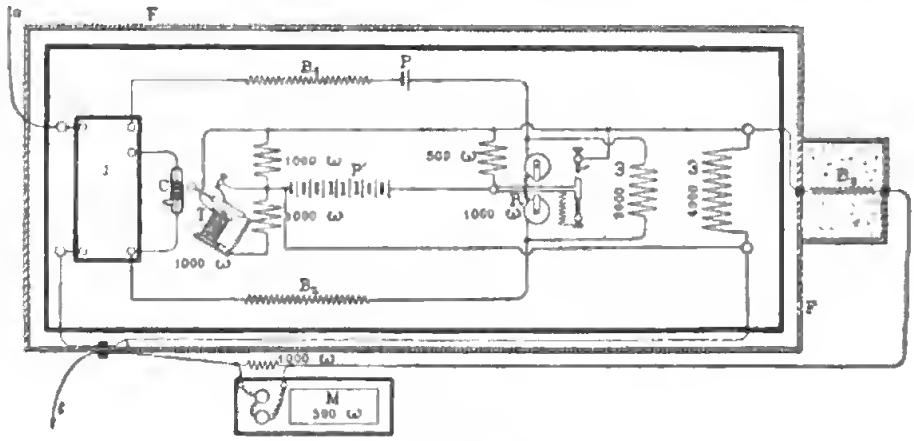


Fig. 754

wenn die Wellen schon aufgehört haben. Es läßt sich auch direkt zeigen, daß der Kohärer anspricht, wenn man irgend einen der Stromkreise absichtlich unterbricht.

In größerem Maßstabe kann die Wirkung der in **b** beschriebenen Anordnungen demonstriert werden, wenn man statt der Spulen S_1 S_2 (Fig. 751 ff.) eine größere Drosselspule D (Fig. 755) verwendet und in den Stromkreis derselben die Primärspule S_1 eines Funkeninduktors einschaltet. An die Sekundärspule S_2 des Induktors wird eine Funkenstrecke F oder ein Geißlerrohr angeschlossen. Unterbricht man dann den Strom bei U, so erhält man an der Unterbrechungsstelle starke Funken bezw. Flammenbogen, besonders wenn man die beiden Kontakte aus Bogenlampenkohlen herstellt. Ebenso bekommt man in der Funkenstrecke starke Funken bezw. ein kräftiges Leuchten der Geißler-

*) Aus Zammarchi [278]), Fig. 162, S. 137.

**) Die technischen Empfangsapparate enthalten zum Teil ziemlich komplizierte Kombinationen der im vorhergehenden besprochenen Schutzvorrichtungen.

röhre infolge der Stromunterbrechung. Beides läßt sich durch Anordnungen der in **b** angegebenen Art ganz oder teilweise unterdrücken.

444. Schutz des Empfangsapparats gegen die Wirkung des Senders.

Da jede Station neben dem Empfänger auch einen Sender besitzt, so liegt die Gefahr vor, daß die kräftigen Schwingungen des-

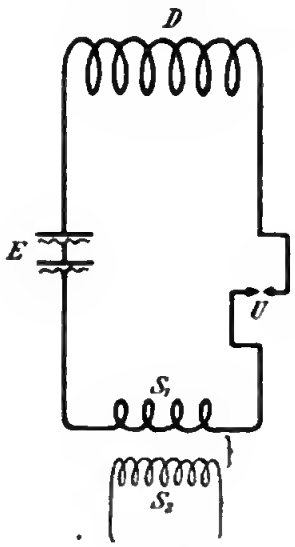


Fig. 755.

selben eine Beschädigung oder wenigstens frühzeitige Abnützung der Indikatoren im Empfangsapparat zur Folge haben.

a. Um das zu verhindern, muß vor allem die Verbindung der Antenne mit dem Empfangsapparat aufgehoben werden, solange die Antenne als Sender benützt wird. Es kann dies in der Weise gemacht werden, daß automatisch mit dem Niederdrücken des Tasters zum Absenden eines Telegramms der Empfangsapparat abgeschaltet wird.

b. Aber auch dann ist die Wirkung der Schwingungen im Sender so stark, daß eine Störung des Empfangsapparats zu befürchten ist. Man schließt deshalb häufig den Empfangsapparat in einen Metallkasten ein (F in Fig. 754), durch den die Wellen nicht hindurchzudringen vermögen [**267** und **465e**].

c. In den Kasten hinein sind aber Zuleitungen unvermeidlich, eine zum Indikator (a Fig. 754) und eine vom Morseapparat, den man aus anderen Gründen zweckmäßig außerhalb des Metallkastens aufstellt. Man hat also dafür zu sorgen, daß sich nicht längs dieser Zuleitungsdrähte die Wellen in das Innere fortpflanzen. Entweder

müssen also diese Zuleitungen, sobald Telegramme abgesandt werden, auch abgeschaltet werden, eine Anordnung, die ziemlich allgemein üblich zu sein scheint. Oder man muß in die Zuleitungen Spulen mit Eisenkernen einschalten, die nach **387 d** die Eigenschaft haben, Wellen, die sich längs der Leitungen fortpflanzen, zu reflektieren oder zu absorbieren. Eine Spule, die jedenfalls zum Teil diesen Zweck hat, ist B_3 in dem Empfangsapparat Fig. 754 von Marconi. Sie ist zur Steigerung der Absorption der Wellen noch von Metallspänen umgeben.

445. Verhältnis der telephonischen Empfangsapparate zu denjenigen mit Kohärer.

a. Ein Vergleich der Empfangsapparate für Kohärer mit einem solchen für telephonische Wellenindikatoren [**440**] zeigt unmittelbar die bedeutend größere Einfachheit der letzteren. Dazu kommt, daß bei Verwendung telephonischer Wellenindikatoren ein viel rascheres Telegraphieren zulässig ist als bei Verwendung eines Kohärers. Wenn trotzdem die Verwendung des Kohärers die Regel ist und diejenige von telephonischen Indikatoren auf spezielle Zwecke beschränkt bleibt, so liegt das in der Hauptsache an zwei Gründen.

(1) Bei einem telephonischen Indikator ist es im allgemeinen nicht möglich, eine Station anzurufen, da die empfindlichen telephonischen Indikatoren im allgemeinen nicht geeignet sind [**414**], ein Relais und damit einen Wecker zu betreiben. Entweder müßte also jemand fortgesetzt am Apparat sitzen oder es liegt die Gefahr vor, daß abgesandte Telegramme nicht aufgenommen werden.

(2) Wenn es auch schon nach geringer Uebung möglich ist, Telegramme mit voller Sicherheit abzuhören, so muß doch in vielen Fällen, z. B. bei Militär und Marine und auch bei Code-Telegrammen, der größte Wert darauf gelegt werden, daß man eine Garantie für die Richtigkeit der aufgenommenen Depesche hat. Eine solche ist aber nur möglich, wenn die Depeschen automatisch aufgeschrieben werden, wie es beim Relais und Morseapparat der Fall ist.

Aus diesen Gründen gibt es, trotzdem die Empfindlichkeit der telephonischen Empfänger im allgemeinen eher größer ist als diejenige des Kohärers, kaum Stationen, die mit dem telephonischen Indikator allein eingerichtet sind. Wohl aber werden telephonische Indikatoren — z. B. bei Marconi-Stationen der magnetische Indikator [**404**] — neben dem Kohärer verwendet.

b. Die Vorzüge beider Arten von Wellenindikatoren, Einfachheit und automatische Registrierung der Telegramme, vereinigt der in **411** und **441** beschriebene Apparat von Lodge und Muirhead. Daß der Indikator einen kleinen Motor oder ein Uhrwerk zum Betrieb braucht [**411 b**], ist keine ernstliche Komplikation. Ob aber die Anordnung von Lodge und Muirhead dieselbe Sicherheit und Empfindlichkeit besitzt wie die anderen Anordnungen, kann erst entschieden werden, wenn einwurfsfreie, vergleichende Versuche vorliegen.

§ 3. Gekoppelte Systeme.

446. Der Marconi'sche Transformator.

a. Der Empfänger von Fig. 734 besitzt, falls als Indikator ein Kohärer benützt wird, den Nachteil, daß der Indikator in das Empfangssystem direkt eingeschaltet ist. Das hat zur Folge, einmal daß eventuell das Empfangssystem ein ganz anderes ist, ehe der Kohärer leitend geworden ist, als nachher, nachdem er ein gewisses Leitvermögen bekommen hat. Und dann ist das Empfangssystem überhaupt für das Zustandekommen von kräftigen Schwingungen äußerst ungünstig konstruiert. Der Kohärer, dessen Widerstand auch im leitenden Zustand meist etwa von der Größenordnung 100 Ohm ist, aber auch mehrere Tausende Ohm betragen kann, verbraucht zu viel Energie*). Nach den Ergebnissen von Kap. XIV erhält man aber bei der Wirkung eines Oszillators (des Senders) auf einen anderen (Empfänger) unter sonst gleichen Umständen in dem letzteren umso kräftigere Schwingungen, je weniger die Eigenschwingungen des letzteren gedämpft sind.

b. Marconi hat deshalb schon sehr frühe den Kohärer aus dem Empfangssystem entfernt, ein eigenes System für den Kohärer eingeführt und auf dieses vom eigentlichen Empfangssystem transformiert, im Prinzip also die Anordnung von Fig. 756 hergestellt. Sie besteht im wesentlichen aus einer Koppelung zwischen einem linearen, unsymmetrischen Oszillator AS_1B und einer Spule S_2, zwischen deren Endpunkten der Kohärer sitzt.

Da Marconi zwischen der Primärspule S_1 und der Sekundärspule S_2 eine relativ sehr feste Koppelung wählte**), so sind allerdings durch diese Anordnung die oben besprochenen Mißstände

*) Die Verhältnisse liegen ähnlich wie beim Bolometer [**335 c**].

**) Das geht unzweifelhaft aus den Zahlen hervor, die z. B. Turpain für diese Transformatoren ($S_1 + S_2$) — von Marconi „Jigger" genannt — angibt[346]).

des einfachen Empfängers nicht ganz vermieden. Denn einmal ist auch hier das Sekundärsystem (S_2 + Kohärer) ein anderes, je nachdem der Kohärer nichtleitend oder schon etwas leitend geworden ist. Und dann kommt auch in diesem Falle für das Primärsystem (A S_1 B) zu dem Energieverlust durch Strahlung noch die Energieabgabe an das Sekundärsystem hinzu.

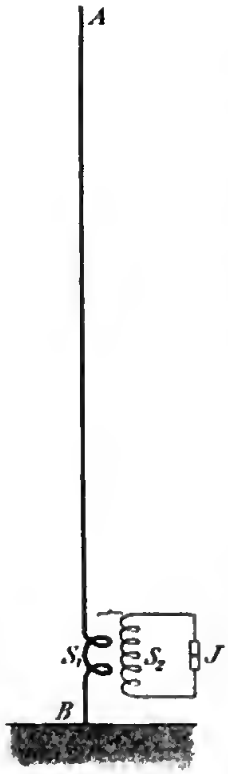


Fig. 756.

Auf der anderen Seite aber hat man durch diese Koppelung das Mittel, die Spannungsamplitude zwischen den Polen des Kohärers zu erhöhen, überhaupt die Schwingungen im Sekundärsystem so zu gestalten, wie sie für den Kohärer am günstigsten sind.

Ferner ermöglicht die Transformation eine wirksame Verwendung der Vielfachantennen auch im Empfänger. Befindet sich der Kohärer unmittelbar im Empfangssystem (vgl. Fig. 734), so hat die Benutzung von mehrfachen Antennen nicht viel Zweck. Für das Ansprechen des Kohärers ist die notwendige Bedingung das Vorhandensein einer gewissen Spannungsamplitude zwischen seinen Polen. Diese wird nicht merklich erhöht, wenn man statt einer Antenne im Empfänger mehrere benützt, da die Spannungen, die in jedem einzelnen Draht auftreten, sich nicht addieren. Wohl aber addieren sich, wenn das Empfangssystem einen Kohärer nicht enthält, die Ströme, die in den einzelnen Drähten induziert werden. Man erhält also am Fuße des Empfangssystems einen größeren Gesamtstrom, wenn man mehrere Drähte statt eines einzigen verwendet. Entsprechend größer wird dann auch die Wirkung auf ein Sekundärsystem, auf das man transformiert*).

Notwendig ist natürlich, daß der Transformator (S_1 + S_2) richtig konstruiert ist. Marconi legte denn auch darauf sehr großen Wert. Ist aber alles richtig ausprobiert, so ist die Anordnung Fig. 757 dem einfachen Empfänger von Fig. 734 weit überlegen. Daß Mar-

*) Daß im Empfänger Antennen der Form Fig. 696 oder 699 viel günstiger sind, als solche aus einem einzigen oder wenigen Drähten, haben die Versuche zwischen der Poldhu-Station Marconi's und dem italienischen Kriegsschiff Carlo Alberto gezeigt.

coni mit dem einfachen Marconi-Sender von Fig. 684 stets bei weitem größere Entfernungen erzielt hat als alle anderen, die anfänglich mit demselben Sender, aber dem einfachen Empfänger von Fig. 734 Versuche machten, ist zweifellos auf die Verwendung des Transformators und dessen sorgfältige Konstruktion zurückzuführen.

c. Die Form Fig. 756 muß übrigens bei Verwendung eines Relais noch eine kleine Aenderung erfahren. Würde man mit dem Kohärer ein Element und Relais verbinden, so wäre durch die Spule S_2 der Stromkreis und damit das Relais stets geschlossen (Fig. 757). Um dies zu vermeiden, wird in der Mitte der Spule S_2 ein Kondensator C (Fig. 758) eingeschaltet. Daß dadurch bei ge-

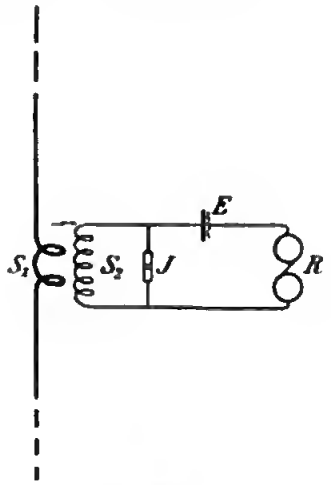


Fig. 757.

nügender Größe des Kondensators die Schwingungen des Sekundärsystems (Spule S_2 + Kohärer) nicht geändert werden, geht aus **332** bezw. **187a** hervor.

Gleichzeitig kann der Kondensator bei genügender Größe noch einen anderen Vorteil besitzen. Er verhindert, daß eine hohe Spannung zwischen den Polen des Kohärers auftritt, wenn der Kohärer entfrittet und dadurch der Relaisstrom unterbrochen wird [**443b** 3].

d. Außerdem hat Marconi die Anordnung von Fig. 756 noch dadurch modifiziert, daß er in der Leitung zwischen den Enden von S_2 und dem Relais kleine Drosselspulen D_1 D_2 mit Eisenkernen einschaltete (Fig. 758). Der Zweck dieser Spulen ist wohl der folgende. Wenn im Anfang in S_2 Schwingungen induziert werden, so werden diese an den Spulen D_1 D_2 reflektiert und es bilden sich im System S_2 P J Q S_2 stehende Schwingungen (Eigenschwingungen) aus, wie wenn der

übrige Stromkreis PERQ gar nicht vorhanden wäre. Wären die Spulen nicht eingeschaltet, so würde das Vorhandensein des Teils PERQ diese Eigenschwingungen unter Umständen entweder völlig ändern oder gar nicht zu stande kommen lassen*).

Die Anordnung von Fig. 758 wird noch jetzt von der Marconi-Gesellschaft als Empfänger für den einfachen Marconi-Sender, den jede kommerzielle Station dieser Gesellschaft besitzt, benützt.

447. Anordnungen für abgestimmte Telegraphie.

a. Wenn auch zwischen dem Marconi-Sender und dem einfachen Empfänger Fig. 734 bei Verwendung eines Bolometerindikators

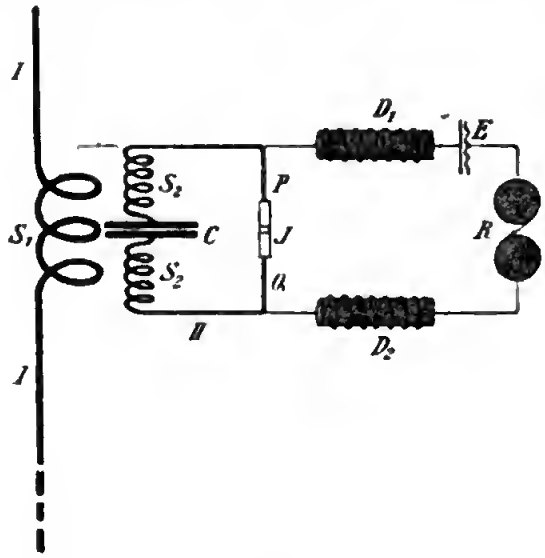


Fig. 758.

nach **439a** die Resonanz zwischen Sender und Empfänger nachzuweisen ist, so sind diese Anordnungen doch für eine einigermaßen scharfe Abstimmung ungeeignet. Eine beträchtliche Schärfe der Resonanz ist nach **323c** bei so starker Dämpfung, wie sie der gerade lineare Sender und Empfänger besitzt [**296**], nicht möglich.

Nicht viel günstiger ist in dieser Beziehung die in **446** besprochene Anordnung von Marconi: als Sender derjenige von Fig. 684, als Empfänger die Anordnung Fig. 758 mit fester Koppelung zwischen

*) Die Verhältnisse liegen also ganz ähnlich wie bei der Anordnung von **387**, Fig. 606. Die Spulen bei D (Fig. 606) sind dort notwendige Bedingung dafür, daß in dem Teil AD Eigenschwingungen zu stande kommen, während hinter den Spulen die Leitung beschaffen sein kann wie sie will.

Primärspule S_1 und Sekundärspule S_2. Wegen der Dämpfung des Primärsystems im Empfänger und wegen der festen Koppelung zwischen dem Primär- und Sekundärsystem des Empfängers ist die Resonanz zwischen Primär- und Sekundärsystem im Empfänger ebenfalls unscharf [**353 c** und **355 d**]. Marconi hat, wie es scheint, durch Ab-

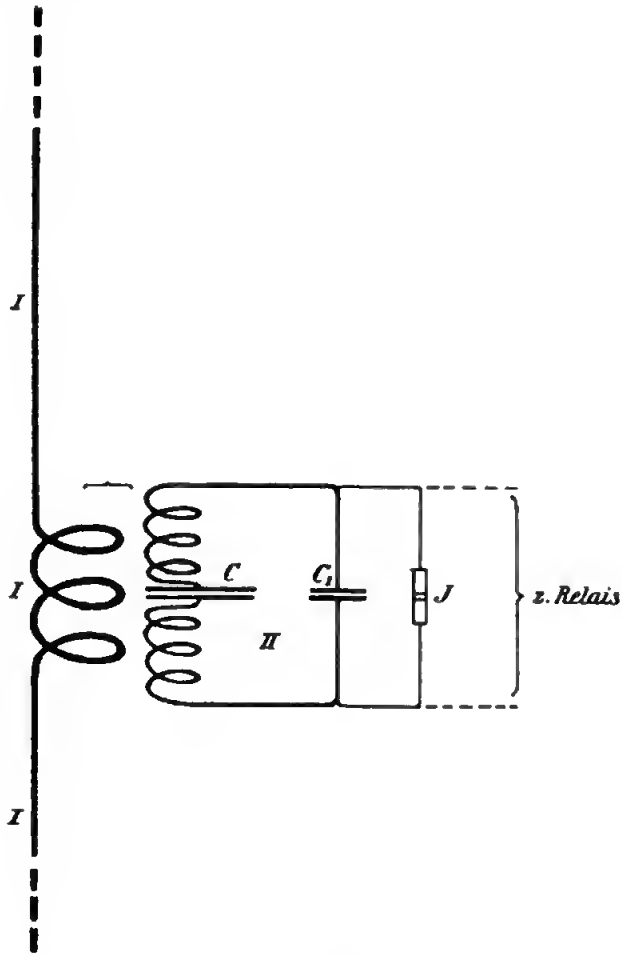


Fig. 759.

änderung des Empfängers — wohl Lockerung der Koppelung zwischen Primär- und Sekundärsystem im Empfänger — versucht, zu einer brauchbaren Abstimmung zu gelangen. Aber alle derartigen Versuche am Empfänger mußten scheitern, solange der Sender so stark gedämpfte Wellen aussandte wie der einfache Marconi-Sender Fig. 684.

In ein neues Stadium trat die ganze Frage der Abstimmung, als man durch die Braun'schen Anordnungen in den Stand gesetzt wurde,

weniger gedämpfte Wellen auszusenden. Nun ließ sich eine schärfere Abstimmung in der verschiedensten Weise erzielen.

a. Die Marconi'sche Anordnung[347]).

Es mußte schon genügen, in der Schaltung Fig. 758 einfach die Koppelung zwischen Primär- und Sekundärsystem im Empfänger zu lockern, im übrigen aber die dortige Schaltung beizubehalten. Der

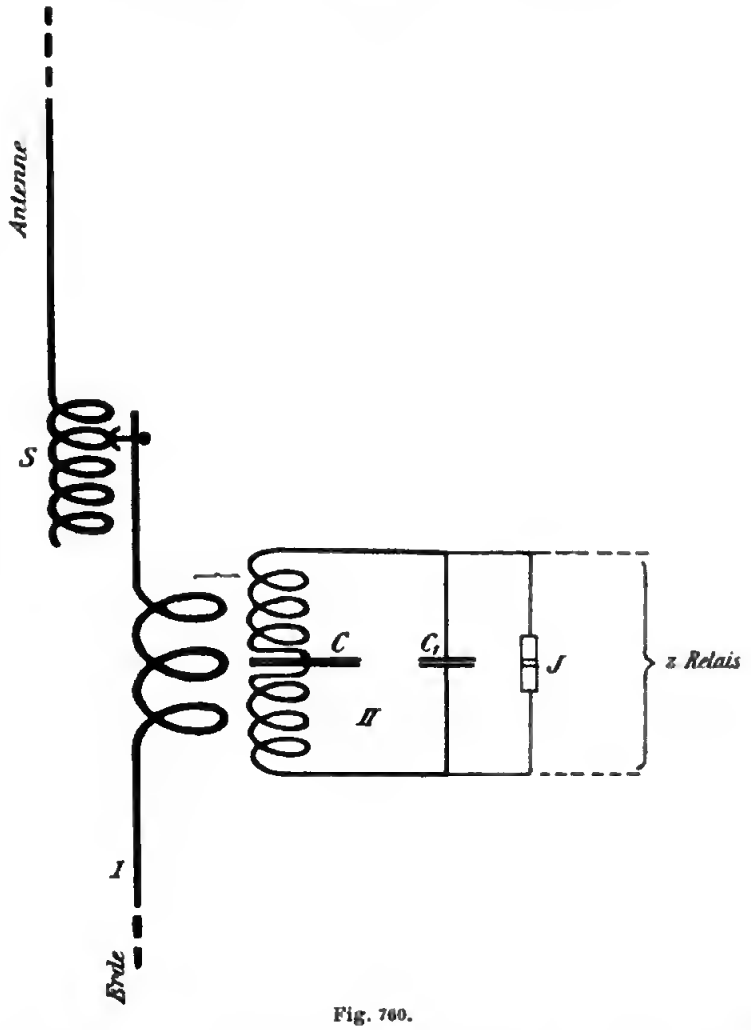


Fig. 760.

Mangel dieser Schaltung ist aber der folgende. Für die Wechselzahl des Sekundärsystems S_2PJQS_2 (Fig. 758) ist wegen der geringen Kapazität der Spule S_2 von größter Wichtigkeit die Kapazität des Kohärers, der in nicht leitendem Zustand eine Art Kondensator darstellt. Es liegt die Gefahr vor, daß die Kapazität des Kohärers je nach der Lagerung der Körner verschieden ist und deshalb das

Sekundärsystem nicht die genügende Konstanz der Wechselzahl besitzt. Jedenfalls zum größten Teil wird diese Gefahr vermieden, wenn man parallel zum Kohärer einen Kondensator legt, also die ebenfalls von Marconi angegebene Schaltung Fig. 760 benützt. Maßgebend für die Wechselzahl des Kondensatorkreises ist dann der Kondensator C_1 und nur in geringem Maß der Kohärer J. Der Kondensator C ist viel größer als C_1 und deshalb auf die Wechselzahl des Kondensatorkreises ohne merklichen Einfluß [197b]. Seine Funktion ist dieselbe wie diejenige des Kondensators C in Fig. 758.

Mit Rücksicht auf den in 429b besprochenen Grund hat Marconi

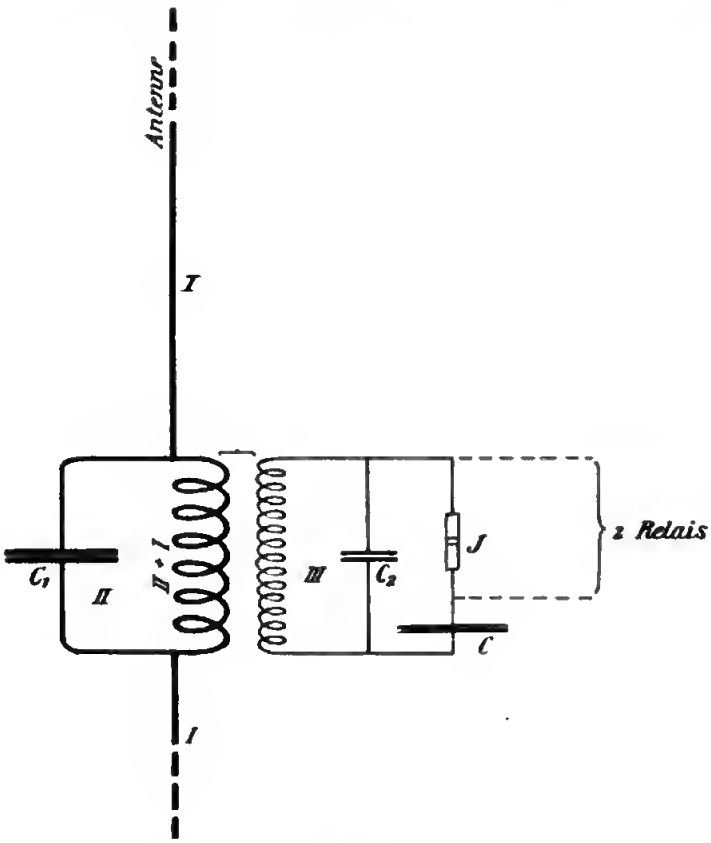


Fig. 761

auch noch die Wechselzahl des Primärsystems im Empfänger regulierbar eingerichtet dadurch, daß von einer Spule S (Fig. 760) mehr oder weniger Windungen eingeschaltet werden können. Die endgültige Schaltung ist also diejenige von Fig. 760. Sie wurde jedenfalls früher von der Marconi-Gesellschaft bei ihren kommerziellen Stationen als Empfänger für ihren gekoppelten Sender [428b]

verwendet. In Fig. 715 und 716 sind beide Empfangsapparate zu sehen, der eine für den einfachen Marconi-Sender, der andere für den gekoppelten Sender.

b. Die Braun'sche Schaltung[348]).

Sie unterscheidet sich von der eben beschriebenen Marconi'schen in zwei Punkten.

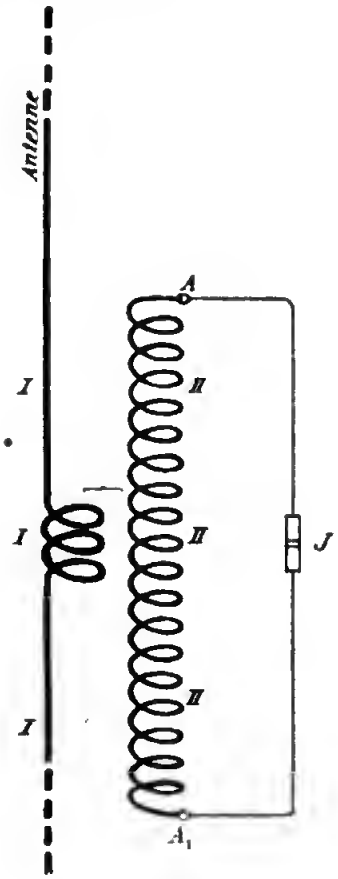


Fig. 762.

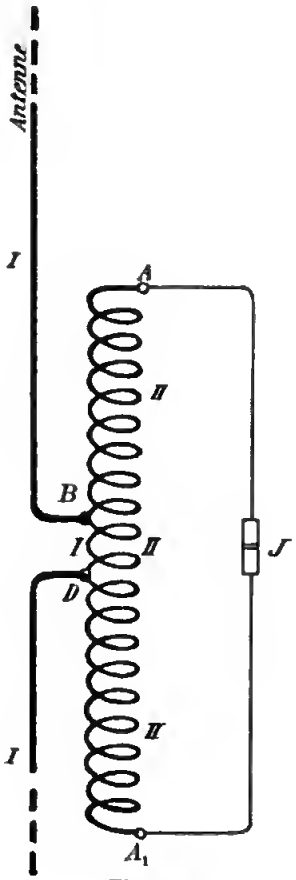


Fig. 763.

(1) Die Koppelung zwischen Primär- und Sekundärsystem ist nicht rein induktiv, sondern auch galvanisch[349]) (Fig. 761). Während man also den Marconi-Empfänger (Fig. 760) als eine Umkehrung der induktiven Schaltung des Senders (Fig. 701) auffassen kann, ist der Braun'sche Empfänger eine Umkehrung der direkten Senderschaltung Fig. 702.

(2) Der Kohärer sitzt nicht direkt im Nebenschluß zum Kondensator C_1, sondern in einem besonderen Kreis III, auf den der Kondensatorkreis II induziert. In dem Kondensatorkreis III kann der Kon-

densator C_2, der immer relativ klein gewählt wird, fehlen; der Kondensator C spielt dieselbe Rolle wie der Kondensator C von Fig. 758 oder 760.

c. Die Slaby'sche Anordnung[350]).

Während bei der Schaltung Fig. 760 von Marconi und Braun das Sekundärsystem im Empfänger ein Kondensatorkreis ist, verwendet Slaby dafür eine Spule. Die übersichtlichste Anordnung dieser Art

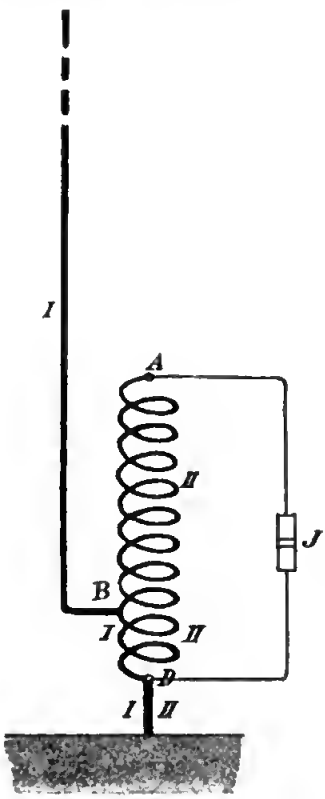


Fig. 764.

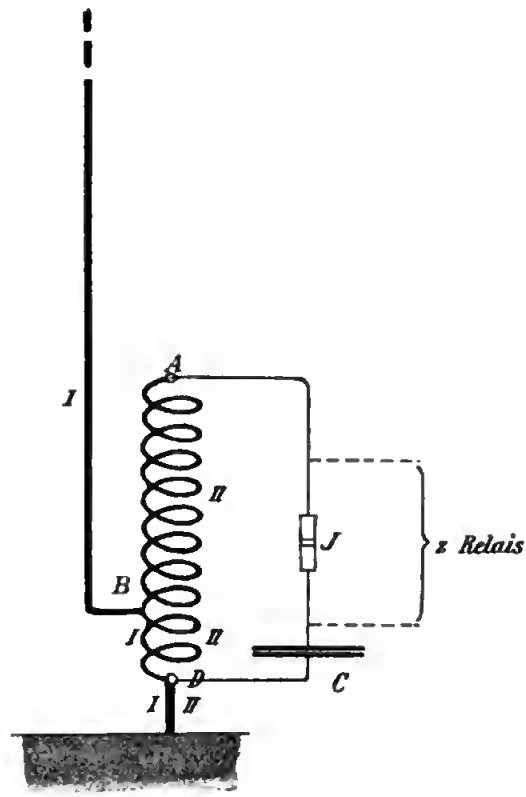


Fig. 765.

wäre diejenige von Fig. 762 bei rein induktiver Koppelung, oder bei Vereinigung von induktiver und galvanischer Koppelung die Schaltung von Fig. 763*). Aber ebenso, wie beim einfachen linearen Os-

*) Dabei ist aber wohl zu bedenken, daß durch das Anlegen des Kohärers J an die Enden der Spule aus der offenen Spule ein nahezu geschlossenes System wird, dessen Wechselzahl wegen der Kapazität des Kohärers und der Zuleitungen eine ganz andere ist als diejenige der offenen Spule. — Man kann in Fig. 765 ebenso gut den Teil A B D J A als Sekundärsystem und dieses als Kondensatorkreis auffassen, in welchem allerdings wegen der Kleinheit der Kohärerkapazität der Strom nicht quasistationär ist.

zillator die eine Hälfte durch einen Leiter sehr großer Fläche bezw. Kapazität, z. B. eine Erdverbindung, ersetzt werden kann, kann dasselbe Verfahren auch bei der Spule angewandt werden. Man kann also die Anordnung Fig. 763 — die rein induktive Schaltung wird tatsächlich nicht verwendet — ersetzen durch diejenige von Fig. 764, oder mit Rücksicht auf die in **446c** besprochenen praktischen Bedürfnisse durch diejenige von Fig. 765*). Dies ist die Schaltung, in welcher die Slaby'sche Anordnung zum Teil noch verwendet wird**).

448. Die Wirkung der gekoppelten Empfänger bei loser Koppelung des Senders [351]).

Handelt es sich um möglichst scharfe Abstimmung, so müssen beim Sender Primärsystem (Kondensatorkreis) und Sekundärsystem (Antenne) ganz lose gekoppelt sein [**427**]. Ebenso ist in diesem Falle auch beim Empfänger ganz lose Koppelung zwischen Primär- und Sekundärsystem am Platze.

a. Der physikalische Vorgang ist in diesem Falle einfach, da keine merkliche Rückwirkung eines Sekundärsystems auf ein Primärsystem vorhanden ist.

Die vom Sender ausgesandten Wellen, deren Dekrement merklich gleich demjenigen ($\mathfrak{d}_1$) des Kondensatorkreises im Sendersystem ist [**345e**], erregen im Primärsystem des Empfängers im allgemeinen zwei Schwingungen. Die eine davon hat Wechselzahl (n_1) und Dekrement ($\mathfrak{d}_1$) der Senderschwingungen, die andere Wechselzahl und Dekrement des Primärsystems im Empfänger. Die Amplitude dieser Schwingungen wird ein Maximum, wenn die Wechselzahlen derselben zusammenfallen [**319d**]. Dieser Zustand ist also anzustreben, das Primärsystem des Empfängers auf die Wellen des Senders abzustimmen. Sehr peinlich braucht diese Abstimmung aber nicht zu sein, da die Amplitude der Schwingungen wegen der starken Dämpfung des Primärsystems im Empfänger bei einer kleinen Verstimmung nicht sehr stark abnimmt [**311b** und **319b**]. Ist die Abstimmung hergestellt, so erhält man im Primärsystem des Empfängers Schwingungen

*) Vgl. Fußnote auf S. 889.

) Die Wirkung aller dieser Empfangsschaltungen läßt sich sehr gut demonstrieren, wenn man als Indikator die in **408c beschriebenen Kohlespitzen (event. auch Geißlerröhre oder Quecksilberhogenlampe) und statt der Antennen von Sender und Empfänger zwei Drähte verwendet, die man im Hörsaal in nicht zu kleinem Abstand parallel zueinander zieht. Der Empfänger spricht dann nur an bei einer ganz bestimmten Wechselzahl des Senders.

von ungefähr der Form der in **320** betrachteten (vgl. besonders Fig. 482 S. 588). Die zeitliche Abnahme ihrer Amplitude ist tatsächlich durch das Dekrement $\mathfrak{d}_1$ der Senderschwingungen bestimmt [**320 b**]; sie unterscheiden sich überhaupt nicht sehr viel von einfach gedämpften Schwingungen dieses Dekrements.

Diese Schwingungen wirken nun in sehr loser Koppelung auf das Sekundärsystem des Empfängers und erregen in demselben im allgemeinen ebenfalls zwei Schwingungen, erzwungene und Eigenschwingungen. Ihre Amplitude wird ein Maximum und ihre Wechselzahlen fallen zusammen, wenn das Sekundärsystem des Empfängers auf das Primärsystem und damit auf den Sender abgestimmt ist. Diese Abstimmung muß sehr sorgfältig ausgeführt werden, da sowohl die Schwingungen, die auf das Sekundärsystem einwirken, als dessen Eigenschwingungen relativ schwach gedämpft sind. Für die im Sekundärsystem erregten Schwingungen gilt außerdem das folgende. Die Dämpfung der Eigenschwingungen im Sekundärsystem des Empfängers ist klein gegen die Dämpfung der Senderwellen und damit gegen die Dämpfung der erzwungenen Schwingungen im Sekundärsystem des Empfängers, da der Kondensatorkreis im Sender eine Funkenstrecke enthält, derjenige im Empfänger aber nicht. Man ist also berechtigt, die Schwingungen im Sekundärsystem des Empfängers wesentlich als solche vom Dekrement dieses Sekundärsystems zu betrachten.

b. Bei dieser vereinfachten Betrachtungsweise läßt sich auch die Frage, wovon die Schärfe der Resonanz abhängt, wenigstens annähernd beantworten. Sie soll in der Form[351a]) behandelt werden: wie ändert sich die Amplitude der Schwingungen im Sekundärsystem des Empfängers, wenn die Wechselzahl der Senderschwingungen geändert wird.

Es bezeichne

n_1 Wechselzahl des Senders,
n_2 Wechselzahl des Primär- und Sekundärsystems im Empfänger,
δ_1 Dämpfungsfaktor des Senders,
δ_{21} Dämpfungsfaktor des Primärsystems im Empfänger,
δ_{22} Dämpfungsfaktor des Sekundärsystems im Empfänger,

$$\mathfrak{d}_1 = \frac{\delta_1}{n_2/2},$$

$$\mathfrak{d}_{21} = \frac{\delta_{21}}{n_2/2},$$

$$\mathfrak{d}_{22} = \frac{\delta_{22}}{n_2/2},$$

$\mathfrak{A}$ Amplitude der Senderschwingungen,
A_1 Amplitude der Schwingungen im Primärsystem des Empfängers,
A_2 Amplitude der Schwingungen im Sekundärsystem des Empfängers.

Nach a ist

$$\mathfrak{d}_1 \text{ klein gegen } \mathfrak{d}_{21}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

$$\mathfrak{d}_{22} \text{ klein gegen } \mathfrak{d}_{21} \text{ und } \mathfrak{d}_1, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

solange n_1 und n_2 nicht sehr viel voneinander verschieden sind nnd demnach $\mathfrak{d}_1$ annähernd identisch mit dem Dekrement der Senderschwingungen ist.

Aus **319 b** folgt dann

$$A_1 \sim \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{[(\pi n_1)^2 - (\pi n_2)^2 - (\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_{21})^2]^2 + 4(\pi n_1)^2 \cdot (\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_{21})^2}},$$

oder identisch damit

$$A_1 \sim \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{[(\pi n_1)^2 - (\pi n_2)^2 + (\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_{21})^2]^2 + 4(\pi n_2)^2 \cdot (\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_{21})^2}}.$$

Daraus ergibt sich [vgl. **311 b**] annähernd

$$\frac{A_1}{A_{1r}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{\left(\frac{\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_{21}}{2\pi}\right)^2}}}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

wenn

$$x = \frac{n_1 - n_2}{n_2}$$

gesetzt und unter A_{r1} die Amplitude der Schwingungen bei Resonanz verstanden, wenn ferner angenommen wird, daß sämtliche Schwingungen nicht extrem stark gedämpft sind. Mit Rücksicht auf Gl. (1) kann Gl. (3) noch vereinfacht werden in

$$\frac{A_1}{A_{1r}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{\left(\frac{\mathfrak{d}_{21}}{2\pi}\right)^2}}}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Für die Amplitude der Schwingungen im Sekundärsystem des Empfängers, auf welches die erzwungenen Schwingungen des Primärsystems in extrem loser Koppelung einwirken, gilt ebenso

$$A_2 \sim \frac{A_1}{\sqrt{[(\pi n_1)^2 - (\pi n_2)^2 + (\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_{22})^2]^2 + 4(\pi n_2)^2 (\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_{22})^2}},$$

oder annähernd

$$\frac{A_2}{A_{2r}} = \frac{A_1}{A_{1r}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{\left(\frac{\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_{22}}{2\pi}\right)^2}}}, \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

was mit Rücksicht auf Gl. (2) annähernd durch

$$\frac{A_2}{A_{2r}} = \frac{A_1}{A_{1r}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{\left(\frac{\mathfrak{d}_1}{2\pi}\right)^2}}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

ersetzt werden kann. Führt man endlich noch den Wert für A_1/A_{1r} aus Gl. (4) ein, so erhält man

$$\frac{A_2}{A_{2r}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{\left(\frac{\mathfrak{d}_{21}}{2\pi}\right)^2} + \frac{x^2}{\left(\frac{\mathfrak{d}_1}{2\pi}\right)^2} + \frac{x^4}{\left(\frac{\mathfrak{d}_1}{2\pi} \cdot \frac{\mathfrak{d}_{21}}{2\pi}\right)^2}}},$$

oder wegen Gl. (1) annähernd

$$\frac{A_2}{A_{2r}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{\left(\frac{\mathfrak{d}_1}{2\pi}\right)^2} + \frac{x^4}{\left(\frac{\mathfrak{d}_1}{2\pi} \cdot \frac{\mathfrak{d}_{21}}{2\pi}\right)^2}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{\left(\frac{\mathfrak{d}_1}{2\pi}\right)^2} \cdot \left[1 + \frac{x^2}{\left(\frac{\mathfrak{d}_{21}}{2\pi}\right)^2}\right]}} \overset{351b)}{=}. \quad (7)$$

Die Schärfe der Resonanz hängt also in erster Annäherung nur

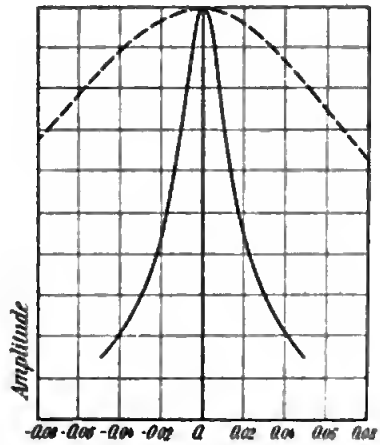


Fig. 766.

ab von dem Dekrement des Senders und demjenigen des Primärsystems im Empfänger.

c. Trägt man die Werte von A_2/A_{2r} als Ordinaten, diejenigen von x als Abszissen auf, so erhält man unter der Annahme, daß

$\mathfrak{d}_1$ (Dekrement des Kondensatorkreises mit Funkenstrecke im Sender) = 0,07 [219],

$\mathfrak{d}_{21}$ = Dekrement des Primärsystems im Empfänger (linearer Oszillator) = 0,3 ist [296],

die ausgezogene Resonanzkurve von Fig. 766. Vergleicht man sie mit

der Resonanzkurve, die man unter denselben Umständen erhalten würde, wenn man auch als Sender einen linearen Oszillator vom Dekrement 0,3 nähme (gestrichelte Kurve in Fig. 766), so übersieht man unmittelbar, welch großen Fortschritt in der Frage der Abstimmung die Verwendung lose gekoppelter Systeme im Sender bedeutet.

d. Um auch die Dämpfung des Primärsystems im Empfänger herabzusetzen und damit die Schärfe der Abstimmung noch weiter zu steigern, haben Lodge und Muirhead[327a]) und andererseits Marconi[351c]) vorgeschlagen, auch im Empfänger [vgl. **428b**] statt eines geraden linearen Oszillators einen solchen mit eingeschalteten Spulen und Kondensatoren, d. h. mit verminderter Strahlungsdämpfung zu verwenden.

449. Der gekoppelte Empfänger bei fester Koppelung des Senders[351b]).

a. Wenn es sich um besonders kräftige Wirkung handelt, so wird im Sender feste Koppelung zwischen Primär- und Sekundärsystem verwendet [**426**]. Der Sender liefert zwei Wellen verschiedener Wechselzahl, deren Dämpfung etwa in der Mitte zwischen den Dämpfungen des Primär- und Sekundärsystems im Sender steht, so lange die Koppelung nicht sehr fest ist [**352**]. Es sind dann drei Fälle möglich.

(1) Die beiden Systeme des Empfängers werden ebenfalls fest gekoppelt und so eingerichtet, daß die zwei Schwingungen dieselben Wechselzahlen wie der Sender besitzen.

(2) Der Empfänger wird lose gekoppelt und nur auf eine der beiden Senderschwingungen abgestimmt.

(3) Der Empfänger wird lose gekoppelt, aber abgestimmt auf eine Wechselzahl, die gleich dem Mittel der Wechselzahlen der Senderschwingungen ist. Es ist dies dadurch nahegelegt, da die beiden Senderschwingungen bei nicht zu starker Koppelung als eine einzige Schwingung dieser Wechselzahl aufgefaßt werden können [**321, 352**].

In erster Linie angewandt wird, wie es scheint[352]), Fall (2) und zwar wird der Empfänger auf die Schwingung mit der höheren Wechselzahl abgestimmt. Daß dies günstiger ist, als auf die Schwingung mit der niedrigeren Wechselzahl abzustimmen, ist wohl im folgenden begründet. Bei der schnelleren Schwingung enthält die Antenne mehr als eine Viertelwelle [**425**] und damit gerade diejenigen Teile der Stromkurve, in denen besonders starke

Stromamplituden herrschen. Bei der langsameren Schwingung fehlen aber gerade die in der Nähe des Strombauchs gelegenen Teile der Stelle auf der Antenne. Nach S. 817, Fußnote *), muß deshalb bei derselben Stromamplitude der beiden Schwingungen die Amplitude der von der schnelleren Schwingung ausgesandten Welle größer sein.

§ 4. Allgemeinere Fragen.

450. Ergebnisse der abgestimmten Telegraphie.

Die Gründe, welche eine Abstimmung der Apparate in der drahtlosen Telegraphie besonders wünschenswert machten, sind im wesentlichen die folgenden Mißstände nicht abgestimmter Anordnungen.

(1) Die Depeschen können von jeder beliebigen Station aufgefangen werden: das Depeschengeheimnis ist nicht gewahrt.

(2) Man kann den Verkehr zwischen zwei Stationen A und B lahmlegen, indem man von einer dritten Station, in deren Bereich A und B liegen, fortgesetzt Wellen erzeugt: böswillige Störung.

(3) Wenn eine Station A sich im Wirkungskreis einer Station B befindet, so kann A nicht von einer dritten Station C Telegramme aufnehmen, während B Telegramme, welche für irgend eine andere Station bestimmt sind, abgibt, da A gleichzeitig auch alle Telegramme von B erhält: gegenseitige Störung von Stationen.

Die Frage sei, wie weit diese Uebelstände durch die Verwendung abgestimmter Apparate wirklich gehoben sind.

a. Entschieden zu verneinen ist die Frage, ob zur Zeit durch Verwendung abgestimmter Apparate verhindert werden kann, daß die zwischen zwei Stationen A und B ausgetauschten Telegramme von einer dritten Station C aufgenommen werden können, wenn C von A oder B nicht weiter entfernt ist als A von B. Wenn A und B zwei für dauernden sicheren Betrieb bestimmte Stationen sind, so muß die Wirkung ihrer Sender auf einen Wellenindikator, der für automatische Registrierung der Telegramme geeignet ist [445a], noch für bedeutend größere Entfernungen als A B genügen. Dann aber ist die Wirkung auch sicher genügend, um auf eine Entfernung, die nicht größer als A B ist, einen in ein einfaches Empfangssystem (Fig. 734) eingeschalteten telephonischen Wellenindikator zum Ansprechen zu bringen. Mit einem solchen können also die Telegramme jedenfalls aufgefangen werden*).

*) Daß gelegentlich von Stationen, die auf sehr große Entfernung berechnet waren, die Telegramme abgefangen wurden[353]), gehört nicht in diesen Zusammen-

Legt man es ferner darauf an, Telegramme anderer Stationen abzufangen, so kann mit sehr geringen Mitteln das Empfangssystem so eingerichtet werden, daß seine Wechselzahl etwa durch eine Spule von regulierbarer Selbstinduktion oder einen Kondensator von regulierbarer Kapazität innerhalb weiter Grenzen geändert werden kann. Da das Gebiet der für die drahtlose Telegraphie in Betracht kommenden Wechselzahlen durchaus nicht sehr groß ist — $5 \cdot 10^6$ ist wohl als oberste, $1 \cdot 10^6$ als unterste Grenze zu betrachten*) —, so kann der Empfangsapparat leicht auf alle in Betracht kommenden Wechselzahlen abgestimmt werden**).

b. Auch dagegen, daß böswillig durch irgend einen Sender der Verkehr zwischen zwei Stationen lahmgelegt wird, bietet die Benützung abgestimmter Apparate zur Zeit sicher noch keine Garantie***). Es liegt dies hauptsächlich an folgendem Grund.

Es sei im Empfänger Primärsystem und Sekundärsystem gut aufeinander abgestimmt. Läßt man darauf einen Sender wirken, der Wellen großer Amplitude wenn auch vielleicht ziemlich starker Dämpfung aussendet, benützt man z. B. einen einfachen Marconi-Sender mit großer Funkenlänge oder eine eng gekoppelte Braun'sche Anordnung, so bekommt man im Primärsystem des Empfängers zwei Schwingungen [**319**]. Die eine davon hat die Wechselzahl des Senders, die andere Wechselzahl und Dämpfung des Primärsystems im Empfänger. Die erste dieser beiden Schwingungen wirkt auf das Sekundärsystem des Empfängers nur sehr wenig [**319**], die zweite aber, die auf jeden Fall die Wechselzahl des mit dem Primärsystem abgestimmten Sekundärsystems hat, sehr stark. Sie kann unter Umständen nicht viel weniger stark wirken, als die Wellen des normalen

hang. Da solche Stationen stets fest gekoppelten Sender [**426**] haben, so geben sie kein Maß dafür, was auf gute Abstimmung berechnete Stationen leisten.

*) Ausgenommen Stationen für extrem große Entfernungen, die zum Teil mit noch niedrigeren Wechselzahlen arbeiten.

**) Die Gesellschaft für drahtlose Telegraphie gibt in ihrer Broschüre von 1904 an, daß ihre Normalkonstruktionen eine Veränderung der Wellenlänge um mehrere 100 % gestatten.

***) Bei Jachtrennen in England, bei denen Installationen für drahtlose Telegraphie, die von verschiedenen Gesellschaften herrührten, Verwendung finden sollten, ist durch eine derselben jeder drahtlose telegraphische Verkehr absichtlich lahmgelegt worden[354]). — Ebenso wurden gelegentlich eines Vortrags von J. A. Fleming, der die Wirkung und Vorteile der abgestimmten Apparate vorführte, die Versuche mit diesen Apparaten durch N. Maskelyne absichtlich gestört[355]). Es sollte ad oculos demonstriert werden, daß abgestimmte Apparate dagegen vorerst noch keinen Schutz bieten.

abgestimmten Senders. Um was sie durch ihre stärkere Dämpfung den Wellen des abgestimmten Senders nachsteht, das kann unter Umständen durch die relativ große Amplitude kompensiert werden. Wie weit sich dies praktisch vermeiden läßt dadurch, daß man künstlich die Dämpfung des Primärsystems im Empfänger herabsetzt [448d], ist mir nicht bekannt.

c. Für die Frage, wie weit die Aufgabe, zwei normale Stationen

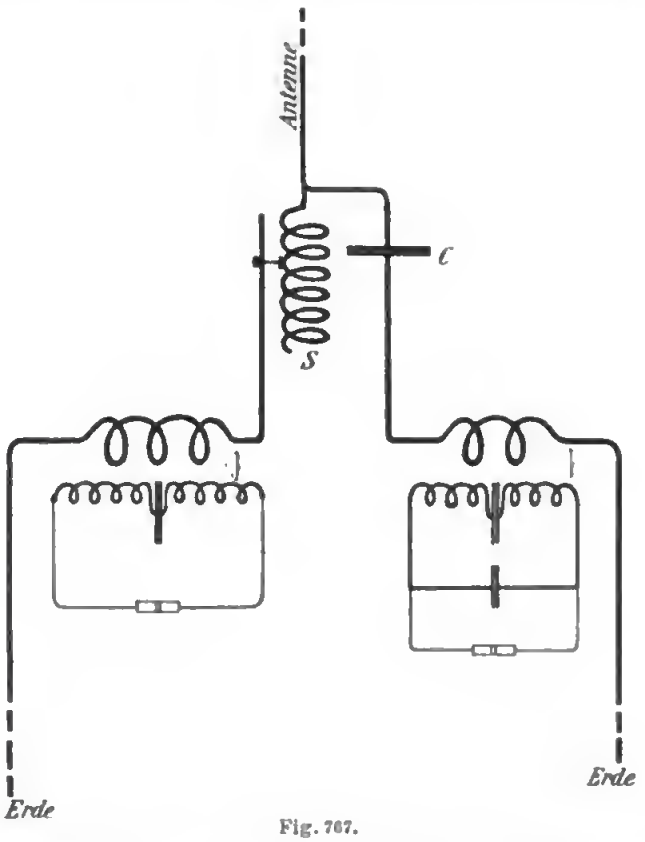


Fig. 767.

ohne gegenseitige Störung neben einander arbeiten zu lassen, bis jetzt gelöst ist, sind folgende Tatsachen instruktiv.

(1) Ungefähr 10 km von der für transatlantische Telegraphie bestimmten Poldhustation Marconi's, bei der ca. 21000 Watt zur Aussendung der Wellen benützt wurden, befand sich eine Empfangsstation auf Kap Lizard. Etwa 100 m von der Poldhustation entfernt war eine zweite Senderstation der Art, wie sie auf Schiffen verwendet werden, aufgebaut, die durch einen Induktor mit einem Aufwand von ca. 70 Watt gespeist wurde. In der Empfangsstation auf Kap Lizard waren an denselben Luftdraht zwei Empfangssysteme an-

geschlossen (Schaltung Fig. 767), eines abgestimmt auf die Wellen der Poldhustation, eines auf diejenigen der Schiffsstation. Die Telegramme beider Senderstationen wurden gleichzeitig aufgegeben und in der Empfangsstation gleichzeitig registriert. Die Riesenstation Poldhu störte also die Aufnahmen der Depeschen der kleineren Station nicht[356]*).

(2) Bei Gelegenheit eines Vortrags im Konferenzsaal der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft hat A. Slaby von einem in der technischen Hochschule in Charlottenburg aufgestellten Sender (Entfernung 4 km, Wellenlänge 640 m) und einem zweiten Sender, der sich in Schönweide 15 km entfernt befand und mit einer Wellenlänge von 240 m arbeitete, gleichzeitig Telegramme aufgenommen[357]).

(3) In Saßnitz auf Rügen war eine Empfangsstation der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie (System Prof. Braun und Siemens & Halske), 170 km davon entfernt die Senderstation Großmöllen derselben Gesellschaft, die nach Angabe von G. Eichhorn[358]) mit einer Wellenlänge von 300 m arbeitete. Außerdem befand sich 15 km von Saßnitz eine kräftige Senderstation an Bord S. M. S. Nymphe mit einer Wellenlänge von 350 m. Es war möglich, sowohl die Telegramme von Großmöllen als diejenigen der Nymphe gleichzeitig aufzunehmen auf zwei Empfangsapparaten, von denen der eine auf die Wellenlänge von Großmöllen, der andere auf diejenige der Nymphe abgestimmt war[358]).

Aus diesen Versuchen muß geschlossen werden, daß es unter Umständen möglich ist, drei Stationen, von denen jede im Wirkungskreis der anderen liegt, so abzustimmen, daß je zwei dieser Stationen mit einander verkehren können, ohne die dritte zu stören, daß eventuell auch ein gleichzeitiger Verkehr von zwei Stationen mit einer dritten möglich ist.

Es darf aber auch aus diesen Resultaten nicht zu viel geschlossen werden. Bei denselben waren jedenfalls zum Teil die Bedingungen möglichst günstig gewählt, die Wellenlängen der beiden Sender ziemlich verschieden (vgl. 2). Wenn aber viel mehr als drei Stationen störungsfrei neben einander arbeiten sollen, so ist es keinesfalls mehr möglich, daß zwischen den Wechselzahlen von zwei Stationen so große Unterschiede bestehen [a]. In neuester Zeit soll allerdings nach einer Angabe der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie die

*) Daß die Station Poldhu wirklich kräftige Wellen aussandte, wurde dadurch kontrolliert, daß die ca. 260 km davon entfernte Station Poole die Telegramme aufnehmen mußte und tatsächlich alle Telegramme bekam.

Schärfe der Abstimmung so weit verbessert worden sein, daß die Empfänger auf einen verhältnismäßig nahe gelegenen Sender nicht mehr ansprechen, wenn dessen Wechselzahl um 4 % verschieden ist von derjenigen des Empfängers.

Auf der anderen Seite aber kommen für die Frage, wie weit ein störungsfreier Verkehr mehrerer Stationen möglich ist, nicht nur physikalische und technische Gesichtspunkte in Betracht. Wenn man die Anlage der Stationen für drahtlose Telegraphie mehr einheitlich organisiert, als es bis jetzt der Fall ist*), so kann schon dadurch viel erreicht werden, daß der Wirkungskreis der Stationen auf das Notwendige beschränkt wird. Ebenso kann an Stellen, wo sehr viele Schiffe verkehren, z. B. in Deutschland an der Elbmündung, die Benützung der drahtlosen Telegraphie auf dringende Fälle reduziert werden. Ein Mittel, bei dem auch der unvernünftigste Gebrauch der drahtlosen Telegraphie keine Störungen hervorrufen kann, wird es wohl nie geben.

451. Verwendung ungedämpfter Schwingungen.

Der Grund dafür, daß die bisherige Abstimmung doch längst nicht so scharf ist, als es wünschenswert wäre, liegt in erster Linie daran, daß die Schwingungen des Senders noch zu stark gedämpft sind. Es wurde schon darauf hingewiesen [436], daß man deshalb versucht hat, ungedämpfte Schwingungen zu verwenden. Obwohl es bis jetzt nicht gelungen ist, ungedämpfte Schwingungen der notwendigen Wechselzahl oder Amplitude herzustellen, so besitzt doch die Frage Interesse, was auf diesem Wege im besten Falle erreicht werden kann.

a. Die in Betracht kommenden Beziehungen erhält man, wenn man in den Gleichungen von 448 b $\mathfrak{d}_1 = 0$ setzt. Es wird dann aus Gl. (3)

$$\frac{A_1}{A_{1r}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{\left(\frac{\mathfrak{d}_{21}}{2\pi}\right)^2}}},$$

aus Gl. (5)

$$\frac{A_2}{A_{2r}} = \frac{A_1}{A_{1r}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{\left(\frac{\mathfrak{d}_{22}}{2\pi}\right)^2}}},$$

**) Ein Anfang dazu ist in England gemacht durch die „Wireless Telegraphy Act 1904".

und an Stelle von Gl. (7) tritt dann

$$\frac{A_2}{A_{2r}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{x^2}{\left(\frac{b_{22}}{2\pi}\right)^2}\left[1+\frac{x^2}{\left(\frac{b_{21}}{2\pi}\right)^2}\right]}} \quad 359).$$

Trägt man wieder die Werte von x, d. h. dem relativen Unterschied zwischen der Wechselzahl des Senders und derjenigen des Empfängers als Abszissen auf, die zugehörigen Werte von $A_2 A_{2r}$ als Ordinaten, so erhält man als Resonanzkurve die stark ausgezogene

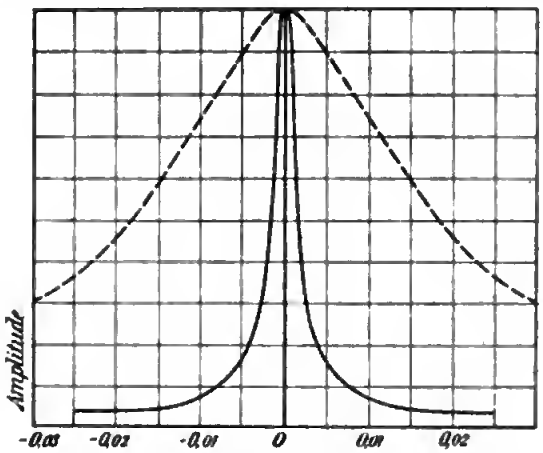


Fig. 768.

Kurve von Fig. 768, vorausgesetzt, daß das Dekrement des Primärsystems im Empfänger $b_{21} = 0{,}3$, dasjenige des Sekundärsystems $b_{22} = 0{,}005$ ist. Die ausgezogene Resonanzkurve von Fig. 768, die sich dort unter der Annahme eines Dekrements von 0,07 für den Sender ergeben hatte, ist gestrichelt eingetragen.

b. Der Vorteil, der durch ungedämpfte Schwingungen für die Schärfe der Abstimmung erreicht wird, ist nicht unbedeutend. Der Fortschritt, den die Verwendung ungedämpfter Schwingungen in der Schärfe der Abstimmung bedeutet, ist ganz ungefähr ebenso groß, wie derjenige, welchen die Braun'schen Anordnungen herbeiführten [448 c; vgl. Fig. 766 und 768]. Daß er nicht noch größer ist, liegt an der Dämpfung von Primär- und Sekundärsystem im Empfänger.

Die Dämpfung im Primärsystem des Empfängers sehr stark herabzudrücken, ist aber so lange nicht möglich, als man für die Antennen einzelne oder mehrere geradlinige Drähte benützt, die eine starke Strahlung besitzen. Man kann sie wesentlich reduzieren, wenn

man ganz oder teilweise aufgespulte Drähte eventuell mit eingeschalteten Kondensatoren [448d] verwendet, muß aber dann die geringere Wirkung solcher Drähte dadurch kompensieren, daß man die Amplitude der Senderschwingungen steigert. Das bedeutet eine Verschlechterung des Wirkungsgrads der ganzen Anordnung.

Auch mit der Verkleinerung der Dämpfung im Sekundärsystem des Empfängers gelangt man selbst dann, wenn dasselbe ein Kondensatorkreis ist, bald zu einer Grenze. Wohl kann man den Energieverlust in der Isolationsschicht des Kondensators durch Verwendung von Luftkondensatoren ausschliessen und den Energieverbrauch in der Strombahn durch Verwendung verseilter und verdrillter isolierter Drähte statt eines einzigen dicken Drahtes [235a und 238c] stark herabdrücken. Hat man das aber einmal getan, so machen sich Energieverluste, die sonst belanglos sind — Wirbelströme in den Kondensatorplatten, Energieabgabe an das Primärsystem auch bei losester Koppelung — doch so weit bemerkbar, daß man tatsächlich unter ein Dekrement von 0,005 wohl kaum weit herunterkommt.

c. Vorteile würde die Verwendung ungedämpfter Schwingungen bieten für Wellenindikatoren, die auf den Stromeffekt reagieren (Bolometer, Thermoelement). Bei ungedämpften Schwingungen von der Amplitude i_0 gilt für den Wärmeeffekt L_w in einem Draht mit dem effektiven Widerstand w [233 und 71a]

$$L_w = w \cdot \frac{i_0^2}{2},$$

bei gedämpften Schwingungen [244c]

$$L_w = b w \cdot \frac{i_0^2}{4\delta} = b w \cdot \frac{i_0^2}{2 n \mathfrak{d}}$$

(b = Anzahl der Entladungen pro Sekunde, δ = Dämpfungsfaktor, $\mathfrak{d}$ = Dekrement, n = Wechselzahl der Schwingung). Nimmt man, entsprechend den Verhältnissen bei einem Kondensatorkreis mit Funkenstrecke an $\mathfrak{d} = 0{,}07$ bei einer Wechselzahl $n = 3 \cdot 10^6/_{sec.}$, so wird

$$L_w = \frac{b \cdot w \cdot i_0^2}{2 \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot 0{,}07} = \frac{b \cdot w \cdot i_0^2}{0{,}42 \cdot 10^6}.$$

Setzt man voraus, daß 100 Entladungen pro Sekunde erfolgen, was bei Funken zwischen Metallkugeln schon viel zu viel ist [431a], so würde

$$L_w = w \cdot \frac{i_0^2}{2} \cdot \frac{1}{2100}.$$

Es ist also der Effekt bei der gedämpften Schwingung 2100mal kleiner als bei der ungedämpften derselben Amplitude, oder für denselben Effekt darf die Amplitude der ungedämpften Schwingung $\sqrt{2100} = 46$mal kleiner sein als bei der gedämpften. Genügt also ein auf den Effekt reagierender Indikator, z. B. ein Bolometer, bei der oben angenommenen gedämpften Schwingung für 10 km, so würde man bei Verwendung einer ungedämpften Schwingung derselben Amplitude auf 460 km telegraphieren können. Ungedämpfte Schwingungen würden also die Verwendung von Indikatoren wie das Bolometer in weit höherem Maße gestatten, als es bis jetzt wegen der relativ geringen Empfindlichkeit dieser Indikatoren möglich ist. Damit wäre aber ein erheblicher Vorteil wegen der übersichtlichen Bedingungen, die ein solcher Indikator für das Empfangssystem schafft, erreicht [402].

Man darf aber nicht außer acht lassen, daß man mit der Verwendung von relativ unempfindlichen Indikatoren, die auf den Gesamteffekt reagieren, und von ungedämpften Schwingungen einen großen Vorteil aufgeben würde, den die Benützung eines Kohärers — oder entsprechenden Indikators — und gedämpfter Schwingungen besitzt. Da der Kohärer auf außerordentlich kurz dauernde Erregungen anspricht, wenn sie nur stark genug sind, so ermöglicht er die Verwendung rasch ablaufender Schwingungen und damit sehr geringer Energiemengen. Der Kondensatorkreis I von **252c** z. B. würde als Primärsystem in einem gut gebauten Sender sicher für eine Telegraphie auf 100 km genügen. Nimmt man 20 Entladungen pro Sekunde an, was mehr als genügend wäre, so wäre der Energieverbrauch pro Sekunde $= 20 \cdot 0{,}5 \cdot 10^7$ C.G.S. $= 10^8$ C.G.S. $= 10$ Watt. Das ist nur etwa $^1/_{10}$ der Energie, die eine 32kerzige Glühlampe braucht.

d. Aber auch, wenn man dieselben empfindlichen Indikatoren verwendet, wie bei gedämpften Schwingungen, stellt sich die Benützung ungedämpfter Schwingungen als unökonomisch dar.

Zwar kann die Amplitude $\mathfrak{A}_1$ der Wellen, wenn sie ungedämpft sind, kleiner sein als diejenige $\mathfrak{A}_2$ von gedämpften Wellen. Es ist unter den Voraussetzungen und aus den Beziehungen von **448b** leicht abzuleiten, daß

$$\frac{\mathfrak{A}_1}{\mathfrak{A}_2} = \frac{\mathfrak{b}_{21} \cdot \mathfrak{b}_{22}}{(\mathfrak{b}_{21} - \mathfrak{b}_1)(\mathfrak{b}_1 - \mathfrak{b}_{22})}$$

sein muß, damit die Amplitude im Sekundärsystem des Empfängers in beiden Fällen gleich groß ist. Nimmt man dieselben Werte für die Dekremente an, wie in **a**, so folgt

$$\frac{\mathfrak{A}_1}{\mathfrak{A}_2} = \text{ca. } \frac{1}{10},$$

d. h. auch bei ungedämpften Wellen müßte die Amplitude doch ca. $^1/_{10}$ der Amplitude bei gedämpften Wellen sein.

Danach müßte [c] die Energie, die bei gedämpften Schwingungen auszustrahlen ist, mindestens ca. 21mal größer sein als bei Schwingungen vom Dekrement 0,07.

Der Schluß, den solche freilich nur ganz qualitative Ueberlegungen nahe legen, ist der: auch wenn es gelingen sollte, ungedämpfte Schwingungen von genügend großer Wechselzahl und Amplitude herzustellen, müßte ihre Verwendung auf solche Fälle beschränkt bleiben, wo ohne Rücksicht auf die Kosten eine möglichst scharfe Abstimmung erzwungen werden soll.

e. Dazu kommt noch ein schwerwiegendes Bedenken gegen die Verwendung ungedämpfter Schwingungen. Eine so scharfe Abstimmung, wie sie in der ausgezogenen Resonanzkurve von Fig. 768 ausgesprochen ist, erfordert eine Konstanz der Wechselzahlen im Empfänger und Sender bis auf Bruchteile von einem Prozent. Die bisher bekannten Methoden, um ungedämpfte Schwingungen herzustellen, leisten dies gewiß nicht. Und selbst im Empfänger scheint es zweifelhaft, ob man — wenigstens bei den jetzigen Konstruktionen — eine solche Konstanz immer garantieren kann.

452. Mechanische Abstimmung.

Da die elektromagnetische Abstimmung noch nicht alles Wünschenswerte leistet, so sind eine Reihe von Vorschlägen gemacht worden, um durch eine mechanische Abstimmung zum Ziele zu gelangen. Bei den meisten dieser Vorschläge, auf deren zum Teil sehr komplizierte Einzelheiten hier nicht eingegangen werden soll, ist das Prinzip das, daß auf der Senderstation die Entladungen in ganz bestimmten Intervallen erfolgen, während die Empfangsstation nur auf solche Wellen reagiert, die in diesen Intervallen ankommen.

Die einfachste Form [360]) ist die folgende. Der Unterbrecher auf der Senderstation hat eine bestimmte konstante Unterbrechungszahl, was durch einen Stimmgabelunterbrecher oder auch durch einen Motorunterbrecher mit gut regulierter Tourenzahl erreicht wird. Auf der Empfangsstation ist mit dem Wellenindikator ein Telephon, dessen Membrane dieselbe Schwingungszahl hat, oder ein Vibrationsgalvanometer der betreffenden Schwingungszahl verbunden. Da die Dämpfung einer geeigneten Metallmembran oder eines Vibrationsgalvanometers

ziemlich weit herabgedrückt werden kann, so kommen sie nur dann in Schwingungen großer Amplitude*), wenn die Entladungen des Senders dieselbe Periode haben, wie ihre Eigenschwingungen. Auf Entladungen, deren Periode nur wenig davon abweicht, reagieren sie so gut wie gar nicht.

Natürlich kann mit der mechanischen Abstimmung noch eine elektrische verbunden sein, so daß man eine doppelte Sicherung gegen Störungen hat.

453. Orientierte Empfänger[361]).

Einen Empfänger zu konstruieren, der nur solche Wellen aufnimmt, die aus einer bestimmten Richtung ankommen, ist auf zwei verschiedene Arten versucht worden.

a. Bei einer derselben, die in Fig. 769 oder 770 abgebildet ist, wird die mit einem Kondensatorkreis gekoppelte Antenne nicht vertikal

Fig. 769.

in die Höhe geführt, sondern so, daß sie einen kleinen Winkel**) gegen den Erdboden bildet. Ein solcher Empfänger spricht am stärksten an auf Wellen, deren Fortpflanzungsrichtung in der durch den

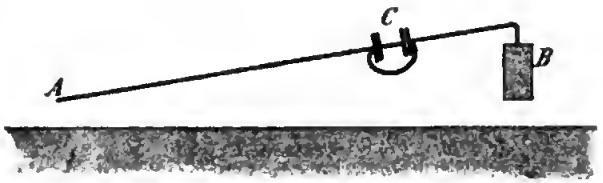


Fig. 770.

Empfänger gehenden Vertikalebene liegt, auf Wellen, die senkrecht dazu sich fortpflanzen, nicht oder nur sehr wenig (Versuche von F. Braun).

*) Bis sie aber einigermaßen große Amplitude bekommen, dauert es so lange, daß ein schnelles Telegraphieren sich bis jetzt als unmöglich erwiesen hat.

**) Bei den Versuchen etwa 5°.

b. Zwei vertikal geführte Antennen von je $\frac{1}{4}$ der Wellenlänge des Senders sind durch einen horizontalen Draht von einer halben Wellenlänge verbunden. In der Mitte derselben sitzt der Kohärer (Fig. 771). Dieser Empfänger spricht nicht an auf Wellen, die senk-

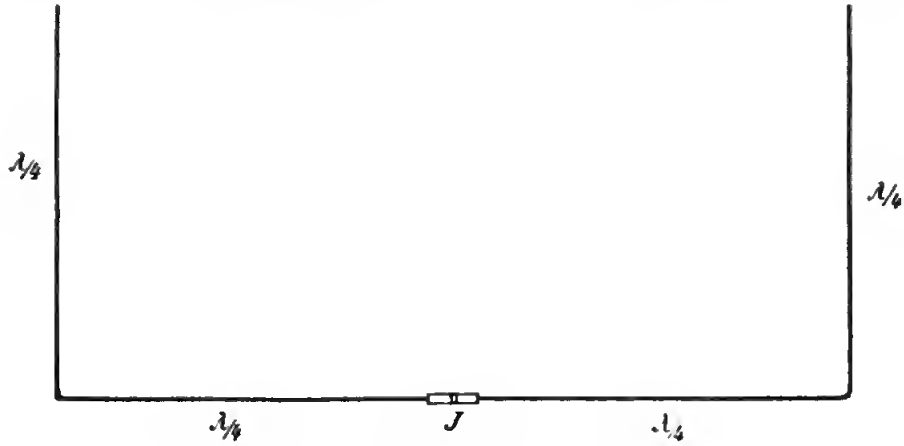


Fig. 771.

recht zur Ebene der ganzen Anordnung auftreffen; er spricht umso besser an, je mehr die Anordnung in der Richtung der Fortpflanzung liegt (Versuche von F. Braun und von Sigsfeld).

Mit beiden Anordnungen sind bis jetzt, wie es scheint, nur orientierende Versuche gemacht worden.

Kapitel XXII.

Die Eigenschaften elektromagnetischer Wellen[362]).

§ 1. Ebene Wellen in homogenem Medium.

454. Allgemeines.

In Kapitel XVIII hatten wir ebene elektromagnetische Wellen kennen gelernt, wie sie ein Hertz'scher Oszillator oder ähnliche andere elektrische Oszillatoren aussenden. Eine wesentliche Eigenschaft derselben war die, daß die elektrische und magnetische Feldintensität senkrecht zu einander und beide senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung der Welle sind. Dieselbe Eigenschaft besaßen auch die Wellen, die sich längs Drähten fortpflanzen (Kap. XVII), trotzdem sie sich im übrigen unter ganz anderen Verhältnissen befanden. Es liegt deshalb die Vermutung nahe, daß diese Eigenschaft mit der besonderen Art, wie die elektromagnetischen Wellen hergestellt werden, nicht zusammenhängt, sondern eine notwendige Eigenschaft aller elektromagnetischen Wellen ist.

Das ist, wie die Theorie zeigt, in der Tat der Fall. Bei jeder beliebigen ebenen elektromagnetischen Welle in einem homogenen, nicht kristallinischen Medium sind

(1) die elektrische und magnetische Feldintensität senkrecht zu einander*),

(2) beide Feldintensitäten senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung der Welle.

Alle ebenen elektromagnetischen Wellen im homogenen isotropen Medium sind also im angegebenen Sinn Transversalwellen.

*) Daß die elektrische und magnetische Feldintensität senkrecht zu einander sein müssen, läßt sich aus **35 b** und **29 d** elementar entwickeln.

455. Ebene Wellen in Isolatoren.

Die elektrische Feldintensität liege in der Ebene ACC_1A_1, die magnetische in der Ebene ACC_2A_2, beide senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung AC, so daß die Ebenen senkrecht zu AC Wellenflächen sind [391 d]. E und M sollen in der Richtung der ungefiederten Pfeile von Fig. 772 als positiv gerechnet werden.

Man betrachte das Rechteck abcd, dessen Seite $ab = cd = s$ sehr klein, dessen Seite $bc = da = l$ sei. Längs der Peripherie

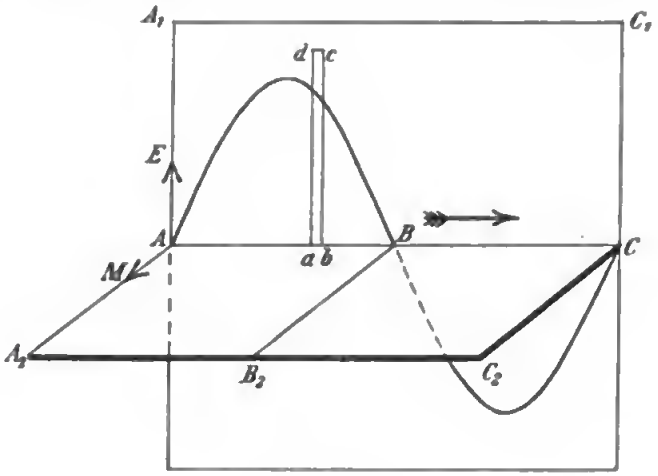


Fig. 772.

dieses Rechtecks wird durch den senkrecht durch das Rechteck hindurchtretenden magnetischen Induktionsfluß Q_m eine EMK $\mathfrak{E}$ induziert und zwar ist

$$\mathfrak{E} = -\frac{1}{v} \cdot Q'_m = -\frac{1}{v} \cdot l\,s \cdot \mu M' \text{ [37 und 16]},$$

wenn M die magnetische Feldintensität an der betreffenden Stelle, μ die Permeabilität des Mediums bezeichnet. Dabei ist $\mathfrak{E}$ nach der Korkzieherregel in dem Umlaufssinn abcd als positiv zu zählen.

Andererseits ist

$$\mathfrak{E} = l\,(E_b - E_a),$$

wenn E_b bezw. E_a die elektrische Feldintensität an der Stelle b bezw. a und demnach auch in der durch b bezw. a gehenden Wellenfläche ist. Denn die EMK $\mathfrak{E}$ längs der Peripherie des Rechtecks setzt sich zusammen aus

(1) der Spannung von a gegen $b - = 0$, da ab senkrecht zu den elektrischen Intensitätslinien ist [10a],

(2) der Spannung von b gegen $c = E_b \cdot l$ [4a],

(3) der Spannung von d gegen $c = 0$ aus demselben Grunde wie (1),

(4) der Spannung von d gegen $a = -E_a \cdot l$ [4a].

Aus den beiden Gleichungen für $\mathfrak{S}$ folgt aber:

$$\frac{E_a - E_b}{s} = \frac{1}{v} \cdot \mu M' \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Wäre man von der magnetischen Feldintensität statt von der elektrischen ausgegangen, so hätte man in genau derselben Weise erhalten:

$$\frac{M_a - M_b}{s} = \frac{1}{v} \cdot \varepsilon E' \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

a. Phasenverhältnisse.

Aus den Gl. (1) und (2) folgt in genau derselben Weise wie aus den entsprechenden Beziehungen in **372** bezw. **373b**, daß die elektrische und magnetische Welle gleichphasig sein müssen.

b. Energieströmung (Strahlung).

Die Gleichphasigkeit von magnetischer und elektrischer Welle einerseits, andererseits die Tatsache, daß elektrische und magnetische Feldintensität senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung stehen, hat zur Folge, daß die Richtung der Strahlung stets senkrecht zur Wellenfläche ist und auch dem Vorzeichen nach mit der Fortpflanzungsrichtung zusammenfällt.

c. Absorption.

So lange im Isolator eine dielektrische Hysteresis nicht vorhanden ist, was im vorhergehenden stillschweigend vorausgesetzt war, sind auch keinerlei Energieverluste vorhanden. Es muß also die ganze Energie, welche eine Wellenfläche passiert, auch durch alle anderen hindurchgehen und demnach die Amplitude der Strahlung

$$\Sigma_0 = v \cdot E_0 M_0 \quad [394c]$$

und damit auch die Amplitude der elektrischen und magnetischen Feldintensität überall dieselbe sein. Eine Absorption ist nicht vorhanden.

d. Amplitudenverhältnis.

Nach **373** Gl. (8) ist eine unmittelbare Folge der Gl. (1) oben

$$E_0 = \frac{\omega}{v} \cdot \mu M_0 \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

der Gl. (2)

$$M_0 = \frac{\omega}{v} \cdot \varepsilon E_0, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

worin E, M die elektrische bezw. magnetische Feldintensität an einer beliebigen Stelle und ω die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle bedeutet. Dividiert man beide Gleichungen durch einander, so erhält man

$$\frac{E_0}{M_0} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Es ist dieselbe Beziehung, die wir schon früher bei elektromagnetischen Wellen längs Drähten erhalten hatten [**378 b**]. Sie zeigt, daß das Verhältnis zwischen der Amplitude der elektrischen und magnetischen Feldintensität nur abhängt von der Dielektrizitätskonstanten und der Permeabilität des Mediums, dagegen unabhängig ist von der Wechselzahl der Schwingung.

e. Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

Durch Multiplikation der Gl. (3) und (4) erhält man

$$\omega = \frac{v}{\sqrt{\varepsilon \mu}}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ebener Wellen in einem Isolator ist unabhängig von der Wechselzahl der Schwingung und ausschließlich bestimmt durch die Dielektrizitätskonstante und Permeabilität des Isolators, und zwar ist sie umso kleiner, je größer diese beiden Konstanten sind.

Man erhält also auch für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit genau dieselbe Beziehung wie für die elektromagnetischen Wellen längs Drähten, die sich in einem Isolator befinden [**374 b**]. Es ist diese Uebereinstimmung nicht auffällig, wenn man bedenkt, daß elektromagnetische Wellen längs Drähten nur eine besondere Form elektromagnetischer Wellen in Isolatoren darstellen [**380 a**].

Setzt man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im leeren Raum (Luft) $= \omega_0$, wo

$$\omega_0 = \frac{v}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

ist, so kann die Gl. (6) geschrieben werden

$$\omega = \omega_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \cdot \frac{\mu}{\mu_0}}}.$$

456. Ebene Wellen in Leitern.

a. Von den Beziehungen für Isolatoren bleibt für Leiter bestehen, daß die Wellen Transversalwellen sind [**454**].

b. Verschieden aber von den Verhältnissen bei Isolatoren ist:

(1) Die elektrische und magnetische Feldintensität sind nicht gleichphasig.

(2) Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist nicht unabhängig von der Wechselzahl und stets kleiner als $v/\sqrt{\varepsilon\mu}$.

(3) die Amplituden der elektrischen und magnetischen Feldintensität stehen zu einander in der Beziehung

$$\frac{E_0}{M_0} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{1+\left(\frac{\sigma}{\pi n \varepsilon}\right)^2}}, \quad \ldots \quad (1)$$

ihr Verhältnis hängt also hier nicht nur ab von der Dielektrizitätskonstante und der Permeabilität, sondern auch vom Leitungsvermögen σ.

(4) Die Wellen werden zum Teil im Leiter absorbiert. Das muß eintreten, da in einem Leiter die elektrische Feldintensität eine Strömung und damit eine Wärmeentwicklung zur Folge hat.

c. Im allgemeinen sind die Beziehungen für Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Absorption nicht ganz einfach. Sie werden es in zwei Grenzfällen:

(1) Das Leitvermögen des Körpers so klein, daß $\pi n \varepsilon/\sigma$ sehr groß ist (für Wechselzahlen über $10^6/_{\text{sec}}$. z. B. schlecht leitende Elektrolyte [**259b**]).

Dann ist annähernd die Fortpflanzungsgeschwindigkeit wie bei Isolatoren

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

und der Absorptionskoeffizient

$$\alpha = \frac{\sigma}{2v} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}},$$

also umso größer, je größer das Leitvermögen ist.

(2) Das Leitvermögen des Körpers so groß, daß $\pi n \varepsilon/\sigma$ sehr *klein* ist [**68a**]. Dann ist annähernd

$$\omega = \frac{\pi n}{\sqrt{\frac{\pi n \sigma \mu}{2v^2}}}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\pi n \sigma \mu}{2v^2}}.$$

457. Zerlegung und Zusammensetzung ebener Wellen.

Eine ebene elektromagnetische Welle, deren elektrisches und magnetisches Feld in jedem Punkte ein reines Wechselfeld ist, — was bei den bis jetzt betrachteten Wellen immer zutraf — soll von jetzt an mit Rücksicht auf den Sprachgebrauch der Optik als *„geradlinig polarisiert"* bezeichnet werden.

a. Eine solche geradlinig polarisierte Welle pflanze sich senkrecht zur Zeichenebene von Fig. 773 fort. Ihre elektrische bezw.

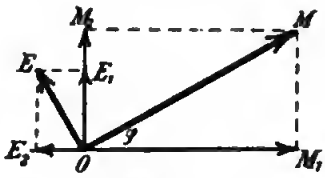


Fig. 773.

magnetische Feldintensität habe die Richtung E bezw. M in Fig. 773. Beide lassen sich dann in zwei zu einander senkrechte Komponenten E_1, E_2 bezw. M_1, M_2 zerlegen und es stellt dann E_1 zusammen mit M_1, ebenso E_2 zusammen mit M_2*) eine mögliche elektromagnetische Welle, demnach die Wellen $\left.\begin{matrix} E_1, & M_1 \\ E_2, & M_2 \end{matrix}\right\}$ eine mögliche Zerlegung der ursprünglichen Welle E, M dar. Denn es ist, wie man sich leicht überzeugt

(1) in beiden Wellen $E \perp M$,

(2) $E_0/M_0 = \sqrt{\mu/\varepsilon}$,

(3) die Strahlung in jeder der beiden Wellen von derselben Richtung und demselben Vorzeichen und in beiden zusammen von derselben Größe wie in der ursprünglichen Welle.

Man kann also jede ebene, geradlinig polarisierte Welle zerlegen in zwei gleichphasige ebene Wellen, deren elektrische bezw. magnetische Feldintensitäten senkrecht auf einander stehen oder, wie gewöhnlich gesagt wird, die *„senkrecht zu einander polarisiert"* sind.

b. In derselben Weise können zwei geradlinig, aber senkrecht zu einander polarisierte Wellen derselben Wechselzahl, Fortpflanzungsrichtung und Phase zusammengesetzt werden zu einer einzigen geradlinig polarisierten Welle.

c. Wenn zwei geradlinig, aber senkrecht zu einander polarisierte Wellen dieselbe Wechselzahl und Fortpflanzungsrichtung, aber ver-

*) Nicht aber E_1 mit M_2 oder E_2 mit M_1.

schiedene Phase haben, so erhält man an irgend einer Stelle des Raumes zwei elektrische (und magnetische), zu einander senkrechte Felder von derselben Wechselzahl, aber verschiedener Phase. Sowohl das elektrische als das magnetische resultierende Feld enthält dann eine Drehfeldkomponente [**170**]. Eine Braun'sche Röhre, auf welche man das elektrische oder magnetische Feld wirken ließe, würde im allgemeinen Fall eine Ellipse zeigen [**60** und **170**]. Die resultierende Welle wird in diesem Fall als *„elliptisch polarisiert"* bezeichnet.

In dem speziellen Fall, wenn die Amplituden gleich sind und die Phasendifferenz zwischen den beiden Wellen 90° beträgt, würde auf der Braun'schen Röhre ein Kreis erscheinen. Das elektrische und magnetische Feld ist ein einfaches Drehfeld [**166**], die resultierende Welle wird *„zirkular polarisiert"* genannt.

§ 2. Ebene Wellen an der Grenze zweier homogener Medien.

458. Notwendigkeit einer Reflexion.

a. Es möge eine ebene geradlinig polarisierte Welle in einem homogenen isotropen Isolator erzeugt werden und dann auf die Oberfläche eines zweiten homogenen und isotropen Isolators s e n k r e c h t auffallen. Die Dielektrizitätskonstanten bezw. Permeabilitäten der beiden Medien seien ε_1, ε_2 und μ_1, μ_2. Nach **455** muß dann für die Amplituden der Wellen in beiden Medien die Beziehung bestehen

$$\begin{aligned} \frac{E_{10}}{M_{10}} &= \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} \\ \frac{E_{20}}{M_{20}} &= \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}} \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Andererseits aber müssen an der Grenzfläche die Feldintensitäten in einander übergehen; es muß also an der Grenzfläche immer sein

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 \\ M_1 &= M_2. \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Die Annahme, daß die Welle ohne jede Aenderung als geradlinig polarisierte ebene Welle in das zweite Medium fortschreite, ist also keinesfalls richtig. Denn aus Gl. (2) folgt unter dieser Annahme

$$\begin{aligned} E_{10} &= E_{20} \\ M_{10} &= M_{20}, \end{aligned}$$

eine Beziehung, die mit Gl. (1) im allgemeinen unverträglich ist.

b. Fällt die Welle aus dem ersten Medium schief auf die Oberfläche des zweiten, so tritt an Stelle von Gl. (2) die Bedingung

$$\begin{aligned} E_{1g} &= E_{2g} \\ M_{1g} &= M_{2g} \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

wenn E_g bezw. M_g die Komponente der Feldintensität längs der Grenzfläche bedeutet. Hier existiert allerdings ein ganz bestimmter Fall, wo die Gl. (1) und (3) mit einander verträglich sind, wo also die Welle ohne Aenderung aus dem einen Medium in das andere übergehen kann [**461**]. Im allgemeinen sind aber die Bedingungen Gl. (1) und (3) nicht mit einander verträglich, wenn angenommen wird, daß die Welle ohne weiteres von einem Medium zum anderen übergehe.

Dasselbe gilt, wenn eines der beiden Medien oder beide Leiter sind [**456**].

c. Die Verhältnisse liegen ganz ähnlich wie in **387**. Es ist anzunehmen, daß wie dort auch hier die Schwierigkeit sich dadurch löst, daß nicht, wie angenommen war, die ganze Welle in das zweite Medium eindringt, sondern ein Teil der Welle in das erste zurückkehrt, an der Grenzfläche reflektiert wird. Das bestätigt Erfahrung und Theorie.

459. Reflexion zwischen Isolatoren.

a. In dem einfachsten Fall, wenn eine ebene Welle von einem homogenen, isotropen Isolator auf die ebene Grenzfläche eines zweiten ebenfalls homogenen und isotropen Isolators auftrifft, zeigt die Theorie, wenn vorerst der Fall der Totalreflexion [S. 918 Fußnote] ausgeschlossen wird:

(1) Die reflektierte Welle ist stets ebenfalls eine ebene Welle.

(2) Die reflektierte Welle ist geradlinig polarisiert, wenn die einfallende es war.

b. Bezüglich der Richtung der reflektierten Welle im Verhältnis zur einfallenden läßt sich aus **a** ableiten, daß die Schnittlinie einer Wellenebene der einfallenden Welle und einer Wellenebene der reflektierten Welle parallel der Grenzfläche der beiden Isolatoren sein muß.

Angenommen, es sei nicht der Fall. Dann muß (Fig. 774) die Schnittgerade G H der einfallenden Wellenebene F_1 G H und der reflektierten Wellenebene F_2 G H in einem Punkt H die Grenzfläche A B C D der beiden Isolatoren schneiden. Tritt bei der Reflexion keine Phasenveränderung ein*), so muß in H die Schwingung der

*) Tatsächlich tritt keine ein. Der folgende Beweis würde aber mit ganz geringer Aenderung auch dann noch gelten, wenn eine Phasenverschiebung einträte.

einfallenden und der reflektierten Welle dieselbe Phase haben. Da die Schwingung der einfallenden Welle in den Punkten F_1 und H, die derselben Wellenebene der einfallenden Welle angehören, gleichphasig sein muß [391 d], so muß dasselbe auch für die Schwingung der

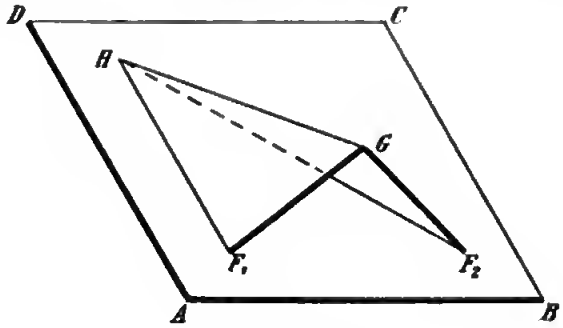


Fig. 774.

reflektierten Welle in F_1 und H gelten. Andererseits aber kann die Schwingung der reflektierten Welle in F_1 und H nicht gleichphasig sein, da die beiden Punkte auf verschiedenen Wellenebenen der reflektierten Welle liegen. Dieser Widerspruch zeigt die Unrichtigkeit der Annahme. Die Schnittlinie einer Wellenebene der einfallenden Welle und einer Wellenebene der reflektierten Welle kann die Grenzfläche der beiden Isolatoren nicht schneiden, muß ihr also parallel sein.

b. Man kann das Resultat noch etwas anders darstellen. Man denke sich (Fig. 775) eine Ebene $F_1 G F_2$ gelegt senkrecht zur

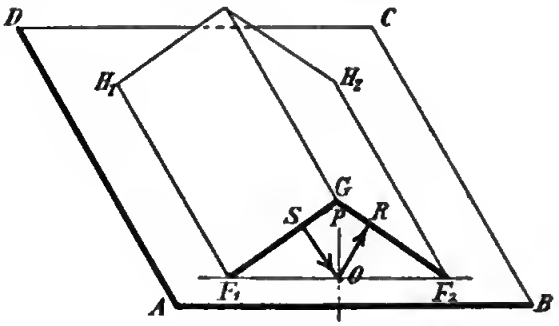


Fig. 775.

Trennungsebene ABCD der beiden Isolatoren und senkrecht zu der Wellenfläche $F_1 G H_1$ der einfallenden und damit auch senkrecht zur Wellenfläche $F_2 G H_2$ der reflektierten Welle. Im Punkt O werde dann ein Lot OS gefällt auf die einfallende Wellenfläche $F_1 G H_1$ und eines (OR) auf die reflektierte Wellenfläche $F_2 G H_2$. Dann ist SO die Richtung, in welcher bei der einfallenden Welle die Strahlung

erfolgt [455 b], ebenso OR die Richtung der Strahlung bei der reflektierten Welle. Es werde nun SO als ein „*Strahl*" der einfallenden, OR ein Strahl der reflektierten Welle, und zwar, wie es allgemein üblich ist, SO der im Punkt O „*einfallende Strahl*", OR der „*reflektierte Strahl*" genannt. Endlich werde noch in O ein Lot OP auf die Grenzfläche ABCD der beiden Isolatoren errichtet; es wird allgemein als das „*Einfallslot*" des Strahls SO bezeichnet. Es müssen dann nach a SO, OR und OP in der Ebene F_1GF_2 liegen und man kann das Ergebnis auch so aussprechen: Die Reflexion erfolgt so, daß der einfallende, der reflektierte Strahl und das Einfallslot in einer Ebene, der „*Einfallsebene*", liegen.

c. Der einfallende Strahl SO (Fig. 776) bilde mit dem Einfallslot OP den „*Einfallswinkel*" φ, der reflektierte Strahl OR mit dem

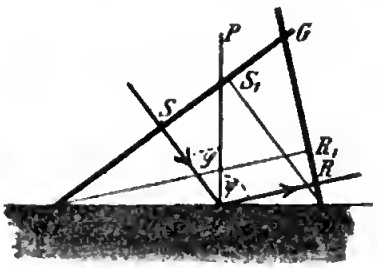


Fig. 776.

Einfallslot den „*Reflexionswinkel*" ψ. F_1G sei der Schnitt der Wellenebene der einfallenden Welle mit der Einfallsebene, F_2G dasselbe für die reflektierte Welle. Zu dem Strahl der in F_1 die Grenzfläche trifft, gehört als reflektierter Strahl F_1R_1 ($F_1R_1 \perp F_2G$); der Strahl, der in F_2 die Grenzfläche trifft, ist S_1F_2 ($S_1F_2 \perp F_1G$). Da die Schwingung der einfallenden Welle in F_1 und S_1 gleichphasig ist, ebenso die Schwingung der reflektierten Welle in R_1 und F_2, so muß die Phasendifferenz zwischen den Punkten S_1 und F_2 und andererseits zwischen F_1 und R_1 gleich, demnach*) [360] auch

$$F_1R_1 = S_1F_2$$

sein. Da außerdem

$$F_1R_1 = F_1F_2 \cdot \sin\psi$$
$$S_1F_2 = F_1F_2 \cdot \sin\varphi$$

ist, so folgt $\sin\varphi = \sin\psi$ oder

$$\varphi = \psi,$$

d. h. der Reflexionswinkel ist gleich dem Einfallswinkel.

*) Da die Lage von F_1 und F_2 ganz beliebig ist. An sich könnte sich auch F_1R_1 von S_1F_2 um eine ganze Zahl von Wellenlängen unterscheiden.

d. Das Verhältnis, in dem die Amplitude der reflektierten Welle zur einfallenden steht, hängt, wie die Theorie zeigt, von der Permeabilität und Dielektrizitätskonstante der beiden Medien, außerdem aber auch noch vom Einfallswinkel und der Richtung der elektrischen bezw. magnetischen Feldintensität der einfallenden Welle (dem Polarisationszustand der Welle) ab.

Bei senkrechtem Einfall (Einfallswinkel $\varphi = 0$) gilt

$$\frac{A_r}{A} = \frac{1 - a}{1 + a},$$

wenn A_r die Amplitude der reflektierten, A diejenige der einfallenden Welle bezeichnet und zur Abkürzung

$$a = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1} \cdot \frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}$$

gesetzt ist. Da bei Isolatoren annähernd $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ [15e] ist, so wird annähernd

$$a = \sqrt{\varepsilon_1/\varepsilon_2}.$$

Ist a sehr groß oder klein gegen 1, d. h. sind die Dielektrizitätskonstanten der beiden Isolatoren sehr verschieden, so wird annähernd $A_r/A = 1$, die Welle wird fast vollkommen reflektiert. Wenn z. B. eine Welle aus Luft auf eine Wasseroberfläche fällt, so ist [Tab. I]

$$\frac{A_r}{A} = \frac{1 - \frac{1}{9}}{1 + \frac{1}{9}} = 0{,}8,$$

die Amplitude der reflektierten Welle 80 % der auffallenden.

460. Brechung in Isolatoren.

a. Für denjenigen Teil der einfallenden Welle, der tatsächlich von dem ersten Isolator in den zweiten eindringt, die sog. *„gebrochene Welle"*, zeigt die Theorie:

(1) Wenn der Fall der Totalreflexion nicht vorliegt (S. 918 Fußnote), ist die gebrochene Welle ebenfalls eine ebene Welle und geradlinig polarisiert, wenn die einfallende es war.

(2) Im Fall der Totalreflexion dringt die Welle in den zweiten Isolator ein, aber es findet keine dauernde Energieströmung aus dem ersten Isolator in den zweiten statt; die Energie pendelt nur durch die Grenzfläche hin und her. Dieser Fall soll im folgenden von der Betrachtung ausgeschlossen werden.

b. In derselben Weise wie in **459** kann aus **a** 1 abgeleitet werden, daß der gebrochene Strahl mit dem einfallenden und dem Einfallslot in einer Ebene liegt.

c. Es sei SO der einfallende Strahl (Fig. 777), OB der gebrochene. Der erste bilde mit dem Einfallslot den Einfallswinkel φ_1, der zweite den *„Brechungswinkel"* φ_2*). F_1G sei ein Durchschnitt einer einfallenden, F_2C einer gebrochenen Wellenebene**). Es muß

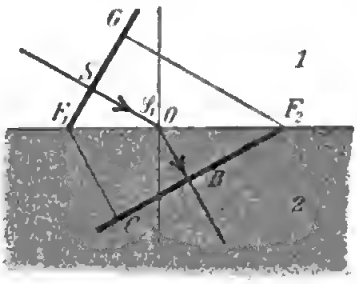


Fig. 777.

dann die Schwingung der einfallenden Ebene in F_1 und G, ebenso die Schwingung der reflektierten Welle in F_2 und C gleichphasig sein [**391 d**]. Nun ist die Phasendifferenz zwischen G und F_2 proportional der Anzahl Wellenlängen zwischen G und F_2, diejenige zwischen F_1 und C proportional der Anzahl Wellenlängen zwischen F_1 und C. Da die Phasendifferenz zwischen F_2 und G dieselbe sein soll wie zwischen F_1 und C, so muß, falls die Länge GF_2 k Wellenlängen enthält, auch die Strecke F_1C k Wellenlängen lang sein, oder es muß sein

$$G F_2 = k \lambda_1$$
$$F_1 C = k \lambda_2,$$

wenn λ_1, λ_2 die Wellenlängen in den beiden Medien sind.

Andererseits ist aber

$$G F_2 = F_1 F_2 \cdot \sin \varphi_1$$
$$F_1 C = F_1 F_2 \cdot \sin \varphi_2.$$

Es wird also

$$\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

*) In Fig. 777 nicht bezeichnet. Vgl. Fig. 778.

**) Es ist $F_2G \perp F_1G$ und $F_1C \perp F_2C$ gezogen.

Der Sinus des Reflexionswinkels steht zum Sinus des Einfallswinkels in einem konstanten Verhältnis, das durch die Wellenlängen bezw. Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in beiden Medien bestimmt ist.

Im Anschluß an die Bezeichnung der Optik soll

$$n_{12} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \text{*)} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

als „*Brechungsexponent*" des zweiten gegen das erste Medium bezeichnet werden. Als Brechungsexponent (n) schlechthin wird der Brechungsexponent des betreffenden Mediums gegen das Vakuum (oder, was annähernd dasselbe ist, gegen Luft) verstanden, also

$$n = \frac{\omega_0}{\omega}, \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

wenn ω die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in dem betreffenden Medium ist.

Die Gl. (2) und (3) zusammen mit Gl. (6) von **455** liefern also das Resultat

$$n_{12} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \mu_2}{\varepsilon_1 \mu_1}}$$
$$n = \sqrt{\frac{\varepsilon \mu}{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

Das Resultat ist also: Ebene Wellen werden beim Uebergang von einem Isolator zum anderen so gebrochen, daß der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels in einem konstanten Verhältnis (Brechungsexponent) steht. Dieser Brechungsexponent ist nur durch die Dielektrizitätskonstanten und Permeabilitäten der beiden Medien bestimmt, von der Wechselzahl der Schwingung dagegen unabhängig.

d. Auch für die Amplitude der reflektierten Welle im Verhältnis zur Amplitude der einfallenden ist, wie die Theorie zeigt, maßgebend Permeabilität und Dielektrizitätskonstante der beiden Medien, außerdem aber auch noch der Einfallswinkel und die Richtung der elektrischen bezw. magnetischen Feldintensität bezüglich der Einfallsebene (Polarisationszustand der Welle).

*) Daraus $\sin \varphi_2 = \frac{\sin \varphi_1}{n_{12}}$. Wenn $\frac{\sin \varphi_1}{n_{12}} > 1$ ist, so erhält man keinen reellen Winkel φ_2: Fall der *Totalreflexion*.

461. Der Polarisationswinkel bei zwei Isolatoren.

Ein spezieller Fall ist von besonderem Interesse. Auf die ebene Grenzfläche zweier Isolatoren soll vom ersten Medium aus eine Welle einfallen von der Eigenschaft, daß

(1) die elektrische Feldintensität in der Einfallsebene liegt,

(2) der Einfallswinkel derartig ist, daß der gebrochene und der reflektierte Strahl senkrecht zu einander sind, d. h. daß (Fig. 778)*)

$$\varphi_1 = 90 - \varphi_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

oder

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = n_{12} \qquad \text{ist.}$$

Man nennt den Einfallswinkel, bei dem diese Beziehung erfüllt ist, den *„Polarisationswinkel"*.

a. Wir wollen annehmen, daß die Welle, ohne daß eine reflektierte Welle vorhanden ist, in das zweite Medium übergeht, und

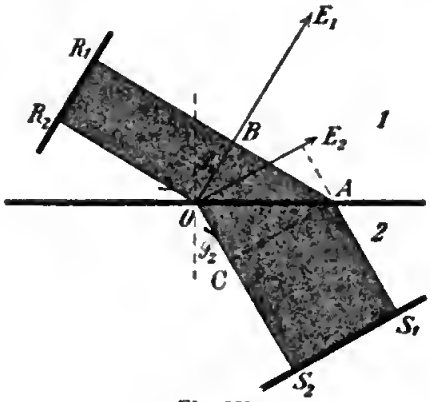


Fig. 778.

untersuchen, ob diese Annahme, die im allgemeinen nach **458** jedenfalls nicht zutrifft, nicht doch in diesem speziellen Fall möglich ist.

Es sei E_1 die elektrische Feldintensität im ersten Medium, E_2 diejenige im zweiten. Da alles zur Einfallsebene symmetrisch ist und nach **460a** die gebrochene Welle auch geradlinig polarisiert ist, wenn die einfallende es war, so muß E_2 ebenfalls in der Einfallsebene liegen, wie es von E_1 angenommen wurde. Für die Amplituden der Komponenten längs der Grenzfläche, E_{1g} und E_{2g}, gilt dann

$$\begin{aligned} E_{1g} &= E_{10} \cdot \cos \varphi_1 \text{**}) = E_{10} \sin \varphi_2 \\ E_{2g} &= E_{20} \cdot \cos \varphi_2 \quad = E_{20} \sin \varphi_1 \end{aligned} \Bigg\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

*) In Fig. 778 ist φ_1 falsch angeschrieben. φ_1 ist der Winkel, den der einfallende Strahl R_2O mit dem Einfallslot bildet.

**) Da $\sphericalangle$ BOA auch $= \varphi_1$ ist.

andererseits ist [455 d]

$$\left.\begin{aligned}\frac{E_{10}}{M_{10}} &= \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\\ \frac{E_{20}}{M_{20}} &= \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Die Richtung von M_1 und M_2 ist senkrecht zu E_1 und E_2 [454]. Es liegt also die Richtung von M_1 und M_2 in der Grenzfläche der beiden Medien und es muß, da keine Phasenänderung beim Uebergang stattfindet [vgl. S. 913 Fußnote]

$$M_{10} = M_{20} \text{ [458]} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

sein. Dann aber folgt aus Gl. (3)

$$\frac{E_{10}}{E_{20}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Wenn man diesen Wert in Gl. (2) einsetzt, so erhält man

$$\begin{aligned}\frac{E_{1g}}{E_{2g}} &= \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_2}} \cdot \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1}\\ &= \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_2}} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \mu_1}{\varepsilon_2 \mu_2}} \text{ [460 Gl. (4)]}\\ &= \frac{\mu_1}{\mu_2}.\end{aligned}$$

Nun ist bei allen Isolatoren die Permeabilität nicht merklich von derjenigen der Luft verschieden, also $\mu_1 = \mu_2$, so daß tatsächlich sehr annähernd

$$E_{1g} = E_{2g}$$

wird. Es ist also die Bedingung, die sich im allgemeinen nach 458 als unvereinbar mit der Beziehung Gl. (3) herausgestellt hatte, im vorliegenden speziellen Fall von selbst erfüllt. Die gemachte Annahme ist jedenfalls möglich; es kann die einfallende Welle ohne Reflexion in das zweite Medium eindringen.

b. Aber sie muß es auch tun. Denn tatsächlich gelangt in dem vorliegenden Fall die gesamte Energie der einfallenden Welle auch in das zweite Medium; für eine reflektierte Welle ist also gar keine Energie vorhanden.

Zum Beweis denke man sich die in Fig. 778 grundierte Fläche um die Strecke l senkrecht zur Zeichenebene parallel mit sich selbst

verschoben. Dann beschreibt die Strecke OB*) ein einer Wellenfläche der einfallenden Welle angehöriges Rechteck von der Fläche $\iota \times OB$, die Strecke AC ein auf einer Wellenfläche der reflektierten Welle gelegenes Rechteck von der Fläche $\iota \times AC$. Der Energiestrom durch das erste Rechteck ist

$$= \Sigma_1 . OB . \iota$$

(Σ_1 Energieströmung im ersten Medium), oder

$$= v . E_1 M_1 . OB . \iota \text{ [224c]}$$

oder im Mittel einer vollen Anzahl von Perioden [70b]

$$= \frac{v}{2} E_{10} M_{10} . OB . \iota.$$

Ebenso erhält man Energiestrom durch das zweite Rechteck

$$= \frac{v}{2} E_{20} M_{20} . AC . \iota.$$

Nun ist aber

$$M_{10} = M_{20} \text{ [Gl. (4)]}$$

$$\frac{E_{10}}{E_{20}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} . \frac{\mu_1}{\mu_2}} \text{ [Gl. (5)]} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}},$$

andererseits

$$\frac{OB}{AC} = \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \text{ [460c]}.$$

Berücksichtigt man dies, so übersieht man unmittelbar, daß die Energieströme durch die beiden Rechtecke gleich sind. Die Energie also, welche irgend eine Fläche der ersten Welle mit sich führt, geht auch ganz durch den entsprechenden Teil der gebrochenen Welle hindurch.

462. Uebergang zwischen Isolator und Leiter.

a. Fällt eine ebene elektromagnetische Welle aus einem Isolator auf eine ebene leitende Platte, so gilt, wie bei zwei Isolatoren [459], für die reflektierte Welle: Die reflektierte Welle ist eine ebene

*) OB senkrecht auf den einfallenden Strahl, AC senkrecht auf den reflektierten gezeichnet.

Welle; der einfallende Strahl liegt mit dem reflektierten und dem Einfallslot in einer Ebene; Einfallswinkel und Reflexionswinkel sind gleich. Verschieden von den Verhältnissen beim Isolator ist aber, daß die reflektierte Welle im allgemeinen nicht geradlinig, sondern elliptisch polarisiert ist auch dann, wenn die einfallende Welle geradlinig polarisiert war*).

b. Für die Amplitude der reflektierten Welle ist außer der Dielektrizitätskonstante und Permeabilität der beiden Medien auch noch das Leitvermögen des Leiters maßgebend. Bei Metallen verschwindet die Dielektrizitätskonstante des Metalls überhaupt aus den Beziehungen, vorausgesetzt, daß $\pi n \varepsilon$ für das Metall klein ist gegen σ [474 c]. Man erhält z. B. für eine aus Luft senkrecht auf eine Metallplatte auffallende Welle [363])

$$\frac{\Sigma_r}{\Sigma} = 1 - \frac{4a}{2a^2 + 2a + 1}, \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

worin Σ_r die Energieströmung der reflektierten, Σ der einfallenden Welle bedeutet und zur Abkürzung

$$2a^2 = \frac{\mu_0}{\mu} \cdot \frac{\sigma}{\pi n \varepsilon_0}$$

gesetzt wurde (μ Permeabilität des Metalls, σ sein Leitvermögen). Bei nicht ferromagnetischen Metallen ist $\mu = \mu_0$. Für nicht ferromagnetische Metalle läßt sich aus Gl. (1) deshalb leicht ableiten die mit genügender Genauigkeit gültige Formel

$$\frac{\Sigma_r}{\Sigma} = 1 - 2\sqrt{2\frac{\pi n \varepsilon_0}{\sigma}}. \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Die Intensität der reflektierten Welle hängt also nur ab von dem Leitvermögen des Metalls und der Wechselzahl der Schwingung.

Berechnet man sich den Wert von $2\sqrt{2\frac{\pi n \varepsilon_0}{\sigma}}$ z. B. für Queck-

*) Jede auffallende geradlinig polarisierte Welle kann in zwei zerlegt werden, eine, deren elektrische Feldintensität in der Einfallsebene liegt, eine mit der elektrischen Feldintensität senkrecht dazu. Diese beiden Wellen erleiden bei der Reflexion an der Metalloberfläche eine Phasenänderung. Da diese bei den beiden Wellen verschieden ist, so muß das Resultat eine elliptisch polarisierte Welle sein [457 c].

silber, so erhält man schon für ein so schlecht leitendes Metall*) $1{,}4 \cdot 10^{-8} \sqrt{n}$, für $n = 10^{11}/_{sec.}$ [293] den Wert $4{,}6 \cdot 10^{-3}$, also für elektrisch herstellbare Wechselzahlen einen sehr kleinen Wert. Es ist also die Strahlung der reflektierten Welle sehr nahe = derjenigen der einfallenden Welle. Metallische Oberflächen reflektieren elektromagnetische Wellen fast vollkommen, bei weitem besser als die Isolatoren von den höchsten Dielektrizitätskonstanten [459 d].

c. Für die gebrochene Welle werden die Beziehungen verwickelt. Sie ist nur bei senkrechtem Einfall eine ebene Welle und wird sehr rasch absorbiert.

463. Stehende Wellen.

a. In dem Fall, wenn eine ebene Welle von einem Isolator auf eine Metallfläche senkrecht auffällt, hat die reflektierte Welle annähernd dieselbe Amplitude wie die einfallende, aber gerade entgegengesetzte Fortpflanzungsrichtung. Man muß nach 381 also in dem Isolator stehende elektromagnetische Wellen bekommen. Für diese stehenden Wellen muß das folgende gelten:

(1) Der Abstand der Knoten der elektrischen (oder auch magnetischen) Feldintensität ist = einer halben Wellenlänge der einfallenden Welle [381 b].

(2) Die Knoten der elektrischen Feldintensität fallen zusammen mit den Bäuchen der magnetischen und umgekehrt**).

(3) An der Metalloberfläche liegt, wie die Theorie zeigt, ein Knoten der elektrischen, demnach ein Bauch der magnetischen Feldintensität***).

---

*) Vorausgesetzt, daß das Leitvermögen für schnelle Schwingungen dasselbe ist wie für stationären Strom.

**) Folgt in derselben Weise aus 455, wie die entsprechende Beziehung bei den stehenden Wellen längs Drähten aus den Gleichungen in 283.

***) Man kann dies ähnlich wie in 389 folgendermaßen ableiten. Nach 455 und 456 gilt

für einen Leiter

$$\frac{E_0}{M_0} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{1 + \left(\frac{\sigma}{\pi n \varepsilon}\right)^2}}$$ (μ Permeabilität, ε Dielektrizitätskonstante des Leiters),

für Luft

$$\frac{E_0}{M_0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}.$$

b. Auch bei schiefer Inzidenz ist die Amplitude der reflektierten Welle annähernd gleich derjenigen der einfallenden. Ist der Einfallswinkel 45°, so läßt sich sehr einfach das Folgende ableiten:

(1) Liegt die elektrische Feldintensität in der Einfallsebene, so erhält man nur stehende magnetische Wellen. Die Amplitude der elektrischen Feldintensität ist in jedem Abstand von der Metallplatte dieselbe.

(2) Ist die magnetische Feldintensität parallel der Einfallsebene, so bekommt man nur stehende elektrische Wellen, dagegen gleichmäßige Verteilung der magnetischen Feldintensität.

§ 3. Experimentelle Darstellung der Eigenschaften elektromagnetischer Wellen [364]).

464. Apparate.

a. Hertz [365]) bediente sich bei seinen Versuchen über die Eigenschaften elektromagnetischer Wellen zur Erzeugung der Wellen meist des in Fig. 450 abgebildeten Oszillators, zum Nachweis der Wellen des Indikators von Fig. 670. Bei der relativ großen Länge der Wellen ($\lambda = 66$ cm) müssen dann aber die Dimensionen aller anderen Apparate

---

Ist der Leiter ein Metall, so ist für alle elektromagnetischen Wellen $\pi n \varepsilon$ sehr klein gegen σ [474c], also $(\sigma/\pi n \varepsilon)^2$ sehr groß gegen 1. Es gilt deshalb für ein Metall

$$\frac{E_0}{M_0} = \sqrt{\frac{\pi n \mu}{\sigma}}.$$

Daraus folgt:

$$\left(\frac{E_0}{M_0}\right)_{\text{Metall}} : \left(\frac{E_0}{M_0}\right)_{\text{Luft}} = \sqrt{\frac{\pi n \mu}{\sigma} \cdot \frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$$

und falls es kein ferromagnetisches Metall ist

$$\left(\frac{E_0}{M_0}\right)_{\text{Metall}} : \left(\frac{E_0}{M_0}\right)_{\text{Luft}} = \sqrt{\frac{\pi n \varepsilon_0}{\sigma}}.$$

Nun ist $\pi n \varepsilon_0/\sigma$ für alle elektromagnetischen Wellen sehr klein [vgl. Tab. I und III]. Man hat es also mit dem Fall zu tun, daß die Welle an die Oberfläche eines Körpers gelangt, in welchem das Verhältnis der elektrischen Feldintensität zur magnetischen außerordentlich viel kleiner ist. In dem entsprechenden Fall [389] bei Drähten ergab sich, daß an die Reflexionsstelle ein Knoten der elektrischen Feldintensität zu liegen kommt. Dasselbe ist danach auch hier zu erwarten.

entsprechend groß werden. Denn die Beziehungen von § 2 setzen voraus, daß die Flächen, an denen die Wellen reflektiert oder gebrochen werden sollen, sehr groß sind gegen die Wellenlänge der Schwingung. Man braucht infolge davon für die Versuche relativ große Räume, etwa den ganzen Hörsaal. Dann aber liegt die Gefahr vor, daß die in einem solchen stets vorhandenen metallischen Leitungen die Versuche stören.

b. Aus dem angegebenen Grunde empfiehlt es sich, kürzere Wellen zu verwenden, die man sich entweder durch einen kleinen Righi'schen oder linearen Oszillator von ziemlicher Dicke herstellt.

Als Indikator hat der Righi'sche Resonator [408 b] sehr große Vorteile, da man keinerlei Nebenapparate und Leitungen braucht. Benützt man ihn, so muß man für möglichst kräftige Wellen sorgen und deshalb die Funken des Oszillators in Oel überschlagen lassen. Ferner ist es dann sehr zweckmäßig, sowohl den Oszillator als den Resonator in die Brennlinie eines parabolischen Spiegels aus Metallblech zu bringen [465 e].

Für Demonstrationszwecke ist auch sehr gut der Kohärer zu gebrauchen, vorausgesetzt, daß er sorgfältig und in geeigneter Weise [410 d] hergestellt ist. Bei der Empfindlichkeit des Kohärers ist auf Stärke der Wellen durchaus kein Nachdruck zu legen, wohl aber auf Regelmäßigkeit der Schwingungen und dann darauf, daß auf den Kohärer wirklich nur diejenigen Teile der Welle einwirken, auf welche es ankommt, nicht etwa auch solche Teile, die an den Wänden des Saals reflektiert worden sind oder sich längs metallischer Leitungen fortgepflanzt haben. Die erste Bedingung ist leicht zu erfüllen, wenn man einen regelmäßig arbeitenden Unterbrecher (Quecksilberstrahl-Unterbrecher) zur Verfügung hat und einen möglichst kleinen Induktor verwendet. Für Erfüllung der zweiten Bedingung ist es am besten, sowohl den Oszillator als den Empfänger in einen Metallkasten einzuschließen, der nur an einer Seite einen Spalt besitzt.

Eine Anordnung, die sich gut bewährt hat und leicht herzustellen ist, ist in den Fig. 779 a und b dargestellt. Fig. 779 a zeigt den Sender von oben, Fig. 779 b von der Seite gesehen. Die Vorderseite V des Blechkastens B mit abnehmbarem Deckel kann herausgenommen und durch eine andere mit anderem Spalt ersetzt werden (Spaltbreite ausprobieren!). K ist ein Klotz aus Holz, oben mit einem Belag aus Hartgummi. Er ist im Kasten verschiebbar, kann aber in demselben durch einen kleinen Holzkeil an jeder beliebigen Stelle

festgestellt werden. Auf dem Hartgummibelag sitzt der kleine Righi-Sender (Funkenstrecke ohne Oel*).

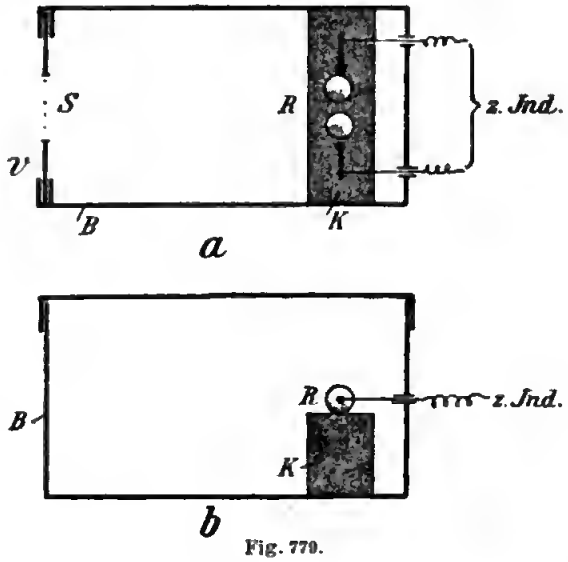


Fig. 779.

Die Anordnung für den Empfänger (Fig. 780) ist ganz entsprechend. Der Metallkasten enthält den Kohärer C, der auf beiden Seiten eventuell mit Verlängerungsdrähten versehen wird, ein Trockenelement E, einen Vorschaltwiderstand W und ein Vorlesungsgalvanometer G. Der Zeiger desselben wird mit einem Papierstück mög-

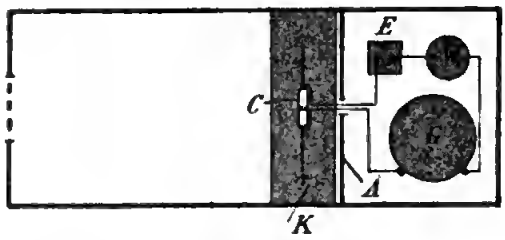


Fig. 780.

lichst auffallender Farbe versehen; dasselbe muß von außen durch ein mit Drahtgaze überzogenes Loch im Metallkasten zu sehen sein. Der Teil des Metallkastens, der die Hilfsapparate enthält, wird zweckmäßig vom Kohärer durch eine metallische Wand A getrennt.

*) Bei meiner Anordnung: Länge des Kastens 32 cm, Höhe 20 cm Breite 20 cm, Durchmesser der Kugeln des Righi-Senders 1.5 cm.

465. Reflexion.

Um die Reflexion der Wellen an einer isolierenden oder Metalloberfläche zu zeigen, bringt man Oszillator und Empfänger etwa in die Stellung von Fig. 781.

a. Solange an der Stelle O sich keine Platte aus Metall oder einem Isolator befindet, spricht der Kohärer nicht an, da die vom Sender ausgehenden Wellen nicht zum Kohärer gelangen. Wird aber an die Stelle O eine Metallplatte A (Blech, Stanniolschirm) gebracht, so reagiert der Kohärer sofort: jetzt wird die vom Sender ausgehende Welle an der Platte reflektiert und kommt bei richtiger Stellung der Platte in den Spalt des Empfängers.

Um die Gleichheit des Einfalls- und Reflexionswinkels [462a] zu beweisen, braucht man nur die Platte aus der Stellung, die sie in Fig. 781 besitzt, etwas zu verdrehen: sofort setzt die Wirkung auf den Kohärer aus. Sie erscheint wieder, sobald man den Empfänger

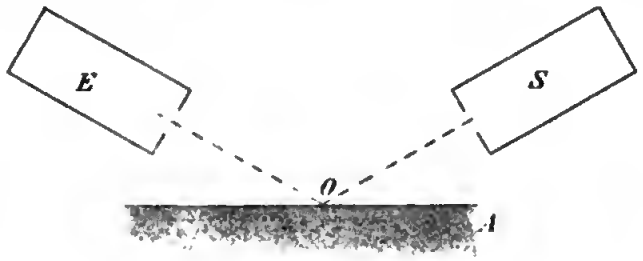


Fig. 781.

so weit nachgedreht hat, daß wieder die Platte symmetrisch zu Sender und Empfänger ist.

b. Für die Reflexion an Isolatoren eignen sich Glasgefäße mit vertikalen Wänden, die man mit Wasser füllt, da die Dielektrizitätskonstante des Wassers besonders stark von derjenigen der Luft abweicht und deshalb die Reflexion besonders stark ist [459]*). Von anderen Materialien sind zu empfehlen Platten aus Asphalt, die man sich leicht und billig herstellen kann. Bei allen diesen Versuchen mit Isolatoren ist wesentlich, daß die Dicke der verwendeten Platten groß ist, da man sonst wegen der Reflexion an der Rückseite der Platten leicht Störungen bekommt.

*) Die Glaswände schaden nicht viel, so lange sie sehr dünn sind gegen die Wellenlänge. Besser wenn auch unbequemer wäre es immerhin, die Wellen von oben an der freien Wasseroberfläche reflektieren zu lassen.

c. Daß Metalle bedeutend stärker reflektieren als Isolatoren [462b] kann bequem nachgewiesen werden, indem man den Oszillator oder Empfänger längs der Geraden S O bezw. O E von der reflektierenden Platte entfernt. Es zeigt sich dann, daß man die Entfernung viel weiter treiben kann bei Metallplatten als bei Platten aus Isolatoren, da die letzteren einen großen Teil der Welle hindurchlassen.

d. Davon kann man sich auch noch direkt überzeugen, wenn man den Empfänger so stellt, daß ihn die Wellen des Senders unmittelbar treffen (Fig. 782). Reguliert man die Entfernung des Empfängers vom Sender so, daß der Kohärer eben regelmäßig anspricht, so hört die Wirkung zwar auf, wenn man eine dicke Platte von Asphalt oder von Wasser zwischen Empfänger und Sender (Stellung A, Fig. 782) bringt*). Aber man braucht den Empfänger nur

Fig. 782.

wenig dem Sender zu nähern, um den Kohärer wieder zum Ansprechen zu bringen. Sobald man aber einen Schirm aus Metall, und sei es nur ein dünnes Blatt Stanniol, zwischen Sender und Empfänger schiebt, verschwindet die Wirkung auf den Empfänger sofort und bleibt verschwunden, wenn man den Empfänger noch so nahe an den Sender heranschiebt (*Schirmwirkung* der Metalle).

e. Praktische Verwendung von dieser Schirmwirkung der Metalle kann man in zweierlei Weise machen: einmal, indem man sie benützt, um Apparate durch Umkleidung mit Metallblechen gegen die Einwirkung von Wellen zu schützen (vgl. die Metallkasten des Empfängers Fig. 754 und 780), und dann, indem man aus Metallplatten Hohlspiegel konstruiert und dadurch die Wellen in irgend eine gewünschte Richtung dirigiert. Die zweite Art der Verwendung kann man sehr gut demonstrieren, indem man einen parabolischen Zylinderspiegel wie den in Fig. 783 abgebildeten aus irgend einem Metallblech herstellt. Man nehme dann den Righi-Sender von Fig. 779 aus seinem Metallkasten heraus und stelle ihn dem Empfänger von Fig. 780 gegenüber

*) Dünne Platten von allen möglichen Isolatoren: Hartgummi, Paraffin, Papier, Holz, üben keine merkliche Wirkung aus. Durch diese gehen also die elektromagnetischen Wellen ohne merkliche Schwächung hindurch.

auf in einer Entfernung, in welcher der Empfänger nicht mehr anspricht. Setzt man dann den Sender auf dem Brett B (Fig. 783)

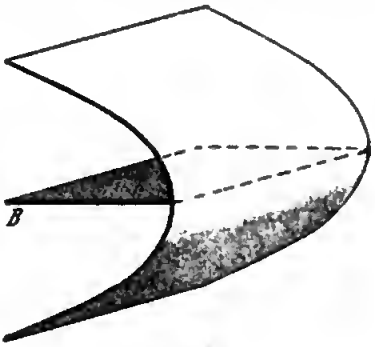


Fig. 783.

in die Brennlinie des parabolischen Spiegels, so spricht der Empfänger sehr gut an, ein Zeichen, daß der Spiegel die gewünschte Wirkung der Konzentrierung der Wellen ausübt.

466. Brechung.

Die Stellung von Sender und Empfänger sei diejenige von Fig. 782, die Entfernung so, daß der Empfänger gut anspricht. Nun bringe man zwischen Sender und Empfänger ein Prisma aus Asphalt (Stellung derselben bezüglich des Senders s. Fig. 784). Sofort hört die Wirkung auf den Empfänger auf. Sie tritt aber wieder auf, wenn man dem Empfänger etwa die Stellung von Fig. 784 gegeben hat,

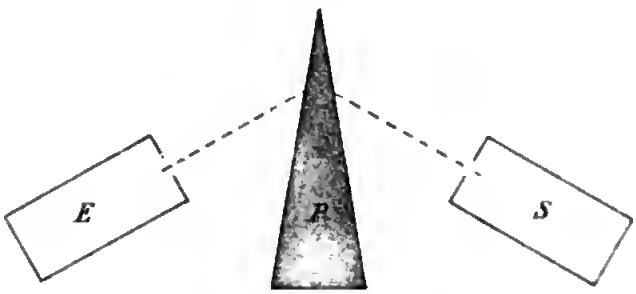


Fig. 784.

während jedes erhebliche Herausdrehen aus dieser Stellung die Wirkung wieder zum Verschwinden bringt. Das Prisma muß also die Wellen durch Brechung ablenken.

467. Stehende Wellen in Luft.

Hertz[366]) hat stehende Wellen in folgender Weise hergestellt. Als Sender benützte er einen von der Form Fig. 422 (S. 499). Die von

ihm ausgehenden Wellen ließ er an einem sehr großen Blechschirm*), dessen Ebene parallel der Oszillatorachse war, reflektieren. Als Indikator diente ein kreisförmiger Resonator der in Fig. 669 (S. 788) abgebildeten Form (Radius 35 cm). Mit dieser Anordnung konnte Hertz stehende Wellen in Luft nachweisen, zeigen, daß tatsächlich [**463 a**] die Knoten der elektrischen Feldintensität mit den Bäuchen der magnetischen zusammenfallen und umgekehrt, und aus dem Abstand der Knoten die Wellenlänge der Schwingung und damit die Wechselzahl seines Oszillators bestimmen. Er fand auch, daß in unmittelbarer Nähe der reflektierenden Wand ein Knoten der elektrischen Feldintensität liegt**).

Mit so kleinen Dimensionen, wie sie in den Anordnungen von Fig. 779 und 780 vorausgesetzt waren, lassen sich nur Andeutungen von stehenden Wellen erhalten. Einmal verhindert die starke Dämpfung der ausgesandten Wellen überhaupt das Zustandekommen gut ausgebildeter stehender Wellen [**383 a**]. Und dann ist der Kohärer dafür auch kein sehr geeigneter Indikator, da die fortschreitende Welle, welche vor der Reflexion vorhanden ist, jedenfalls schon eine beträchtliche Wirkung auf den Kohärer ausübt [367]).

468. Metallgitter.

Der Grund, daß Metalle und Isolatoren sich elektromagnetischen Wellen gegenüber so verschieden verhalten, liegt nicht an den hohen Dielektrizitätskonstanten der Metalle, sondern in erster Linie an ihrem Leitvermögen, d. h. an den Strömen, die in dem Metall durch das elektrische Feld erzeugt werden. Es ist demnach anzunehmen, daß irgend eine Aenderung an einem Metall in dem Verhalten desselben keinen wesentlichen Unterschied hervorruft, wenn durch jene Aenderung die Strömung im Metall unberührt bleibt.

a. In dem Versuch von **465 d** z. B., wo zwischen Sender und Empfänger eine vertikal gestellte Metallplatte, etwa ein Stanniolschirm, eingeschaltet war, hatte das elektrische Feld und demnach auch das Stromfeld in der Platte horizontale Richtung, da es von einem Oszillator mit horizontaler Achse herrührte. Zerschneidet man nun den Stanniolschirm durch schmale Schnitte in horizontale Streifen (Fig. 785),

*) Zinkblech von 4 m Höhe und 2 m Breite.

) Daß Beobachtung und Theorie nicht genau stimmten, rührt daher, daß in den Beziehungen von **463 a eine vollkommen leitende ($\sigma = \infty$) und unendlich ausgedehnte Platte vorausgesetzt ist.

so kann dies an der Strömung nichts Merkliches ändern; die Wirkung muß noch annähernd dieselbe sein. Das bestätigt der Versuch: ein

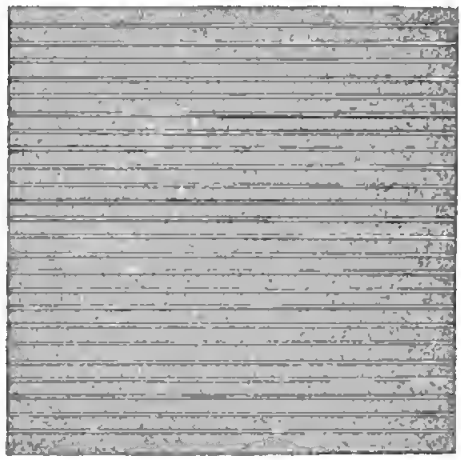


Fig. 785.

Schirm aus Stanniolstreifen schirmt die Wellen beinahe ebenso gut ab als der unzerschnittene Stanniolschirm.

Aber das gilt nur so lange, als die Streifen die Richtung der elektrischen Feldintensität haben. Stellt man die Streifen in dem

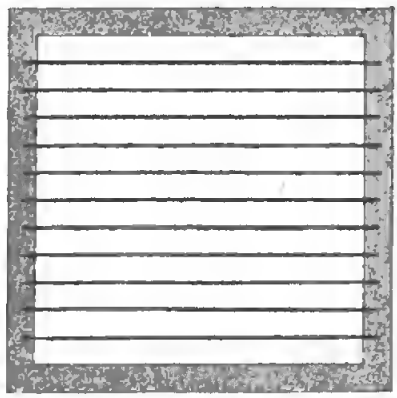


Fig. 786.

Versuch von Fig. 782 vertikal, so ist die Wirkung des Schirmes kaum merklich. Er läßt den größten Teil der Welle durch. Jetzt sind die Schnitte senkrecht zu den Stromlinien geführt, die Strömung verläuft also ganz anders und ist tatsächlich viel geringer als beim unzerschnittenen Schirm.

b. Daß solche Stanniolstreifen auch die Eigenschaft haben, elektromagnetische Wellen zu reflektieren, ergibt sich unmittelbar, wenn man sie in der Anordnung von **465a** anstatt der Metallbleche verwendet. Aber auch hier ist die Wirkung nur vorhanden, wenn die Streifen die Richtung der elektrischen Feldintensität haben.

c. Denkt man sich die Abstände zwischen den Stanniolstreifen etwas größer, sie selbst schmäler und nicht flach, sondern abgerundet, so erhält man ein Drahtgitter (Fig. 786). Nach dem Gesagten ist zu erwarten, daß seine Wirkung qualitativ dieselbe, wenn auch vielleicht schwächer als diejenige der Stanniolstreifen ist. Auch ein solches Drahtgitter muß elektromagnetische Wellen, deren elektrische Feldintensität parallel den Drähten ist, reflektieren, solche, deren elektrische Feldintensität senkrecht zu den Drähten ist, nahezu ungeschwächt hindurchlassen. Der experimentelle Nachweis dafür ist mit Hilfe der Anordnungen von Fig. 781 und 782 leicht zu erbringen.

469. Polarisation.

Die Welle, welche der Sender von Fig. 779 ausschickt, ist in der Nähe der Aequatorebene geradlinig polarisiert [**457**], ihre elektrische Feldintensität hat bei horizontaler Senderachse ebenfalls horizontale Richtung. Der Empfänger von Fig. 780, insbesondere wenn der Kohärer noch durch Ansatzdrähte verlängert ist, muß besonders stark auf solche Wellen reagieren, deren elektrische Feldintensität die Richtung der Kohärerachse hat [**401b**], also — bei der Stellung des Empfangsapparates von Fig. 780 — ebenfalls horizontal ist.

a. Zum Beweis braucht man nur den Sender (Stellung von Sender und Empfänger diejenige von Fig. 782) so zu drehen, daß die Achse des Oszillators und demnach auch die Richtung der elektrischen Feldintensität vertikal wird. Sofort hört der Empfänger auf zu reagieren, selbst dann, wenn man ihn dem Sender sehr stark nähert.

b. Setzt man nun, während die Kohärerachse horizontal, die Achse des Righi-Oszillators vertikal ist, zwischen Sender und Empfänger ein Drahtgitter, so ändert sich nichts, wenn die Drähte des Gitters horizontal oder vertikal stehen. Im ersten Fall wirkt das Gitter nach **468** überhaupt nicht, da die Drähte jetzt senkrecht zur elektrischen Feldintensität der Welle sind. Im zweiten Fall reflektiert es auch noch die Welle. In keinem von beiden Fällen gelangen also Wellen, deren elektrische Feldintensität eine horizontale Komponente hätte, zum Empfänger.

Anders aber werden die Verhältnisse, wenn man die Drähte des Gitters so stellt, daß sie etwa 45° mit der Horizontalen bilden. Jetzt spricht der Empfänger an. Der Grund ist der folgende. Die Welle des Senders kann man sich zerlegt denken in zwei [457a]: eine, deren elektrische Feldintensität die Richtung der Gitterdrähte hat, und eine, deren elektrische Feldintensität senkrecht dazu ist. Die erste Welle wird vom Gitter reflektiert und gelangt nicht zum Empfänger. Die zweite wird aber vom Gitter wenigstens zum größten Teil hindurchgelassen. Sie gelangt zum Empfänger, und da ihre elektrische Feldintensität eine Komponente in der Richtung der Kohärerachse hat, so muß der Kohärer, wenn die Entfernung zwischen Sender und Empfänger richtig gewählt ist, ansprechen.

c. Es geht daraus hervor, daß ein solches Gitter eine Art „*Polarisator*" darstellt: alle Wellen, welche dasselbe passiert haben, sind geradlinig polarisiert, da nur diejenige Komponente der Welle, deren elektrische Feldintensität senkrecht zu den Gitterdrähten ist, hindurchgelassen wird.

§ 4. Die Lichtwellen als elektromagnetische Wellen.

Es muß bei den Ueberlegungen und Versuchen der letzten Paragraphen schon aufgefallen sein, daß die entwickelten Eigenschaften der elektromagnetischen Wellen mit den Eigenschaften der Lichtwellen zusammenfallen. Es liegt die umgekehrte Frage nahe, ob man berechtigt ist, die Lichtschwingungen als elektromagnetische Schwingungen sehr hoher Wechselzahl*) aufzufassen. Diese Frage soll im folgenden behandelt werden, allerdings nicht vollständig, sondern nur an denjenigen Versuchen und Eigenschaften, die im vorhergehenden Besprechung gefunden haben.

470. Natur der Schwingungen. Polarisationsebene.

a. Was man in der Optik „*Lichtstrahl*" nennt, ist die Richtung, in welcher die Energie der Lichtwelle sich fortpflanzt. Es entspricht also der Richtung der Energieströmung (Strahlung) elektromagnetischer Wellen. Die Lichtwellen sind Transversalwellen; die Schwingungen (s. u.) erfolgen senkrecht zur Richtung des Strahls. Dasselbe gilt nach 455 von den elektromagnetischen Wellen, insofern als die oszilla-

*) Ueber das Verhältnis der Lichtwellenlängen und -wechselzahlen zu denjenigen der elektrischen Schwingungen vgl. Tab. XIV.

torische elektrische und magnetische Feldintensität stets senkrecht zur Richtung der Strahlung ist.

b. Man nennt in der Optik bei einer geradlinig polarisierten Lichtwelle eine bestimmte, durch optische Eigenschaften definierte Ebene die *„Polarisationsebene"*. Es ist bekanntlich eine alte Streitfrage, ob „die Lichtschwingung" in der Polarisationsebene erfolgt oder senkrecht zu ihr. Faßt man die Lichtwellen als elektromagnetische Wellen auf, so hat die Frage in dieser Form jeden Sinn verloren: bei einer elektromagnetischen Welle kann man von einer einzigen Schwingungsebene überhaupt nicht sprechen, es sind stets zwei zu einander senkrechte Schwingungsebenen vorhanden, eine der elektrischen Feldintensität und eine der magnetischen.

An Stelle jener Frage treten aber jetzt die folgenden:

(1) Ist eine der beiden Schwingungsebenen bei elektromagnetischen Wellen identisch mit der Polarisationsebene der Optik? und ist es die Ebene der elektrischen oder der magnetischen Feldintensität?

(2) Sind für irgend eine bestimmte Wirkung der Lichtwellen, z. B. die chemische Wirkung auf eine photographische Platte, beide Schwingungen maßgebend oder nur eine, und ist es im letzteren Falle die elektrische oder die magnetische?

Beide Fragen werden später ihre Beantwortung finden.

471. Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

a. In Luft hat sich das folgende ergeben:

(1) Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen längs Doppeldrähten ist nach **385a** als ca. $3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. experimentell bestimmt worden. Andererseits wurde experimentell festgestellt, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen in Luft sich nicht unterscheidet von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen längs Drähten[368]).

(2) Die Theorie ergibt als Fortpflanzungsgeschwindigkeit ω_0 elektromagnetischer Wellen in Luft*) den Ausdruck $v\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$. Die Größe von $v\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ kann durch Messungen, die mit elektromagnetischen Wellen nichts zu tun haben, bestimmt werden (sog. absolute v-Bestimmungen) [vgl. **214**]; sie hat sich ebenfalls sehr annähernd als $3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. ergeben**).

*) Genauer, aber praktisch gleichbedeutend im Vakuum.

**) Mittel aus 12 Bestimmungen von den verschiedensten Beobachtern und nach den verschiedensten Methoden $= 2.951 \cdot 10^{10}$ cm/sec.[369]).

(3) Andererseits ist die Geschwindigkeit von Lichtwellen in Luft nach optischen Messungen ebenfalls sehr annähernd $3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.*).

Aus (1) und (2) folgt die Richtigkeit des theoretischen Resultats für elektromagnetische Wellen, aus (3) im Vergleich zu (1) und (2) die Identität der Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Lichtwellen und elektromagnetischen Wellen.

b. In anderen Materialien ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ω für elektromagnetische Wellen

$$\omega = \omega_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0 \cdot \mu/\mu_0}}$$

oder für nicht ferromagnetische Körper

$$\omega = \omega_0 \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\,\varepsilon_0}}.$$

Bei sehr vielen Stoffen hat sich die Richtigkeit dieser Beziehung für elektromagnetische Wellen — untersucht hauptsächlich durch Wellen längs Drähten — herausgestellt. Bei anderen aber lieferten Untersuchungen mit raschen elektromagnetischen Wellen schon Abweichungen. Bezüglich der Lichtwellen vgl. **472**.

472. Brechung in Isolatoren.

a. Die geometrischen Beziehungen für die Brechung ebener elektromagnetischer Wellen in Isolatoren [**460**] sind genau dieselben wie in der Optik (Snellius'sches Gesetz), d. h. der einfallende und der gebrochene Strahl liegen mit dem Einfallslot in einer Ebene und für den Einfalls- (φ_1) und Brechungswinkel (φ_2) gilt die Beziehung

$$\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = n_{12}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

worin n_{12} eine Konstante der beiden Medien ist, die als Brechungsexponent n des zweiten Mediums bezeichnet wird, wenn das erste Medium Luft (Vakuum) ist.

b. Für diesen Brechungsexponenten liefert die elektromagnetische Theorie den Ausdruck

$$n = \frac{\omega_0}{\omega} = \sqrt{\frac{\varepsilon\,\mu}{\varepsilon_0\,\mu_0}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

*) Mittel aus 8 neueren Beobachtungen $= 2{,}997 \cdot 10^{10}$ cm/sec.[369]).

($\omega = v/\sqrt{\varepsilon\mu}$ Fortpflanzungsgeschwindigkeit in dem Medium) oder für nicht ferromagnetische Substanzen

$$n = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2a)$$

Nach dieser Beziehung ist also der Brechungsexponent

(1) unabhängig von der Wechselzahl d. h. bei optischen Wellen von der Farbe;

(2) nur durch die Dielektrizitätskonstante und Permeabilität der Substanz oder bei nicht ferromagnetischer Substanz nur durch die Dielektrizitätskonstante bestimmt.

Die Entscheidung der Frage, inwieweit diese Beziehung, die nach der elektromagnetischen Auffassung des Lichtes auch für Lichtwellen zutreffen sollte, durch die Erfahrung bestätigt wird, ist von ganz besonderer Wichtigkeit. Denn ob die Materie sich den Lichtschwingungen gegenüber ebenso verhält wie den elektromagnetischen Schwingungen, ist ausschlaggebend dafür, ob es sich bei Lichtwellen tatsächlich um elektromagnetische Kräfte handelt.

Betrachtet man möglichst einfache Körper, Gase von einfacher molekularer Zusammensetzung, so zeigt die Erfahrung, daß

(1) der Brechungsexponent annähernd unabhängig von der Wechselzahl, d. h. von der Farbe ist;

(2) der aus der Dielektrizitätskonstante ermittelte Wert des Brechungsexponenten sehr gut mit dem optisch beobachteten übereinstimmt.

Die Tabelle 1, welche die Messungen von Boltzmann und Klemenčič wiedergibt, zeigt dies unmittelbar.

Tabelle 1[370]).

	$\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}$		n
	nach Boltzmann	nach Klemenčič	
Luft	1,000295	1,000293	1,000293
Wasserstoff	1,000132	1,000132	1,000139
Kohlensäure	1,000473	1,000492	1,000454
Kohlenoxyd	1,000345	1,000347	1,000335
Stickoxydul	1,000497	1,000579	1,000516
Oelbildendes Gas . . .	1,000656	1,000729	1,000720
Sumpfgas	1,000472	1,000476	1,000442

Ganz anders liegen die Verhältnisse bei Flüssigkeiten und festen Körpern. Hier ist

(1) der optische Brechungsexponent überhaupt nicht unabhängig von der Wechselzahl (Erscheinung der *Dispersion*). Trägt man die Wellenlänge als Abszissen, die dazu gehörigen Brechungsexponenten als Ordinaten auf, so erhält man meist eine Kurve von dem Charakter der in Fig. 787 gezeichneten: die Kurve nähert sich für große

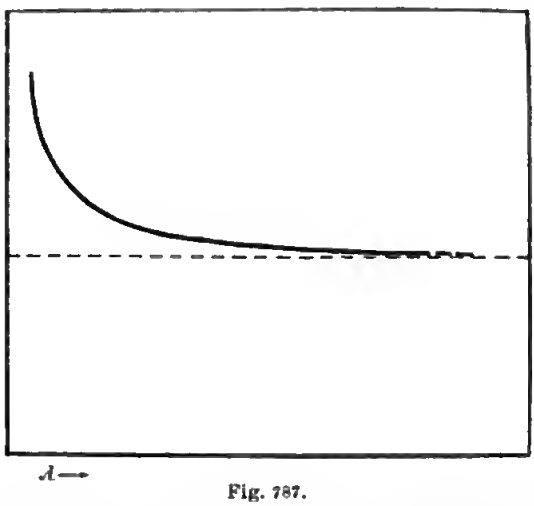


Fig. 787.

Wellenlängen (im Sinne der Optik) einem gewissen Werte, den man als Brechungsexponenten für unendlich lange (im Sinne der Optik) Wellen $= n_\infty$ bezeichnet.

(2) Die Frage kann also unter den angegebenen Umständen nur die sein, ob dieser Wert n_∞ mit dem für elektromagnetische Wellen, d. h. dem aus den Dielektrizitätskonstanten berechneten übereinstimmt.

Tabelle 2.

	$\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}$	n_∞
Schwefel	1,96	2,04
Kolophonium	1,59	1.54
Paraffin	1,52	1,54
Petrol-Aether	1,38	1.38
Petrol-Oel	1.44	1,44
Ozokerit	1,46	1.44
Terpentin	1,49	1,46

Das ist, wie die Tabelle 2 beweist, bei manchen Stoffen der Fall. Bei anderen aber (Tabelle 3) ist der aus der Dielektrizitätskonstante

Tabelle 3.

	$\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}$	n_∞
Wasser	9	1,33
Methylalkohol	5,7	1,34
Aethylalkohol	5,0	1,36
Olivenöl	1,77	1,46
Glas	2,6—3,1	1,5—1,6

berechnete Wert des Brechungsexponenten durchaus verschieden von dem aus optischen Beobachtungen ermittelten Werte von n_∞.

In dieser mangelnden Uebereinstimmung darf aber nicht ein Grund gegen die Auffassung der Lichtwellen als elektromagnetischer Wellen gesehen werden. Denn einmal ist die Uebereinstimmung zwischen dem optischen und dem aus elektromagnetischen Konstanten berechneten Brechungsexponenten in einer so großen Anzahl von Fällen tatsächlich vorhanden, daß ein Zufall ausgeschlossen und eine andere Erklärung als die gegebene kaum möglich erscheint. Und dann zeigen viele Körper, bei denen die beiden Brechungsexponenten nicht übereinstimmen, schon bei elektromagnetischen Wellen viel niederer Wechselzahl eine Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von der Wechselzahl [**259c**]. Bei Alkohol z. B. ist die Dielektrizitätskonstante $\varepsilon/\varepsilon_0$ für stationäre oder langsam veränderliche Felder $= 25$, dagegen schon bei $3 \cdot 10^7$ Wechseln etwa 6,6. Bei den meisten Gläsern nimmt ebenso die Dielektrizitätskonstante mit der Wechselzahl ab. Man braucht also nur denselben Prozeß, den man schon bei elektromagnetischen Wellen sicher beobachtet, in noch höherem Maße für die viel schnelleren Lichtschwingungen anzunehmen, um einen genügenden Grund für die angegebene mangelhafte Uebereinstimmung zu finden. Eine genaue Uebereinstimmung könnte von vornherein nur erwartet werden mit solchen Werten der Dielektrizitätskonstanten, die aus Beobachtungen bei den Wechselzahlen der Lichtschwingungen folgen.

c. Bezüglich der Amplitude der gebrochenen Welle im Verhältnis zur Amplitude der einfallenden liegen die Verhältnisse ähnlich wie bei der Richtung der gebrochenen Welle. Setzt man Licht-

schwingungen von einer bestimmten Wechselzahl voraus, so sind die Formeln, welche die elektromagnetische Theorie gibt, identisch mit den Formeln, welche in der Optik für Lichtwellen bestätigt worden sind. Aber die Werte, welche die elektromagnetische Theorie für die Konstanten in diesen Formeln (Dielektrizitätskonstante) liefert, sind nicht identisch mit denen, welche die Optik ergibt. Sollen also die Formeln der elektromagnetischen Theorie die optischen Beobachtungen quantitativ richtig wiedergeben, so ist es nötig, daß man in dieselben den aus optischen Messungen, nicht den aus elektrischen Messungen folgenden Wert des Brechungsexponenten einsetzt.

473. Reflexion an Isolatoren.

a. Die geometrischen Beziehungen, die in **459** für die Reflexion elektromagnetischer Wellen an Isolatoren angegeben wurden, sind bekanntlich identisch mit den entsprechenden Beziehungen in der Optik.

b. Für die Amplitude der reflektierten Welle stimmen die Formeln, welche man bei elektromagnetischen Wellen erhält, genau mit den entsprechenden sog. Fresnel'schen Formeln in der Optik überein. Da aber in den elektromagnetischen Formeln das Verhältnis der Dielektrizitätskonstanten der beiden Medien, in den optischen der optische Brechungsexponent*) steht, so geben die ersten Formeln die Beziehungen für Lichtwellen nur dann richtig wieder, wenn man in dieselben den aus optischen Beobachtungen entnommenen Berechnungsexponenten einsetzt.

c. Daß man unter Umständen eine reflektierte Welle überhaupt nicht bekommt, wenn der Einfallswinkel der in **461** Gl. (1) definierte Polarisationswinkel ist, ist ein bekannter Satz der Optik. Die Bedingung dafür ist bei elektromagnetischen Wellen, daß die elektrische Feldintensität in der Einfallsebene, die magnetische senkrecht dazu liegt. Bei optischen Wellen ist die notwendige Bedingung für das Verschwinden einer reflektierten Welle, daß die Polarisationsebene der einfallenden Welle senkrecht zur Einfallsebene ist. Für die Auffassung der Lichtwellen als elektromagnetischer Wellen folgt daraus:

*) An sich hat der Brechungsexponent mit der Reflexion unmittelbar nichts zu tun. Für die Reflexion kommt in Betracht das Verhältnis $\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} : \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}$, während der Brechungsexponent das Verhältnis $\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} : \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}$ ist. Für nicht ferromagnetische Körper haben aber beide Verhältnisse denselben Zahlwert $\sqrt{\varepsilon_1} : \sqrt{\varepsilon_2}$.

was die Optik als Polarisationsebene bezeichnet, ist die Ebene der magnetischen Feldintensität.

474. Reflexion an Metallen.

a. Daß die reflekticrte Welle auch dann im allgemeinen elliptisch polarisiert ist, wenn die einfallende geradlinig polarisiert war, ist auch eine bekannte Erfahrung der Optik.

b. Für die Strahlung der bei senkrechtem Einfall reflektierten Welle war in **462b** eine Beziehung angegeben, die, abgesehen von der Wechselzahl der Schwingung, nur das Leitvermögen der Metalle enthielt. Diese Beziehung ist von E. Hagen und H. Rubens[371]) bei den verschiedensten Metallen mit ultraroten Strahlen bis zu einer Wechselzahl von $1{,}5 \cdot 10^{14}/_{\text{sec.}}$ ($\lambda = 4 \cdot 10^{-3}$ mm) geprüft worden. Die Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und den aus **462** Gl. (2) berechneten Werten war noch bei so raschen optischen Schwingungen befriedigend, bei Schwingungen, deren Wechselzahl $2{,}5 \cdot 10^{13}/_{\text{sec.}}$ ($\lambda = 25{,}5 \cdot 10^{-3}$ mm) war, vorzüglich. Bis hinauf zu so raschen Schwingungen ist also das Reflexionsvermögen eines Metalls für optische Wellen durch dieselbe Beziehung bestimmt wie für elektromagnetische; es hängt nur ab von demjenigen Leitvermögen, welche das Metall für einen konstanten elektrischen Strom besitzt. Es liegt in diesen Beobachtungen also eine Bestätigung der Maxwell'schen Theorie und der Auffassung der Lichtwellen als elektromagnetischer Wellen in einem Umfange, wie es von vornherein kaum erwartet werden konnte.

Bemerkt mag zu diesen Versuchen noch werden, daß ferromagnetische Metalle wie Eisen und Nickel sich genau verhielten, wie wenn ihre Permeabilität gleich derjenigen der Luft wäre. Das kann kaum verwundern: schon im Gebiet relativ langsamer elektromagnetischer Schwingungen beträgt ja die Permeabilität von Eisen nur einen geringen Bruchteil desjenigen Wertes, den es für ein konstantes Feld besitzt [**268b**].

c. Sehr wichtig sind diese Versuche auch noch aus folgendem Grund. Die Beziehung [**462** Gl. (1) bezw. (2)], welche durch diese Versuche bestätigt wurde, ist unter der Voraussetzung abgeleitet, daß für Metalle $\pi n \varepsilon$ klein sei gegen σ. In der Bestätigung dieser Beziehung für die verschiedensten Metalle liegt also auch eine Bestätigung dieser Voraussetzung, d. h. die Versuche zeigen, daß noch für eine Wechselzahl von $2{,}5 \cdot 10^{13}/_{\text{sec}}$ bei Metallen $\pi n \varepsilon$ klein ist gegen σ[363]).

475. Stehende Wellen.

Wenn Lichtwellen an einer Metalloberfläche reflektiert werden, so muß man stehende Lichtwellen bekommen. Den experimentellen Nachweis dafür hat O. Wiener[372]) erbracht: er hat stehende Lichtwellen hergestellt und auf photographischem Wege nachgewiesen.

a. Das Schema des einen Versuchs war das folgende (Fig. 788): Auf eine Metallplatte (Durchschnitt in Fig. 788 getont), fielen senkrecht Lichtstrahlen auf und wurden dort reflektiert, so daß sich über der Metallplatte stehende Wellen ausbildeten. Die ausgezogenen Linien in Fig. 788 seien etwa die Knoten der elektrischen Feld-

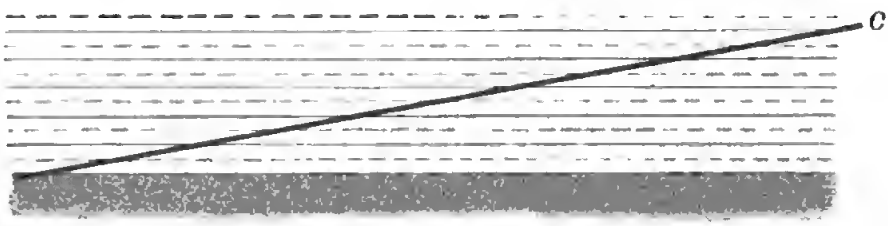


Fig. 788.

intensität und damit die Bäuche der magnetischen, die gestrichelten Linien die Bäuche der elektrischen Feldintensität. Der Abstand der Knoten von einander ist je ½ Wellenlänge. In diese stehenden Wellen hinein brachte Wiener eine unter einem sehr kleinen Winkel gegen die Metalloberfläche geneigte sehr dünne Kollodiumschicht (C), die mit einem lichtempfindlichen Silbersalz getränkt war.

Es waren dann folgende Fälle möglich: chemisch wirksam ist (1) nur die elektrische, (2) nur die magnetische Schwingung und (3) chemisch wirksam sind beide Schwingungen. In den beiden ersten Fällen mußte Wiener auf der Kollodiumschicht nach der Entwicklung helle und dunkle Streifen entsprechend den Knoten und Bäuchen der betreffenden Feldintensität bekommen. Im letzten Falle (3) durften aber überhaupt keine Streifen*) erscheinen, da an den Stellen der Knoten der einen Feldintensität die Bäuche der anderen liegen, die Wirkung also nirgends verschwinden konnte.

Tatsächlich erhielt Wiener Streifen, deren Abstand wegen der schiefen Lage des Kollodiumplättchens groß genug war, daß sie mit bloßem Auge unterschieden werden konnten. Darin liegt also einmal der Beweis für das Vorhandensein stehender Wellen und dann dafür,

*) Oder nur verwaschene, falls etwa beide Schwingungen chemisch wirksam, aber in verschiedenem Maße waren.

daß entweder die magnetische oder die elektrische Schwingung, keinesfalls aber beide für die chemische Wirkung maßgebend sind.

b. Um zu entscheiden, welche von beiden Schwingungen es ist, ließ Wiener das Licht unter 45° auf die Metallplatte auffallen. War das Licht in der Einfallsebene polarisiert, d. h. nach **473c**, war die Richtung der magnetischen Feldintensität parallel der Einfallsebene, so erhielt er auch jetzt Streifen. War dagegen die Polarisationsebene senkrecht zur Einfallsebene, die elektrische Feldintensität parallel derselben, so erschienen keine Streifen. Da im ersten Fall, nicht aber im zweiten, die elektrische Feldintensität stehende Wellen bildet [**463b**], so beweist das, daß chemisch wirksam im Licht ausschließlich die elektrische Schwingung ist.

476. Metallgitter.

Es ist nach **468** zu erwarten, daß Metallgitter geradlinig polarisiertes Licht dann besonders stark reflektieren, wenn die Richtung der elektrischen Feldintensität die Richtung der Gitterstäbe hat (d. h. nach **473c**, wenn seine Polarisationsebene senkrecht zu der Richtung der Gitterstäbe ist), daß sie es besonders stark durchlassen, wenn die elektrische Feldintensität senkrecht zu den Gitterstäben steht. Läßt man also nichtpolarisiertes Licht auf ein solches Metallgitter auffallen, so muß im reflektierten Licht solches, dessen elektrische Feldintensität parallel den Gitterstäben ist, vorherrschen, im durchgehenden Licht dagegen solches, dessen elektrische Feldintensität senkrecht zu den Gitterstäben ist.

Der Nachweis, daß Metallgitter diese Eigenschaft gegenüber Wellen, die nicht durch elektrische Mittel hergestellt sind, sondern von einer gewöhnlichen Licht- oder Wärmequelle herrühren, wirklich besitzen, ist deshalb schwierig, weil der Abstand der Gitterstäbe klein sein muß gegen die Wellenlänge der Schwingung, wenn der Versuch ein Analogon zu dem in **468** beschriebenen sein soll. Es ist deshalb ein sehr kleiner Abstand der Gitterstäbe notwendig.

Versuche dieser Art sind gemacht worden von H. Rubens und E. F. Nichols[373]) und später in anderer Weise von F. Braun[374]).

a. Rubens und Nichols umgingen die Schwierigkeit, indem sie ultrarote Strahlen sehr großer Wellenlänge (ca. 0,024 mm), sog. Reststrahlen des Flußspats, verwandten. Das ermöglichte die Benützung regelmäßiger, mechanisch hergestellter Gitter, die sie durch Einreißen von Strichen auf versilberte Glasplatten mit der Teilmaschine machten. Die Breite eines Striches und eines Gitterstreifens war

0,005 mm. Die Erscheinung im reflektierten Licht konnte messend verfolgt werden und lieferte das erwartete Resultat.

b. F. Braun benützte sichtbare Lichtstrahlen, stellte aber sehr feine Gitter her, indem er durch dünne Metalldrähte die Entladung einer großen Batterie Leidener Flaschen hindurchschickte und die Drähte dadurch zerstäubte. Liegt der Draht vor der Zerstäubung zwischen zwei Glasplatten, so erhält man auf denselben ganz feine Metallstreifen, wie sie auf mechanischem Wege nicht zu erhalten sind. Auch diese Gitter zeigten die erwartete Erscheinung. Dasselbe galt von anderen feinen Metallgittern, Schnitten von Holzfasern, die mit Metallsalzen getränkt waren.

477. Zusammenfassung.

a. Die Anschauung, daß Lichtschwingungen elektromagnetische Schwingungen seien, ist von C. Maxwell[375]) auf Grund seiner theoretischen Untersuchungen über elektromagnetische Schwingungen ausgesprochen worden zu einer Zeit, als man einigermaßen rasche elektromagnetische Schwingungen experimentell noch nicht kannte. Als diese experimentell durch Hertz hergestellt waren, wurde, und zwar ebenfalls durch Hertz, nachgewiesen, daß sie zum mindesten qualitativ dieselben Erscheinungen zeigen wie Lichtwellen. Seitdem sind fast alle Eigenschaften, die man an Lichtwellen kennt (Doppelbrechung, Interferenz, Beugung) auch bei elektromagnetischen Schwingungen nachgewiesen, andererseits manche Versuche, die man zuerst mit elektromagnetischen Wellen anstellte, mit Lichtwellen wiederholt worden.

b. Daß die Maxwell'sche Theorie nicht für beliebig rasche Schwingungen gilt[376]), muß als selbstverständlich erscheinen, sobald man sich die materiellen Körper als aus einzelnen getrennten Molekeln zusammengesetzt vorstellt. Die Maxwell'sche Theorie, welche diese Körper als homogen betrachtet, muß versagen, sobald es sich um Wellen handelt, deren Wellenlängen gegen den Abstand und die Dimensionen der Molekeln nicht groß sind. Solchen Wellen gegenüber können die Körper keinesfalls mehr als homogen aufgefaßt werden.

Ob dieses Bedenken bei den Wellen des sichtbaren Lichts schon zutrifft, ist fraglich. Allein es kommt dazu noch eines. Alle Körper sind unter Umständen im stande, solche Lichtwellen auszusenden. Gerade bei der elektromagnetischen Auffassung der optischen Erscheinungen muß also angenommen werden, daß in den Körpern elektro-

magnetische Oszillatoren irgend welcher Art vorhanden sind, die derartige Wellen aussenden können. Sollen also auf solche Körper die Maxwell'schen Beziehungen angewandt werden, so müßte zum mindesten auf das Vorhandensein solcher Oszillatoren Rücksicht genommen werden.

c. Gerade die Ausbildung der Maxwell'schen Theorie nach dieser Richtung[377]) hat sehr viel dazu beigetragen, Differenzen, welche die Maxwell'sche Theorie in ihrer einfachsten Form ergeben hatte, zu beseitigen. Diese weitere Ausbildung der Maxwell'schen Theorie hat außerdem zu Resultaten geführt (z. B. Zeemaneffekt), welche die Auffassung der Lichtwellen als einer elektromagnetischen Erscheinung in ganz besonderem Maß gefestigt hat.

Anmerkungen.

[1]) Ausführlichere Darstellungen des in diesem Kapitel besprochenen Gegenstands finden sich in jedem größeren Lehrbuch der Experimentalphysik. Für denjenigen, welcher die Integral- und Differentialrechnung beherrscht, sind an theoretischen Lehrbüchern für den vorliegenden Zweck besonders zu empfehlen:

E. Cohn, Das elektromagnetische Feld. Leipzig 1900.

Anschaulicher, aber weit weniger (qualitativ nnd quantitativ) eingehend ist:

G. Ferraris, Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik. Leipzig 1901.

In den folgenden Anmerkungen ist immer auf das Buch von E. Cohn Bezng genommen.

[2]) D. h. E und M sind Vektoren.

[3]) Die Spannnng des Punktes A gegen den Punkt B ist also allgemein gleich dem Linienintegral der Feldintensität von A nach B, d. h.

$$= \int_A^B E_l \, dl \quad \text{bezw.} \quad \int_A^B M_l \, dl,$$

wenn dl das Linienelement einer von A nach B gezogenen Kurve, E_l bezw. M_l die Komponente von E bezw. M in der Richtung dieses Linienelements bezeichnet. Ebenso ist die EMK (bezw. MMK) längs einer geschlossenen Kurve gleich dem Linienintegral der elektrischen bezw. magnetischen Feldintensität längs der Kurve.

[4]) Hat das Stäbchen die Form eines Umdrehnngsellipsoids, das in der in der nebenstehenden Figur angegebenen Weise vertikal anfgehängt ist, bezeichnet

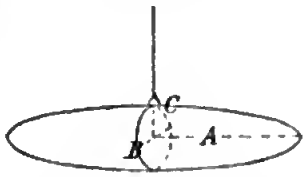


Fig. I.

ferner A, B und C (B = C) die Parameter des Ellipsoids und ϑ den Winkel, den die A-Achse mit der Horizontalkomponente M der magnetischen Feldintensität bildet, so gilt für das Drehmoment Θ, welches auf das Stäbchen wirkt,

$$\Theta = \frac{\mu_0}{2} \cdot M^2 \cdot \sin 2\vartheta \left\{ \frac{1}{\frac{\mu_0}{\mu - \mu_0} + B} - \frac{1}{\frac{\mu_0}{\mu - \mu_0} + A} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

[vgl. E. Cohn [1]), S. 212]. Darin bedeutet μ die magnetische Permeabilität des Stäbchens, μ_0 diejenige der Luft. Da μ sehr viel größer als μ_0 ist, so ist annähernd

$$\Theta = \frac{\mu_0}{2} \cdot M^2 \cdot \sin 2\vartheta \left[\frac{1}{B} - \frac{1}{A}\right] \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

[5]) Vgl. F. Braun, Wied. Ann. **60**, 552. 1897.

[6]) Für das Drehmoment Θ gilt unter den Bedingungen von Anm. [4])

$$\Theta = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot E^2 \cdot \sin 2\vartheta \left[\frac{1}{B} - \frac{1}{A}\right]$$

entsprechend Gl. (2) in Anm. [4]). (E = Horizontalkomponente der elektrischen Feldintensität, ε_0 = Dielektrizitätskonstante der Luft) [vgl. E. Cohn [1]), S. 113 und S. 106 f.].

[7]) Vgl. M. Seddig, Ann. Phys. **11**, 815. 1903.

[8]) Näheres darüber bei W. J. Milham, „Ueber die Verwendbarkeit der Braun'schen Röhre zur Messung elektrischer Felder". Diss. Straßburg 1901.

[9]) Siehe A. Webnelt, Verhandl. d. physik. Ges. **5**, 29. 1903.

[10]) Für ein unendlich kleines Flächenelement dS gilt dieser Ausdruck exakt in einem beliebigen Feld. Es ist also die Zahl der durch ein solches Flächenelement hindurchtretenden Intensitätslinien

$$= M \cos\vartheta \cdot dS,$$

wenn M die Feldintensität an der Stelle von dS bezeichnet. Da $M \cos\vartheta$ nichts anderes ist als die Komponente von M nach der Normale N von $dS = M_N$, so ist dieser Ausdruck gleichbedeutend mit

$$M_N\, dS.$$

Es ist demnach die Anzahl von Intensitätslinien, die in einem beliebigen Feld durch eine beliebige Fläche S hindurchgeht,

$$= \int_S M_N\, dS,$$

ebenso im elektrischen Feld

$$= \int_S E_N\, dS.$$

[11]) Ueber Ausführung der Konstruktion in einer Ebene vgl. H. Ehert, Magnetische Kraftfelder, Leipzig 1897, S. 80 ff.

[12]) D. h. in statischen Feldern ist das Linienintegral der Feldintensität längs jeder geschlossenen Kurve = 0.

[13]) Die magnetische Induktion ist im allgemeinsten Falle nicht mit $\mathfrak{M} = \mu M$ identisch [vgl. E. Cohn [1]), S. 221 f.], deckt sich damit aber in allen späteren Fällen.

[14]) Oder es ist im allgemeinsten Fall [vgl. E. Cohn [1]), S. 22]

$$Q_e = \int_S \varepsilon E_N\, dS = \int_S \mathfrak{E}_N\, dS = \Sigma e$$

$$Q_m = \int_S \mu M_N\, dS = \int_S \mathfrak{M}_N\, dS = \Sigma m.$$

Darin bedeutet Q_e (bezw. Q_m) die Anzahl der elektrischen (bezw. magnetischen) Induktionslinien, welche die geschlossene Fläche S von innen nach außen durch-

setzen, ebenso Σe (bezw. Σm) die algebraische Summe aller von der Fläche S umschlossener elektrischer (bezw. magnetischer) Mengen.

[15]) In technischen Lehrbüchern wird angenommen, daß von der magnetischen Menge 1 nicht eine, sondern 4π Induktionslinien ausgehen. Die Anzahl magnetischer Induktionslinien wird in der Technik gewöhnlich mit dem Buchstaben „B" oder „$\mathfrak{B}$" bezeichnet: es ist also B identisch mit $4\pi Q_m$. Bezeichnet „B" oder „$\mathfrak{B}$" den Vektor der magnetischen Induktion, so ist es in den später vorkommenden Fällen identisch mit $4\pi\mathfrak{R}$.

[16]) Bei dieser Gleichung für die Kapazität ist darauf, daß am Rande der Platten das elektrische Feld nicht homogen ist, keine Rücksicht genommen (vgl. Tab. II b am Schluß des Buches).

[17]) Es sei E der Vektor der elektrischen Feldintensität, wenn der Leiter die Ladung e, E_1, wenn er die Ladung k e besitzt.

Dann sind E und E_1 außer durch die allgemeinen Bedingungen für die Feldintensität [vgl. E. Cohn [1]), S. 31] vollkommen bestimmt durch die Bedingungen

$$\int_S \varepsilon E_N \, dS = e \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

$$\int_S \varepsilon E_{1N} \, dS = k e \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

(S Oberfläche des Leiters). Definiert man nun einen Vektor E_2 durch die Beziehung

$$E_2 = k E_1$$

so genügt E_2 ebenso wie E den allgemeinen Bedingungen und außerdem wird

$$\int_S \varepsilon E_{2N} \, dS = k e.$$

Der Vektor E_2 genügt also allen Bedingungen, die der Vektor E_1 zu erfüllen hat. Da es aber nur einen einzigen Vektor gibt, der die allgemeinen Bedingungen und Gleichung (2) befriedigt [vgl. E. Cohn [1]), S. 44], so muß

$$E_1 = E_2 = k E$$

sein. D. h.: die Richtung der Intensitätslinien und damit auch der Induktionslinien ist im zweiten Fall dieselbe wie im ersten, die Dichte aber ist k-mal größer.

[18]) Beweis ganz ähnlich wie in Anm. [17]).

[19]) Es bezeichne e_1 bezw. e_2 die elektrische Ladung des ersten bezw. zweiten Leiters, $\mathfrak{V}$ die Spannung des ersten Leiters, wenn er allein im Raume sich befindet, $\mathfrak{V}_1$, wenn außer ihm auch noch der zweite Leiter vorhanden ist.

Dann ist [vgl. E. Cohn [1]), S. 58 und 63]

$$\mathfrak{V} = \beta_1 e_1 \quad [18 \text{ Gl. (1)}].$$
$$\mathfrak{V}_1 = \beta_1 e_1 + \beta_2 e_2.$$

Da die Konstanten β_1 und β_2 positiv sind, so folgt: der absolute Wert von $\mathfrak{V}_1$ ist größer bezw. kleiner als derjenige von $\mathfrak{V}$, je nachdem e_1 und e_2 dasselbe bezw. entgegengesetztes Vorzeichen haben.

[20]) Treten magnetische Induktionslinien von einem Medium mit der Permeabilität μ_1 in ein anderes mit der Permeabilität μ_2 über, so gilt allgemein

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

[vgl. E. Cohn [1]), S. 200], wenn α_1 bezw. α_2 die Winkel sind, welche die Induktionslinien in den beiden Medien mit der Normale der Trennungsfläche bilden.

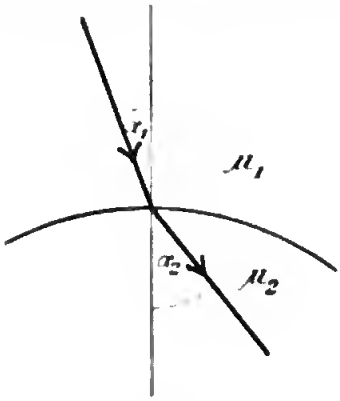


Fig. II.

Ist μ_2 sehr groß gegen μ_1, so wird annähernd $\alpha_1 = 0$ (wenn nicht $\operatorname{tg} \alpha_2 = \infty$ ist), d. h. die Induktionslinien treten senkrecht in das zweite Medium ein.

Ebenso gilt bei dem Uebertritt elektrischer Induktionslinien von einem Medium mit der Dielektrizitätskonstanten ε_1 in ein solches mit der Dielektrizitätskonstanten ε_2

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

[vgl. E. Cohn [1]), S. 40 f.].

[21]) Der Beweis kann in ganz ähnlicher Weise wie derjenige in Anm. [17]) erbracht werden.

[22]) Der allgemeine Ausdruck für die Anzahl von Stromlinien, welche eine Fläche S passieren, ist

$$\int_S \mathfrak{S}_N \, dS \; [10]).$$

[23]) Der Strich ist also gleichbedeutend mit dem Differentialquotienten nach der Zeit.

[24]) C. Maxwell, A Treatise on Electricity and Magnetism II, S. 132 ff., Fig. 18. Oxford 1873.

[25]) D. h.

$$\int_s M_s \, ds = \frac{1}{\nu} \int_S \mathfrak{S}_N \, dS,$$

wenn dS das Flächenelement einer durch die geschlossene Kurve s begrenzten Fläche bedeutet und das erste Integral über einen vollkommenen Umlauf der Kurve s erstreckt wird.

[26]) Beweis, wie in Anm. [17]). Der Vektor M ist abgesehen von den allgemeinen Bedingungen bestimmt durch

$$\int_s M_s \, ds = \frac{i}{\nu} \; [25])$$

für alle Kurven s, welche den Stromkreis i einmal umzingeln.

[27]) Vgl. E. Cohn [1]), S. 244.

[28]) Man überzeugt sich leicht, daß in einem Pnnkt (vgl. Fig. 35), der von der Zuleitungsstelle des Stroms um den Winkel $90 - \vartheta$ abliegt, die magnetische Feldintensität

$$M \infty \frac{\vartheta}{\sin \vartheta}, \text{ demgemäß } [M]_{\vartheta = \pi/2} : [M]_{\vartheta = 0} = \text{ca. } 1{,}6 : 1 \text{ ist.}$$

[29]) Eine allgemeine Formel für den wechselseitigen Indnktionskoeffizienten von 2 Stromkurven s_1 und s_2 ist

$$p_{12} = \frac{\mu}{4\pi v^2} \int_{s_1} \int_{s_2} \frac{\cos(ds_1, ds_2)}{r} ds_1 . ds_2 = \text{„Neumann'sche Formel“.}$$

[Vgl. E. Cohn [1]), S. 245.]

Darin bedeutet μ die Permeahilität des Medinms, in welchem sich die beiden Stromkreise hefinden, ds_1, ds_2 je ein Linienelement der beiden Stromkurven, r ihren Ahstand nnd (ds_1, ds_2) den Winkel, den sie mit einander bilden.

[30]) Folgt z. B. unmittelbar aus dem Ausdruck in Anm. [22]).

[31]) Diese Definition wäre genan richtig, wenn das magnetische Feld im Inneren des Drahts genau zyklisch wäre. Es trifft nmso genauer zn, je kleiner der Drahtradius gegen die übrigen Dimensionen des Stromkreises ist. — Man kann aus der Neumann'schen Formel anch den Selhstinduktionskoeffizienten von Stromkreisen ableiten, aber nicht in der Weise, daß man in derselben die beiden Stromkreise s_1 und s_2 znsammenfallen läßt. Vgl. E. Cohn [1]), S. 294 ff.

[32]) Oder

$$\int_s M_s \, ds = \frac{1}{v} \left[\int_S \mathfrak{E}_N \, dS + \frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathfrak{E}_N \, dS \right] \text{[25]).}$$

[33]) Oder

$$\int_s E_s \, ds = - \frac{1}{v} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathfrak{N}_N \, dS.$$

[34]) Für den Energieinhalt eines heliebig großen Raumes τ in beliebigem Feld gilt:

$$W_e = \frac{1}{2} \int_\tau \varepsilon E^2 \, d\tau; \quad W_m = \frac{1}{2} \int_\tau \mu M^2 \, d\tau.$$

[35]) Das geht z. B. aus E. Cohn [1]), S. 36, Gl. 15 hervor.

[36]) Vgl. E. Cohn [1]), S. 281 ff.

[37]) Es ist also

$$i^2_{\text{eff}} = \text{zeitlicher Mittelwert von } i^2 = \frac{\int_0^t i^2 \, dt}{t}.$$

Ebenso

$$\mathfrak{N}^2_{\text{eff}} = \frac{\int_0^t \mathfrak{N}^2 \, dt}{t}.$$

[38]) Vgl. A. Paalzow und H. Ruhens, Wied. Ann. **37**, 529. 1889.

[39]) Es ist also:

$$K_s = \frac{i}{v} \frac{\partial Q_m}{\partial s}$$
$$\Theta = \frac{i}{v} \frac{\partial Q_m}{\partial \vartheta}.$$

[40]) Wesentlich einfacher werden die Beziehungen zwischen absolutem magnetischem und praktischem Maßsystem, wenn man

als Einheit für Maße = 1 kg,
" " " Länge = 1 m wählt
nnd v = 1 setzt.

Vorschlag von G. Giorgi, L'Elettricista 1902, Januar, Fehrnar; il nuovo Cimento 1902, Jnli, Novemher. Vgl. F. Emde, Zeitschrift für Elektrotechnik. Heft 23. 1903.

[41]) Die Ermittlung von $\mathfrak{E}$ wird bedeutend einfacher, wenn man Differentialrechnung verwendet. Es ist

$$\mathfrak{E} = -\frac{1}{v} \frac{\partial Q_m}{\partial t} \quad [37\text{ c}]$$
$$= -\frac{1}{v} \frac{\partial Q_m}{\partial \vartheta} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t}$$
$$= \frac{n}{v} Q_{m_0} \sin \vartheta \quad [50\text{ Gl. (1) und Gl. (2)}].$$

[42]) Eine sehr empfindliche Methode zur Prüfnng, ob ein mehrphasiger Wechselstrom genau sinusförmig ist, findet sich bei J. Zenneck, Wied. Ann. **69**, 858. 1899.

[43]) Bei der Rechnung mit oszillatorischen Größen ist es in den meisten Fällen günstiger eine oszillatorische Größe $\mathfrak{A}$ mit der Wechselzahl n darzustellen in der Form

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_0 \cdot e^{\imath \pi n t} = \mathfrak{A}_0 \cdot e^{\imath \nu t}$$

$(\imath = \sqrt{-1},\ \nu = \pi n)$, die Rechnnng mit dieser Form durchzuführen nnd von dem im allgemeinen komplexen Resultat nur den reellen oder nnr den imaginären Teil heizubehalten, je nachdem

$$e^{\imath \nu t} = \cos \nu t + \imath \sin \nu t$$

anfänglich für cos νt oder für sin νt gesetzt wurde.

Bei dieser wohl von Heaviside eingeführten Methode, die in neuerer Zeit besonders von Ch. Steinmetz [44]) ausgebildet wnrde, ist

a) Multiplikation mit ιν identisch mit $\frac{\partial}{\partial t}$, d. h. mit Differentiation nach der Zeit,
b) Multiplikation mit ι identisch mit Voreilung in der Phase nm 90°,
c) eine oszillatorische Größe $\mathfrak{A}$ gegen eine andere $\mathfrak{B}$ um den $\sphericalangle\ \varphi$ in der Phase verspätet, wenn

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{B} e^{-\imath \varphi}.$$

[44]) Vgl. J. Zenneck, Wied. Ann. **69**, 838. 1899.

[45]) Handelt es sich um die photographische Anfnahme von Schwingungskurven, so ist die von A. Wehnelt nnd B. Donath [Wied. Ann. **69**, 861, 1899] angegebene Methode, die horizontale Geschwindigkeit nicht dem Lumineszenz-

fleck, sondern der photographischen Platte zu geben, entschieden einfacher. Aber sie ist für die Demonstration der Schwingungskurve nicht zu verwenden und stellt schon bei Wechselzahlen von etwa 100/sec. sehr hohe Anforderungen an die Leistung der Influenzmaschine, die Güte der Brann'schen Röhre und die Empfindlichkeit der photographischen Platte, wenn man Bilder genügender Größe und Deutlichkeit erhalten will.

[46]) Vgl. F. Braun [5]).

[47]) Vgl. E. E. Seefehlner, Optische Methoden zu Wechselstromuntersuchungen. Wien 1900.

[48]) Ausführliches über die technischen Methoden in Rapports du Congrès international de physique **3**, 264. 1900.

[49]) Die Ordinate y der Kurve sei im allgemeinsten Falle $= c_1 i_1$, die Abszisse $x = c_2 i_2$. Dann ist, wenn

$$c_1 i_{1\,0} = a_1$$
$$c_2 i_{2\,0} = a_2$$
$$\sphericalangle (i_2, i_1) = \varphi$$

gesetzt wird, x und y von der Form

$$y = a_1 \sin \pi n t$$
$$x = a_2 \sin (\pi n t - \varphi).$$

Die Elimination von t liefert die Gleichung der Kurve:

$$\left(\frac{y}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{x}{a_2}\right)^2 - \frac{2xy}{a_1 a_2} \cos \varphi = \sin^2 \varphi.$$

Die Kurve ist also, wenn $\varphi \gtrless 0$, eine Ellipse, deren Lage gegen die Koordinatenachsen bei demselben absoluten Wert von φ durch das Vorzeichen von $\cos \varphi$ bestimmt ist [vgl. **60 c**].

Im Falle $\varphi = 0$ und $180°$ degeneriert die Ellipse in eine Doppelgerade [**60 a** (1)]. Im Falle $\varphi = \pm 90°$, $a_1 = a_2$ wird aus ihr ein Kreis [**60 d**]. Im Falle des Kreises wird außerdem

$$\frac{y}{x} = \operatorname{tg} \pi n t \quad \text{oder} \quad \sphericalangle (POX) \text{ (Fig. 65)} = \pi n t,$$

d. h. der Fleck rotiert mit gleichförmiger Geschwindigkeit und zwar macht er während einer Periode des Wechselstroms eine volle Umdrehung.

[50]) Bekannter Beweis des Fresnel'schen Parallelogramms.

[51]) Das folgende ergiht sich unmittelbar daraus, daß

$$\mathfrak{B} = \pm k \cdot \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial t}$$
$$= \pm \pi n \cdot k \cdot \mathfrak{A}_0 \cdot \cos (\pi n t - \varphi)$$

ist, wenn für $\mathfrak{A}$ gilt:

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_0 \sin (\pi n t - \varphi).$$

[52]) D. h. es ist der zeitliche Mittelwert von $\mathfrak{B} = f(t)$, in der Zeit von t_1 bis t_2

$$= \frac{\int_{t_1}^{t_2} f(t)\, dt}{t_2 - t_1}.$$

[53]) Einfacher: Ist im allgemeinsten Falle

$$\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A}_{1\,0} \sin \pi n t$$
$$\mathfrak{A}_2 = \mathfrak{A}_{2\,0} \sin (\pi n t - \varphi),$$

so ist der zeitliche Mittelwert von $\mathfrak{B} = \mathfrak{A}_1 \,.\, \mathfrak{A}_2$ für eine volle Periode nach Anm. [52]):

$$= \frac{\mathfrak{A}_{1\,0} \,.\, \mathfrak{A}_{2\,0}}{2/n} \int_0^{2/n} \sin \pi n t \,.\, \sin (\pi n t - \varphi)\, d t$$

$$= \frac{1}{2}\, \mathfrak{A}_{1\,0} \,.\, \mathfrak{A}_{2\,0} \,.\, \cos \varphi \equiv \mathbf{70\ c}\ \text{Gl. (3)}.$$

Daraus folgen die Spezialfälle **70 a** und **b** unmittelbar.

[54]) Im allgemeinen Fall, wenn eine oszillatorische Größe $\mathfrak{A}$ nicht sinusförmig ist, kann $\mathfrak{A}$ geschrieben werden:

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_0 \,.\, f(t),$$

worin $f(t)$ eine periodische Funktion der Zeit bezeichnet. Es ist dann

$$\mathfrak{A}_{\text{eff}} = \mathfrak{A}_0 \sqrt{\frac{\int_0^T f(t)^2\, d t}{T}}\ (T = \text{Periode von } \mathfrak{A}),$$

oder wenn $\frac{1}{F^2} = \frac{\int_0^T f(t)^2 \,.\, d t}{T}$ gesetzt wird, $\mathfrak{A}_0 = F \,.\, \mathfrak{A}_{\text{eff}}$.

F wird gewöhnlich als *„Formfaktor"* der betreffenden oszillatorischen Größe bezeichnet. So lange also $f(t)$, d. h. die Form der Schwingungskurve sich nicht ändert, gleichgültig, wie sie im übrigen beschaffen ist, so lange ist der Formfaktor konstant und so lange können Angaben von Hitzdrahtinstrumenten als Maß für die Amplitude eines Wechselstroms betrachtet werden.

[55]) Ausführliche Darstellungen von Wechsel- und Drehstrommaschinen und ihrer Wirkungsweise finden sich bei

E. Arnold, Die Wechselstromtechnik 1902—1904,

E. Gérard, Leçons sur l'électricité, 5me édit. 1898, Bd. 1,

G. Kapp, Dynamomaschinen für Gleich- nnd Wechselstrom und Transformatoren. Berlin, Jul. Springer,

G. Kapp, Elektrische Kraftübertragung. Deutsch von R. Holborn und R. Kahle. Berlin 1896,

S. P. Thompson, Die dynamoelektrischen Maschinen. Deutsch von K. Strecker nnd T. Vesper. Halle 1900.

[55a]) Ueber eine ähnliche Maschine nnd Versuche mit derselben vgl. K. E. F. Schmidt, Ann. Phys. 14, 22. 1904.

[56]) M. Wien, Ann. Phys. 4, 425. 1901. In neuester Zeit hat W. Dudell eine Induktormaschine beschrieben, die 240 000 Wechsel pro Sekunde liefert. [Phil. Mag. (6) 9, 299. 1905. Dort auch Zusammenstellung der bisher konstruierten Hochfrequenzmaschinen.]

[57]) Aus dieser ist Näheres über die Konstruktion zu entnehmen.

[58]) Ausführlichere Behandlnng des Gegenstands bei:

E. Arnold[55]),

Th. H. Blakesley, Die elektrischen Wechselströme. Deutsch von C. P. Feldmann. Berlin, Jul. Springer,

C. P. Feldmann, Wirkungsweise, Prüfung und Berechnung der Wechselstromtransformatoren. Leipzig 1894,

J. A. Fleming, The alternate current transformer. 3. Aufl., Bd. 1. London 1900,

E. Gérard[66]).

Rein theoretisch sind: G. Ferraris[1]),

F. Bedell und A. C. Crehore, Theorie der Wechselströme. Deutsch von A. H. Bucherer,

Ch. Steinmetz, Theorie und Berechnung der Wechselstromerscheinungen. Berlin 1900.

[59]) Einmal ist schon in dem Versuch **82 b** wegen der Phasendifferenz zwischen i_1 und i_2 **[196]** $(i_1 - i_2)_{eff}$ nicht $= i_{1eff} - i_{2eff}$, d. h. nicht gleich der Differenz der Ablesungen an dem Ampèremeter vor und hinter dem Kondensator. Und dann ist es nicht zulässig, die Strömung in einem Kabel in der Weise zu berechnen, daß man Teile des Kabels von endlicher Länge als Kondensatoren behandelt. Die strenge Behandlung s. bei E. Cohn[1]) S. 471 ff.

[60]) Oder der Differentialgleichung

$$i w = \mathfrak{E}_a + \mathfrak{E}_i = \mathfrak{E}_a - p \frac{\partial i}{\partial t}.$$

Ist $\mathfrak{E}_a$ sinusförmig, d. h. von der Form $\mathfrak{E}_a = \mathfrak{E}_{a0} \cdot e^{i\nu t}$[43]), so wird, wenn man $\frac{\partial}{\partial t}$ durch $i\nu$ ersetzt:

$$i = \frac{\mathfrak{E}_a}{z}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

wo

$$z = w + i\nu p \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

ist. An Stelle des Widerstands w bei stationärem Strome tritt also die bei dieser Art der Darstellung komplexe Impedanz z. Aus Gl. (1) und (2) folgt

$$i = \frac{\mathfrak{E}_a}{\sqrt{w^2 + (\nu p)^2}} e^{-i\varphi}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\nu p}{w}.$$

[61]) Die Differentialgleichung ist[60])

$$i w + p \frac{\partial i}{\partial t} = \mathfrak{E}_a = \mathfrak{E}_{a0} \sin (\nu t - \alpha)$$

mit der Grenzbedingung: $i = 0$ für $t = 0$. Die allgemeinste Lösung ist:

$$i = \frac{\mathfrak{E}_{a0}}{\sqrt{w^2 + (\nu p)^2}} \left[\sin (\nu t - \alpha - \varphi) + \sin (\alpha + \varphi)\, e^{-\frac{w}{p} t} \right],$$

wo $\operatorname{tg} \varphi = \nu p / w$ ist. Daß das so, wie es in **93 c** geschieht, interpretiert werden kann, ist leicht zu sehen. Die Aufgabe ist z. B. auch behandelt bei J. A. Fleming[58]) S. 194.

[62]) Daß man berechtigt ist, jede Oberschwingung so zu behandeln, wie wenn sie allein im Stromkreis vorhanden wäre, übersieht man, wenn man die Fourier'sche Reihe für $\mathfrak{E}$ in die Differentialgleichung Anm. [60]) einsetzt.

[63]) Einfacherer Beweis:

$$W_m = \frac{1}{2} p i^2$$

$$\frac{\partial W_m}{\partial t} = i \cdot p \frac{\partial i}{\partial t} = -i \cdot \mathfrak{E}_i = L_i.$$

[64]) Die in der Zeit d t zum Aufbau des magnetischen Felds verwendete bezw. beim Verschwinden desselben dem Stromkreis zurückgegebene Energie ist

$$L_i \,.\, d\,t\,[97\ c] = -\,i\,\mathfrak{E}_i].\ d\,t.$$

Da

$$\mathfrak{E}_i = -\,\frac{1}{v}\,\frac{\partial\,Q_m}{\partial\,t}$$

ist, so wird für eine volle Periode T der Energieverbrauch

$$\int_0^T L_i \,.\, d\,t = \frac{1}{v}\int_0^T i \,.\, \frac{\partial\,Q_m}{\partial\,t}\,d\,t = -\,\frac{1}{v}\int i \,.\, d\,Q_m,$$

wobei das Integral über alle Werte von Q_m, die der Strom während der ganzen Periode annimmt, d. h. über die ganze geschlossene Kurve D A B C D (Fig. 179) auszudehnen ist. Dieses Integral ist aber nichts anderes als der Inhalt der Fläche D A B C D [vgl. E. Cohn [1]) S. 532 f.].

[65]) Da nach 107 die Stromkurve unter diesen Umständen wegen der Hysteresis aufhört, sinusförmig zu sein, so verliert die Definition der Impedanz in 86 ihre Gültigkeit.

Es ist dann am einfachsten, die Impedanz zu definieren durch die Gleichung [90]

$$z = \frac{\mathfrak{E}_{a\,eff}}{i_{eff}} \text{ bezw. } = \frac{\mathfrak{V}_{eff}}{i_{eff}}.$$

[66]) Vgl. R. Ångström, Phys. Zeitschr. 1, 121. 1899.

[67]) Eine in mancher Beziehung ausführlichere Behandlung des Gegenstands s. bei J. Zenneck, Ann: Phys. 9, 497. 1902.

[68]) Nicht

$$= \frac{1}{2}\,w_m \,.\, n\,Q_{m\,0}{}^2$$

$$= \frac{n}{2}\left[w_m + \pi\,n\,p_m \,.\, \sin\varphi_2 \cos\varphi_2\right] Q_{m\,0}{}^2.$$

Nur der erste Teil dieses Ausdrncks $\left(= \frac{n}{2} \,.\, w_m \,.\, Q_{m\,0}{}^2\right)$ ist die von dem magnetischen Feld des Eisenrings umgesetzte Energie. Der zweite Teil des Ausdrncks rührt von demjenigen Teil des magnetischen Felds von S_2, der nicht im Eisenring liegt, her. Eine leichte Umformung zeigt nämlich, daß

$$\frac{n}{2} \,.\, \pi\,n\,p_m \,.\, \sin\varphi_2 \cos\varphi_2 \,.\, Q_{m\,0}{}^2 = \frac{n}{2} \,.\, p_2\,i_{2\,0}{}^2$$

ist; p_2 bezeichnet aber denjenigen Teil des Selbstinduktionskoeffizienten des Stromkreises S_2, der durch die Induktionslinien außerhalb des Eisenrings veranlaßt ist.

[69]) Ein elementarer Beweis findet sich bei J. Zenneck, Ann. Phys. 11, 1125. 1903.

[70]) Vgl. J. Zenneck [67]) § 4.

[71]) Das gilt aber nur, solange die Strömung in der Röhre als gleichförmig betrachtet werden darf. Wenn dies nicht mehr zulässig ist, treten an Stelle dieser Beziehung die von J. J. Thomson [Recent Researches in Electricity and Magnetism. S. 323 ff. Oxford 1893] berechneten Formeln.

[73]) Der Versuch rührt im Prinzip von Willoughby Smith [vgl. J. A. Fleming[58]) S. 280] her.

[73]) Bezüglich der theoretischen Begründung der in 124—127 angegebenen Formeln vgl. z. B. E. Cohn[1]) S. 354 ff., wo Formeln für die analoge Erscheinung auf elektrischem Gebiet abgeleitet sind. Bezüglich der Uebertragung auf magnetisches Gebiet vgl. J. Zenneck[67]) § 7.

[74]) Vgl. [67]) § 8.

[75]) Die Differentialgleichung ist in der Mitteilung [67]) § 8 gegeben. Die Berechnung kann in ganz ähnlicher Weise durchgeführt werden, wie bei E. Cohn[1]) S. 354 ff.

[76]) Ausführliche theoretische Behandlungen z. B. bei O. Heaviside, Electrical Papers 1, p. 363. 1892. J. J. Thomson[71]) 318 ff.

[77]) Näheres darüber bei C. P. Feldmann[59]) S. 155 ff. Dort befinden sich auch Angaben über Eisenbleche.

[78]) Ausführlichere Literatur:

E. Arnold[55]),

Feldmann[59]),

Fleming[58]),

G. Kapp, Transformatoren für Wechselstrom und Drehstrom. 2. Aufl. 1900,

Thompson[53]).

Rein theoretisch: Bedell-Crehore[58]) und Steinmetz[58]).

[78a]) Vgl. W. Wien, Phys. Zeitschrift 4, 586. 1903.

[79]) Die Maxwell's'sche Behandlung des Transformators findet sich z. B. bei E. Cohn[1]), S. 317 ff. Die Differentialgleichungen sind:

$$i_1 w_1 = \mathfrak{E}_a - p_{11} \frac{\partial i_1}{\partial t} + p_{12} \frac{\partial i_2}{\partial t}$$

$$i_2 w_2 = \quad - p_{21} \frac{\partial i_1}{\partial t} + p_{22} \frac{\partial i_2}{\partial t}$$

(p_{11} bezw. p_{22} = Selbstinduktionskoeffizient des ganzen Primär- bezw. Sekundärkreises, $p_{21} = p_{12}$ = wechselseitiger Induktionskoeffizient der beiden Stromkreise).

Die Voraussetzung dieser Behandlung ist μ = konst., also hysteresisfreier Transformatorkern; Streuung dagegen kann vorhanden sein.

Der spezielle Fall (E. Cohn, S. 319 f.)

$$p_{12}^2 = p_{11} \cdot p_{22}$$

entspricht der Annahme: keine Streuung und induktionslose Belastung der Sekundärspule.

In der Hopkinson'schen Behandlung geht man aus von dem magnetischen Induktionsfluß Q_m im Transformatorkern. Die Differentialgleichungen werden dann, wenn keine Streuung vorhanden ist:

$$Q_m w_m = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{v}$$

$$i_1 w_1 = \mathfrak{E}_1 - \frac{N_1}{v} \frac{\partial Q_m}{\partial t}$$

$$i_2 w_2 = \quad - \frac{N_2}{v} \frac{\partial Q_m}{\partial t} - p_2 \frac{\partial i_2}{\partial t}.$$

(N_1, N_2 Windungszahl von Primär- bezw. Sekundärspule, p_2 Selbstinduktionskoeffizient der an die Sekundärspule angeschlossenen Leitung, also nicht des gesamten sekundären Stromkreises.)

[70]) Diese Analogie ist nicht zufällig. Beim Transformator liegt der Fall vor, daß ein primärer elektrischer Wechselstrom durch Vermittlung eines magnetischen Wechselfelds einen sekundären Wechselstrom erzeugt. In **112** handelt es sich darum, daß ein primäres magnetisches Wechselfeld durch Vermittlung eines elektrischen Wechselstroms ein sekundäres magnetisches Wechselfeld (das Feld der an die Sekundärspule angelegten Leitung) hervorruft. Der Fall von **112** ist also genau das magnetische Analogon des Transformators.

[71]) M. Wien, Wied. Ann. **61**, 151 ff. 1897.

[72]) Die Differentialgleichungen für den einspuligen Transformator sind:

$$i_1 w_1 = \mathfrak{E}_a - p_{11}\frac{\partial i_1}{\partial t} - p_{12}\frac{\partial i_2}{\partial t} - i_2 w$$

$$i_2 w_2 = \quad - p_{21}\frac{\partial i_1}{\partial t} - p_{22}\frac{\partial i_2}{\partial t} - i_1 w.$$

(w_1 = Widerstand des gesamten Primärkreises, w_2 des gesamten Sekundärkreises, w Widerstand des gemeinsamen Teiles von beiden. p_{11}, p_{22}, p_{12} und p_{21} wie in Anm. [72]).

Die Gleichungen unterscheiden sich von denjenigen für den zweispuligen Transformator (Anm. [72]) dadurch, daß im Primärkreis eine EMK $-i_2 w$, im sekundären eine EMK $-i_1 w$ hinzugekommen ist.

Ersetzt man in diesen Gleichungen $\frac{\partial}{\partial t}$ durch $\imath\nu$, so erhält man

$$i_1(w_1 + \imath\nu p_{11}) + i_2(w + \imath\nu p_{12}) = \mathfrak{E}_a$$
$$i_1(w + \imath\nu p_{21}) + i_2(w_2 + \imath\nu p_{22}) = 0,$$

während nach Anm. [72]) für den zweispuligen Transformator folgt:

$$i_1(w_1 + \imath\nu p_{11}) + i_2 \cdot \imath\nu p_{12} = \mathfrak{E}_a$$
$$i_1 \imath\nu p_{21} + i_2(w_2 + \imath\nu p_{22}) = 0.$$

Die ersten Gleichungen gehen in die zweiten über, wenn w zu vernachlässigen ist gegen νp_{12}.

[73]) Ausführlichere Literatur:

E. Arnold [55]), und besonders G. Rößler, Elektromotoren für Wechselstrom und Drehstrom. 1901,

Gérard [55]),

G. Kapp, Elektrische Kraftübertragung [55]),

Thompson [55]).

Rein theoretisch: Steinmetz [52]).

[74]) Vgl. z. B. Kapp, Elektrische Kraftübertragung [55]) S. 199 ff.

[74a]) Andere Konstruktionen von Wattmetern siehe bei Feldmann [58]) S. 254 ff.

[74b]) Vgl. El. Thomson, Novel Phenomena of alternating currents. (Electr. World [N. Y.] 28. Mai 1887.) Wiederholung dieser und ähnlicher Versuche: J. A. Fleming, On electromagnetic repulsion (Proc. Roy. Inst. Vol. **13**, p. 311. 1890—92), auch J. A. Fleming [52]) I, 307 ff.

[85]) In dem Punkte O (Fig. 256), in dem sich die Achsen der drei Spulen kreuzen, gilt für die magnetischen Feldintensitäten, die von dem Drehstrom in den drei Spulen herrühren:

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= M_0 \cdot \sin \pi n t \\ M_2 &= M_0 \cdot \sin (\pi n t - 120^0) \\ M_3 &= M_0 \cdot \sin (\pi n t - 240^0) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Das resultierende magnetische Feld hat also die X- und Y-Komponenten

$$\begin{aligned} M_y &= M_1 \cos 0 + M_2 \cos 120^0 + M_3 \cos 240^0 \\ M_x &= M_1 \cos 90^0 + M_2 \cos (90 - 120^0) + M_3 \cos (90 - 240^0). \end{aligned}$$

Setzt man die Werte aus Gl. (1) ein, so folgt:

$$M_y = \frac{3}{2} M_0 \sin \pi n t$$

$$M_x = -\frac{3}{2} M_0 \cos \pi n t.$$

Das resultierende Feld besteht also aus zwei zu einander senkrechten Komponenten gleicher Amplitude, zwischen denen eine Phasendifferenz von 90° besteht. Es ist also nach **166** ein einfaches Drehfeld.

[86]) Vgl. G. Kapp, Elektrische Kraftübertragungen [55]), S. 266.

[87]) Der Beweis beruht auf folgenden Sätzen, deren Richtigkeit leicht nachzuweisen ist:

(1) die Richtung der in dem Zylinder induzierten Stromlinien ist unabhängig von der Amplitude und Umdrehungszahl des magnetischen Felds;

(2) die Amplitude der Strömung in irgend einem Punkte des Zylinders ist proportional der Amplitude und der Umdrehungszahl des magnetischen Felds.

Für einen genügend langen Zylinder von der Länge h, der Wandstärke d und dem Leitvermögen σ erhält man als Drehmoment Θ annähernd

$$\Theta = \frac{\pi^2 r^3 h \sigma d}{\nu^2} \cdot n \mathfrak{M}^2.$$

Für einen Zylinder der Form Fig. 273 mit s Stäben vom Widerstand w (gegen den der Widerstand der Verbindungen der Stäbe unter einander zu vernachlässigen ist) folgt annähernd:

$$\Theta = \frac{\pi r^2 \cdot h^2 s}{2 w \cdot \nu^2} \cdot n \mathfrak{M}^2.$$

[88]) Von den beiden Wechselfeldern ungleicher Amplitude und Phase möge das eine die Richtung der X-Achse, das andere diejenige der Y-Achse haben. Die von ihnen herrührenden Induktionen sind demnach von der Form

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{M}_x &= A \sin \nu t \\ \mathfrak{M}_y &= B \sin (\nu t - \varphi) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Das resultierende Feld $\mathfrak{M}$ soll nun zerlegt werden in ein einfaches Drehfeld $\mathfrak{M}_1$ und in ein reines Wechselfeld $\mathfrak{M}_2$, d. h. auf die Form gebracht werden:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{M}_{1x} &= a \sin (\nu t - \alpha) \\ \mathfrak{M}_{1y} &= a \sin (\nu t - \alpha - 90^0) \end{aligned}\right\} = \text{einfaches Drehfeld} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{M}_{2x} &= b \sin (\nu t - \beta) \\ \mathfrak{M}_{2y} &= c \sin (\nu t - \beta) \end{aligned}\right\} = \text{reines Wechselfeld} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Die konstanten Größen a, b, c, α, β erhält man als Fnnktion der gegebenen Größen A, B, φ, indem man in den Gleichnngen

$$\mathfrak{R}_x - (\mathfrak{R}_{1x} + \mathfrak{R}_{2x}) = 0$$
$$\mathfrak{R}_y - (\mathfrak{R}_{1y} + \mathfrak{R}_{2y}) = 0$$

die Koeffizenten von sin νt und cos νt einzeln = 0 setzt. Man erhält also zur Bestimmung der 5 Größen nur 4 Gleichungen.

Rein mathematisch betrachtet, ist also die Zerlegung des Feldes $\mathfrak{R}$ in ein reines Drehfeld und in ein reines Wechselfeld anf unendlich vielfache Weise möglich. Man kann z. B. a, die Amplitude des Drehfelds, willkürlich annehmen nnd erhält für jeden angenommenen Wert eine bestimmte Zerlegung.

Physikalische Bedeutung — zum mindesten in diesem Zusammenhange — hat aber diese Zerlegung nur, wenn die Drehmomente der beiden Teilfelder $\mathfrak{R}_1$ und $\mathfrak{R}_2$ zusammen gleich dem Drehmoment des Feldes $\mathfrak{R}$ sind. Durch diese weitere Bedingung wird die Zerlegung eine ganz bestimmte; nur diese eine Zerlegung hat deshalb im vorliegenden Fall physikalisches Interesse.

I. Drehmoment des Feldes $\mathfrak{R}$ (Gl. 1).

In demselben befinde sich ein Zylinder, der mit s-geschlossenen Strom-

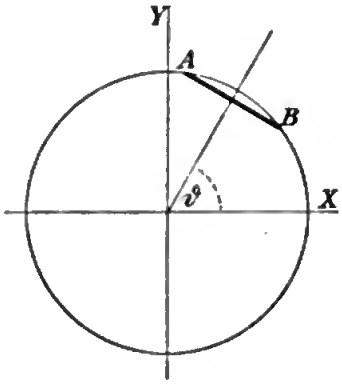


Fig. III.

kreisen gleichmäßig bewickelt ist. Einer dieser Stromkreise sei von oben gesehen A B Fig. III; seine Normale bilde mit der X-Achse den $\sphericalangle \vartheta$.

Ist S die Fläche desselben, so ist der Induktionsfluß Q_ϑ durch dieselbe

$$\left.\begin{aligned} Q_\vartheta &= S\,[\mathfrak{R}_x \cos\vartheta + \mathfrak{R}_y \sin\vartheta] \\ &= S\,[A \sin \nu t \cos\vartheta + B \sin(\nu t - \varphi)\sin\vartheta] \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (4)$$

Die in dem Stromkreis induzierte EMK $\mathfrak{E}$ ergibt sich aus

$$\mathfrak{E} = -\frac{1}{\nu}\,\frac{\partial Q_\vartheta}{\partial t},$$

der durch dieselbe erzeugte Strom i aus

$$i = \frac{\mathfrak{E}}{w},$$

wenn angenommen wird, daß der Widerstand des Stromkreises so groß ist, daß das magnetische Feld des Stromkreises zu vernachlässigen ist.

Das Drehmoment Θ_ϑ, welches der betrachtete Stromkreis erfährt, ist [22])

$$\Theta_\vartheta = \frac{i}{v} \cdot \frac{\partial Q_\vartheta}{\partial \vartheta}.$$

Setzt man die Werte, die sich aus Gleichung (4) ergeben, ein, so wird

$$\Theta = -\frac{S^2 \cdot \pi n}{v^2 \cdot w} [A B \cos^2 \vartheta \sin (\pi n t - \varphi) \cos \pi n t$$

$$- A B \sin^2 \vartheta \cos (\pi n t - \varphi) \sin \pi n t + \text{Glieder mit dem Faktor } \cos \vartheta \sin \vartheta \ldots].$$

Das gesamte Drehmoment Θ auf den ganzen Zylinder erhält man als

$$\Theta = \frac{s}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Theta_\vartheta \, d\vartheta,$$

da auf dem Bogen $d\vartheta$ $\frac{s}{2\pi} \cdot d\vartheta$ Stromkreise gewickelt sind.

Die Integration liefert

$$\Theta = \frac{S^2 \cdot \pi n s}{4 w \cdot v^2} \cdot A B \sin \varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

II. Das Drehmoment Θ_1 des Drehfelds $\mathfrak{M}_1$ folgt aus Gleichung (5), wenn man A und B durch a, und φ durch 90^0 ersetzt

$$\Theta_1 = \frac{S^2 \cdot \pi n s}{4 w \cdot v^2} \cdot a^2.$$

III. Das Drehmoment Θ geht in dasjenige Θ_2 des Wechselfelds $\mathfrak{M}_2$ über, wenn an Stelle von A h, an Stelle von B c und wenn $\varphi = 0$ genommen wird Es wird also

$$\Theta_2 = 0.$$

Das Resultat ist also: Da das Wechselfeld $\mathfrak{M}_2$ ein Drehmoment nicht ausüht, so bleibt nur dasjenige von $\mathfrak{M}_1$. Dieses ist aber nur dann mit dem Drehmoment des nrsprünglichen Feldes $\mathfrak{M}$ identisch, wenn

$$a^2 = A B \sin \varphi.$$

[22]) Tatsächlich liegen die Verhältnisse folgendermaßen. Bezeichnet man das nnsymmetrische Wechselfeld, das ohne den Zylinder vorhanden wäre, mit M_a, die induzierten Ströme im Zylinder mit i, ihr magnetisches Feld mit M_i, so ist es unrichtig anzunehmen, daß das Drehmoment zu stande komme durch die Wirkung des Feldes M_a auf die induzierten Ströme. Tatsächlich rührt es her von der Wirknng des resultierenden Feldes $M_a + M_i$ anf die induzierten Ströme. Dieses resultierende Feld ist aber kein reines Wechselfeld, sondern es besitzt eine Drehfeldkomponente, die für die Größe des Drehmoments das Ausschlaggebende ist.

Eine eingehende theoretische Behandlung dieser Fragen findet sich hei G. F. Walker, Phil. Trans. **183** A, S. 279—330. 1892.

[20]) Die folgenden Nummern stehen in engem Anschluß an den Gedankengang von G. Kapp, Elektrische Kraftübertragung[55]) S. 233 ff.

[21]) Z. B. Electrician **33**, S. 110, 129, 152, 184. 1894.

Vgl. auch G. Kapp, Elektrische Kraftühertragung[55]), S. 276 ff. und besonders G. Roeßler[53]), S. 148 ff.

[21a]) H. Görges, ETZ, 1895, Heft 48 ff. und ETZ, 1903, S. 271 und 691: In der letzten Abhandlung sind auch die Bedenken hervorgehoben, welche gegen die Zerlegung in 2 Drehfelder vorliegen.

[22]) Ausführlichere Literatur:

Fleming[58]), Feldmann[58]), Blakesley[58]). Theoretisch: Steinmetz[58]), Bedell-Crehore[58]).

[23]) Nach 185 Gl. (2) ist

$$i = -c\frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

oder

$$\mathfrak{P} = -\frac{1}{c}\cdot\int i\,dt.$$

Im allgemeinsten Fall, Kondensatorkreis mit Selbstinduktion, erhält man aus 193 Gl. (1) die Differentialgleichung

$$iw = \mathfrak{E}_a - p\frac{\partial i}{\partial t} + \mathfrak{P} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

$$= \mathfrak{E}_a - p\frac{\partial i}{\partial t} - \frac{1}{c}\int i\,dt \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

Daraus mit Rücksicht auf Gl. (1):

$$\mathfrak{P} + wc\cdot\frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} + pc\cdot\frac{\partial^2 \mathfrak{P}}{\partial t^2} + \mathfrak{E}_a = 0 \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

$$i + wc\cdot\frac{\partial i}{\partial t} + pc\cdot\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = c\cdot\frac{\partial \mathfrak{E}_a}{\partial t}. \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

Für oszillatorischen Zustand $\mathfrak{E}_a = \mathfrak{E}_{a_0}\cdot e^{\iota\nu t}$ (Anm. [42]) wird

$$\frac{d^2}{dt^2} = -\nu^2;\quad \int_0^t \cdot\,dt = \frac{1}{\iota\nu} = -\frac{\iota}{\nu}.$$

Es folgt also aus Gl. (1):

$$i = -\iota\nu c\cdot\mathfrak{P}$$

und aus Gl. (3) oder (5):

$$i = \frac{\mathfrak{E}_a}{w + \iota\left(\nu p - \frac{1}{\nu c}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Die Impedanz z für einen Kondensatorkreis mit der Kapazität c, dem Selbstinduktionskoeffizienten p und dem Widerstand w nimmt also die komplexe Form

$$z = w + \iota\left(\nu p - \frac{1}{\nu c}\right),$$

bei induktionsloser Leitung $\left(\nu p = \text{sehr klein gegen w und } \frac{1}{\nu c}\right)$

$$z = w - \frac{\iota}{\nu c}$$

an.

Gl. (6) kann auf die Form gebracht werden:

$$i = \frac{\mathfrak{E}_a}{\sqrt{w^2 + \left(\nu p - \frac{1}{\nu c}\right)^2}} \cdot e^{-i\varphi}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}(i, \mathfrak{E}_a) = \frac{\nu p - \frac{1}{\nu c}}{w}.$$

[94]*) Vgl. C. P. Feldmann[56]), S. 88 ff. M. J. Pupin, Am. Journ. of Science (3) **48**, S. 387 f. 1894.

[95]) $W_e = \frac{1}{2} c \mathfrak{P}'^2$ [**40**]

$$\frac{\partial W_e}{\partial t} = \mathfrak{P}' \cdot c \frac{\partial \mathfrak{P}'}{\partial t}$$

$$= -i \mathfrak{P}' \text{ [Gl. (1) in Anm. [83])]}.$$

[96]) Vgl. E. Cohn[1]), S. 330.

[97])**) Vgl. C. P. Feldmann[56]), S 112.

[98]) Wenn w der Widerstand des ganzen Kondensatorkreises ist, w_1 derjenige der Leitung $A_1 C A_2$, so erhält man als Bedingung für ein maximales P_0

$$\pi n p_1 = -\frac{a^2 + w^2 - w_1^2}{2a} - \sqrt{w_1^2 + \left(\frac{a^2 + w^2 - w_1^2}{2a}\right)^2},$$

worin $a = (1/\pi n c) - \pi n p_2$ gesetzt ist.

[99]) F. E. Millis, Physical Review **5**, 11. 1897.

[100]) Näheres darüber bei C. P. Feldmann[56]), S. 106 ff.

[101]) Die Konstruktion der Kurve beruht auf folgender Beziehung: Ist der Widerstand der beiden Zweige gleich und zwar = w/2, so wird [Anm. [60]) u. [93])]

$$i = \mathfrak{P}'_a \cdot \left[\frac{1}{\frac{w}{2} + i\nu p} + \frac{1}{\frac{w}{2} - \frac{i}{\nu c}}\right].$$

Das ergibt nach einigen Umformungen für die Amplitude i_0:

$$i_0 = \mathfrak{P}'_a \cdot \sqrt{\frac{w^2 + \left(\nu p - \frac{1}{\nu c}\right)^2}{\left[\left(\frac{w}{2}\right)^2 + (\nu p)^2\right]\left[\left(\frac{w}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\nu c}\right)^2\right]}}.$$

[102]) Vgl. C. P. Feldmann[56]), S. 489.

[103]) Literatur über manche der in diesem Kapitel berührten Fragen bei G. Wiedemann, Die Lehre von der Elektrizität, IV, 283 ff., 2. Auflage 1898, und insbesondere bei A. Battelli und L. Magri, Phil. Mag. (6) **5**, 1—34. 620—643. 1903.

[104]) B. W. Feddersen, Pogg. Ann. **113**, 437. 1861, und **116**, 132. 1862.

[105]) J. Trowbridge und W. Duane, Phil. Mag. (5) **40**, 211. 1895.

---

*) Der Hinweis auf Anm. [94]) sollte auf S. 319, Zeile 3 stehen.

**) Auf S. 330 Fußnote *) steht aus Versehen [94]) statt [97]).

[106]) A. Paalzow, Pogg. Ann. 118, 178. 1863.
[107]) W. Holtz, Wied. Ann. 10, 336. 1880.
[108]) W. Thomson, Phil. Mag. (4) 5, 393. 1855.

Die Gleichungen für einen Kondensatorkreis, auf den eine äußere EMK nicht wirkt, sind [93])

$$\mathfrak{P} + w c \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} + p c \frac{\partial^2 \mathfrak{P}}{\partial t^2} = 0,$$

$$\text{bezw. } i + w c \frac{\partial i}{\partial t} + p c \frac{\partial^2 i}{\partial^2 t} = 0,$$

oder wenn man darauf Rücksicht nimmt, daß Widerstand, Kapazität und Selbstinduktionskoeffizient bei Schwingungen einen anderen Wert besitzen kann als bei stationärem Strom,

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{P} + w c \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} + p c \frac{\partial^2 \mathfrak{P}}{\partial t^2} &= 0 \\ \text{bezw. } i + w c \frac{\partial i}{\partial t} + p c \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Die Grenzbedingungen sind:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{P} &= \mathfrak{P}_0 \\ i = -c \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} &= 0 \end{aligned}\right\} \text{ für } t = 0, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

vorausgesetzt, daß $\mathfrak{P}_0$ die Spannung ist, zu der anfänglich die Kondensatorplatten geladen wurden.

Zur Lösnng setzt man

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{P}_0 \cdot e^{xt} \text{ bezw. } i = i_0 \cdot e^{xt}.$$

Dann folgt aus Gl. (1)

$$x = -\frac{w}{2p} \pm \sqrt{-\frac{1}{pc} + \left(\frac{w}{2p}\right)^2}.$$

Zwei mögliche Fälle:

1. $\left(\frac{w}{2p}\right)^2 > \frac{1}{pc}$,

x reell. Aperiodische Entladung.

2. $\left(\frac{w}{2p}\right)^2 < \frac{1}{pc}$,

$$x = -\delta \pm \imath\nu = \imath(\pm\nu + \imath\delta),$$

wo

$$\delta = \frac{w}{2p}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

$$\nu = \sqrt{\frac{1}{pc} - \left(\frac{w}{2p}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{pc} - \delta^2}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Es wird dann

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{P}_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{\delta^2}{\nu^2}} \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos(\nu t + \varphi),$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{\delta}{\nu},$$

nnd

$$i = i_0 \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin \nu t,$$
$$i_0 = c \nu \mathfrak{P}_0 \left(1 + \frac{\delta^2}{\nu^2}\right).$$

Ist δ^2 klein gegen ν^2, so vereinfachen sich diese Gleichungen zu:

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{P}_0 \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos \nu t,$$
$$i = i_0 \cdot e^{-\delta t} \sin \nu t,$$
$$\nu = \frac{1}{\sqrt{pc}},$$
$$i_0 = c \nu \mathfrak{P}_0. \quad —$$

Bei der Darstellnng von Anm. [43]) wird eine gedämpfte Scbwingung von der Form

$$i = i_0 \, e^{i(\nu + i\delta)t};$$

es ist also einfach ν durch $\nu + i\delta$ ersetzt.

[109]) A. Battelli und L. Magri[105]), Referate in Phys. Zeitscbr. **3**, 539. 1902. **4**, 181. 1902.

[110]) Eine ausfübrliche Diskussion der Frage, nnter welchen Bedingungen die Tbomson'sche Behandlung zulässig ist, findet sich hei E. Cobn[1]), S. 488.

[111]) Die Formel, die in diesem Fall einen genügend genanen Wert der Wechselzahl liefert, ist (vgl. P. Drnde, Ann. Phys. 9, 593. 1902):

$$n = \frac{1}{\pi \sqrt{pc}\left\{1 + \frac{(a+b)^2}{6pc \cdot 9 \cdot 10^{20}}\right\}},$$

worin (l. c. S. 597)

$$p = 4(a+b)\left[\lg \frac{h}{\rho} - 1{,}31 \frac{h}{a} + 1{,}06 \cdot \left(\frac{h}{a}\right)^2\right]$$

und a die lange, b die kurze Seite des Recbtecks, ρ den Drahtradius bedeutet.

[112]) Besonders zu empfehlen bei Leidener Flaschen ist die „Stimmgabelmethode", F. Kohlranch, Prakt. Phys. S. 529 (9. Aufl. 1901).

[113]) Zur Bestimmnng anch von kleinen Selbstinduktionskoeffizienten hat die Firma Siemens & Halske sehr bequeme Apparate konstruiert. Vgl. die Kataloge dieser Firma.

[114]) O. Lodge und R. T. Glazebrook, Cambridge, Phil. Trans. **18**, 136. 1899.

[115]) Die bier der Einfachheit halber vorausgesetzte Form von Kondensator nnd Strombabn ist ganz unwesentlich. Es kommt nur darauf an, daß die Kapazität der Dielektrizitätskonstanten, der Selbstinduktionskoeffizient der Permeabilität des Mediums proportional ist. Das trifft bei jeder beliebigen Form zn.

[116]) Unter der ziemlich zablreicben Literatur — der wichtigste Teil ist bei Lord Rayleigh (s. u.) zusammengestellt — über die Wirknng von Fnnkeninduktoren ist besonders hervorzuheben eine Arbeit von Lord Rayleigh in Pbil. Mag. (6) **2**, 581. 1901. Er zeigt darin, daß ein Kondensator im Primärkreis schädlich sein kann, wenn man durch besondere Anordnungen (Abschießen der Primärleitung mit der Büchse) an sich schon eine extrem

rasche Unterbrechung des Primärstromes herbeiführt. Damit stimmt, daß Funkeninduktoren häufig ohne Kondensator gebaut werden, wenn sie für die sehr plötzlich unterbrechenden elektrolytischen Unterbrecher bestimmt sind. Mit den bis jetzt bekannten mechanischen Unterbrechern ist aber tatsächlich ein genügend rascher Abfall des Primärstroms nicht zu erzielen, wenn man keinen Kondensator verwendet.

[117]) Für einen Stromkreis, in dem nur eine durch den Induktionsfluß Q induzierte EMK wirkt, gilt

$$i w = -\frac{1}{v}\frac{\partial Q}{\partial t};$$

daraus

$$w \cdot \int_{t_1}^{t_2} i\,dt = -\frac{1}{v}\cdot(Q_2 - Q_1),$$

wenn Q_2, Q_1 den Wert von Q zur Zeit t_2 bezw. t_1 bezeichnet.

[118]) Vgl. J. Zenneck, Ann. Phys. **13**, 822. 1904.

[119]) W. Kaufmann, Wied. Ann. **60**, 653. 1897.

[120]) R. Lindemann, Ann. Phys. **12**, 1012. 1903.

[121]) H. Brooks, Phil. Mag. (6) **2**, 92. 1901.

[122]) G. Rempp, Diss. Straßburg 1904.

[123]) Die Werte für den Funkenwiderstand w_f sind nicht ganz richtig. A. Sommerfeld (Ann. Phys. **15**, S. 673. 1004) hat darauf aufmerksam gemacht, daß Battelli und Magri den Widerstand der metallischen Strombahn nicht richtig berechnet haben.

[124]) H. Tallqvist, Ann. Phys. **9**, 1083. 1902. Darin auch Literaturangaben.

[125]) J. Zenneck, Ann. Phys. **7**, 801—805. 1902.

[126]) E. Rutherford, Phil. Trans. **189 A**, 1—24. 1897.

[127]) Vgl. z. B. E. Cohn [1]), S. 396 ff.

[128]) Vgl. z. B. E. Cohn [1]), S. 354 ff. Die Beziehungen in **233 c** werden häufig als Stefan'sche bezw. Rayleigh'sche Formeln bezeichnet.

[129]) Vgl. E. H. Barton, Phil. Mag. (5) **47**, 433 ff. 1899.

[130]) Vgl. J. Zenneck, Ann. Phys. **11**, 1141. 1903.

[131]) Auf Röhren beliebiger Dicke dürfen aber die Ergebnisse, die in **229** u. **233** für massive Drähte erhalten wurden, nicht übertragen werden. Die Aufgabe, Stromverteilung in Röhren beliebiger Wandstärke und deren Widerstand zu bestimmen, führt auf ganz analoge Gleichungen, wie sie J. J. Thomson [71]), S. 323, behandelt hat.

[132]) V. Bjerknes, Wied. Ann. **48**, 592. 1893.

[133]) Dieser Einwand trifft einzelne der auf S. 484 Fußnote ***) angeführten Messungen.

[134]) Eine für mäßig hohe Wechselzahlen genügende Theorie hat M. Wien (Ann. Phys. **14**, S. 1. 1904) gegeben. Experimentell untersucht wurde der Widerstand von Spulen bis zu Wechselzahlen von ca. 5000/sec. von F. Dolezalek (Ann. Phys. **12**, 1142. 1903). Eine Theorie, welche mindestens bis zu 10^7 Wechseln pro Sekunde die Verhältnisse qualitativ gut wiederzugeben scheint — nach Messungen von Th. Black im Straßburger Institut —, ist von A. Sommerfeld [123]) entwickelt worden. Damit seine Formeln quantitativ richtige Werte

geben, müssen sie mit einem experimentell ermittelten Faktor versehen werden. Bezüglich der experimentellen Resultate von Th. Black vgl. die demnächst erscheinende Straßburger Dissertation.

[135]) Da auch bei hohen Unterbrechungszahlen eine Entladung längst abgelaufen ist, ehe die nächste einsetzt [252 d], so ist die in irgend einer Zeit entwickelte Wärmemenge = b mal der bei einer einzigen Entladung entwickelten, wenn b-Entladungen während der betreffenden Zeit erfolgen. Die Wärmemenge W aber, die bei einer einzigen Entladung in einem Draht vom Widerstand w entwickelt wird, ist:

$$W = w\int_0^\infty i^2\,dt = w i_0^2 \int_0^\infty e^{-2\delta t}\cdot \sin^2 \nu t\cdot dt = w i_0^2 \cdot \frac{1}{4\delta\left[1+\left(\frac{\delta}{\nu}\right)^2\right]}.$$

[136]) F. Braun, Ann. Phys. 8, 205. 1902.

[137]) V. Bjerknes, Wied. Ann. 44, 74 ff. 1891.

[138]) H. Hertz, Wied. Ann. 42, 407. 1891 oder Ges. Werke II, S. 199 ff.

[139]) A. Papalexi, Diss. Straßburg 1904 und Ann. Phys. 14, 756. 1904.

[140]) Es ist:

$$\begin{aligned} i w + p\frac{\partial i}{\partial t} &= \mathfrak{E}_a \text{ [249 Gl. (2)]} \\ &= \mathfrak{E}_{a0}\cdot e^{\iota(\nu+\iota\delta)t} \end{aligned}$$

und es wird [66])

$$\left.\begin{aligned} i &= \frac{\mathfrak{E}_a}{\mathfrak{z}}, \\ \text{wo}\qquad \mathfrak{z} &= (w - \delta p) + \iota\nu p. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Dabei ist wieder auf den Zustand am Anfang der Schwingung, wo i unter allen Umständen Null sein muß, keine Rücksicht genommen. Nimmt man auf die Grenzbedingung $i = 0$ für $t = 0$ Rücksicht [61]), so wird, wenn

$$\mathfrak{E}_a = \mathfrak{E}_a \cdot e^{-\delta t}\cdot \sin(\nu t - \alpha)$$

vorausgesetzt wird:

$$\left.\begin{aligned} i &= \frac{\mathfrak{E}_{a0}}{\mathfrak{z}}\left[\sin(\nu t - \alpha - \varphi)\cdot e^{-\delta t} - \sin(\alpha - \varphi)\cdot e^{\frac{-w}{p}t}\right] \\ \text{wo}\qquad \mathfrak{z} &= \sqrt{(w-\delta p)^2 + (\nu p)^2}, \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{\nu p}{w - \delta p} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (2)$$

Die Stromverhältnisse werden unter Umständen also ganz anders, als es nach Gl. (1) scheinen könnte. Nur dann werden die Gl. (2) und (1) identisch, wenn $\alpha + \varphi = 0$ oder ein ganzes Vielfaches von 180° ist. Das ist bei den Anwendungen von Gl. (1) in 250 der Fall.

[141]) Berechnet soll werden die Beziehung zwischen dem Strom in dem Kreis ACB und der Spannung zwischen A und B, wenn der Kreis sich in einer beliebigen Leitung befindet. Es soll die Annahme gemacht werden, daß der Drahtkreis so dünn ist, daß der Strom gleichförmig auf dem Drahtquerschnitt verteilt ist. Dann ist:

$$\int_{ABCA} E_l\,dl = -\frac{1}{v}\cdot\frac{\partial Q}{\partial t},$$

wenn Q die Induktionslinien sind, welche durch die Kurve ABCA hindurchtreten, wenn i der Strom im Stromkreis ist. Nach **31 c** muß $Q \sim i$ sein, so lange an der Gestalt des gesamten Stromkreises nichts geändert wird; es sei $Q = v \cdot q i$. Also:

$$\int_{ABCA} E_l \, dl = -q \cdot \frac{\partial i}{\partial t}$$

oder, da

$$\int_{ABCA} E_l \, dl = \int_{AB} E_l \, dl + \int_{BCA} E_l \, dl = -\mathfrak{P} + iw \quad [\mathbf{3} \text{ u. } \mathbf{25}],$$

ist, wo $\mathfrak{P}$ = Spannnng von B gegen A, w = Widerstand des Drahts ACB bedentet, so folgt:

$$iw = \mathfrak{P} - q \frac{\partial i}{\partial t}$$

$$i = \frac{\mathfrak{P}}{w + \imath(\nu + \imath\delta)q} = \frac{\mathfrak{P}}{(w - \delta q) + \imath\nu q}.$$

Es tritt einfach an Stelle von p [140]) die Größe q.

Trifft die Voranssetzung, daß der Strom anf dem Drahtquerschnitt gleichförmig verteilt ist, nicht zu, so hraucht man nnr das Verfahren für den geschlossenen Stromkreis [E. Cohn[1]), S. 354 ff.] zn kopieren, um das Resultat zu erhalten

$$i = \frac{\mathfrak{P}}{w + \imath(\nu + \imath\delta)q},$$

wo q zu q in einem analogen Verhältnis steht wie p zu p [**239**].

[142]) Die Gleichung gilt nur annähernd. Ueber die Verzweigung gedämpfter Schwingungen vgl.

B. W. Feddersen, Pogg. Ann. **130**, 439. 1867.

E. Marx, Leipziger Ber. 1901, S. 437 nnd Ann. Phys. **12**, 491. 1903.

L. Mandelstam, Dissert. Straßburg 1902; Ann. Phys. **8**, 123. 1902.

[143]) Zuerst vorgeschlagen von E. Rutherford [130]), verwendet in etwas abweichender Form von Marx [142]) und Mandelstam [142]).

[144]) Methode zur Bestimmung von Selbstinduktionskoeffizienten benutzt von W. M. Varley, Diss. Straßburg 1901 und Phil. Mag. (6) **3**, 500. 1902.

[145]) Nach Messungen von J. Algermissen im Straßburger Institut.

[146]) Vgl. V. Bjerknes, Wied. Ann. **55**, 124. 1895.

[147]) Das geht z. B. aus den Blitzphotographien von B. Walter [Jahrbuch der Hamburgischen wissenschaftlichen Anstalten XX nnd Ann. Phys. **10**, 393. 1903] hervor.

[148]) Nimmt man als Form der aperiodischen Entladung diejenige an, welche sich für einen Kondensatorkreis ergeben würde [108]), so wäre der Strom im Blitz von der Form

$$i = i_0(e^{-\delta_1 t} - e^{-\delta_2 t}). \quad \ldots \quad (1)$$

Dieser Strom soll sich verzweigen zwischen 2 Zweigen, in denen der Widerstand bezw. Selbstinduktionskoeffizient für diese Art von Strömen den Wert w_1, w_2 hezw. p_1, p_2 hat. Dann gilt, wenn der Strom in dem einen Zweig den in dem anderen nicht beeinflußt,

$$i_1 w_1 - i_2 w_2 + p_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} - p_2 \frac{\partial i_2}{\partial t} = 0.$$

Grenzbedingungen sind: $i_1 = 0$, $i_2 = 0$ für $t = 0$; außerdem muß in jedem Moment sein:

$$i_1 + i_2 = i.$$

Die Lösung ist:

$$i_1 = i_0 \left\{ \frac{w_2 - \delta_1 p_2}{w_1 + w_2 - \delta_1 (p_1 + p_2)} \cdot \left[e^{-\delta_1 t} - e^{-\frac{w_1 + w_2}{p_1 + p_2} t} \right] - \frac{w_2 - \delta_2 p_2}{w_1 + w_2 - \delta_2 (p_1 + p_2)} \left[e^{-\delta_2 t} - e^{-\frac{w_1 + w_2}{p_1 + p_2} \cdot t} \right] \right\}$$

$$i_2 = i_0 \left\{ \frac{w_1 - \delta_1 p_1}{w_1 + w_2 - \delta_1 (p_1 + p_2)} \cdot \left[e^{-\delta_1 t} - e^{-\frac{w_1 + w_2}{p_1 + p_2} \cdot t} \right] - \frac{w_1 - \delta_2 p_1}{w_1 + w_2 - \delta_2 (p_1 + \delta_2)} \left[e^{-\delta_2 t} - e^{-\frac{w_1 + w_2}{p_1 + p_2} \cdot t} \right] \right\}.$$

Die Bedingung dafür, daß der Abfall sehr rasch erfolgt, etwa in 10^{-5} sec. die Entladung merklich abgelaufen ist, ist: δ_1 und δ_2 groß gegen 10^5 sec. Nimmt man beide von der Größenordnung mindestens 10^6/sec., so wird, wenn es sich um Drahtleitungen handelt, δp groß gegen w und es gehen die Gleichungen über in

$$i_1 = i_0 \cdot \frac{p_1 p_2}{p_1 + p_2} \cdot \frac{1}{p_1} \cdot (e^{-\delta_1 t} - e^{-\delta_2 t})$$

$$i_2 = i_0 \cdot \frac{p_1 p_2}{p_1 + p_2} \cdot \frac{1}{p_2} \cdot (e^{-\delta_1 t} - e^{-\delta_2 t}),$$

also:

$$i_1 : i_2 = \frac{1}{p_1} : \frac{1}{p_2}.$$

Der ganzen Behandlung liegt die Annahme zu Grunde:

(1) daß der Strom überall quasistationär ist,

(2) daß die Entladung (d. h. die Konstanten i_0, δ_1 und δ_2 und die Form von Gl. 1), abgesehen von der „Kapazität" der Wolke gegen die Erde, allein durch die Konstanten der eigentlichen Blitzbahn WA bestimmt ist, daß also die Art der Verzweigung zwischen A und Erde keinen merklichen Einfluß darauf ausübt.

Die Annahme (2) ist wohl sehr nahe richtig; ob Annahme (1) erfüllt ist oder nicht, ändert unter den vorliegenden Umständen nichts Wesentliches.

[149]) Aehnliche Ueberlegungen sind wohl zuerst auf Blitzableiter (auch diejenigen für Häuser) angewandt worden von O. Lodge, Phil. Mag. (5) **26**, 217. 1888. Ueber die Diskussion der ganzen Frage, die sich daran knüpfte, vgl. Fortschritte der Physik Bd. **44** (3), S. 529 ff. und **45** (3), S. 508 ff.

[150]) Darüber, wie die Frage des Blitzschutzes für die Technik liegt, vgl. G. Benischke, Schutzvorrichtungen gegen schädliche Ueberspannungen, Vortrag vom 26. März 1901 (Broschüre der AEG.) und A. Franke, Ueber neue Blitzschutzeinrichtungen für Fernsprechleitungen ETZ, 1902, S. 1046.

[151]) Vgl. F. Braun, Phys. Ztschr. **5**, 193. 1904.

[152]) Die Gleichungen Anm. [91]) ergeben, wenn für ν $\nu + i\delta$ gesetzt wird,

$$i = \frac{\mathfrak{E}_a \text{ bezw. } \mathfrak{P}_a}{\mathfrak{z}},$$

wo

$$\mathfrak{z} = \left\{ w - \delta p + \delta \frac{1}{(\nu^2 + \delta^2)c} \right\} + \imath \left\{ \nu p - \frac{\nu}{(\nu^2 + \delta^2)c} \right\}$$

ist. Das geht, wenn δ^2 klein ist gegen ν^2, über in

$$\mathfrak{z} = \left\{ w - \frac{\delta}{\nu} \left(\nu p - \frac{1}{\nu c} \right) \right\} + \imath \left\{ \nu p - \frac{1}{\nu c} \right\}.$$

[153]) Zur Frage nach der Kapazität von Flüssigkeitskondensatoren und solchen mit festem Dielektriknm vgl. z. B.: J. Hopkinson und E. Wilson, Phil. Transactions **189**, 109 ff. 1897.

[153a]) J. J. Thomson, Phil. Mag. (5) **32**, 321 ff. u. 445 ff. 1894 u. in Recent Researches [71]), S. 100 ff. u. S. 322 ff. Auch die Versuche **263 b** u. **c** n. **266 a** rühren von J. J. Thomson her.

[153b]) Das Verhalten von Metallröhren in einem ihrer Achse parallelen magnetischen Wechselfeld hoher Wechselzahl ist von J. J. Thomson [71]), S. 323, theoretisch behandelt.

[154]) Vgl. z. B. J. J. Thomson [71]), S. 96 ff. Ueber die Erscheinung des sog. „elektrodenlosen Ringstromes" in Gasen vgl. auch E. Lecher, Phys. Zeitschrift **4**, 32. 811. 1902—03 und J. Härdén, Phys. Ztschr. **5**, 75, 1904.

[155]) P. Cardani, Nuovo Cimento (4) **7**, 239. 1898.

[156]) J. Klemenčič, Wien. Ber. **108** (2 a), 205. 1894.

[157]) S. John, Phil. Mag. (5) **38**, 425. 1894; Phil. Mag. (5) **39**, 297. 1895.

[158]) Auf die praktische Verwendbarkeit von Eisenpnlver in kompakten Massen bei schnellen Schwingungen hat wohl zuerst F. Braun, Ann. Phys. **10**, 326. 1903, hingewiesen.

[159]) Vgl. J. Zenneck, Ann. Phys. **12**, 869. 1903.

[160]) Der experimentelle Nachweis, daß Isolatoren, deren Dielektrizitätskonstante sich von derjenigen der Luft unterscheidet, die Wirkungen haben, welche die Maxwell'sche Theorie [35 u. 37] fordert, ist von H. Hertz, Ges. Abh. II S. 102 ff. u. Wied. Ann. **34**, 273. 1888, erbracht worden. Die Versuchsanordnnng, auf welche nicht näher eingegangen werden kann, ist wesentlich verschieden von der im folgenden vorausgesetzten Anordnung.

[161]) In ganz ähnlicher Weise wie bei E. Cohn [1]), S. 354 ff., gelangt man zu dem Resnltat:

$$\mathfrak{M}_\varrho = \mathfrak{M}_2 J_0 \left(\frac{\varrho}{r} \cdot \gamma \sqrt{8} \right)$$
$$= \mathfrak{M}_2 \left[1 - 2\gamma^2 \left(\frac{\varrho}{r} \right)^2 + \gamma^4 \left(\frac{\varrho}{r} \right)^4 \cdots \right],$$

worin J_0 = Bessel'sche Funktion erster Art von der Ordnung Null ist.

[162]) Man hedenke, daß die Intensitätslinien des elektrischen Felds im Außenraum dieselhe Richtung und Dichte hahen, wie sie die magnetischen Intensitätslinien hahen würden, wenn in dem Kern ein elektrischer Strom von der Stärke Q'_m fließen würde. — Voraussetzung ist aber dahei, daß man gegenüber der Wirkung des magnetischen Induktionsflusses im Kern der Spule die Wirkung des induzierten magnetischen Felds im Außenraum vernachlässigen kann.

[163]) Beweis ganz ähnlich dem von E. Cohn [1]), S. 360 ff. Man bekommt folgendes genauere Resultat:

$$w_m + \frac{\pi^2 n^2 . s_a}{\mu_a} p_0 = - \frac{l \pi^2 n^2 . s}{2\pi v^2} \left[\frac{J_0(y)}{y J_0'(y)}\right] y = \gamma\sqrt{8}$$
$$= w_m \left[1 - \gamma^2 - \frac{1}{3} . \gamma^4 \ldots\right].$$

Darin bedeutet l die Länge des Kerns, $J_0(y)$ die Bessel'sche Funktion erster Art von der Ordnung Null, $J_0'(y) = \frac{\partial}{\partial y} . (J_0(y))$.

[164]) Vgl. E. Cohn und F. Heerwagen, Wied. Ann. 43, 343 ff. 1891.

[165]) H. Hertz, Gesammelte Werke II, S. 32 ff. 87 ff. 102 ff. 115 ff.

[166]) Hat man zwei Schwingungen von der Form

$$i_1 = i_{10} . e^{-\delta_1 t} . \sin \nu_1 t$$
$$i_2 = i_{20} . e^{-\delta_2 t} . \sin \nu_2 t,$$

so ist der Wärmeeffekt in einem Draht vom effektiven Widerstand w — vorausgesetzt, daß man von einem effektiven Widerstand für beide Schwingungen reden kann — bei h Entladungen in der Sekunde

$$= b w \left\{ \int_0^\infty i_1^2 dt + \int_0^\infty i_2^2 dt \right.$$
$$\left. + (\delta_1 + \delta_2) \left[\frac{1}{(\delta_1 + \delta_2)^2 + (\nu_1 - \nu_2)^2} - \frac{1}{(\delta_1 + \delta_2)^2 + (\nu_1 + \nu_2)^2}\right] i_{10} i_{20} \right\}.$$

Ist δ_1 und δ_2 klein gegen ν_1 und ν_2, so wird daraus annähernd

$$h w \left\{ \frac{i_{10}^2}{4\delta_1} + \frac{i_{20}^2}{4\delta_2} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{(\nu_1^2 - \nu_2^2)^2} . 4 \nu_1 \nu_2 . i_{10} i_{20} \right\}.$$

Wenn außerdem $\nu_1 - \nu_2$ mindestens von derselben Größenordnung ist wie das kleinere von ν_1 und ν_2, so verschwindet das dritte Glied gegen die beiden ersten.

[167]) P. Drude[111]), S. 334.

[168]) F. Kiehitz, Ann. Phys. 5, 872. 1901.

[169]) Daß diese nur auftreten können, zeigt eine einfache Ueberlegung. Die elektrische Feldintensität E_x im Abstand x von der Mitte eines linearen Senders von der Länge l kann während der allgemeinsten Schwingung (Grundschwingung und alle Oberschwingungen vorhanden) ausgedrückt werden durch eine Fourier'sche Reihe der Form:

$$E_x = \sum_{m = 0, 1, 2 \ldots} \left\{ A_m . \sin \left[(2m + 1) . \frac{\pi x}{l}\right] \sin [(2m + 1) \pi n t - \varphi_m] \right.$$
$$\left. + B_m . \cos \left[2m . \frac{\pi x}{l}\right] . \sin [2m . \pi n t - \psi_m] \right\} . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Die Konstanten A, B, φ, ψ bestimmen sich durch die Anfangsbedingungen, wonach für $t = 0$

(1) $\frac{\partial E}{\partial t} = 0$,

(2) $E_x = - E_{-x}$ wegen der Symmetrie des durch Ladung erzeugten Feldes sein muß.

Ermittelt man daraus in gewöhnlicher Weise die Koeffizienten der Fourierschen Reihe, so ergehen sich alle $B = 0$. Es fallen also alle ungeraden Oberschwingungen weg.

Das gilt aber nur, solange die Gl. (1) die Schwingung auf dem Draht wirklich darstellt. Es ist durchaus nicht ausgeschlossen, daß während des Verlaufs der Schwingung — etwa durch teilweise Reflexion der Welle an der Funkenstrecke, die immer eine Inhomogenität des Senders darstellt[268]) — doch die ungeraden Oberschwingungen entstehen.

[170]) Folgt aus der Neumann'schen Formel [[29]) und [31])] für den Fall, daß der Strom auf eine dünne Oberflächenschicht konzentriert ist. Nach O. Heaviside (Electrical Papers II, 502. London 1892) hätte man von p in C.G.S.-Einheiten abzuziehen $l \cdot \frac{\mu}{\mu_0}$ (μ Permeabilität des Medinms, das den Sender umgibt), um der magnetischen Wirkung des elektrischen Felds Rechnung zu tragen. — Die häufig benützte Formel $p = 2\,l \cdot \log \text{nat} \frac{l}{R}$ C.G.S. ist beinahe mit der angegebenen identisch, da $\log \text{nat} \frac{2l}{R} - 1$ annähernd $= \log \text{nat} \frac{l}{R} - 0{,}3$ ist.

[171]) Hertz[165]), S. 122 und Anm. 16 am Schluß seines Buches.

[172]) Hertz[165]), S. 117 und Anm. 16 am Schluß seines Buches.

[173]) Für den Fall, daß die Leiter am Ende des Drahts relativ klein sind, folgt aus Kirchhoff, Ges. Abh. 131. 154. 182 oder J. J. Thomson[71]), S. 340:

$$\frac{\pi l}{\lambda} \operatorname{tg} \frac{\pi l}{\lambda} = \frac{\left(\frac{l}{2}\right)^2 \cdot 9 \cdot 10^{20}}{p \cdot \left(\frac{c}{2}\right)}.$$

l = ganze Drahtlänge in Zentimetern, c = Kapazität eines isoliert gedachten Leiters am Ende des Drahts in C.G.S.-Einheiten, λ = Wellenlänge der Schwingung in Zentimetern.

[174]) J. A. Pollock [Journ. Royal Soc. N.-S.-Wales **37**, 198. 1903] fand, daß die Wellenlänge der Grundschwingung eines geraden Drahts etwa 2,3- bis 2,45mal größer ist als seine Länge (Durchmesser der Drähte 3,3 mm, Länge zwischen 760 und 1200 cm). Bei der großen Länge der Drähte ist es aber im höchsten Maß wahrscheinlich, daß der Einfluß der Zimmerwände und im Zimmer vorhandener Leitungen die Wechselzahl stark beeinflußt hat.

[175]) M. Abraham. Wied. Ann. **66**, 435 ff. 1898.

[176]) Hertz[165]), S. 184 ff.

[177]) P. Drude[167]), S. 331. — Theoretisch wurden die Schwingungen nahezu geschlossener linearer Oszillatoren untersucht von H. M. Macdonald [Electric Waves, Adams Prize Essay, Cambridge 1902].

[178]) M. Abraham, Ann. Phys. **2**, 32. 1900.

[179]) Vgl. z. B. F. Braun, Ann. Phys. **8**, 209. 1902. Daß diese Formel praktisch brauchbare Werte liefert, ist von E. Kleinschmidt (Diss. Straßburg 1904) experimentell nachgewiesen worden.

[180]) Bei P. Drude[167]), S. 293 ff., findet sich eine systematische, teils experimentelle, teils theoretische Untersuchung der Eigenschwingungen von Spulen, wobei der Einfluß aller möglichen Faktoren diskutiert ist. Aehnliche Zwecke verfolgt J. A. Fleming, Phil. Mag. **8**, 417. 1904.

[181]) Vgl. M. Abraham [175]), S. 441.

[182]) G. H. Hull, Physical Review **5**, 231. 1897.

[183]) A. Lampa, Wien. Ber. **104** (2a), 1179. (1895.) **105** (2a), 1049. (1896.)

[184]) P. Lebedew, Wied. Ann. **56**, 1. 1895.

[185]) A. Righi, Die Optik der elektrischen Schwingungen. Leipzig 1898.

[186]) O. J. Lodge, Nature **41**, 462. 1890.

[187]) J. C. Bose, Proc. Roy. Soc. **60**, 167. 1896.

[188]) Zu dieser Formel gelangt man, wenn man

(1) bedenkt, daß auf jedem Drahtelement der Strom als quasistationär betrachtet werden kann und demnach der Wärmeeffekt in einem Drahtelement von der Länge dx ist $= w_1 \cdot dx \cdot i^2_{\text{eff}}$, wenn w_1 den effektiven Widerstand der Längeneinheit des Drahts, i den Strom an der Stelle x bedeutet;

(2) das Resultat von Abraham [189]) benützt, wonach auch in diesem Fall als Selbstinduktionskoeffizient p des Drahts der Ausdruck Tab. VIII e 2 angesehen werden darf. Dieser Selbstinduktionskoeffizient kann so gedeutet werden, daß die Energie W_m des magnetischen Felds, soweit er für die Schwingungen im Draht von Belang ist, sich ausdrückt durch die Beziehung

$$W_m = \frac{1}{2} p [i^2],$$

wo

$$[i^2] = \frac{1}{l} \int_0^l i^2 \, dx = \frac{\bar{i}^2}{2}$$

der Mittelwert von i^2 auf dem Draht und $\bar{i}$ der Strom im Strombauch ist.

[189]) Vgl. M. Abraham, Physik. Zeitschr. **2**, 331. 1900—01. Er benützt die auf Berechnungen von A. Sommerfeld [354]) beruhende Formel

$$b_j = \frac{1{,}1}{r} \sqrt{\frac{2 \frac{\mu}{\mu_0} \cdot l}{\sigma}} \cdot 10^{-7},$$

in welcher σ das Leitvermögen (in C.G.S.-Einheiten), μ die Permeabilität des Drahts bedeutet.

[190]) V. Bjerknes, Wied. Ann. **47**, 69. (1892.) **48**, 592. (1893.) **55**, 121. (1895.)

[191]) S. Lagergreen, Wied. Ann. **64**, 290. 1898 und „Ueber elektrische Energieausstrahlung", Stockholm 1902.

[192]) V. Bjerknes, Wied. Ann. **44**, 74 u. 513. 1891. Der Wert $b = 0{,}22$ entspricht dem von Bjerknes S. 524 angegebenen Amplitudenverhältnis 0,8.

[193a]) M. Planck, Wied. Ann. **60**, 575. 1897 und Sitzungsberichte der Akademie zu Berlin, 20. Februar 1896. Es gelangt für das Strahlungsdekrement eines Hertz'schen Oszillators zu der Beziehung:

$$b_\Sigma = \frac{8 \pi^4 l^2 c}{3 \lambda^3} \cdot 9 \cdot 10^{20}.$$

Darin ist l = Senderlänge, c = Kapazität eines Leiters am Ende des Senders in C.G.S.-Einheiten, λ = Wellenlänge der Schwingung. Bei der Ableitung ist vorausgesetzt: λ groß gegen l.

[193]) Die Gleichung für die Eigenschwingungen eines Kondensatorkreises [105])

$$i + w c \frac{\partial i}{\partial t} + p c \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = 0$$

kann geschrieben werden

$$\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + 2\delta \frac{\partial i}{\partial t} + (\nu^2 + \delta^2) i = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Dieselbe Gleichung gilt für jeden beliebigen elektromagnetischen Oszillator, dessen Wechselzahl ν/π ist und dessen Amplitude $\sim e^{-\delta t}$ abnimmt.

Wirken auf den Oszillator irgendwelche äußere elektromagnetische Kräfte $\mathfrak{E}_a$, so tritt an Stelle von Gl. (1)

$$\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + 2\delta \frac{\partial i}{\partial t} + (\nu^2 + \delta^2) i = \mathfrak{E}_a. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Die vollständige Lösung dieser Differentialgleichung ist von der Form

$$i = i_1 + i_2,$$

worin i_1 für i gesetzt die Gl. (2) befriedigt, während i_2 die linke Seite der Gl. (2) zu Null macht. i_2 stellt also Eigenschwingungen des Systems dar; die Amplitude derselben bestimmt sich durch die Anfangsbedingungen.

[194]) Die Differentialgleichung für $\mathfrak{P}$ ist [93])

$$\mathfrak{P} + w c \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} + p c \frac{\partial^2 \mathfrak{P}}{\partial t^2} = \mathfrak{E}_a$$

(wenn $\mathfrak{E}_a$ in derselben Richtung wie $\mathfrak{P}$ als positiv gerechnet wird), oder

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{P}}{\partial t^2} + 2\delta \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} + (\nu_2^2 + \delta^2)\, \mathfrak{P} = \frac{\mathfrak{E}_a}{pc}.$$

Diese Gleichung ist vollständig zu integrieren für den Fall $\mathfrak{E}_a = \mathfrak{E}_{a0} \sin(\nu_1 t - \alpha)$ und die Grenzbedingungen

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{P} &= 0 \\ \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} &= 0 \end{aligned}\right\} \text{ für } t = 0.$$

Die Lösung ist von der Form:

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2,$$

worin

$\mathfrak{P}_1 = \mathfrak{P}_{10} \cdot \sin(\nu_1 t - \alpha - \varphi_1)$ die erzwungenen,
$\mathfrak{P}_2 = \mathfrak{P}_{20}\, e^{-\delta t} \cdot \sin(\nu_2 t - \alpha - \varphi_2)$ die Eigenschwingungen

darstellt.

Die Ausrechnung zeigt, daß gleichgültig, welchen Wert α hat, für die erzwungenen Schwingungen gilt

$$\mathfrak{P}_{10} = \frac{\mathfrak{E}_{a0}}{pc\sqrt{[\nu_1^2 - \nu_2^2 - \delta^2]^2 + (2\nu_1\delta)^2}} \qquad \operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{2\nu_1\delta}{\nu_2^2 - \nu_1^2 + \delta^2}.$$

(Die Identität dieser Gleichung mit derjenigen in Anm. [93]) ist leicht nachzuweisen.)

$\mathfrak{W}'_{22}$ und φ_2 werden verschieden je nach dem Wert von α.

1. $\alpha = 0^0$; $\mathfrak{E}_a = \mathfrak{E}_{a0} \cdot \sin \nu_1 t$,

$$\frac{\mathfrak{W}'_{20}}{\mathfrak{W}'_{10}} = \frac{\nu_1}{\nu_2}; \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{2\nu_2 \delta}{\nu_2^2 - \nu_1^2 - \delta^2}.$$

2. $\alpha = 90^0$; $\mathfrak{E}_a = \mathfrak{E}_{a0} \cdot \cos \nu t$,

$$\frac{\mathfrak{W}'_{20}}{\mathfrak{W}'_{10}} = \frac{\sqrt{\nu_2^2 + \delta^2}}{\nu_2}; \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\delta}{\nu_2} \cdot \frac{\nu_2^2 + \nu_1^2 + \delta^2}{\nu_2^2 + \nu_1^2 - \delta^2}.$$

Bezüglich des Falls, daß α einen beliebigen Wert annimmt, vgl. V. Bjerknes, Wied. Ann. **55**, 121. 1895.

[195]) Da jetzt, wo eventuell n_2 nahezu $= n_1$ wird, in dem Ausdruck **310** Gl. (1)

$$[(\pi n_1)^2 - (\pi n_2)^2 - \delta^2]$$

δ^2 nicht ohne weiteres unterdrückt werden darf, so kann es fraglich erscheinen, ob man herechtigt ist, von **310** Gl. (7) und damit von **310** Gl. (3), statt von der vollständigen Gleichung **310** Gl. (1), auszugehen. Die Berechtigung läßt sich aber für den vorliegenden Fall leicht zeigen.

[196]) Setzt man $i_0/i_r = y$, so ist nach **311** Gl. (4) in der Nähe des Scheitelpunkts

$$y = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{\left(\frac{b}{2\pi}\right)^2}}}$$

und der Kümmungsradius

$$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}} = \left(\frac{b}{2\pi}\right)^2.$$

[197]) Ist die EMK $\mathfrak{E}_a$ von der Form (vgl. **94**)

$$\mathfrak{E}_a = \mathfrak{E}_{(1)} + \mathfrak{E}_{(2)} + \mathfrak{E}_{(3)} \ldots,$$

so sind die erzwungenen Schwingungen

$$i = i_{(1)} + i_{(2)} + i_{(3)} \ldots,$$

worin

$$i_{(m)} = i_{(m)0} \cdot \sin (m\nu t - \varphi_m)$$

ist. $i_{(m)}$ steht zu $\mathfrak{E}_{(m)}$ in der Beziehung, die in Anm. [124]) angegehen ist (ν_1 durch $m\nu$ ersetzt).

Für den Stromeffekt der Schwingung gilt:

$$\int_0^1 i^2 dt = \int_0^1 i_{(1)}^2 dt + \int_0^1 i_{(2)}^2 dt + \ldots \; 2\int_0^1 i_{(1)} i_{(2)} \cdot dt + 2\int_0^1 i_{(1)} i_{(3)} \cdot dt \ldots,$$

worin aber die Integrale mit den Produkten sämtlich Null sind. In einem Hitzdrahtinstrument oder Voltmeter addiert sich also einfach die Wirkung der einzelnen Schwingungen.

[198]) Vgl. M. J. Pupin, Amer. Journ. of Science (3) **45**, 325. 1893, und **48**, 379. 1894.

[199]) Vgl. M. Wien[56]).

[200]) Streng genommen ist es unmöglich, daß die EMK im ersten Moment, in welchem die Schwingung einsetzt, schon sehr stark von Null verschieden ist. Da sie vor dem Einsetzen der Schwingung Null ist, so müßte sie und damit das induzierte elektrische Feld plötzlich, d. h. mit unendlich großer Geschwindigkeit entstehen. Der Widerspruch rührt daher, daß im ersten Moment der Strom in keinem Kondensatorkreis quasistationär ist, demnach im ersten Moment die bisherigen Gleichungen nicht gelten. Die Berechtigung dieser Beziehungen bei den bisher als quasistationär bezeichneten Kondensatorkreisen liegt darin, daß bei denselben der Strom wirklich quasistationär wird in einer Zeit, die sehr klein ist gegen die Periode der Schwingung.

[201]) Die Differentialgleichung für $\mathfrak{P}$ ist[124])

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{P}}{\partial t^2} + 2\delta \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} + (\nu_2^2 + \delta_2^2)\,\mathfrak{P} = \frac{\mathfrak{E}_a}{p_2 c_2} = \frac{\mathfrak{E}_{a0}}{p_2 c_2} \cdot e^{\epsilon(\nu_1 + \epsilon\delta_1)t}$$

mit den Grenzbedingungen:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{P} &= 0 \\ \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} &= 0 \end{aligned}\right\} \text{ für } t = 0.$$

Die Lösung ist (vgl. V. Bjerknes, Wied. Ann. **44**, 74. 1891)

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2,$$

wo:

$$\mathfrak{P}_1 = \frac{\mathfrak{E}_a}{p_2 c_2 \sqrt{[\nu_2^2 - \nu_1^2 + (\delta_1 - \delta_2)^2]^2 + 4\nu_1^2(\delta_1 - \delta_2)^2}} \cdot e^{\epsilon\varphi_1} = \mathfrak{P}_{10} \cdot e^{\epsilon[(\nu_1 + \epsilon\delta_1)t + \varphi_1]}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{2\nu_1(\delta_1 - \delta_2)}{\nu_2^2 - \nu_1^2 + (\delta_1 - \delta_2)^2}$$

und

$$\mathfrak{P}_2 = \mathfrak{P}_{20} \cdot e^{-\delta_2 t} \cdot \cos(\nu_2 t + \varphi_2).$$

$\mathfrak{P}_{20}$ und φ_2 bestimmen sich aus $\mathfrak{P}_1$, den Grenzbedingungen und dem Anfangswert von $\mathfrak{E}_a$.

Für $\mathfrak{E}_a = \mathfrak{E}_{a0} \cdot e^{-\delta_1 t} \cdot \cos \nu_1 t$ [Fall **305** c 1) wird, wie eine einfache Rechnung ergibt,

$$\frac{\mathfrak{P}_{20}}{\mathfrak{P}_{10}} = \frac{\sqrt{\nu_2^2 + (\delta_1 - \delta_2)^2}}{\nu_2} = \text{approx. } 1,$$

und da

$$i_1 = -c_2 \cdot \frac{\partial \mathfrak{P}_1}{\partial t};\quad i_2 = -c_2 \cdot \frac{\partial \mathfrak{P}_2}{\partial t} \text{ ist,}$$

$$\frac{i_{20}}{i_{10}} = \frac{\sqrt{\nu_2^2 + \delta_2^2}}{\sqrt{\nu_1^2 + \delta_1^2}} = \text{approx. } \frac{\nu_2}{\nu_1}.$$

[202]) Vgl. V. Bjerknes[124]), S. 132, Gl. (8a).

[203]) V. Bjerknes[194]), S. 132, Gl. (9a).

[204]) Da im vorliegenden Fall die Amplitnden nabezn gleicb, die Phasen nabezu nm 180° verscbieden sind, so gilt annäbernd

$$i = i_0 [e^{-\delta_1 t} \sin \pi n_1 t - e^{-\delta_2 t} . \sin \pi n_2 t].$$

Das kann anf die Form gebraeht werden:

$$i = i_0 . A . \sin \left[\frac{\pi (n_1 + n_2) t}{2} + \varphi\right],$$

worin

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \left[\frac{\pi (n_1 - n_2) t}{2}\right] . \frac{e^{-\delta_1 t} + e^{-\delta_2 t}}{e^{-\delta_1 t} - e^{-\delta_2 t}},$$

$$A = \sqrt{e^{-2\delta_1 t} + e^{-2\delta_2 t} - 2e^{-(\delta_1 + \delta_2) t} . \cos^2 \frac{\pi (n_1 - n_2) t}{2}}.$$

Sind die Amplituden nieht gleich nnd beträgt die Pbasendifferenz nieht gerade 180°, so erhält man eine ähnliehe, nur etwas kompliziertere Beziebung.

[205]) Folgt nnmittelbar ans V. Bjerknes[194]), S. 137 u. 138. — In **323** ist δ_2 als konstant vorausgesetzt. Da der effektive Widerstand des Sekundärsystems von der Weehselzahl abhängt, so ändert sieh aueb δ_2 mit der Wechselzabl. Eine Diskussion zeigt aber, daß dadnrcb in allen praktiseh wichtigen Fällen der Verlauf der Resonanzkurve nicbt in merkbarer Weise beeinflußt wird.

[206]) Nacb P. Drude, Ann. Phys. **13**, 528, Gl. (70). 1904.

[207]) Wie weit dadurcb die angegebenen Beziebungen eventuell eine Aenderung erleiden, kann der Arbeit von Bjerknes[194]) entnommen werden. Vgl. auch J. von Geitler, Wied. Ann. **57**, 428. 1896.

[208]) Das im Fall **a** Gesagte ergibt sicb leicht. Im Fall **b** erhält man für den Stromeffekt relativ komplizierte Formeln, aus denen niebt mehr als das Angegebene zu folgen scheint.

[209]) O. Lodge, Natnre **41**, 368. 1890.

[210]) Eine etwas andere Anordnung hat P. Drnde (Ann. Pbys **9**, 611. 1902) vorgeschlagen.

[210a]) Vgl. G. Rempp[122]), P. Drude, Ann. Phys. **5**, 709. 1904. — Die beiden Zuleitungsdrähte stellen einen linearen Oszillator dar, der mit dem Kondensatorkreis einen Teil der Strombahn gemeinsam bat, also mit ibm magnetiseh und galvanisch gekoppelt ist. Damit die Koppelnng mögliebst lose wird, mnß der gemeinsame Teil der Strombabn mögliebst redneziert werden. Das geschiebt, wenn er auf die Funkenstrecke beschränkt wird.

[211]) Streng genommen fallen, da $\delta_2 = \frac{w_2}{2 p_2}$ selbst von der Wechselzahl abbängt[205]), aueb bei der Resonanzknrve des Stromeffekts Isoebronitätspunkt und Resonanzpunkt nicbt genau zusammen. In allen praktiscb in Betracht kommenden Fällen [336] liegt aber der Unterscbied weit unter der Genauigkeit derartiger Messnngen.

[212]) Wie man dann zu verfahren bat, nm nnmittelbar aus der Resonanzkurve den Wert für die Weehselzahl zn bekommen, gebt aus V. Bjerknes[194]), S. 144 ff. bervor.

[213]) Vgl. J. Dönitz, Elektrot. Zeitschr. **1903**, 920 und 1024. Ueber eine andere Art eines Wellenmessers (aber aucb variabler Kondensatorkreis) vgl. J. E. Ives, Electrician, **53**, S. 705. 1904.

[214]) Bestimmt nach der Stimmgabelmethode [112]).

[215]) Das folgende läßt sich leicht ableiten, wenn man die Dämpfung der Schwingungen vernachlässigt, für den Sender die Telegraphengleichung [253]) benützt und die Grenzbedingungen berücksichtigt, wonach für die Enden des Senders $i = 0$ und für den Strom am Kondensator gilt $i = -c \frac{\partial}{\partial t} (\mathfrak{V}_1 - \mathfrak{V}_2)$, worin c = Kapazität des Kondensators, $\mathfrak{V}_1$ und $\mathfrak{V}_2$ die Spannungen auf den beiden Belegungen sind.

[216]) Vgl. z. B. A. Koepsel, Dinglers polyt. Journal **319**, Heft 14. 1904.

[217]) Diese Anordnung ist z. B. verwandt worden von J. Hopkinson und E. Wilson [153]) S. 119.

[218]) Vgl. G. Rempp [122]).

[218a]) Andernfalls muß $\mathfrak{d}^{(1)}$ bestimmt [**336 c**] und $\mathfrak{d}^{(2)}$ aus

$$\frac{\mathfrak{d}_1 \mathfrak{d}^{(1)} (\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}^{(1)})}{\mathfrak{d}_1 \mathfrak{d}^{(2)} (\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}^{(2)})} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

[**323** Gl. (2a)] berechnet werden. ($\mathfrak{d}_1$ = Dekrement des Primärkreises.)

[219]) Mit der Strahlung von Spulen hat sich E. Nesper, Diss. Rostock 1904 beschäftigt.

[220]) Aehnliche Versuche sind von Oudin [230]) und G. Seibt, Elektrotechn. Zeitschr. **1903**, 1017, gemacht worden.

[221]) A. Slaby, Elektrotechn. Zeitschr. **1903**, S. 1007.

[222]) Derartige Messungen z. B. bei Graf Arco, Elektrotechn. Zeitschr. **1903**, S. 6.

[223]) A. Slaby, Elektrotechn. Zeitschr. **1904**, S. 714.

[224]) Die Differentialgleichungen für den Strom i_1 im Oszillator und den Strom i_2 im geschlossenen Stromkreis sind:

$$\frac{\partial^2 i_1}{\partial t^2} + \frac{w_1}{p_1} \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + \frac{i_1}{c_1 p_1} + \frac{p_{12}}{p_1} \cdot \frac{\partial^2 i_2}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial i_2}{\partial t} + \frac{w_2}{p_2} \cdot i_2 + \frac{p_{21}}{p_2} \cdot \frac{\partial^2 i_1}{\partial t^2} = 0.$$

Setzt man $i_1 = A_1 e^{\lambda t}$, $i_2 = A_2 \cdot e^{\lambda t}$, so erhält man für λ die Gleichung:

$$\left(\lambda^2 + \frac{w_1}{p_1} \cdot \lambda + \frac{1}{c_1 p_1}\right)\left(\lambda + \frac{w_2}{p_2}\right) - \frac{p_{12}^2}{p_1 p_2} \cdot \lambda^2 = 0,$$

oder, wenn

$$\frac{w_1}{p_1} = a = 2\delta, \quad \frac{1}{c_1 p_1} = b = \pi^2 n^2 + \delta^2, \quad \frac{w_2}{p_2} = c, \quad \frac{p_{12}^2}{p_1 p_2} = K^2$$

gesetzt wird,

$$(\lambda^2 + a\lambda + b)(\lambda + c) - K^2\lambda^2 = 0.$$

Für $K = 0$ wäre die Gleichung

$$(\lambda^2 + a\lambda + b)(\lambda + c) = 0 = \lambda^3 + (a + c)\lambda^2 + (b + ac)\lambda + bc \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

gewesen. Jetzt lautet sie:

$$\lambda^3 + \frac{a + c}{1 - K^2}\lambda^2 + \frac{b + ac}{1 - K^2}\lambda + \frac{bc}{1 - K^2} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Das kann ebenfalls auf die Form gebracht werden:

$$(\lambda^2 + a'\lambda + b')(\lambda + c') = 0 = \lambda^3 + (a' + c')\lambda^2 + (b' + a'c')\lambda + b'c' \quad . \quad . \quad (3)$$

Solange die Form der Lösung dieselbe ist wie diejenige von Gl. (1), d. h. solange zwei von den Wurzeln λ konjugiert komplex sind, solange ist:

$$a' = 2\delta'$$
$$b' = \pi^2 n'^2 + \delta'^2,$$

wenn δ' bezw. n' Dämpfungsfaktor bezw. Wechselzahl der jetzt entstehenden Schwingung bedeutet.

Setzt man:

$$a' = a + \alpha K^2$$
$$b' = b + \beta K^2$$
$$c' = c + \gamma K^2,$$

so erhält man aus den Koeffizienten der Gl. (2) und (3):

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{2\delta + \frac{w_2}{p_2}}{N} \\ \beta &= \frac{\pi^2 n^2 \cdot \left(1 - 2\frac{\delta}{\pi n} \cdot \frac{w_2}{\pi n p_2}\right)}{N} \end{aligned}\right| \quad N = \left[1 + \left(\frac{w_2}{\pi n p_2}\right)^2 - \frac{2\delta}{\pi n} \cdot \frac{w_2}{\pi n p_2}\right][1 - K^2]$$

$$\gamma = \frac{\left(\frac{w_2}{p_2}\right)^2}{\pi^2 n^2 \cdot N}.$$

Für den Fall, daß es keine extrem stark gedämpfte Schwingung ist (δ klein gegen πn) und im geschlossenen Stromkreis die Induktanz groß ist gegen den Widerstand, wird

$$\alpha = 2\delta + \frac{w_2}{p_2}$$
$$\beta = \pi^2 n^2.$$

Diese Beziehungen, aus denen eine Zunahme von Wechselzahl und Dämpfungsfaktor folgt, gelten nur, solange K^2 klein ist gegen 1.

Ueber eine genauere Theorie vgl. R. Lindemann[120]).

[223]) a) In einem Kondensatorkreis gilt:

$\mathfrak{V}_2$ = Spannung zwischen den Kondensatorplatten

$e_2 = $ Ladung der positiven Platte $= c_2 \mathfrak{V}_2$

$$i_2 = -\frac{\partial e_2}{\partial t} = -c_2 \frac{\partial \mathfrak{V}_2}{\partial t}$$

$$W_e = \frac{1}{2} c_2 \mathfrak{V}_2^2$$

$$W_m = \frac{1}{2} p_2 i_2^2$$

$$L_w = w_2 i_2^2.$$

In einem linearen Sender (Länge l) bezeichne V_2 die Spannung eines Punktes der einen Hälfte gegen den symmetrisch gelegenen Punkt der anderen Hälfte; $c_2^{(1)}$ sei dadurch definiert, daß die Ladung $e_2^{(1)}$ der Längeneinheit auf der einen Senderhälfte $= c_2^{(1)} V_2$ ist. Dann ist

e_2 = Ladung der positiv geladenen Hälfte

$$= c_2^{(1)} \int_0^{l/2} V_2 \, dx = \frac{2}{\pi} \cdot c_2^{(1)} \cdot \frac{l}{2} \cdot \overline{V}_2 = \frac{2}{\pi} \cdot c_2 \cdot \overline{V}_2$$

$$\overline{i}_2 = -\frac{\partial e_2}{\partial t} = -\frac{2}{\pi} \cdot c_2 \frac{\partial \overline{V}_2}{\partial t}$$

$$W_e = \frac{1}{2} c_2^{(1)} \int_0^{l/2} V_2^2 \, dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{c_2}{2} \overline{V}_2^2$$

$$W_m = \frac{1}{2} p_2^{(1)} \cdot \int_0^{l} i_2^2 \, dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_2}{2} \cdot \overline{i}_2^2$$

$$L_w = w_2 \int_0^{l} i_2^2 \, dx = \frac{w_2}{2} \cdot \overline{i}_2^2.$$

Für einen einseitig **geerdeten Sender** (Länge l) sei $\mathfrak{V}_2$ die Spannung eines Punkts gegen Erde. Dann ist

$$e_2 = \text{Ladung des Senders} = c_2^{(1)} \int_0^{l} \mathfrak{V}_2 \, dx = \frac{2}{\pi} c_2 \mathfrak{V}_2$$

$$i_2 = -\frac{\partial e_2}{\partial t} = -\frac{2}{\pi} c_2 \frac{\partial \overline{\mathfrak{V}}_2}{\partial t}$$

$$W_e = \frac{1}{2} c_2^{(1)} \int_0^{l} \cdot \mathfrak{V}_2^2 \, dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{c_2}{2} \overline{\mathfrak{V}}_2^2$$

$$W_m = \frac{1}{2} p_2^{(1)} \cdot \int_0^{l} i^2 \, dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_2}{2} \cdot \overline{i}_2^2$$

$$L_w = w_2 \int_0^{l} i_2^2 \, dx = \frac{w_2}{2} \cdot \overline{i}_2^2.$$

b) Sind diese Sekundärsysteme mit einem primären Kondensatorkreis gekoppelt, so lauten die Differentialgleichungen:

Sekundärsystem = Kondensatorkreis:

$$\mathfrak{V}_1 + p_1 c_1 \frac{\partial^2 \mathfrak{V}_1}{\partial t^2} + w_1 c_1 \frac{\partial \mathfrak{V}_1}{\partial t} - p_{12} c_2 \frac{\partial^2 \mathfrak{V}_2}{\partial t^2} = 0$$

$$\mathfrak{V}_2 + p_2 c_2 \frac{\partial^2 \mathfrak{V}_2}{\partial t^2} + w_2 c_2 \frac{\partial \mathfrak{V}_2}{\partial t} - p_{21} c_1 \frac{\partial^2 \mathfrak{V}_1}{\partial t^2} = 0.$$

Sekundärsystem = linearer Sender, auf den im Abstand x vom Senderende das Primärsystem induziert:

$$\mathfrak{V}_1 + p_1 c_1 \frac{\partial^2 \mathfrak{V}_1}{\partial t^2} + w_1 c_1 \frac{\partial \mathfrak{V}_1}{\partial t} - p_{12} \sin \frac{\pi x}{l} \cdot \frac{2 c_2}{\pi} \cdot \frac{\partial^2 \overline{V}_2}{\partial t^2} = 0$$

$$\overline{V}_2 + \frac{4 p_2 c_2}{\pi^2} \frac{\partial^2 \overline{V}_2}{\partial t^2} + \frac{4 w_2 c_2}{\pi^2} \cdot \frac{\partial \overline{V}_2}{\partial t} - \frac{4}{\pi} p_{21} \sin \frac{\pi x}{l} \cdot c_1 \frac{\partial^2 \mathfrak{V}_1}{\partial t^2} = 0.$$

Sekundärsystem = geerdeter Sender:

$$\mathfrak{V}_1 + p_1 c_1 \frac{\partial^2 \mathfrak{V}_1}{\partial t^2} + w_1 c_1 \frac{\partial \mathfrak{V}_1}{\partial t} - p_{12} \sin \frac{\pi x}{l} \cdot \frac{2 c_2}{\pi} \frac{\partial^2 \overline{\mathfrak{V}}}{\partial t^2} = 0$$

$$\overline{\mathfrak{V}}_2 + \frac{4 p_2 c_2}{\pi^2} \frac{\partial^2 \overline{\mathfrak{V}}_2}{\partial t^2} + \frac{4 w_2 c_2}{\pi_2} \frac{\partial \overline{\mathfrak{V}}_2}{\partial t} - \frac{4}{\pi} p_{21} \sin \frac{\pi x}{l} \cdot c_1 \frac{\partial^2 \mathfrak{V}_1}{\partial t^2} = 0.$$

Es entspricht sich also:

Kondensatorkreis:	$\mathfrak{V}_2$	i_2	w_2	p_2	c_2	p_{12}	p_{21}
Symmetr. Sender:	$\overline{V}_2$	$\overline{i}_2$	$\frac{2 w_2}{\pi}$	$\frac{2 p_2}{\pi}$	$\frac{2 c_2}{\pi}$	$p_{12} \sin \frac{\pi x}{l}$	$\frac{4 p_{21}}{\pi} \sin \frac{\pi x}{l}$
geerdeter „ :	$\overline{\mathfrak{V}}_2$	$\overline{i}_2$	$\frac{2 w_2}{\pi}$	$\frac{2 p_2}{\pi}$	$\frac{2 c_2}{\pi}$	$p_{12} \sin \frac{\pi x}{l}$	$\frac{4 p_{21}}{\pi} \sin \frac{\pi x}{l}$.

Darin bedeutet c_2 beim geerdeten, p_2 beim geerdeten und symmetrischen Sender die Ausdrücke, die in der Tabelle II h und i bezw. VIII e angegeben sind. Das c_2 in den Gleichungen für den symmetrischen Sender ist dadurch definiert, daß $e_2 = c_2^{(1)} \int_0^{l/2} V_2 \, dx$ die Ladung der einen Senderhälfte ist. Das $c_2^{(1)}$ von Tabelle II h ist dadurch definiert, daß $e_2 = c_2^{(1)} \int_0^{l/2} \mathfrak{V}_2 \, dx$ ist, wenn $\mathfrak{V}_2$ die Spannung gegen einen Spannungsknoten bedeutet. Es ist also $\mathfrak{V}_2 = V_2/2$ und demnach $c_2 = c_2/2$. Setzt man das oben ein, so ergeben sich die Beziehungen von **344 a**.

[226]) M. Wien, Ann. Phys. 8, 696. 1902.

[227]) P. Drude[206]), S. 524. Gl. 60.

[228]) Man bestimmt auf diese Weise tatsächlich den Stromeffekt an den verschiedenen Stellen während der ganzen Schwingung. Was man bestimmen will, ist der Stromeffekt der stehenden Welle [**383 a**], für welche die Verteilung der Stromamplitude sich aus derjenigen des Stromeffekts unmittelbar ergibt. Da aber im vorliegenden Fall die stehende Welle sich sehr rasch ausbilden muß, so kann für den Gesamteffekt die Schwingung vor Ausbildung der stehenden Welle nur eine untergeordnete Rolle spielen.

Aehnliches gilt auch, wenn man Instrumente benützt, die auf die Maximalamplitude reagieren.

Daß aber für den vorliegenden Zweck solche Meßinstrumente ungeeignet sind, für welche eventuell schon die der stehenden Welle voraufgehende fortschreitende Welle eine maßgebende Rolle spielen kann, geht aus einer Arbeit von C. Chant [Phil. Mag. (6) 7, 124. 1904] hervor.

[229]) J. Zenneck, Phys. Zeitschr. 4, 656 ff. 1903.

[230]) Die ersten Resonanzversuche mit Spulen rühren wohl von N. Tesla [Vortrag im Februar 1893*)] her. In ausgiebigem Maße sind die Schwingungen von Spulen für medizinische Zwecke von Ondin (vgl. l'Electricien, 5. Aug. 1893, Comptes rend. **126**, 1632. 1898) benützt worden. Demonstrationsversuche mit Schwingungen von Spulen haben dann F. Braun und A. Slaby bei Vorträgen gezeigt; eine Reihe von solchen Demonstrationsversuchen sind ferner von G. Seibt (Elektrot. Zeitschr. **1902**, 409 und **1903**, 105) angegeben worden.

*) Zitiert bei A. Slaby, ETZ 1903, S. 1007.

[231]) R. Drude[206]), S. 545.

[232]) Dies ist die Beziehung, die M. Wien[225]), S. 695, angibt.

[233]) Folgt aus Gl. (119) bei P. Drude[206]), wenn man bedenkt, daß das Dekrement

$$\mathfrak{D}_1 = \alpha \cdot 2\pi$$

[Gl. (118) nnd (32) bei Drude] ist.

[234]) M. Wien[51]), 174 f. 1897.

[235]) P. Drude[202]), S. 544 ff.

[236]) Natürlich würde sich durch das Einsehalten der Windungen die Wechselzahl des Senders ändern. — Die Zahlen können keinen Ansprueh auf Genauigkeit maehen. Sie genügen aber für einen Ueberschlag.

[237]) Vgl. J. Zenneck, Physik. Zeitschr. **6**, 198. 1905.

[238]) N. Tesla, Untersuehungen über Mehrphasenströme, 2. Abschnitt. Halle 1895.

[239]) Darauf, daß es unzulässig ist, die hei Metalldrähten vorhandene Ungleichförmigkeit der Stromverteilung anch beim menschliehen Körper anzunehmen, hat wohl zuerst W. Nernst [Wied. Ann. **60**, 615. 1897] aufmerksam gemaeht.

[240])*) Weitere experimentelle und theoretische Angaben über die in diesem Kapitel besproehenen Erscheinungen hei

A. Oherheck, Habilitationsschrift. Halle 1878.
A. Oherheck, Wied. Ann. **21**, 672. 1884.
A. Oberbeek, Wied. Ann. **22**, 73—84. 1884.
E. T. Trouton, Nature **45**, 42. 1891.
J. A. Fleming[58]) I, S. 325 ff.
J. J. Thomson[7]), S. 303 ff.
J. Zenneck, Ann. Phys. **10**, 845. 1903.
J. Zenneck, Ann. Phys. **11**, 867. 1903.

[241]) Vgl. E. Cohn[1]), S. 407 ff.

[242]) Vgl. J. Zenneck[240]), auch J. J. Thomson[240]).

[243]) F. Braun, Elektrotcehnische Zeitschrift **19**, 204. 1898.

[244])**) J. A. Fleming[58]) I, S. 326 f.

[245]) Im ganzen Kapitel ist stillschweigend vorausgesetzt, 1. daß die Drähte sich in einem homogenen isolierenden Medium befinden; 2. daß die Schwingungen nieht extrem stark gedämpft sind. Ueber Fortpflanzung von Wellen in einem nicht isolierenden Medium vgl. z. B. P. Drude, Wied. Ann. **60**, 1. 1897. Ueber den Einfluß der Dämpfung auf die Fortpflanzung vgl. E. H. Barton[129]).

[246]) W. v. Bezold, Pogg. Ann. **140**, 541. 1870. Beriehte d. bayr. Akad. d. Wisscnschaften 1870 und in Hertz, Ges. Werke II, S. 59.

[247]) O. Lodge, Journ. of the soc. of Arts. May 1888. Phil. Mag. (5) **26**, 217. 1888.

[248]) H. Hertz, Wied. Ann. **31**, 421. 1887 (Ges. Werke II, S. 32) und Wied. Ann. **37**, 395. 1889 (Ges. Werke II, S. 171).

[249]) R. Blondlot, Compt. rend. **114**, 280. 1892.

[250]) E. Cohn[1]), S. 467 ff.

[251]) E. Cohn[1]), S. 72 f.

---

*) Der Hinweis auf diese Anmerkung fehlt auf S. 676, Zeile 2.

**) Der Hinweis auf diese Anmerkung fehlt auf S. 695, Zeile 9.

[252]) Aus dem vorhergehenden leicht abzuleiten.

[253]) Das folgende ergibt sich einfacher aus der Differentialrechnung. Ist $\mathfrak{A}$ eine in der positiven x-Richtung fortschreitende Welle, d. h.

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_0 \cdot \sin\left(\pi n t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

und

$$\mathfrak{B} = \pm f \cdot \operatorname{tg}\psi,$$

das heißt

$$= \pm f \cdot \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial x},$$

so folgt unmittelbar

$$\mathfrak{B} = \mp \frac{2\pi}{\lambda} \mathfrak{A}_0 \cdot \cos\left(\pi n t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$
$$= \mp \frac{\pi n}{\omega} \mathfrak{A}_0 \cdot \cos\left(\pi n t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right).$$

[254]) Die Fortpflanzung elektromagnetischer Wellen längs Drähten ist der Gegenstand einer großen Anzahl von theoretischen Arbeiten gewesen z. B.:

O. Heaviside, Electrical Papers I, S. 429 ff.; II, S. 39 ff.

A. Sommerfeld, Wied. Ann. 67, 233. 1899.

G. Mie, Ann. Phys 2, 201. 1900.

M. Brillouin, Propagation de l'électricité. Histoire et théorie. Paris 1904.

Das wichtigste findet sich bei E. Cohn[1]), S. 449.

[255]) Die Ueberlegungen in 374a führen zu folgenden analytischen Beziehungen: Für ein Drahtelement dx gilt, wenn der Strom in demselben als quasistationär betrachtet wird,

$$i w = -\frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial x} - p \frac{\partial i}{\partial t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

(w bezw. p Widerstand bezw. Selbstindnktionskoeffizient pro Längeneinheit). Außerdem ist

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -c \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

(c Kapazität pro Längeneinheit). Beide Beziehungen geben die sogenannte *„Telegraphengleichung"*

$$c p \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + c w \frac{\partial i}{\partial t} = \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} \cdot \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Für Wellen, die in der x-Richtung fortschreiten, d. h. für den Fall

$$i = i_0 e^{-\alpha x} \cdot \sin\left(\nu t - \frac{\nu}{\omega} x\right),$$

folgt aus Gl. (3) allgemein

$$\omega^2 = \frac{1}{pc}\left\{-2\left(\frac{\nu p}{w}\right)^2 + 2\left(\frac{\nu p}{w}\right)^2 \sqrt{1 + \left(\frac{w}{\nu p}\right)^2}\right\}.$$

Grenzfall 1: νp groß gegen w.

$$\omega^2 = \frac{1}{pc}\left[1 - \frac{1}{4}\left(\frac{w}{\nu p}\right)^2 \ldots\right]$$

oder annähernd

$$\omega^2 = \frac{1}{pc}.$$

Aus diesem letzteren Wert ergiht sich

$$\alpha = \frac{w}{2p} \cdot \frac{1}{\omega}.$$

Grenzfall 2: νp sehr klein gegen w.

$$\omega^2 = \frac{2\nu}{cw} \cdot \left\{1 - \frac{\nu p}{w} + \frac{1}{2}\left(\frac{\nu p}{w}\right)^2 \cdot \cdot \cdot\right\}$$

oder annähernd

$$\omega = \sqrt{\frac{2\nu}{cw}}$$

und aus diesem Wert

$$\alpha = \frac{cw}{2} \cdot \omega = \sqrt{\frac{\nu c w}{2}}.$$

Der ganze Ansatz, der im wesentlichen von G. Kirchhoff, Ges. Abh. S. 131 ff. 1882 herrührt, ist aber nur in bestimmten Fällen einwurfsfrei.

[256]) Zusammenstellung der Werte bei J. A. Fleming[56]), S. 359.

[257]) Darüber, wie weit dies gilt vgl. A. Sommerfeld[254]).

[258]) E. Cohn[1]), S. 478 ff. Der Ausdruck auf S. 484 bei E. Cohn:

$$\eta = \frac{\frac{\mu}{\mu_0}}{\lg \frac{d}{r} \cdot 2r\sqrt{2\alpha}}$$

kann in dem Grenzfall, in welchem $w = x \cdot w$ realisiert ist, auf die Form gebracht werden

$$\eta = \frac{w}{2\nu p_0}.$$

[259]) E. Cohn[1]), S. 480 u. 484.

[260]) M. J. Pupin, Science (N. S.) **13**, 101. 1901. F. Dolezalek und A. Eheling, Elektrot. Zeitschr. 1902, Heft 49; vgl. auch L. Rellstab, Phys. Zeitschr. 4, 217. 1903.

[261]) H. Hertz, Wied. Ann. **37**, 395. 1889 und Ges. Werke II, S. 171.

[262]) E. Lecher, Wied. Ann. **41**, 850. 1890.

[263]) O. Lodge, Electrician **21**, 608. 1888.

[264]) W. D. Coolidge, Wied. Ann. **67**, 578. 1899.

[265]) L. Arons, Wied. Ann. **45**, 553. 1892.

[266]) Theoretisch sind die Spulenschwingungen auf Grund der Telegraphengleichung behandelt worden von G. Seibt, Elektr. Zeitschr. **1902**, S. 315. 341. 365. 386. 409 und von J. A. Fleming[160]).

[267]) Vgl. A. Geissen, Dissert. Straßburg 1905.

[268]) Vgl. dazu und überhaupt zur Reflexion von Drahtwellen an Inhomogenitäten:

J. v. Geitler, Wied. Ann. **49**, 184. 1893.

E. H. Barton, Wied. Ann. **53**, 513. 1894.

[269]) E. Cohn, Wied. Ann. 45, 370. 1892.

E. Cohn und P. Zeeman, Wied. Ann. 57, 15. 1896.

[270]) Vgl. z. B. E. Cohn [1]), S. 245.

[271]) H. Hertz, Wied. Ann. 36, 1. 1888 und Ges. Abh. II, S. 145. Eine etwas ausführlichere Diskussion des Resultats findet sich bei M. Brillouin [254]), S. 274 ff.

[272]) Die Figuren 613—618 sind einfach der innere Teil der Figuren von Hertz. Diese stellen das Feld des ungedämpften Oszillators dar, nachdem die Schwingung schon ihre normale Gestalt angenommen hat; sie gelten nicht für den Anfang der Schwingung. Man darf sich also nicht vorstellen, daß die Fig. 613 ff. richtig wiedergeben, wie im Anfang sich die Welle allmählich ausbildet.

[273]) Eine einfache Diskussion der Gleichungen von Hertz zeigt, daß man berechtigt ist, die elektromagnetische Welle in dieser Weise zu zerlegen und aufzufassen.

[274]) K. Pearson und A. Lee, Philos. Transactions 193 A, 159. 1900.

[275]) A. E. H. Love, Proc. Royal Soc. 74, 73. 1904.

[276]) F. Hack, Ann. Phys. 14, 539. 1904.

[277]) Vgl. M. Abraham [188]). Das elektrische und magnetische Feld eines Stromelements dl in einem Punkt P, der von dl den gegen dl sehr großen Abstand r hat, bestimmt sich durch die Beziehungen

$$E = -\frac{\sqrt{\pi\mu}}{2\pi v} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\left\{\frac{i_{t-r/\omega}}{r}\right\} dl \cdot \sin\vartheta$$

$$M = -\frac{\sqrt{\pi\varepsilon}}{2\pi v} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\left\{\frac{i_{t-r/\omega}}{r}\right\} dl \cdot \sin\vartheta.$$

Darin bedeutet μ bezw. ε die Permeabilität bezw. Dielektrizitätskonstante des Mediums, in welchem sich das Stromelement befindet, ϑ den Winkel, den eine von der Mitte des Stromelements nach P gezogene Gerade mit der Richtung des Stromelements bildet. Sowohl E als M sind senkrecht zu r, aber E liegt in der Ebene (r, dl), M senkrecht dazu.

[278]) Zusammenfassende Darstellungen, zum Teil mit Literaturangaben, finden sich z. B. bei

Fahie, History of wireless Telegraphy. London 1899.

J. A. Fleming, Cantor lectures on Hertzian Wave telegraphy. London 1903.

A. Prasch (I): Die Telegraphie ohne Draht. 1902. — (II): Die Fortschritte auf dem Gebiete der drahtlosen Telegraphie. 1903. — (III): Die Fortschritte auf dem Gebiete der drahtlosen Telegraphie. II. 1903 Die beiden letzten aus der Sammlung elektrotechnischer Vorträge von E. Voit.

A. Righi und B. Dessau, Die Telegraphie ohne Draht. 1902.

A. Turpain, Les applications pratiques des ondes électriques. 1902.

A. Zammarchi, La telegraphia senza fili di Guglielmo Marconi. Bergamo 1904.

In einigen dieser Darstellungen sind eine große Anzahl „Systeme der drahtlosen Telegraphie" unterschieden, obgleich diese „Systeme" meist bis auf Aeußerlichkeiten miteinander übereinstimmen. Ich habe mich diesem Sprachgebrauch nicht angeschlossen.

[272]) Tissot, Journal de Physique (4) **3**, 524. 1904, und Compt. rend. **137**, 846. 1903.

[280]) Vgl. Prasch (II), S. 46.

[281]) A. Koepsel, Dinglers polytechnisches Journal **1903**, Bd. 318, Heft 13.

[282]) J. Klemenčič, Wied. Ann. **42**, 417. 1891.

[283]) G. Marconi, Lecture on the progress of electric space telegraphy 1902. Proc. Royal Soc. **70**, 341. 1902. Electrician **51**, 330. 1903. J. A. Fleming, Proc. Royal. Soc. **71**, 398. 1903.

[284]) Die beschriebene Anordnung ist im wesentlichen identisch mit der von Herrn Brandes und Dr. Mandelstam im hiesigen Institut angewandten.

[285]) J. A. Ewing und L. H. Walter, Proc. Roy. Soc. **73**, 120. 1904. Auf einem ähnlichen Prinzip beruht der Indikator von R. Arnò, Electrician **53**, 269. 1904. Aehnliche Indikatoren scheinen schon längere Zeit in Nordamerika im Gebrauch zu sein. (Electrician **53**, 447. 1904.)

[286]) Vgl. P. Drude[210]).

[287]) Vgl. E. Marx, Inaugnraldissertation. Göttingen 1898.

[288]) L. Zehnder, Wied. Ann. **47**, 77. 1892.

[289]) A. Righi, Rendic. R. Accad. dei Lincei 1897. Vgl. auch Tuma, Zeitschrift für Elektrotechnik. 23. Jannar 1898.

[290]) L. Boltzmann, Wied. Ann. **40**, 399. 1890. P. Drude, Wied. Ann. **52**, 499. **53**, 753. 1894.

[290a]) Wenn die Spannnng ziemlich hoch ist, so verschwindet der Bogen nach dem Aufhören der Schwingungen nicht von selbst; die Schwingungen können dann nur zum Anzünden des Bogens verwandt werden. Vgl. J. Härdén, Phys. Zeitschr. **5**, 626. 1904.

[291]) H. Hertz, Wied. Ann. **34**, 155. 1888 oder Ges. Werke II, S. 87.

[292]) H. Hertz, Wied. Ann. **36**, 769. 1889 oder Ges. Werke II, S. 184.

[293]) Ueber Anfertigung, Verwendung nnd Wirkungsweise des Righi'schen Resonators vgl. A. Righi[125]).

[294]) Vgl. A. Slaby, Die Funkentelegraphie. 2. Anfl., S. 59. 1901.

[295]) Ueber die Geschichte des Kohärers und die Versuche zur Erklärung seiner Wirkung vgl. Righi-Dessau[275]), S. 199 ff.; ferner G. Sohlabach, Phys. Zeitschr. **2**, S. 382, 1901. K. E. Guthe, Electrician **54**, 92. 1904. Ferner finden sich eine Reihe von Arbeiten zusammengestellt in den Fortschritten der Physik, Bd. 55II, 56II und 57II.

[295a]) Daß ein solches Verschweißen unter dem Einfluß von starken Schwingungen eintreten kann, geht aus vielen Versuchen hervor, nicht aber, ob es bei den technischen Kohärern unter dem Einfluß der schwachen Erregungen bei der drahtlosen Telegraphie tatsächlich eintritt.

[296]) Nach den Angaben von Righi-Dessau[275]), S. 329 nnd Fleming[272]), S. 45. Dagegen sollen nach Zammarohi[278]), S. 47, die Elektroden des Marconi-Kohärers vollkommen parallele Endflächen haben.

[297]) Deutsche Patentanmeldung von A. Koepsel aus dem Jahre 1902. — O. Lodge nnd A. Muirhead, Electrician **50**, 930. 1903.

[298]) Th. Tommasina, Compt. rend. **128**, 666. 1899.

[299]) De Forest, Electrician **52**, 171. 1903.

[300]) W. Schlömilch, Elektrotechn. Zeitschr. **1903**, Heft 47. Ueber die Wirkung dieses Indikators vgl. M. Reich, Phys. Zeitschr. **5**, 338. 1904. M. Dieck-

mann, Phys. Zeitschr. **5**, 529. 1904. Referat über elektrolytische Indikatoren bei Lee de Forest, Electrician **54**, 94. 1904.

[301]) R. Fessenden, Electrical World **1903**, Nr. 12. Electrician **51**, 1042. 1903. Prasch[278]) (III), S. 79.

[302]) Zusammenfassende Darstellungen außer den in Anm. [278]) angegebenen:
F. Braun, Drahtlose Telegraphie durch Wasser und Luft. Leipzig 1901.
G. Eichhorn, Die drahtlose Telegraphie. Leipzig 1904.
A. Slaby[294]).

[303]) Zur Theorie dieses Senders vgl. M. Abraham[178]).

[304]) Vgl. M. Abraham[183]).

[305]) Es liegen ihnen die Abraham'schen Gleichungen[175]) für verschwindende Dämpfung zu Grunde.

[306]) Näheres über diese Versuche bei Prasch[278]) (I), S. 17 ff., Righi-Dessau[287]), S. 235 ff. und hauptsächlich bei O. Lodge, Electrician **42**, 269. 305. 1898. Lodge hat bei seinen Versuchen schon damals abgestimmte Systeme verwendet.

[307]) Wenn die Erde als homogen behandelt wird.

[308]) Nimmt man z. B. als Strombahn einen Kreis oder ein Rechteck, so kann man dieselbe immer in Paare von parallelen und gleich langen Elementen zerlegen. Die magnetische Wirkung jedes Paares wird in großer Entfernung nach dem Biot-Savart'schen Gesetz [31 d] $\sim \frac{1}{r^3}$.

[309]) Zur Frage der Ausbreitung der Wellen längs der Erdoberfläche vgl. K. Uller, Beiträge zur Theorie der elektromagnetischen Strahlung. Diss. Rostock 1904. H. M. Macdonald, Proc. Roy. Soc. **71**, 251. 1903. (Die Resultate von Macdonald sind aber zum Teil unrichtig, vgl. Lord Rayleigh, Proc. Royal Soc. **72**, 40. 1903 und Poincaré, Proc. Royal Soc. **72**, 42. 1903). E. Lecher, Phys. Zeitschr. **4**, 320. 664. 722. 1902—03. A. Voller, Phys. Zeitschr. **4**, 410. 664. 1902—03. A. Koepsel, Dingler's polyt. Journal **318**, Heft 25. 1903.

[310]) Vgl. K. Uller[309]).

[311]) H. B. Jackson, Proc. Royal Soc. **70**, 254 ff. 1902.

[312]) Elektrotechnische Zeitschrift **1904**, S. 1117.

[313]) Lagrange (Compt. rend. **132**, 203. 1901) hat einen Kohärer 30 cm tief in den Boden gegraben. Der Kohärer reagierte dann auf die Wellen eines Senders nicht, während er unter sonst gleichen Umständen ansprach, wenn er sich über dem Boden befand. — Fessenden[301]) fand, daß Ströme in der Erde überall da auftreten, wo die Erdoberfläche ihre Richtung ändert z. B. am Fuß oder auf dem Gipfel eines Hügels.

[314]) G. Marconi, Proc. Royal. Soc. **70**, 344. 1902 und Electrician **49**, 520. 1902.

[315]) Referat darüber bei Prasch[278]) II, S. 109 ff.

[316]) V. Bjerknes, Wied. Ann. **44**, 90. 1891.

[317]) J. A. Fleming[278]), S. 14. G. Ferrié, Compt. rend. **136**, 1249. 1903.

[318]) Zur Theorie der Eigenschwingung von solchen Sendern vgl. z. B. P. Drude, Ann. Phys. **11**, 957. 1903. A. Slaby, Elektrotechn. Zeitschr. **1904**, 714.

[319]) J. Zenneck[237]) S. 197.

[319a]) Hertz'sche Sender, deren Kapazität aus schirmartigen Gebilden besteht, verwenden O. Lodge und A. Muirhead, Electrician **51**, 1036. 1903, und, wie es scheint, in neuerer Zeit auch Marconi.

[320]) G. Marconi, Vortrag vor der Institution of electrical Engineers, S. 10. 1899. Jonrnal of the Society of Arts **49**, 512. 1901.

[321]) Z. B. J. A. Fleming[275]), S. 13 f.

[322]) G. Ferrié, Compt. rend. **136**, 312. 1903.

[323]) D.R.P. Nr. 111587, eingereicht am 14. Oktober 1898.

[324]) Theoretisch ist die direkte Schaltung von M. Abraham, Phys Zeitschr. **5**, 174. 1904 und L. Mandelstam, Phys. Zeitschr. **5**, 245. 1904 behandelt worden. Nach **326b** besteht kein wesentlicher Unterschied zwischen direkter und induktiver Schaltung. Die Beziehnngen von Kap. XV gelten ohne weiteres für beide.

[325]) Darauf hat wohl zuerst L. Mandelstam[326]) anfmerksam gemacht.

[326]) Die Bedeutung der festen und losen Koppelnng für die drahtlose Telegraphie ist zuerst von M. Wien[236]) klargestellt worden.

[326a]) Daß es gerade auf den Effekt, d. h. $\int_0^\infty i^2\,dt$ ankommt, ist durchaus nicht nötig. Die Wirknng auf den Empfänger kann eine komplizierte Fnnktion von Amplitude nnd Dämpfung sein. Wesentlich ist nnr, daß neben der Amplitude auch noch die Dämpfung von Bedentnng ist.

[327]) J. Zenneck, Phys. Zeitschr. **5**, 590. 1904.

[327a]) Electrician **50**, 930 ff. 1903; **51**, 1036. 1903. — Auch als Sekundärsysteme in Braun'schen Anordnungen verwenden sie lineare Oszillatoren mit verminderter Strahlungsdämpfung. — Aehnliche Vorschläge hat auch F. Braun, Elektrotechnische Zeitschrift **1901**, Heft 23, gemacht.

[328]) G. Marconi, Journal of the Society of Arts **49**, 515. 1901.

[328a]) Nenerdings hat aber H. Wommelsdorf (Ann. Phys. **16**, 334. 1905) sehr viel leistungsfähigere Inflnenzmaschinen konstruiert, die vielleicht noch eine Rolle in der drahtlosen Telegraphie spielen werden.

[329]) F. Klingelfuß, Ann. Phys. **5**, 871. 1901, und **9**, 1198. 1902.

[330]) Vgl. G. W. Pierce, On the Cooper Hewitt Mercnry interrupter. Proc Amer. Acad. of Arts and Sciences **39**, 389—412. 1904. Phys. Zeitschr. **5**, 426. 1904.

[331]) Electrician **50**, 140. 1902—03.

[332]) Electrician **52**, 85. 1903—04.

[333]) Ueber Resonanzinduktoren vgl. G. Seibt, Elektrotechn. Zeitschr. **1904**, 277. R. Rendahl, Eletrotechn. Zeitschr. **1904**, 394.

[333a]) Das ist in diesem Fall nur ein kurzer Ausdruck für eine nicht ganz einfache Bedingung. Da hier die Rückwirkung des Sekundärkreises nicht vernachlässigt werden darf, so gilt weder die Bedingung [vgl. **195**], daß die Leitung A B C D E, noch die Bedingnng von Kapitel XIII, wonach der ganze Kreis II A B C D E II in Rcsonanz mit der Wechselzahl sein muß. Die beste Wirkung hängt überhaupt nicht nur von den Konstanten des Kreises II A B C D E II und der Wechselzahl ab, sondern auch noch von den Konstanten des Primärkreises. Es ist also in jedem einzelnen Fall die günstigstc Wechselzahl oder, bei vorgegebener Wechselzahl, die günstigste Form dcs Primärkreises (Einschalten von Spulcn oder ähnliches) auszuprobieren.

[334]) Eine mehrfache Transformation anderer Art ist von Stone vorgeschlagen worden. Electrician **52**, 332. 1903.

[334a]) D.R.P. Nr. 109378 vom 26. Januar 1899. Engl. Patent Nr. 1862 vom 26. Januar 1899. Auf wesentlich dieselbe Anordnung ist später J. A. Fleming und der Marconi-Gesellschaft ein Patent erteilt worden[332]).

[335]) Electrician **52**, 19. 1904. Physik. Zeitschr. **5**, 193. 1904.

[335a]) D. h. das Linienintegral der elektrischen Feldintensität längs des ganzen Kreises.

[336]) W. Dudell, Vortrag vor der Royal Institution, Februar 1902 (vgl. Electrician **48**, 722. 1902, auch Electrician **51**, 84. 1903). Vgl. auch M. Wien[56]), S. 425. 1901.

[337]) H. Th. Simon und M. Reich, Phys. Zeitschr. **4**, 364. 1903. H. Th. Simon, Phys. Zeitschr. **4**, 737, 1903. Bezüglich des physikalischen Vorgangs vgl. S. Maisel, Phys. Zeitschr. **5**, 550. 1904.

[338]) J. Wertheim-Salomonson, Electrician **52**, 126. 1900—04.

[339]) Broschüre von C. Hewitt aus dem Jahre 1903. Nach den Versuchen von Simon und Reich[337]) ist es fraglich, ob es sich dabei wirklich um ungedämpfte Schwingungen handelte.

[340]) Vgl. F. Braun, Phys. Zeitschr. **4**, 363. 1903.

[341]) D.R.P. angemeldet am 13. Juli 1901. Ein ähnlicher Vorschlag ist auch von A. Blondel gemacht worden.

[342]) Versuche bei Cuxhaven 1899—1900.

[343]) C. Tissot, Journal de Physique (4) **3**, S. 209. 1904.

[344]) F. Kiebitz, Ann. Phys. **6**, 741. 1901. Ph. E. Robinson, Ann. Phys. **11**, 754. 1903. Vgl. auch F. Hodson, Ann. Phys. **14**, 973. 1904.

[345]) Electrician **50**, 930. 1903.

[346]) Turpain[278]), S. 334.

[347]) Vgl. darüber hauptsächlich G. Marconi[328]).

[348]) F. Braun, Deutsche Patentanmeldung vom 31. Januar 1901. Vgl. auch die Broschüre der Gesellschaft för drahtlose Telegraphie 1904.

[349]) Das ist auch bei einer Anordnung von Marconi der Fall [vgl. Electrician **50**, 185. 1902.]

[350]) A. Slaby[294]), S. 110 ff. Vgl. auch die Broschüre der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie 1904. — Nach Angaben von Ferrié (Journ. de Phys. (4) **3**, 782 ff.) verwendet Rochefort die Schaltung Fig. 763, Ferrié eine aus Fig. 764 und Fig. 759 gemischte Schaltung.

[351]) Zur Theorie vgl. M. Wien[328]) und P. Drude[327]).

[351a]) Eine wenigstens qualitativ richtige Uebersicht über die Verhältnisse muß man auf diesem Wege bekommen. Eine exakte Untersuchung der Frage setzt voraus, daß man weiß, worauf es bei dem betreffenden Indikator ankommt.

[351b]) Eine andere Ahleitung bei M. Wien[330]).

[351c]) Electrician **53**, S. 511. 1904.

[352]) R. Rendahl, Elektrotechn. Zeitschrift **1905**. S. 87.

[353]) Electrician **50**, 105. 1902.

[354]) Electrician **51**, 482. 766. 878. 1903.

[355]) Electrician **51**, 357. 1903.

[356]) J. A. Fleming[278]), S. 60.

[357]) A. Slaby[324]), S. 84.

[358]) G. Eichhorn[302]), S. 148.

[359]) Eine andere Ahleitung bei M. Wien[228]). Vgl. auch M. Wien[58]).

[360]) A. Blondel, Compt. rend. **130**, 1383. 1900.

[361]) F. Braun[340]), 361.

[362]) Zur Theorie des folgenden vgl. E. Cohn[1]), S. 426 ff. und P. Drude, Lehrbuch der Optik. Leipzig 1900, S. 239 ff. — Die Darstellung in Kapitel XXII schließt sich an vielen Stellen eng an diejenige von E. Cohn[1]) an.

[363]) Vgl. E. Cohn, Berl. Sitzungsber. **1903**, S. 538.

[364]) Vgl. zu diesem Paragraphen hauptsächlich A. Righi[185]).

[365]) H. Hertz, Berl. Sitzungsber. 1888, 13. Dez. Wied. Ann. **36**, 769. 1889. Ges. Werke II, S. 184.

[366]) H. Hertz, Wied. Ann. **34**, 610. 1888. Ges. Werke II, S. 133.

[367]) Unmöglich sind aber derartige Versuche mit dem Kohärer durchaus nicht. Vgl. z. B. R. H. Weber, Ann. Phys. **9**, 899. 1902. — Daß die Wellen sehr stark gedämpft sind, gilt nicht, wenn man den Oszillator in einen nur auf einer Seite offenen Metallkasten einschließt. Macht man den Metallkasten genügend lang, so bekommt man verhältnismäßig wenig gedämpfte Wellen.

[368]) Sarasin und de la Rive, Archives de Genèves (3) **29**, 358. 441 und H. Hertz, Einleitung zu Ges. Werke II.

[369]) Zusammenstellung bei J. A. Fleming[56]), I, S. 359.

[370]) Die folgenden Tabellen sind zum größten Teil der Zusammenstellung von J. A. Fleming[56]), I, S. 351 ff. entnommen. Die Arbeit von L. Boltzmann steht im Wien. Ber. (2) **69**, 795. 1874, diejenige von J. Klemenčič im Wien. Ber. (2a) **91**, 712. 1885.

[371]) E. Hagen und H. Rubens, Ann. Phys. **11**, 873. 1903.

[372]) O. Wiener, Wied. Ann. **40**, 203. 1890.

[373]) H. Rubens und E. F. Nichols, Wied. Ann. **60**, 456. 1897.

[374]) F. Braun, Berl. Sitzungsber. **1904**, 154 und Ann. Phys. **16**, 1. 1905.

[375]) C. Maxwell, Transact. Royal Soc. **155**, 499. 1864.

[376]) Vgl. die Zusammenstellung von E. Cohn[1]), 504 ff.

[377]) Näheres darüber hauptsächlich bei P. Drude[362]).

Tabellen.

Tabelle I.

Dielektrizitätskonstante.

Material	$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ *)	ε in C.G.S.-Einheiten
Glas	4—10	$3{,}5—8{,}8 \cdot 10^{-22}$
Glimmer und Mikanit	4—8	$3{,}5—7{,}1 \cdot 10^{-22}$
Hartgummi	2—3	$1{,}8—2{,}7 \cdot 10^{-22}$
Paraffin	1,7—2,3	$1{,}5—2 \cdot 10^{-22}$
Porzellan	4,4	
Schwefel	2—4	$1{,}8—3{,}5 \cdot 10^{-22}$
Wasser	81	$72 \cdot 10^{-22}$
Aethylalkohol	25	$22 \cdot 10^{-22}$
Methylalkohol	33	$29 \cdot 10^{-22}$
Petroleum	2,2	$1{,}9 \cdot 10^{-22}$
Luft und andere Gase [s. 472] appr.	1	$0{,}88 \cdot 10^{-22}$

Tabelle II.

Formeln für Kapazitäten.

a. *Kondensator aus ebenen Platten* (ohne Rücksicht auf die Streuung an den Rändern).

$$c = \frac{\varepsilon S}{a}$$

$$= \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \cdot \frac{S}{a} \cdot \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-20} \text{ C.G.S} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \cdot \frac{S}{a} \cdot 0{,}88 \cdot 10^{-22} \text{ C.G.S.}$$

(S = Fläche der Platten, a ihr Abstand, ε die Dielektrizitätskonstante zwischen den Platten.) Voraussetzung: a klein gegen die Dimensionen von S.

*) Zum größten Teil nach der Zusammenstellung in F. Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik. 9. Aufl., S. 597.

Digitized by Google

b. *Kondensator aus kreisförmigen Platten* mit Berücksichtigung der Streuung an den Rändern.

$$c = \varepsilon \left\{ \frac{\pi r^2}{a} + r \left[\log \text{nat} \frac{16 \pi r (a+d)}{a^2} - 1 + \frac{d}{a} \log \text{nat} \frac{a+d}{d} \right] \right\}$$

$$= \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \left\{ \frac{r^2}{a} + \frac{r}{\pi} \left[\log \text{nat} \frac{16 \pi r (a+d)}{a^2} - 1 + \frac{d}{a} \log \text{nat} \frac{a+d}{d} \right] \right\} \frac{1}{36} \cdot 10^{-20} \text{C.G.S.}$$

(r = Radius, d Dicke, a Abstand der Platten, ε Dielektrizitätskonstante zwischen den Platten). Voraussetzung: a und d klein gegen r.

c. *Kugel.*

Für eine Kugel vom Radius r, die sich in einem homogenen Medium von der Dielektrizitätskonstante ε allein befindet, gilt:

$$c = 4 \pi \varepsilon \cdot r$$

$$= \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \cdot \frac{r}{9} \cdot 10^{-20} \text{ C.G.S., in Luft} = \frac{r}{9} \cdot 10^{-20} \text{ C.G.S.}$$

d. *Kreisscheibe*

allein in einem homogenen Medium von der Dielektrizitätskonstante ε:

$$c = 4 \pi \varepsilon \cdot \frac{2R}{\pi} \left(1 + \frac{1}{\pi} \frac{d}{R} \right)$$

$$= \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \cdot \frac{2R}{\pi} \left(1 + \frac{1}{\pi} \frac{d}{R} \right) \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-20} \text{ C.G.S.}$$

$$\text{in Luft} = \frac{2R}{\pi} \left(1 + \frac{1}{\pi} \frac{d}{R} \right) \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-20} \text{ C.G.S.}$$

Voraussetzung: Dicke der Scheibe d klein gegen ihren Radius R.

e. *Konzentrisches Kabel.*

Das innere Kabel habe den Radius r_1, das äußere r_2. Dielektrizitätskonstante des Materials zwischen beiden ε. Dann gilt für ein Stück von der Länge l

$$c = \frac{l \cdot 2 \pi \varepsilon}{\log \text{nat} \frac{r_2}{r_1}}$$

$$= \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \frac{l}{\log \text{nat} \frac{r_2}{r_1}} \cdot \frac{1}{18} \cdot 10^{-20} \text{ C.G.S.}$$

f. *Doppelkabel.*

Radius der beiden Kabel = r, Abstand ihrer Achsen = d, Dielektrizitätskonstante des unendlich ausgedehnt gedachten Mediums, in dem sie sich befinden, = ε. Für ein Stück von der Länge l ist

$$c = \frac{l \cdot 2\pi\varepsilon}{\log\text{nat}\dfrac{d+\sqrt{d^2-4r^2}}{d-\sqrt{d^2-4r^2}}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\,\frac{l}{\log\text{nat}\dfrac{d+\sqrt{d^2-4r^2}}{d-\sqrt{d^2-4r^2}}} \cdot \frac{1}{18} \cdot 10^{-20}\ \text{C.G.S.}$$

g. *Zwei parallele Drähte.*

Voraussetzung: Abstand a der Drähte groß gegen ihren Radius r. Für ein Stück von der Länge l der als unendlich lang gedachten Drähte gilt

$$c = \frac{\pi\varepsilon l}{\log\text{nat}\dfrac{a}{r}}$$

(ε = Dielektrizitätskonstante des Mediums).

Demnach pro Längeneinheit

$$c^{(1)} = \frac{\pi\varepsilon}{\log\text{nat}\dfrac{a}{r}} = \frac{\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}{36\log\text{nat}\dfrac{a}{r}} \cdot 10^{-20}\ \text{C.G.S.}$$

h. *Gerader Draht,* allein in einem homogenen Medium (ε) vorhanden.

Wenn es sich um Schwingungen handelt, kann die folgende Beziehung für die Kapazität pro Längeneinheit verwendet werden [189]):

$$c^{(1)} = \frac{2\pi\varepsilon}{\log\text{nat}\dfrac{l}{r}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\,\frac{1}{2\log\text{nat}\dfrac{l}{r}} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-20}\ \text{C.G.S.} = \frac{1}{2\log\text{nat}\dfrac{l}{r}} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-20}\ \text{C.G.S. in Luft.}$$

(ε Dielektrizitätskonstante des Mediums, l Länge, r Radius des Drahts.)

i. *Vertikaler Draht, unten geerdet.*

Kapazität pro Längeneinheit bei Schwingungen [189]):

$$c^{(1)} = \frac{2\pi\varepsilon}{\log\text{nat}\dfrac{2l}{r}} = \frac{1}{2\log\text{nat}\dfrac{2l}{r}} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-20}\ \text{C.G.S. in Luft.}$$

(l, r, ε wie in **h.**)

Tabelle III. Leitvermögen *).

Material	$\frac{\sigma}{\sigma_{Hg}}$	σ in C.G.S.-Einheiten
Kupfer	55	$59 \cdot 10^{-5}$
Zink	15	$16 \cdot 10^{-5}$
Platin	6,7	$7{,}1 \cdot 10^{-5}$
Eisen	6,3—10	$7—11 \cdot 10^{-5}$
Quecksilber	1	$1{,}063 \cdot 10^{-5}$
Konstantan	1,9	$2 \cdot 10^{-5}$
Manganin	2,2	$2{,}4 \cdot 10^{-5}$
Neusilber	2,1—5,9	$2{,}3—6{,}2 \cdot 10^{-5}$
Nickelin	2,2	$2{,}4 \cdot 10^{-5}$
Messing	10—13	$11—14 \cdot 10^{-5}$
Gaskohle	ca. 0,019	ca. $0{,}02 \cdot 10^{-5}$
Wässerige Lösungen bei 18°: NaCl konzentriert	$2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-10}$
Wässerige Lösungen bei 18°: $ZnSO_4$ maximalleitend	$4{,}5 \cdot 10^{-6}$	$4{,}8 \cdot 10^{-11}$
Wässerige Lösungen bei 18°: $CuSO_4$ konzentriert	$4{,}3 \cdot 10^{-6}$	$4{,}6 \cdot 10^{-11}$
Wässerige Lösungen bei 18°: H_2SO_4 maximalleitend	$7{,}0 \cdot 10^{-5}$	$7{,}4 \cdot 10^{-10}$
Seewasser	ca. 10^{-10}	ca. 10^{-15}
Gutes destilliertes Wasser	$1—4 \cdot 10^{-14}$	$1—4 \cdot 10^{-19}$
Käuflicher absoluter Aethylalkohol	$4 \cdot 10^{-6}$	$4{,}4 \cdot 10^{-11}$

Tabelle IV. Wert der Größe f [124 und 230].

Material	$\sigma : \sigma_{Hg}$	$\mu : \mu_0$	f in C.G.S.-Einheiten
Eisen	8	3000	1,12
"	8	1000	0,648
"	8	300	0,355
"	8	100	0,214
"	8	10	0,065
"	10	3000	1,39
"	10	1000	0,805
"	10	300	0,441
"	10	100	0,266
"	10	10	0,0805
Kupfer	55	1	0,0537
Messing	ca. 12	1	0,0251
Platin	6,5	1	0,0185
Neusilber	4	1	0,0145
Nickelin	2,3	1	0,0110
Manganin	2,2	1	0,0107
Konstantan	1,9	1	0,0100
Quecksilber	1	1	0,00724
Wässerige Lösung: NaCl konzentriert	$2 \cdot 10^{-5}$	1	$3{,}2 \cdot 10^{-5}$
Wässerige Lösung: $ZnSO_4$ maximalleitend	$4{,}5 \cdot 10^{-6}$	1	$1{,}5 \cdot 10^{-5}$
Wässerige Lösung: $CuSO_4$ konzentriert	$4{,}3 \cdot 10^{-6}$	1	$1{,}5 \cdot 10^{-5}$
Wässerige Lösung: H_2SO_4 maximalleitend	$7{,}0 \cdot 10^{-5}$	1	$6{,}0 \cdot 10^{-5}$

*) Zum größten Teil nach F. Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik. 9. Aufl., S. 595 f.

Tabelle V. Die Ordinaten der Kurven A geben das Verhältnis $\frac{w}{w}$ [233] und $\frac{w_m}{w_m}$ [127], die Ordinaten der Kurven B das Verhältnis $\frac{\pi n p_i}{w}$ [239] bezw. $\frac{\pi n p_m}{w_m}$ [127]. Die gestrichelte Kurve in Fig. 2 entspricht 127 Gl. (3a) bezw. 239 Gl. (4), die strichpunktierte Gerade in Fig. 3 und 4 entspricht 127 Gl. (2) bezw. 233 Gl. (3) und 239 Gl. (3).

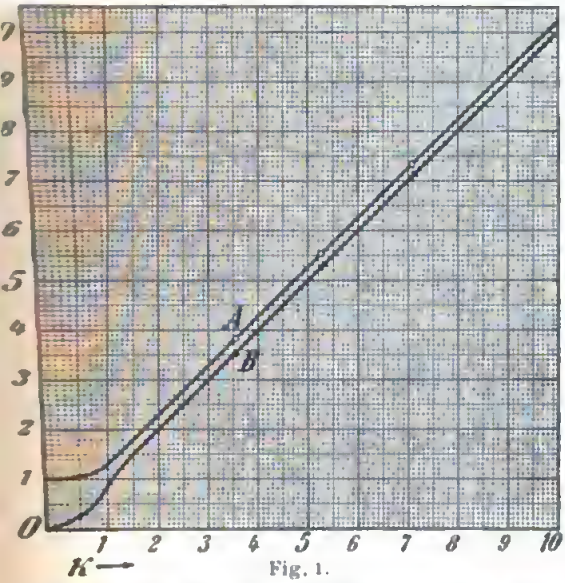


Fig. 1.

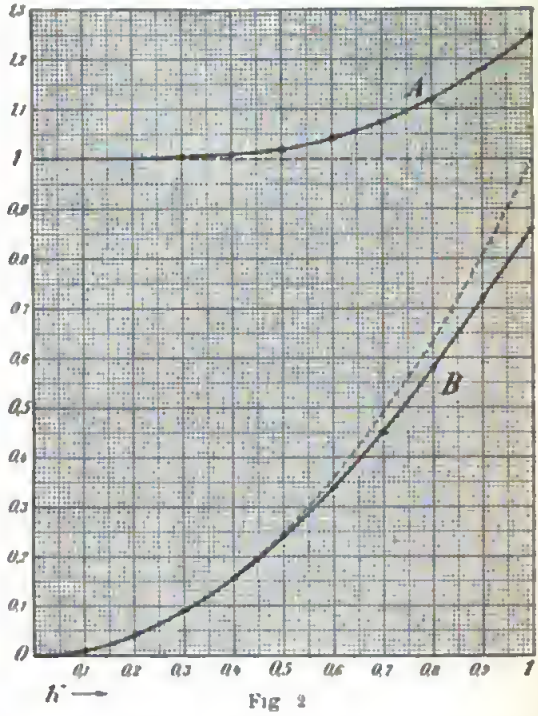


Fig. 2

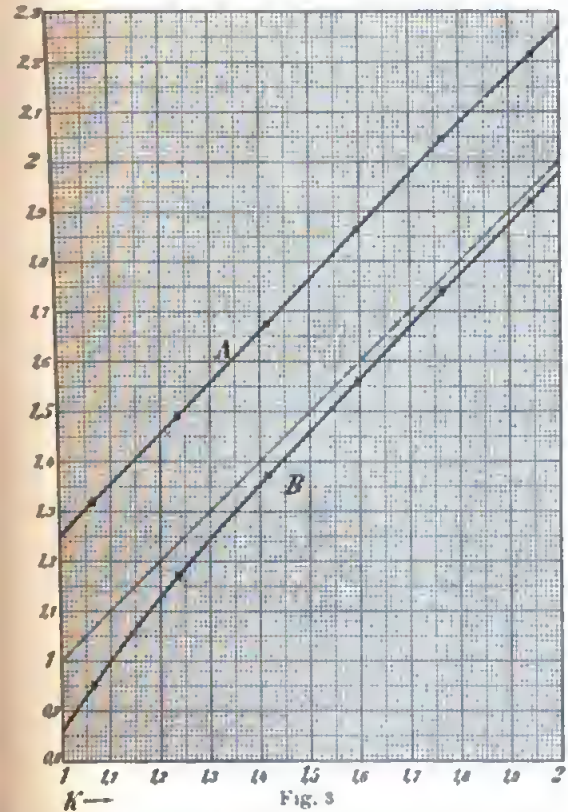


Fig. 3

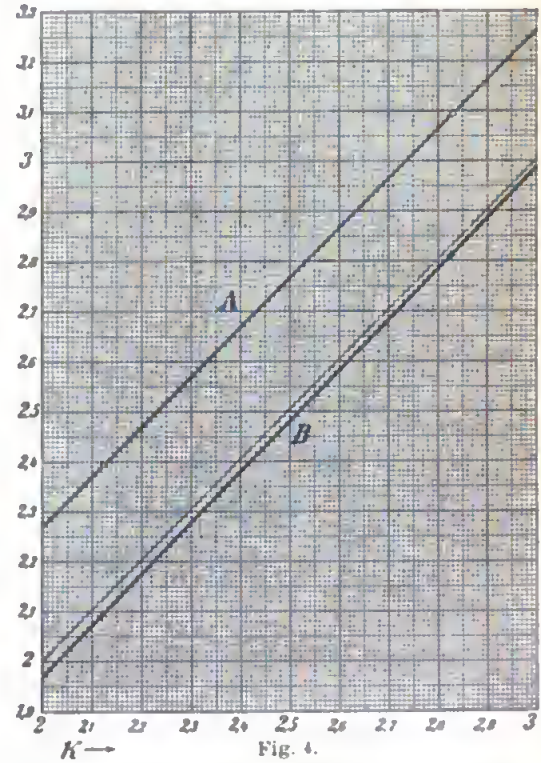


Fig. 4.

Tabelle

Widerstand von

Die Zahlen geben den Widerstand von 1 m in Ohm unter
Die Genauigkeit der

Radius in mm	Stationärer Strom	n $8 \cdot 10^5$	n $9 \cdot 10^5$	n 10^6	n $2 \cdot 10^6$	n $3 \cdot 10^6$
0,1	0,554	0,56	0,56$_5$	0,57	0,61	0,66
0,2	0,138	0,168	0,175	0,183	0,245	0,293
0,3	0,0615	0,104	0,110	0,115	0,156	0,187
0,4	0,0346	0,076	0,079	0,083	0,110	0,136
0,5	0,0221	0,059	0,062	0,065	0,089	0,108
0,6	0,0154	0,0489	0,051	0,053	0,074	0,089
0,7	0,0113	0,0405	0,0452	0,0450	0,062	0,076
0,8	0,00865	0,0353	0,0372	0,0394	0,054	0,066
0,9	0,00683	0,0314	0,0331	0,0345	0,0480	0,058
1	0,00554	0,0278	0,0295	0,0310	0,0432	0,053
1,1	0,00457	0,0254	0,0267	0,0280	0,0392	0,0479
1,2	0,00384	0,0231	0,0243	0,0257	0,0357	0,0438
1,3	0,00328	0,0212	0,0224	0,0236	0,0329	0,0400
1,4	0,00282	0,0196	0,0207	0,0223	0,0307	0,0379
1,5	0,00246	0,0183	0,0193	0,0204	0,0287	0,0350
1,6	0,00216	0,0171	0,0180	0,0190	0,0267	0,0328
1,7	0,00192	0,0160	0,0170	0,0178	0,0252	0,0309
1,8	0,00171	0,0154	0,0160	0,0168	0,0239	0,0293
1,9	0,00153	0,0143	0,0151	0,0159	0,0225	0,0277
2	0,00138	0,0136	0,0140	0,0151	0,0214	0,0263
2,1	0,00125	0,0128	0,0136	0,0145	0,0205	0,0246
2,2	0,00114	0,0123	0,0130	0,0138	0,0196	0,0235
2,3	0,00105	0,0118	0,0125	0,0131	0,0187	0,0225
2,4	0,000961	0,0113	0,0120	0,0127	0,0177	0,0216
2,5	0,000886	0,0108	0,0115	0,0124	0,0169	0,0207
2,6	0,000819	0,0104	0,0111	0,0116	0,0162	0,0199
2,7	0,000759	0,0100	0,0106	0,0112	0,0156	0,0192
2,8	0,000706	0,0097	0,0102	0,0108	0,0152	0,0185
2,9	0,000658	0,0093	0,0099	0,0104	0,0146	0,0176
3	0,000615	0,0090	0,0095	0,0101	0,0141	0,0172
3,1	0,000576	0,0087	0,0092	0,0098	0,0136	0,0167
3,2	0,000541	0,0084	0,0089	0,0095	0,0132	0,0162
3,3	0,000508	0,0081	0,0086	0,0092	0,0128	0,0157
3,4	0,000479	0,0078	0,0083	0,0088	0,0123	0,0151
3,5	0,000452	0,0076	0,0081	0,0085	0,0120	0,0148
3,6	0,000427	0,0074	0,0079	0,0083	0,0117	0,0143
3,7	0,000404	0,0072	0,0077	0,0081	0,0114	0,0139
3,8	0,000383	0,0071	0,0075	0,0079	0,0111	0,0135
3,9	0,000364	0,0069	0,0073	0,0077	0,0108	0,0132
4	0,000346	0,0067	0,0071	0,0075	0,0105	0,0129

VI.

Kupferdrähten.

der Annahme eines Leitvermögens $\sigma = 57{,}5 \cdot 10^{-5}$ C.G.S.
Zahlen ist 1 — 2 %.

n $4 \cdot 10^6$	n $5 \cdot 10^6$	n $6 \cdot 10^6$	n $7 \cdot 10^6$	n $8 \cdot 10^6$	n $9 \cdot 10^6$	n 10^7
0.73	0,80	0,86$_5$	0,92	0,98	1,03	1,08
0.328	0,367	0,399	0,428	0,452	0,477	0,50
0.213	0,236	0,257	0,277	0,295	0,311	0,327
0.157	0.174	0,190	0,205	0,218	0,231	0,248
0.124	0.138	0,151	0,162	0,173	0,183	0,193
0.103	0,114	0,125	0,134	0,143	0,151	0,159
0,087	0,097	0.106	0,114	0.122	0,129	0.136
0.076	0,085	0,093	0,100	0,107	0,114	0.120
0,067	0,075	0,083	0,089	0,095	0,101	0,107
0,061	0,068	0,074	0,080	0,086	0,091	0,096
0,0551	0,062	0,067	0,073	0,078	0,083	0,087
0,0506	0,056	0,062	0,067	0,072	0,076	0,080
0,0469	0,052	0,057	0,062	0,066	0,070	0,074
0,0433	0,0486	0,053	0,057	0,060	0,064	0,068
0,0405	0,0452	0,0497	0,053	0,056	0,060	0,062
0,0381	0,0425	0,0459	0,0495	0,053	0,056	0,059
0,0357	0,0394	0,0431	0,0462	0,0498	0,053	0,055
0,0337	0,0372	0,0407	0,0439	0,0470	0,0499	0,052
0,0314	0,0352	0,0386	0,0417	0,0453	0,0471	0,0496
0,0300	0,0335	0,0366	0,0394	0,0421	0,0446	0,0471
0,0285	0,0319	0,0349	0,0375	0,0401	0,0425	0,0448
0,0272	0,0304	0,0331	0,0359	0,0383	0,0406	0,0428
0,0260	0,0291	0,0317	0,0342	0,0367	0,0389	0,0409
0,0250	0,0278	0,0304	0,0328	0,0351	0,0373	0,0393
0,0240	0,0267	0,0292	0,0315	0,0337	0,0358	0,0377
0,0229	0,0257	0,0281	0,0303	0,0324	0,0343	0,0363
0,0220	0,0246	0,0271	0,0292	0,0312	0,0331	0,0348
0,0213	0,0237	0,0261	0,0282	0,0301	0,0319	0,0336
0,0203	0,0227	0,0249	0,0270	0,0288	0,0305	0,0322
0,0199	0,0222	0,0243	0,0263	0,0281	0,0298	0,0314
0,0192	0,0215	0,0235	0,0255	0,0272	0,0288	0,0304
0,0186	0,0208	0,0228	0,0246	0,0264	0,0279	0,0294
0,0181	0,0202	0,0221	0,0238	0,0256	0,0271	0,0286
0,0175	0,0196	0,0214	0,0231	0,0246	0,0262	0,0276
0,0172	0,0190	0,0208	0,0225	0,0239	0,0254	0,0267
0,0166	0,0185	0,0203	0,0219	0,0233	0,0247	0,0260
0,0160	0,0179	0,0196	0,0212	0,0226	0,0240	0,0252
0,0156	0,0174	0,0192	0,0206	0,0221	0,0234	0,0246
0,0152	0,0170	0,0186	0,0201	0,0215	0,0228	0,0240
0,0148	0,0166	0,0182	0,0196	0,0210	0,0222	0,0234

Digitized by Google

Tabelle VII.

Einfluß der Dämpfung auf den effektiven Widerstand von Drähten [237].

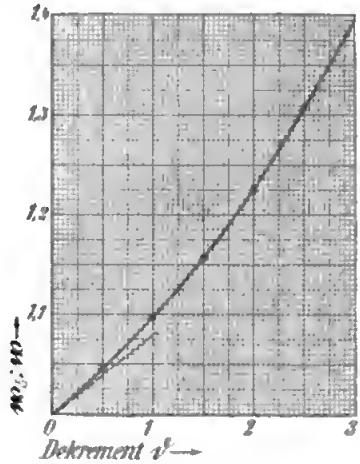


Tabelle VIII.

Formeln für Selbstindnktionskoeffizienten.

a. *Kreis* (vgl. Tab. IX).

$$p_0^{*}) = \frac{\mu}{4\pi\nu^2} \cdot 4\pi R \left[\log\text{nat}\left(\frac{8R}{r}\right) - 2\right]$$

$$= 4\pi R \left[\log\text{nat}\left(\frac{8R}{r}\right) - 2\right] \text{ C.G.S. in Luft.}$$

(R Kreisradius, r Drahtradius, μ Permeabilität des Mediums.)

b. *Rechteck***) (vgl. Tab. XI).

$$p_0 = \frac{\mu}{4\pi\nu^2} \cdot 4 \Big\{ a \log\text{nat} \frac{2ab}{r(a+\sqrt{a^2+b^2})} + b \log\text{nat} \frac{2ab}{r(b+\sqrt{a^2+b^2})} + 2(\sqrt{a^2+b^2} - a - b) \Big\}$$

$$= 4 \Big\{ a \log\text{nat} \frac{2ab}{r(a+\sqrt{a^2+b)^2}} + b \log\text{nat} \frac{2ab}{r(b+\sqrt{a^2+b)^2}} + 2(\sqrt{a^2+b^2} - a - b) \Big\} \text{ C.G.S. in Luft}$$

(a, b Länge der beiden Seiten, μ, r vgl. **a**).

---

*) Für stationären Strom ist [**34a**]:

$p = p_0 + p_i$ und $p_i = \frac{\mu}{4\pi\nu^2} \cdot \frac{l}{2}$ oder bei nicht ferromagnetischem Material des Drahts $p_i = \frac{l}{2}$ C.G.S.

) Vgl. M. Wien, Wied. Ann. **53, 935. 1894. P. Drude[111]) S. 597.

Wenn die Seite h viel kürzer ist als a, so kann dies annähernd ersetzt werden durch

$$p_0 = 4\,(a+h)\cdot\left\{\log\text{nat}\,\frac{b}{r} - 1{,}31\,\frac{h}{a} + 1{,}06\left(\frac{b}{a}\right)^2\right\}\text{ C.G.S. in Luft.}$$

c. *Quadrat* (vgl. Tab. X).

Aus b folgt für ein Quadrat von der Seitenlänge a (in Luft)

$$p_0 = 8\,a\left[\log\text{nat}\,\frac{a}{r} - 0{,}7740\right]\text{ C.G.S.}$$

d. *Zwei parallele Drähte.*

(Abstand a groß gegen Drahtradius r; μ vgl. a.)

Selbstinduktionskoeffizient pro Längeneinheit:

$$p_0 = \frac{\mu}{4\pi\nu^2}\cdot 4\log\text{nat}\,\frac{a-r}{r} = \text{annähernd}\,\frac{\mu}{4\pi\nu^2}\cdot 4\log\text{nat}\,\frac{a}{r}$$

$$= 4\log\text{nat}\,\frac{a-r}{r} = \text{annähernd}\;4\log\text{nat}\,\frac{a}{r}\text{ C.G.S. in Luft.}$$

e. *Gerader Draht.*

(1) Aus der Neumann'schen Formel[31]) folgt

$$p_0 = \frac{\mu}{4\pi\nu^2}\cdot 2\,l\left[\log\text{nat}\,\frac{2\,l}{r} - 1\right].$$

(2) Bei Schwingungen darf*) als Selbstinduktionskoeffizient eines geraden isolierten Drahts pro Längeneinheit betrachtet werden:

$$p^{(1)} = \frac{\mu}{4\pi\nu^2}\cdot 2\log\text{nat}\,\frac{l}{r} = 2\log\text{nat}\,\frac{l}{r}\text{ C.G.S. in Luft,}$$

(3) ebenso für einen vertikalen, einseitig geerdeten Draht*):

$$p^{(1)} = \frac{\mu}{4\pi\nu^2}\cdot 2\log\text{nat}\,\frac{2\,l}{r} = 2\log\text{nat}\,\frac{2\,l}{r}\text{ C.G.S. in Luft.}$$

f. *Spulen* **).

Es bezeichne h Höhe der Spule (d. h. Länge ihrer Achse), g Ganghöhe, N Windungszahl, r Radius einer Windung, δ Durchmesser des Drahts, l Länge desselben. Dann gilt[167]) für Spulen von höchstens 10 Windungen bei schnellen Schwingungen

$$p = 2\,N\,l\left\{\left(1+\frac{h^2}{32\,r^2}\right)\log\text{nat}\,\frac{8\,r}{\sqrt{h^2+\delta^2}} - y_1 + \frac{h^2}{16\,r^2}\cdot y_2\right\} + \log\text{nat}\,g\,\delta - \Delta\text{ C.G.S.}$$

*) Vgl. M. Abraham, Ann. Phys. **66**, 447. 1898. Physik. Ztschr. **5**, 178. 1904.

**) Formeln für stationären Strom zusammengestellt bei G. Wiedemann[103]) Bd. IV, S. 81 ff.

Darin ist y_1 und y_2 für die verschiedenen Werte von δ/h und Δ für die verschiedenen Werte von N und g/δ aus den folgenden Tabellen zu entnehmen:

δ/h	y_1	y_2	δ/h	y_1	y_2
0,00	0,500	0,13	0,55	0,808	0,34
0,05	0,549	0,13	0,60	0,818	0,38
0,10	0,592	0,13	0,65	0,826	0,43
0,15	0,631	0,14	0,70	0,833	0,47
0,20	0,665	0,15	0,75	0,838	0,52
0,25	0,695	0,17	0,80	0,842	0,58
0,30	0,722	0,19	0,85	0,845	0,63
0,35	0,745	0,22	0,90	0,847	0,69
0,40	0,765	0,24	0,95	0,848	0,75
0,45	0,782	0,27	1,00	0,848	0,82
0,50	0,796	0,31			

Werte von Δ.

N	g/δ			
	1,2	2	3,5—5	11
2	1,30	1,54	1,80	1,96
3	1,29	1,50	1,78	
4		1,43	1,74	
5		1,38	1,61	
6		1,32	1,50	
7		1,29	1,40	
8		1,28	1,35	
9		1,27	1,32	
10		1,26	1,30	

Tabelle IX.

Selbstinduktionskoeffizient p_0 [239] von Drahtkreisen.

Formel: $p_0 = 4\pi R\left[\log\text{nat}\left(\frac{8R}{r}\right) - 2\right]$ C.G.S. [Tab. VIII a].

(R = Radius des Kreises, r = Radius des Drahts in cm.)

r	R ⟶									
in cm	2,5	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25
0,05	125,4	294,3	479,7	675,8	879,8	1090	1305	1526	1750	1977
0,1	103,6	250,8	414,4	588,7	770,9	959,5	1053	1352	1554	1760
0,15	90,9	225,3	376,2	537,7	707,2	883,0	1064	1250	1439	1632
0,2	81,8	207,2	349,1	502,6	662	828,8	1001	1177	1358	1542
0,25	74,8	193,2	328	473,5	627	786,7	951,8	1121	1295	1472
0,3	69,1	181,8	310,9	450,6	598,3	752,4	911,7	1075	1243	1414
0,35	64,3	172,1	296,3	431,3	574,1	723,3	877,8	1037	1200	1366
0,4	60,1	163,7	283,7	414,5	553,2	698,1	848,4	1003	1162	1324
0,45	56,4	156,3	272,6	399,7	534,6	675,9	822,5	973,6	1128	1287
0,5	53,1	149,7	262,7	386,4	518,1	656,1	799,3	947,1	1099	1254

Tabelle X.

Selbstinduktionskoeffizient p_0 [239] von Quadraten.

Formel: $p_0 = 8a\left[\log\text{nat}\frac{a}{r} - 0{,}7740\right]$ C.G.S.

(a = Seite des Quadrats, r = Drahtradius, beides in cm.)

r	a ⟶								
	10	15	20	25	30	35	40	45	50
0,05	361,9	591,6	834,8	1088	1349	1618	1891	2170	2454
0,1	306,5	508,4	723,9	949,5	1183	1423	1670	1921	2176
0,15	274,1	459,7	659,0	868,4	1086	1310	1540	1775	2014
0,2	251	425,2	613,0	810,9	1017	1229	1448	1671	1899
0,25	233,2	398,4	577,3	764,2	963,3	1167	1376	1591	1810
0,3	218,6	376,5	548,1	729,8	919,4	1116	1318	1525	1737
0,35	206,3	358,1	523,4	698,9	882,5	1071	1269	1470	1675
0,4	195,6	342	502,1	672,2	850,4	1035	1226	1422	1622
0,45	186,5	327,9	483,2	648,7	822,2	1002	1188	1379	1575
0,5	177,7	315,2	466,4	627,6	796,9	972,8	1155	1341	1528

Digitized by Google

Tabelle XI*).

Selbstinduktionskoeffizient p_0

eines Rechtecks von 40 cm Breite und 2,25 mm Drahtradius bei verschiedenen Längen).**

Formel: $$p_0 = 4\left[a \log \text{nat} \frac{2ab}{r(a+\sqrt{a^2+b^2})} + b \log \text{nat} \frac{2ab}{r(b+\sqrt{a^2+b^2})} + 2(\sqrt{a^2+b^2} - a - b)\right]$$ C.G.S. [Tab. VIII b.]

(a = Breite, b = Länge, r = Drahtradius in cm.)

dm	cm 0	cm 1	cm 2	cm 3	cm 4	cm 5	cm 6	cm 7	cm 8	cm 9
0						531,4×	566,0	600,6	635,1	669,7
1	704,3×	731,4	758,5	785,7	812,8	839,9×	864,4	889,0	913,5	938,1
2	962,6×	985,9	1009,2	1032	1056	1079×	1101	1124	1146	1169
3	1191×	1203	1235	1257	1279	1301×	1323	1345	1366	1388
4	1410×	1432	1453	1475	1496	1518	1539	1561	1582	1604
5	1625×	1646	1667	1689	1710	1731	1752	1773	1795	1816
6	1837×	1858	1879	1900	1921	1942	1963	1984	2005	2026
7	2048	2069	2090	2111	2132	2153	2174	2195	2216	2237
8	2258×	2279	2300	2321	2342	2363	2383	2404	2425	2446
9	2467	2488	2509	2530	2551	2572	2592	2613	2634	2655
10	2676×	2697	2718	2739	2759	2780	2801	2822	2843	2864
11	2885	2905	2926	2947	2968	2989	3010	3030	3051	3072
12	3093×	3114	3135	3156	3176	3197	3218	3239	3260	3281
13	3302	3322	3343	3364	3385	3406	3427	3447	3468	3489
14	3510×	3531	3552	3572	3593	3614	3635	3655	3676	3697
15	3718	3738	3759	3780	3801	3821	3842	3863	3884	3904
16	3925×	3946	3967	3987	4008	4029	4050	4071	4091	4112
17	4133	4154	4175	4195	4216	4237	4258	4279	4299	4320
18	4341×	4362	4383	4403	4424	4445	4466	4486	4507	4528
19	4549	4569	4590	4611	4632	4652	4673	4694	4715	4735
20	4756×									

× Die mit einem Kreuz versehenen Werte sind berechnet, die anderen interpoliert.

*) Wie die Tabelle zu verstehen ist, geht aus folgendem Beispiel hervor: 1453 ist der Selbstinduktionskoeffizient bei einer Länge von 4 dm + 2 cm = 42 cm.

**) Für Anordnungen wie die in 328a beschriebene.

Tabelle XII. Wechselzahl eines Kondensatorkreises

für verschiedene Kapazitäten und Selbstindnktionskoeffizienten

nach der Formel: $n = \frac{1}{\pi \sqrt{pc}}$. Die Zahlen der Tabelle bedeuten: $n \cdot 10^{-6}$/sec.

Kapazität c in 10^{-3} Mikrofarad = 10^{-18} C.G.S.	Selbstinduktionskoeffizient p in C.G.S.-Einheiten											
	100	200	400	600	800	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000
0,1	100,7	71,2	50,3	41,1	35,6	31,8	26,0	22,6	20,1	18,4	17,0	15,9
0,2	71,2	50,3	35,6	29,1	25,2	22,6	18,4	15,9	14,2	13,0	12,0	11,2
0,4	50,3	35,6	25,2	20,5	17,8	15,9	13,0	11,2	10,1	9,19	8,51	7,96
0,6	41,1	29,1	20,5	16,8	14,5	13,0	10,6	9,19	8,22	7,50	6,94	6,50
0,8	35,6	25,2	17,8	14,5	12,6	11,2	9,19	7,96	7,12	6,50	6,02	5,63
1	31,8	22,6	15,9	13,0	11,2	10,1	8,22	7,12	6,37	5,81	5,38	5,03
1,5	26,0	18,4	13,0	10,6	9,19	8,22	6,71	5,81	5,20	4,75	4,39	4,11
2	22,6	15,9	11,2	9,19	7,96	7,12	5,81	5,03	4,50	4,11	3,80	3,56
2,5	20,1	14,2	10,1	8,22	7,12	6,37	5,20	4,50	4,03	3,68	3,40	3,18
3	18,4	13,0	9,19	7,50	6,50	5,81	4,75	4,11	3,68	3,36	3,11	2,91
3,5	17,0	12,0	8,51	6,94	6,02	5,38	4,39	3,80	3,40	3,11	2,88	2,69
4	15,9	11,2	7,96	6,50	5,63	5,03	4,11	3,56	3,18	2,91	2,69	2,52
4,5	15,0	10,6	7,50	6,13	5,30	4,75	3,87	3,36	3,00	2,74	2,54	2,37
5	14,2	10,1	7,12	5,81	5,03	4,50	3,67	3,18	2,85	2,60	2,41	2,25
5,5	13,6	9,60	6,79	5,54	4,80	4,29	3,50	3,03	2,71	2,48	2,29	2,15
6	13,0	9,19	6,50	5,30	4,59	4,11	3,35	2,91	2,60	2,37	2,20	2,05
6,5	12,5	8,83	6,24	5,10	4,41	3,95	3,22	2,79	2,50	2,28	2,11	1,97
7	12,0	8,51	6,02	4,91	4,25	3,80	3,11	2,69	2,41	2,20	2,03	1,90
7,5	11,6	8,22	5,81	4,74	4,11	3,67	3,00	2,60	2,32	2,12	1,96	1,84
8	11,2	7,96	5,63	4,58	3,98	3,56	2,91	2,52	2,25	2,05	1,90	1,78
8,5	10,9	7,72	5,46	4,46	3,86	3,45	2,82	2,44	2,18	1,99	1,84	1,73
9	10,6	7,50	5,30	4,33	3,75	3,36	2,74	2,37	2,12	1,94	1,79	1,68
9,5	10,3	7,30	5,16	4,22	3,65	3,27	2,67	2,31	2,07	1,89	1,75	1,63
10	10,1	7,12	5,03	4,11	3,56	3,18	2,60	2,25	2,01	1,81	1,70	1,59

Kapazität c in 10^{-3} Mikrofarad = 10^{-18} C.G.S.	4500	5000	5500	6000	6500	7000	7500	8000	8500	9000	9500	10000
0,1	15,0	14,2	13,6	13,0	12,5	12,0	11,6	11,2	10,9	10,6	10,3	10,1
0,2	10,6	10,1	9,60	9,19	8,83	8,51	8,22	7,96	7,72	7,50	7,30	7,12
0,4	7,50	7,12	6,79	6,50	6,24	6,02	5,81	5,63	5,46	5,30	5,16	5,03
0,6	6,13	5,81	5,54	5,30	5,10	4,91	4,74	4,58	4,46	4,33	4,22	4,11
0,8	5,30	5,03	4,80	4,59	4,41	4,25	4,11	3,98	3,86	3,75	3,65	3,56
1	4,75	4,50	4,29	4,11	3,95	3,80	3,67	3,56	3,45	3,36	3,27	3,18
1,5	3,87	3,67	3,50	3,35	3,22	3,11	3,00	2,91	2,82	2,74	2,67	2,60
2	3,36	3,18	3,03	2,91	2,79	2,69	2,60	2,52	2,44	2,37	2,31	2,25
2,5	3,00	2,85	2,71	2,60	2,50	2,41	2,32	2,25	2,18	2,12	2,07	2,01
3	2,74	2,60	2,48	2,37	2,28	2,20	2,12	2,05	1,99	1,94	1,89	1,84
3,5	2,54	2,41	2,29	2,20	2,11	2,03	1,96	1,90	1,84	1,79	1,75	1,70
4	2,37	2,25	2,15	2,05	1,97	1,90	1,84	1,78	1,73	1,68	1,63	1,59
4,5	2,24	2,12	2,02	1,94	1,86	1,79	1,73	1,68	1,63	1,58	1,54	1,50
5	2,12	2,01	1,92	1,84	1,77	1,70	1,64	1,59	1,54	1,50	1,46	1,42
5,5	2,02	1,92	1,83	1,75	1,68	1,66	1,57	1,52	1,47	1,43	1,39	1,36
6	1,94	1,84	1,75	1,68	1,61	1,55	1,50	1,45	1,41	1,37	1,33	1,30
6,5	1,86	1,77	1,68	1,61	1,55	1,49	1,44	1,40	1,35	1,32	1,28	1,25
7	1,79	1,70	1,62	1,55	1,49	1,44	1,39	1,34	1,30	1,27	1,23	1,20
7,5	1,73	1,64	1,57	1,50	1,44	1,39	1,34	1,30	1,26	1,22	1,19	1,16
8	1,68	1,59	1,52	1,45	1,40	1,34	1,30	1,26	1,22	1,19	1,15	1,12
8,5	1,63	1,54	1,47	1,41	1,35	1,30	1,26	1,22	1,18	1,15	1,12	1,09
9	1,58	1,50	1,43	1,37	1,32	1,27	1,22	1,19	1,15	1,12	1,09	1,06
9,5	1,54	1,46	1,39	1,33	1,28	1,23	1,19	1,15	1,12	1,09	1,06	1,03
10	1,50	1,42	1,36	1,30	1,25	1,20	1,16	1,12	1,09	1,06	1,03	1,01

Digitized by Google

Tabelle XIII.

Einfluß der Dämpfung

auf die Wechselzahl von Kondensatorkreisen [222].

Es sei n die richtige Wechselzahl, berechnet aus der Beziehung

$$n = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{1}{pc} - \left(\frac{w}{2p}\right)^2},$$

n^0 die angenäherte nach der Gleichnng

$$n^0 = \frac{1}{\pi\sqrt{pc}}.$$

Dann ist **222** (Gl. 3)

$$n = \frac{n^0}{\sqrt{1 + \left(\frac{b}{2\pi}\right)^2}} = n^0(1 - \Delta).$$

Der Wert von Δ für verschiedene Beträge des Dekrements b ist in der folgenden Tabelle angegeben.

b	Δ	b	Δ	b	Δ
0,1	0,0001	0,6	0,005	1,5	0,027
0,2	0,0005	0,7	0,006	2	0,047
0,3	0,001	0,8	0,008	2,5	0,071
0,4	0,002	0,9	0,010	3	0,098
0,5	0,003	1	0,012		

Tabelle XIV.

Wechselzahl n (pro Sekunde) und Wellenlänge λ (in Luft).

Formel: $\lambda = \frac{6 \cdot 10^{10}}{n}$ cm [**227 d**].

n	λ	Bemerkungen	n	λ	Bemerkungen
10^5	6000 m		10^6	600 m	Schwingungen der drahtlosen Telegraphie.
2. „	3000 „		2. „	300 „	
3. „	2000 „		3. „	200 „	
4. „	1500 „		4. „	150 „	
5. „	1200 „		5. „	120 „	
6. „	1000 „		6. „	100 „	
7. „	857 „		7. „	85,7 „	
8. „	750 „	Schnellste bisher erreichte ungedämpfte Schwingung [436]	8. „	75 „	
9. „	667 „	Schwingungen der drahtlosen Telegraphie.	9. „	66,7 „	

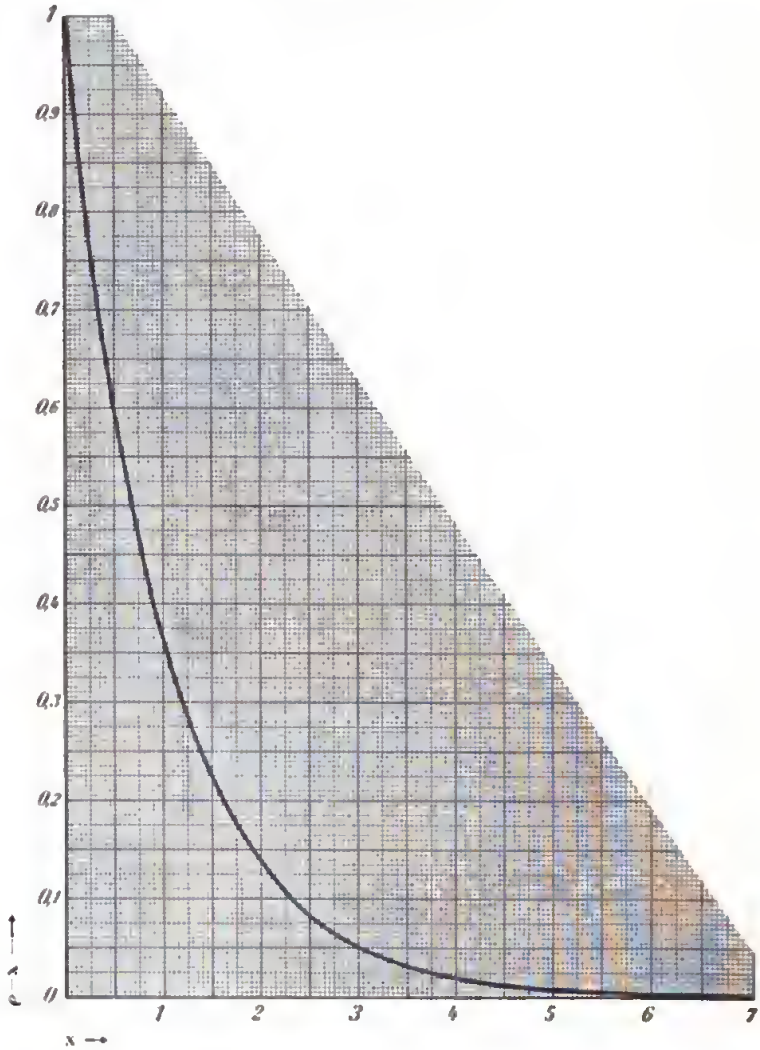
Fortsetzung von Tabelle XIV.

n	λ	Bemerkungen	n	λ	Bemerkungen
10^7	60 m		10^{12}	0,6 mm	
2. „	30 „		2. „	0,3 „	
3. „	20 „		3. „	0,2 „	
4. „	15 „		4. „	0,15 „	
5. „	12 „		5. „	0,12 „	
6. „	10 „		6. „	0,1 „	
7. „	8,6 „		7. „	0,86 „	
8. „	7,5 „		8. „	0,75 „	
9. „	6,7 „		9. „	0,67 „	
10^8	6 m		10^{13}	60 . 10^{-3} mm	Längste bis jetzt nachgewiesene Wärmestrahlen ($\lambda = 61{,}1$) *).
2. „	3 „		2. „	30 „ „	
3. „	2 „		3. „	20 „ „	
4. „	1,5 „		4. „	15 „ „	
5. „	1,2 „		5. „	12 „ „	
6. „	1 „		6. „	10 „ „	
7. „	0,86 „		7. „	8,6 „ „	
8. „	0,75 „		8. „	7,5 „ „	
9. „	0,67 „		9. „	6,7 „ „	
10^9	60 cm	Schnellste von Hertz verwendete Schwingungen	10^{14}	6 . 10^{-3} mm	
2. „	30 „		2. „	3 „ „	
3. „	20 „		3. „	2 „ „	
4. „	15 „		4. „	1,5 „ „	
5. „	12 „		5. „	1,2 „ „	
6. „	10 „		6. „	1 „ „	
7. „	8,6 „		7. „	0,86 „ „	Anfang des sichtbaren Lichtes
8. „	7,5 „		8. „	0,75 „ „	
9. „	6,7 „		9. „	0,67 „ „	
10^{10}	6 cm		10^{15}	0,6 . 10^{-3} mm	Natriumlicht.
2. „	3 „		2. „	0,3 „ „	Ende des sichtbaren Lichts
3. „	2 „		3. „	0,2 „ „	
4. „	1,5 „		4. „	0,15 „ „	Ultraviolettes Licht
5. „	1,2 „		5. „	0,12 „ „	
6. „	1 „		6. „	0,1 „ „	
7. „	0,86 „				
8. „	0,75 „				
9. „	0,67 „				
10^{11}	6 mm	Schnellste bis jetzt hergestellte elektrische Schwingungen			
2. „	3 „				
3. „	2 „				
4. „	1,5 „				
5. „	1,2 „				
6. „	1 „				
7. „	0,86 „				
8. „	0,75 „				
9. „	0,67 „				

*) H. Rubens und A. Aschkinaß, Wied. Ann. 67, 459. 1899.

Tabelle XV.

Werte von e^{-x}.



Tab. XVI.

Amplitudenverhältnis und Dekrement.

Nach **217 c** ist das Amplitudenverhältnis $= e^{-\mathfrak{d}}$. $\mathfrak{d}$ = Dekrement.

$\mathfrak{d}$	Amplitudenverhältnis	$\mathfrak{d}$	Amplitudenverhältnis
0,001	100 : 99,9 = 1,001	0,09	100 : 91,4 = 1,094
0,002	„ 99,8 = 1,002	0,095	„ 90,9 = 1,10
0,003	„ 99,7 = 1,003	0,1	„ 90,5 = 1,105
0,004	„ 99,6 = 1,004	0,15	„ 86,1 = 1,16
0,005	„ 99,5 = 1,005	0,2	„ 81,9 = 1,22
0,006	100 : 99,4 = 1,006	0,25	100 : 77,9 = 1,28
0,007	„ 99,3 = 1,007	0,3	„ 74,1 = 1,35
0,008	„ 99,2 = 1,008	0,35	„ 70,5 = 1,42
0,009	„ 99,1 = 1,009	0,4	„ 67,0 = 1,49
0,01	„ 99,0 = 1,01	0,45	„ 63,8 = 1,57
0,015	100 : 98,5 = 1,015	0,5	100 : 60,7 = 1,65
0,02	„ 98 = 1,02	0,55	„ 57,7 = 1,73
0,025	„ 97,5 = 1,025	0,6	„ 54,9 = 1,82
0,03	„ 97 = 1,03	0,65	„ 52,2 = 1,92
0,035	„ 96,6 = 1,036	0,7	„ 49,7 = 2,01
0,04	100 : 96,1 = 1,041	0,75	100 : 47,2 = 2,12
0,045	„ 95,6 = 1 046	0,8	„ 44,9 = 2,23
0,05	„ 95,1 = 1,051	0,85	„ 42,7 = 2,34
0,055	„ 94,6 = 1,057	0,9	„ 40,7 = 2,46
0,06	„ 94,2 = 1,062	0,95	„ 38,7 = 2,59
0,065	100 : 93,7 = 1,067	1	100 : 36,8 = 2,72
0,07	„ 93,2 = 1,073	1,5	„ 22,3 = 4,48
0,075	„ 92,8 = 1,078	2	„ 13,5 = 7,39
0,08	„ 92,3 = 1,083	2,5	„ 8,2 = 12,2
0,085	„ 91,9 = 1,089	3	„ 5 = 20,1

Tabelle XVII.

Dämpfung und Funkenwiderstand in Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke

(nach G. Rempp*). [Vgl. **219**.]

Im folgenden bezeichnet

c = die wirksame [**197 a**] Kapazität im Kondensatorkreis,
p = den Selbstinduktionskoeffizienten der Strombahn,
r = den Radius der Kugeln an der Funkenstrecke,
$\mathfrak{d}$ = das Dekrement der Schwingungen.

*) Die Dekremente von Kondensatorkreisen mit sehr kleinen Kapazitäten oder bei größeren Kapazitäten mit sehr kleiner Funkenlänge sind von P. Drude[210a]) untersucht worden.

Die Zahlen beziehen sich auf Funkenkugeln aus Zink und auf Kondensatoren aus englischem Flintglas.

a. Abhängigkeit des Funkenwiderstands von der Kapazität.

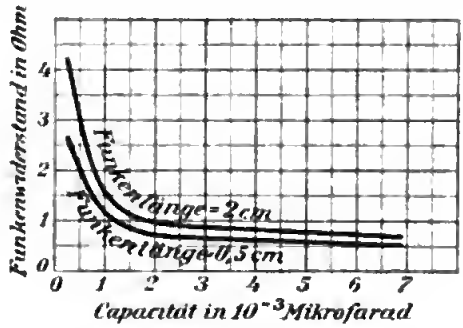


Fig. I*).

b. Abhängigkeit des Funkenwiderstands von der Funkenlänge.

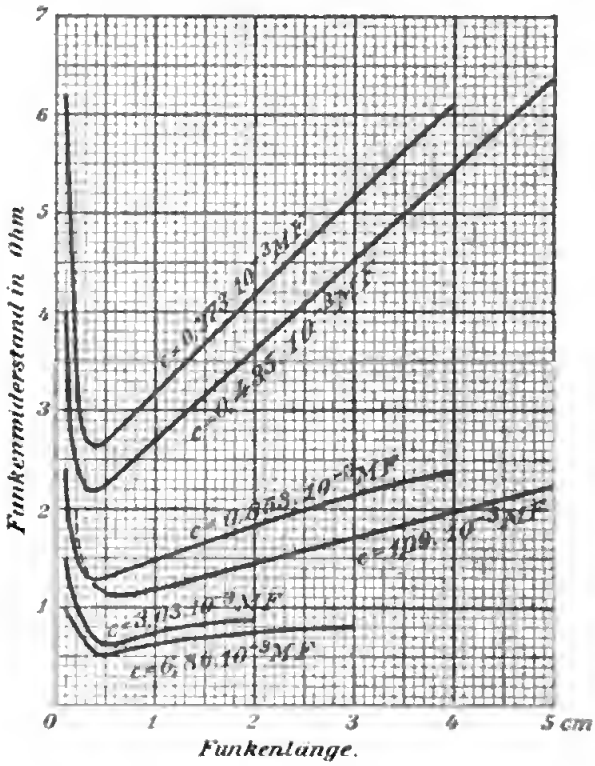


Fig. II*).

*) Es war für die betreffenden Kondensatorkreise

c = ca. 2800 C.G.S.,

$2r$ = 1,5 cm.

c. Abhängigkeit des Dekrements von der Funkenlänge.

Die beobachteten Dekremente, aus denen die Zahlen von Fig. 11 berechnet wurden, sind:

Funkenlänge in cm	c in 10^{-3} Mikrofarad					
	0,273	0,435	0,853	1,093	3,035	6,86
0,1	0,19$_5$	0,15$_8$	0,13$_3$		0,15$_7$	0,14$_6$
0,2	0,11$_7$	0,12$_4$	0,09$_6$	0,12$_5$	0,10$_7$	0,11$_9$
0,3	0,07$_7$	0,08$_9$	0,07$_5$	0,09$_6$	0,09$_1$	0,09$_2$
0,5	0,08$_6$	0,09$_3$		0,07$_4$	0,06$_0$	0,07$_7$
1	0,11$_0$	0,11$_1$	0,08$_4$	0,07$_7$	0,08$_5$	0,09$_0$
1,5	0,11$_5$	0,12$_9$		0,07$_8$		
2	0,13$_7$	0,14$_0$	0,10$_1$	0,09$_2$	0,08$_5$	0,10$_5$
2,5	0,13$_2$		0,11$_4$	0,09$_4$		
3	0,15$_5$	0,20$_2$	0,12$_2$	0,10$_8$		0,11$_5$
3,5	0,17$_6$		0,12$_4$	0,11$_5$		
4	0,18$_7$	0,20$_3$	0,12$_4$	0,12$_3$		
4,5		0,23$_7$		0,13$_6$		
5		0,25$_3$		0,14$_4$		

d. Abhängigkeit des Dekrements von der Größe der Funkenkugeln.

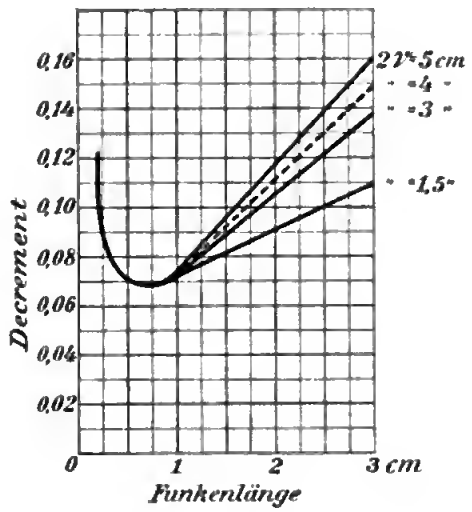
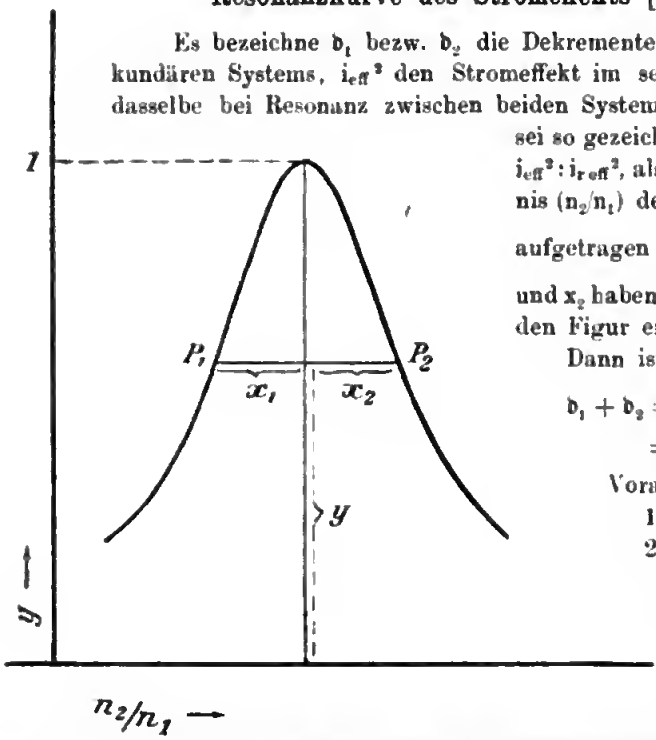


Fig. III.

Es war in dem Kondensatorkreis: $c = 1{,}01 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad,
$p = 2430$ C.G.S.

Tabelle XVIII.

Resonanzkurve des Stromeffekts [323].



Es bezeichne $\mathfrak{d}_1$ bezw. $\mathfrak{d}_2$ die Dekremente des primären bezw sekundären Systems, i_{eff}^2 den Stromeffekt im sekundären System, $i_{r\,eff}^2$ dasselbe bei Resonanz zwischen beiden Systemen. Die Resonanzkurve sei so gezeichnet, daß als Ordinaten y $i_{eff}^2 : i_{r\,eff}^2$, als Abszissen x das Verhältnis (n_2/n_1) der beiden Wechselzahlen aufgetragen ist. x sei $= \frac{x_1 + x_2}{2}$ und x_1 und x_2 haben die aus der nebenstehenden Figur ersichtliche Bedeutung.

Dann ist:

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = x \cdot 2\pi \sqrt{\frac{y}{1-y}} = x \cdot A.$$

Vorausgesetzt dabei ist:

1) x klein gegen 1,
2) $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$ klein gegen 2π.

In der folgenden Tabelle ist der Wert von A und log. A für die verschiedenen Werte von y angegeben.

y	log. A	A	y	log. A	A
0,998	2,1472	140	0,958	1,4773	30,0
0,996	1,9963	99,2	0,956	1,4667	29,3
0,994	1,9078	80,9	0,954	1,4565	28,6
0,992	1,8449	70,0	0,952	1,4469	28,0
0,990	1,7960	62,5	0,950	1,4376	27,4
0,988	1,7560	57,0	0,945	1,4157	26,0
0,986	1,7221	52,7	0,940	1,3956	24,9
0,984	1,6926	49,3	0,935	1,3771	23,8
0,982	1,6666	46,4	0,930	1,3599	22,9
0,980	1,6433	44,0	0,925	1,3437	22,1
0,978	1,6221	41,9	0,920	1,3285	21,3
0,976	1,6028	40,1	0,915	1,3142	20,6
0,974	1,5850	38,5	0,910	1,3006	20,0
0,972	1,5684	37,0	0,905	1,2876	19,4
0,970	1,5530	35,7	0,900	1,2753	18,85
0,968	1,5386	34,5	0,89	1,2522	17,9
0,966	1,5249	33,5	0,88	1,2308	17,0
0,964	1,5121	32,5	0,87	1,2110	16,3
0,962	1,4994	31,6	0,86	1,1924	15,6
0,960	1,4883	30,8	0,85	1,1748	15,0

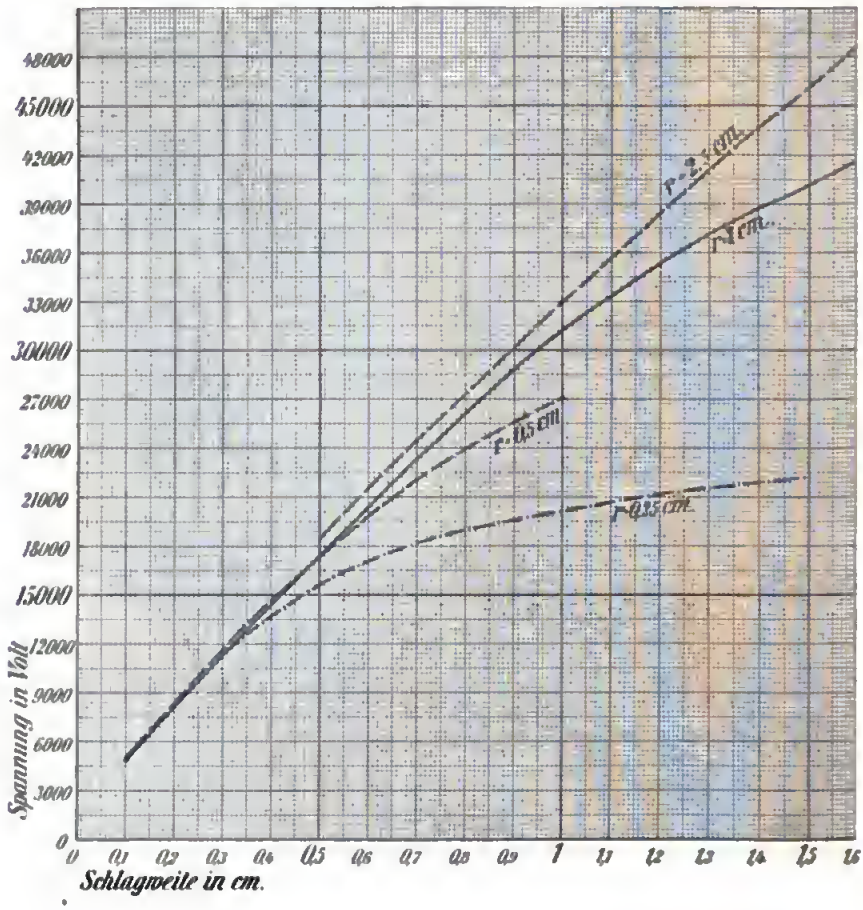
Fortsetzung von Tabelle XVIII.

y	log. A	A	y	log. A	A
0,84	1,1583	14,4	0,39	0,7011	5,02
0,83	1,1425	13,9	0,38	0,6919	4,92
0,82	1,1274	13,4	0,37	0,6827	4,82
0,81	1,1130	13,0	0,36	0,6734	4,71
0,80	1,0993	12,6	0,35	0,6638	4,61
0,79	1,0859	12,2	0,34	0,6542	4,51
0,78	1,0730	11,8	0,33	0,6444	4,41
0,77	1,0606	11,5	0,32	0,6345	4,31
0,76	1,0485	11,2	0,31	0,6245	4,21
0,75	1,0367	10,9	0,30	0,6142	4,11
0,74	1,0253	10,6	0,29	0,6033	4,01
0,73	1,0141	10,3	0,28	0,5932	3,92
0,72	1,0032	10,1	0,27	0,5823	3,82
0,71	0,9931	9,84	0,26	0,5711	3,72
0,70	0,9822	9,60	0,25	0,5597	3,63
0,69	0,9719	9,37	0,24	0,5479	3,53
0,68	0,9619	9,16	0,23	0,5358	3,43
0,67	0,9518	8,95	0,22	0,5234	3,34
0,66	0,9422	8,75	0,21	0,5105	3,24
0,65	0,9326	8,56	0,20	0,4971	3,14
0,64	0,9230	8,38	0,19	0,4834	3,04
0,63	0,9137	8,20	0,18	0,4690	2,94
0,62	0,9045	8,03	0,17	0,4539	2,84
0,61	0,8953	7,86	0,16	0,4381	2,74
0,60	0,8862	7,69	0,15	0,4216	2,64
0,59	0,8772	7,54	0,14	0,4040	2,54
0,58	0,8683	7,38	0,13	0,3854	2,43
0,57	0,8594	7,23	0,12	0,3656	2,32
0,56	0,8505	7,09	0,11	0,3442	2,21
0,55	0,8418	6,95	0,10	0,3211	2,09
0,54	0,8330	6,81	0,09	0,2958	1,98
0,53	0,8243	6,67	0,08	0,2679	1,85
0,52	0,8156	6,54	0,07	0,2365	1,72
0,51	0,8069	6,41	0,06	0,2008	1,59
0,50	0,7982	6,28	0,05	0,1588	1,44
0,49	0,7895	6,16	0,04	0,1081	1,28
0,48	0,7808	6,04	0,03	0,0434	1,10
0,47	0,7721	5,92	0,02	0,9531−1	0,90
0,46	0,7634	5,80	0,01	0,8004−1	0,63
0,45	0,7546	5,68			
0,44	0,7459	5,57			
0,43	0,7370	5,46			
0,42	0,7281	5,35			
0,41	0,7192	5,24			
0,40	0,7102	5,13			

Tabelle XIX.

Schlagweite und Spannung.

Die Zahlen, welche den Kurven zu Grunde liegen, sind A. Heydweiller (Wied. Ann. 48, 235, 1893) entnommen und beziehen sich auf statische Ladung. r bedeutet den Radius der Kugeln an der Funkenstrecke.



Bei einem Kugelradius von 1 cm besteht für größere Schlagweiten folgende Beziehung*) zwischen Spannung und Schlagweite (Messungen von J. Algermissen):

Schlagweite in Zentimetern	Spannung in Volt		Schlagweite in Zentimetern	Spannung in Volt	
	r = 1 cm	r = 2,5 cm		r = 1 cm	r = 2,5 cm
1,5	40,3 . 10^3	46,2 . 10^3	4,0	64,2 . 10^3	94,2 . 10^3
1,6	41,8 . „	48,6 . „	4,1	64,8 . „	95,7 . „
1,7	43,2 . „	51,0 . „	4,2	65,4 . „	97,2 . „
1,8	44,7 . „	53,4 . „	4,3	66,0 . „	
1,9	46,1 . „	55,8 . „	4,4	66,6 . „	
2,0	47,4 . „	58,2 . „	4,5	67,2 . „	
2,1	48,6 . „	60,6 . „	4,6	67,8 . „	
2,2	49,8 . „	62,8 . „	4,7	68,3 . „	
2,3	51,0 . „	65,0 . „	4,8	68,8 . „	
2,4	52,0 . „	67,0 . „	4,9	69,3 . „	
2,5	53,0 . „	69,0 . „	5,0	69,8 . „	
2,6	54,0 . „	70,8 . „	5,1	70,3 . „	
2,7	54,9 . „	72,6 . „	5,2	70,8 . „	
2,8	55,8 . „	74,4 . „	5,3	71,2 . „	
2,9	56,7 . „	76,2 . „	5,4	71,6 . „	
3,0	57,5 . „	78,0 . „	5,5	72,0 . „	
3,1	58,3 . „	79,7 . „	5,6	72,3 . „	
3,2	59,0 . „	81,3 . „	5,7	72,6 . „	
3,3	59,7 . „	83,0 . „	5,8	72,9 . „	
3,4	60,4 . „	84,7 . „	5,9	73,2 . „	
3,5	61,1 . „	86,4 . „	6	73,5 . „	
3,6	61,8 . „	88,0 . „			
3,7	62,4 . „	88,6 . „			
3,8	63,0 . „	91,2 . „			
3,9	63,6 . „	92,7 . „			

*) Die Zahlen sind Mittelwerte aus Messungen an verschiedenen Tagen mit verschiedenem Barometerstand und verschiedener Feuchtigkeit.

Tabelle XX.

Wechselzahl und Koppelungskoeffizient [352].

Ist K der Koppelungskoeffizient, $K_1 = \sqrt{K^2 - \left(\frac{b_1 - b_2}{2\pi}\right)^2}$, so ist

$$\frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{1 + K_1}{1 - K_1}}.$$

$\frac{n_2}{n_1}$	K_1	$\frac{n_2}{n_1}$	K_1
1,01	0,0099	1,36	0,298
1,02	0,0198	1,37	0,305
1,03	0,0297	1,38	0,311
1,04	0,0392	1,39	0,318
1,05	0,0487	1,40	0,324
1,06	0,0582	1,41	0,330
1,07	0,0676	1,42	0,337
1,08	0,0768	1,43	0,343
1,09	0,0860	1,44	0,349
1,10	0,0950	1,45	0,355
1,11	0,104	1,46	0,361
1,12	0,113	1,47	0,367
1,13	0,122	1,48	0,373
1,14	0,130	1,49	0,379
1,15	0,139	1,50	0,385
1,16	0,147	1,55	0,412
1,17	0,156	1,60	0,438
1,18	0,164	1,65	0,463
1,19	0,172	1,70	0,486
1,20	0,180	1,75	0,507
1,21	0,188	1,80	0,528
1,22	0,196	1,85	0,548
1,23	0,204	1,90	0,566
1,24	0,212	1,95	0,584
1,25	0,220	2	0,600
1,26	0,227	2,5	0,724
1,27	0,235	3	0,800
1,28	0,242		
1,29	0,249		
1,30	0,256		
1,31	0,264		
1,32	0,271		
1,33	0,278		
1,34	0,285		
1,35	0,291		

Digitized by Google

Namen- und Sachregister.

A.

Abgestimmte Telegraphie 832. 881. 895 ff.
Abraham, M., 523 ff. 534. 764. 970 f. 983. 985 f. 997.
Absorption von Wellen 683. 690. 713. 813. 908. 910.
Absorptionskoeffizient 684.
Abstimmen 556.
Algermissen, J., 966. 1011.
Allgemeine Elektrizitätsgesellschaft 48. 121. 128. 146. 291. 301. 794. 885.
Allgemeine Sätze über ossillatorische Größen 97 ff. 103 ff. 436. 706.
Ampère 25. 69.
Ampèremeter 59. 267. 286.
Amplitude 77. 82. 431. 452.
Amplitudenkurve 372. 377.
Amplitudenverhältnis 375. 1005.
Ångström, R., 954.
Anker,-leiter,-spulen,-stromkreis 110. 292.
Anlaßwiderstand 305.
Antenne 802.
— mehrfache s. Mehrfachantenne.
Arco, Graf von —, 822. 976.
Arnò, R., 984.
Arnold, E., 952. 955 f.
Arons, L., 733. 982.
Aschkinaß, A., 1003.
Asynchroner Motor 269. 695.
Außenpolmaschine 118. 121.
Autotransformator 256.

B.

Baily, W., 270.
Barretter 804.
Barton, E. H., 417. 964. 980. 982.
Battelli, A., und *Magri, L.*, 361. 378 f. 418. 961. 963 f.
Bauch einer Welle 504.
Bedell, F., und *Crehore, A. C.*, 953. 955. 960.
Benischke 967.
Bezold, W. von, 696. 980.
Biot-Savart'sches Gesetz 40. 985.
Bjerknes, V., 414. 434. 539 f. 964 ff. 971. 973 ff. 985.
Black, Th., 964 f.
Blakesley, Th. H., 953. 960.
Blitzableiter 455.
Blondel, A., 987.
Blondlot, R., -scher Erreger 701. 732. 980.
Bogenlampen, -kohlen 146. 167. 256. 454. 790.
Bogenlampenwiderstände 146. 167.
Bolometer 61. 608. 775.
Boltzmann, L., 786. 936. 984. 988.
Bose, J. C., 594. 971.
Brandes 984.
Branly 793.
Braun, F., 60. 736. 821. 848. 851. 859. 888. 904. 942 f. 951. 965. 967 f. 970. 979 f. 985. 987 f.
Braun'sche Röhre 5 f. 82 f. 86 ff. 92. 100. 270. 289. 307. 351. 359. 385 f. 546. 778.
Braun'scher Sender 821. 830 ff. 834 ff.
Brechung (von Wellen) 916. 929. 935.
Brechungsexponent 918. 935.
Brechungswinkel 917.
Brillouin, M., 981. 983.
Brooks, H., 378. 381 f. 391. 964.
Bucherer, A. H., 953.
Bürsten 76.

C.

Cardani, P., 484. 968.
Castelli 797.
C.G.S.-System 69.
Chant, C., 979.
Cohn, E., 744. 945 ff. 953 ff. 961. 963 f. 966. 968 f. 980 ff. 983 ff. 988.
Coolidge, W. D., 733. 982.
Crehore, A. C., s. *Bedell.*

D.

Dämpfung 370. 385. 391. 417. 428. 568. 620 ff. 735. 996. 1002.

Dämpfungsfaktor 373.
Deformation (der Schwingungskurve) 157. 176. 320. 334.
Dekrement 375. 1005.
Dessau, B., 983 f. 985.
Diamagnetische Körper 13.
Dieckmann, M., 985.
Dielektrizitätskonstante 13. 18. 102. 472. 617. 744. 936. 940. 989.
Direkte Schaltung 822. 829.
Dispersion 937.
Divisoren 256.
Dönitz, J., 975.
Dolezalek, F., 132. 964. 982.
Dolivo-Dobrowolsky, von —, 291.
Donath, B., 950.
Drehfeld 269 ff. 692.
Drehfeldkomponente 284. 286.
Drehmoment auf einen Stromkreis in einem magnetischen Feld 258. 260. 265 f.
Drehstrom 115.
Drehstrommaschine 110 ff.
Drehstrommotor 289 ff.
Drei-Ampèremeter-Methode 154.
Dreiecksschaltung 116. 291.
Dreiphasenstrom 115.
Drei-Voltmeter-Methode 153.
Drosselspulen, technische 167 ff. 177. 844.
— für schnelle Schwingungen 740. 877 f.
Drude, P., 525. 528 ff. 667. 963. 969. 975. 979 f. 984. 987 f. 996. 1005.
Duane, W., s. *Trowbridge.*
Durchschlagsfestigkeit 17.
Dudell, W., 857. 952. 987.
Dynamometer 435.

E.

Ebeling, A., 982.
Ebene Wellen 906 ff.
— — in Isolatoren 907.
— — in Leitern 910.
Ebert, H., 946.
Effekt 57.
Effektiver Wert einer oszillatorischen Größe 109.
Effektiver Widerstand s. Widerstand.
Eichhorn, G., 898. 985. 987.
Eigenschwingungen 349. 549. 584. 631.
Einphasenmotor 306.
Einspuliger Transformator 250 ff.
Eisenbleche 218.
Eisenkerne in Spulen 167 ff. 210. 483. 616.
Eisenpulver 489 f. 717. 738.
Elektrizitäts- (Ampèrestunden-) Zähler 286. 695.
Elektrodenloser Ringstrom (in Gasen) 476. 481.
Elektrolyte, Elektrolytischer Widerstand 407. 412. 477. 616.
Elektrolytische Unterbrecher 838.
Elektrolytische Wellenindikatoren 799 ff.
Elektrometer 433.
Elektromotorische Kraft (EMK) 2.
Elliptisch polarisierte Wellen 912.
Emde, F., 950.
Empfänger (der drahtlosen Telegraphie) 861 ff.
Empfangsapparat 864.
Empfangssystem 864. 881.
Energie eines elektromagnetischen Feldes 54.
— — Kondensators 55.
— — linearen Stromkreises 57. 160 ff. 341.
— — magnetischen Kreises 56. 188.
Energieabsorption in Isolatoren vergl. Hysteresis, dielektrische.
Energieschaltungen 851 ff.
Energieströmung 397. 407. 719. 756.
Entfritten 793.
Erden 701. 810. 824.
Erregerspulen, -stromkreis, -wicklung 110. 112.
Erzwungene Schwingungen 550. 584. 631.
Ewing, J. A., und *Walter, L. H.*, 782 f. 984.
Exponentialkurven 204. 372. 403. 683. 1004.

F.

Fahie 983.
Farad 17. 69.
Feddersen, B. W., 354. 961. 966.
Feld (elektromagnetisches) 1.
Feldintensität 1. 4 f. 6 f. 774.
Feldkörper, -magnete 111. 289.
Feldmann, C. P., 229. 953. 955 f. 960.
Ferranti 123. 127. 246.
Ferranti-Effekt 339.
Ferraris, G., 270. 285 f. 306. 945. 953.
Ferrié, G., 815. 821. 985 f. 987.
Ferromagnetische Körper 13.
Fessenden, R., 775. 804. 862. 985.
Fleming, J. A., 229. 246. 267. 435. 695. 896. 953. 955 f. 960. 970. 980. 982 f. 984 ff. 987 f.
Flintglas 17. 618.
Forest, Lee de —, 799. 984 f.
Formfaktor 952.
Fortpflanzungsgeschwindigkeit 399. 681.
— von elektromagnetischen Wellen 687. 708 ff. 734. 909 f. 934.
Fortpflanzungsrichtung 750.
Foucaultströme 169.
Franke, A., 967.

Frequenz 78.
Fresnel 939. 951.
Fritter 792.
Funken als Wellenindikator 787. 791.
Funkenbild im rotierenden Spiegel 353. 361.
Funkendämpfung 375 ff. 1005 ff.
Funkenmikrometer 458. 515.
Funkenwiderstand 375 ff. 1005 ff.

G.

Galvanische Koppelung s. Koppelung.
Ganz & Co. 122. 244.
„Gegengewicht" (elektrisches) 815. 823.
Geißen, A., 982.
Geißlerröhren 355. 514. 646. 674. 783.
Geitler, J. von —, 975. 982.
Gekoppelte Empfangssysteme 881 ff.
Gemischte Schaltungen 822.
Generator 110. 260.
Geradlinig polarisierte Wellen 911.
Gérard, E., 123 ff. 127. 132. 952. 956.
Gerichtete Telegraphie 858. 904.
Gesellschaft für drahtlose Telegraphie 610. 794. 804. 818. 823. 831. 835. 839. 844. 847 f. 871. 874. 896. 898.
Giorgi, G., 950.
Gitter 930. 942 f.
Glazebrook s. *Lodge*.
Glühlampen 146.
Görges, H., 292. 308. 960.
Graetz, L., 122. 131. 244.
Graphitkohärer 797.
Grundschwingung 78. 502.
Guthe, K. E., 984.

H.

Hack, F., 764. 805. 983.
Härdén, J., 968. 984.
Hagen, E., 940. 988.
Hammerunterbrecher 838. 840.
Hartmann und *Braun* 59. 265.
Hautwirkung 205.
Heaviside, O., 950. 955. 970. 980.
Heerwagen, F., 969.
Hefner-Alteneck 122.
„*Helios*" 244.
Henry 49. 69.
Hertz, H., 435. 499. 522. 524. 696. 721. 730. 747. 787 f. 924. 929. 943. 965. 968. 970. 980. 982 f. 988.
Hertz'scher Sender 498. 507. 519. 540. 612. 626. 747. 759. 817.
Hertz'sches Dekrement 384.
Hewitt, P., 858. 987.
Heydweiller, A., 1010.
Hitzdrahtinstrumente 59 ff. 424.
Hitzdrahtluftthermometer 60 f.
Hochfrequenzmaschinen 127. 130. 132.
Hörnerblitzableiter 459.
Hodson, F., 987.
Holtz, W., 356. 962.
Homogenes Feld 3. 8 f.
Hopkinson 122. 955.
Hopkinson, J., und *Wilson, E.*, 968. 976.
Hull, G. H., 531. 534. 971.
Hysteresis, dielektrische 319. 468. 625.
— magnetische 171 ff. 231.

I. J.

Jackson, H. B., 812 f. 985.
Igeltransformator 229 f. 232. 243.
Jigger 881.
Impedanz, elektrische 144. 149.
— magnetische 184. 688. 691.
Indikator 774.
Induktanz, elektrische 144.
— magnetische 184. 688. 691.
Induktion (elektrische u. magnetische) 14.
—, Telegraphie durch — 809.
Induktionsfluß 14.
— -linien 14.
— -lose Leitung 146. 439.
Induktive Schaltung, bei der drahtlosen Telegraphie 821. 829.
Induktor = Funkeninduktor 48. 147 ff. 223 f. 366. 840 f. 844.
— in Wechselstrommaschinen, Induktormaschinen 127 ff.
Induziertes magnetisches Feld 49.
— elektrisches Feld 52 ff.
Influenz, Telegraphie durch — 809.
Influenzmaschinen 387.
Innenpolmaschinen 118. 120. 124.
Intensitätslinien 8.
John, S., 484. 968.
Joule'sche Dämpfung 372 ff.
Joule'sche Wärme 58.
Joubert'sche Scheibe 86.
Isochronität 556.
Isolation 17. 453.
Isolatoren im elektromagnetischen Wechselfeld 102. 491.
Ives, J. E., 975.

K.

Kabelleitungen 137. 339. 554. 990.
Kapazität eines Kondensators 16. 368. 465 ff. 496. 617. 989.
— — Leiters 17. 989 f.
— wirksame 332.
Kapp, G., 245. 247. 952. 955 ff. 959.
Kapp-Transformator 229 f. 232. 234. 243.
Kaufmann, W., 378. 964.

Kelvin, Lord —, 358. 964.
Kiebitz, F., 518. 523. 536. 863. 969 f. 987.
Kirchhoff, G., 970. 982.
Kleinschmidt, E., 970.
Klemenčič, J., 484. 777. 936 f. 968. 984. 988.
Klingelfuß, F., 840. 896.
Klopfer 871.
Knoten einer Welle 504.
Koeffizient der wechselseitigen Induktion 45.
Koepsel, A., 776. 794. 797. 799. 834. 866. 976. 984 f.
Kohärer mit Metallkörnern 792. 819. 862. 868 ff. 925.
Kohlekohärer 797.
Kohlrausch, F., 779. 963. 989. 992.
Kollektor, Kommutator 112.
Kombinationsschaltung 291.
Kondensanz 315. 317. 464.
Kondensator 12. 15 ff. 51. 606. 613.
Kondensatorkreis 311 ff. 348 ff. 445. 547. 1001 f.
Koppelung, Allgemeines 252.
— magnetische 252.
— elektrische 577.
— galvanische 252. 600. 651.
— lose 578. 584 ff. 638 ff. 670. 829.
— feste 578. 657 ff. 670. 826.
Koppelungskoeffizient 579. 641. 652. 1012.
Korkzieherregel 32. 36.
Kraft auf einen Stromkreis im magnetischen Feld 64. 258. 260. 265.
Kreis, magnetischer 29. 180 ff. 470 ff.
Kugel, geladene 12. 15.
Kugelwellen 750.
Kurzschlußanker 292.

L.

Läufer 292.
Lagrange 985.
Lagergreen, S., 539. 542. 971.
Lamelliertes Eisen 170.
Lampa, A., 532. 971.
Lampentransformator 256.
Lebedew, P., 532. 971.
Lecher, E., 730. 968. 982. 985.
Lee s. *Pearson.*
Leerlaufstrom, -verlust 220. 242.
Leistung 57. 160 ff. 447. 759.
Leistungsfaktor 161.
Leitvermögen 24. 471. 992.
Lichtstrahl 933.
Lichtwellen 933 ff.
Lindemann, L., 378. 964. 977.
Linearer Sender 500. 503. 509. 512. 523. 534 f. 539. 612. 613. 626. 645. 764.
— Stromkreis 27.
Lodge, O., 533. 602. 730. 793. 867. 971. 975. 980. 982. 985.
— — und *Glazebrook, R. T.*, 366. 963.
— — und *Muirhead, A.*, 797. 833. 881. 894. 967. 984 f.
Love, A. E. H., 764. 983.

M.

Macdonald, H. M., 970. 985.
Magnetischer Wellenindikator 778.
Magnetomotorische Kraft (MMK) 2.
Magri s. *Battelli.*
Maisel, S., 987.
Mandelstam, L., 966. 984. 986.
Marconi, G., 778. 793. 802. 810. 812 f. 817. 819 f. 843. 875. 878. 880 ff. 894. 897. 984 ff. 987.
Marconi-Empfänger 861. 881 ff. 894.
Marconi-Gesellschaft 830 ff. 835. 838. 842. 847. 849.
Marconi-Sender 802 ff. 830 ff. 833.
Marx, E., 966. 984.
Maschinen (Wechselstrom-, Drehstrom-) 110 f.
Maskelyne, N., 896.
Maßsysteme 69.
Maximalamplitude 588. 592. 598.
Maxwell, C., 35. 943. 948. 955. 988.
Maxwell'sche Gleichungen 53. 943. 968.
Mechanische Abstimmung 903.
Mehrfachantennen 816. 882.
Mehrfache Transformation 849.
Mehrphasenstrom, -maschinen 115.
Menge, elektrische oder magnetische 1. 13. 23.
Metallgitter s. Gitter.
Metallröhren im magnetischen Wechselfeld 191. 475.
— -scheiben im magnetischen Wechselfeld 192. 213. 482.
— -zylinder im magnetischen Wechselfeld 198 ff. 210. 215. 479 ff.
Mie, G., 981.
Mikanit 17. 618. 626.
Mikrofarad 17. 69.
Mikrophonkontakt 797.
Milham, W. J., 946.
Millis, F. E., 961.
Mordey 125.
Morse-Apparat 871 f.

N.

Nernst, W., 980.
Nesper, E., 976.
Neumann'sche Formel 949. 970.
Nichols, E. F., 942. 988.
Niveauflächen 9.

O.

Oberbeck, A., 980.
Oberschwingungen 78. 89. 502.
Oerlikon-Gesellschaft 124. 131.
Offener Oszillator, — Sender 498. 542.
Ohm 28. 69.
Ohm'sches Gesetz 28.
Orientierte Empfänger 904.
Osmiumlampe 256.
Oszillatorisch 76.
Oszillograph, Oszillometer 85.
Oudin 976. 979.

P.

Paalzow, A., 949. 962.
Papalexi, N., 435. 965.
Parallelschalten 153.
Pearson K., und *Lee A.*, 760 ff. 983.
Pendelunterbrecher 352. 360. 386.
Periode 79.
Permeabilität 13. 416. 470. 484.
Phase 79.
Phasenverschiebung, -winkel 80. 86 ff. 148. 158 f. 166. 174. 461.
Physiologische Wirkung von Strömen hoher Wechselzahl 674 ff.
Pierce, G. W., 986.
Planck, M., 971.
Poincaré 985.
Polanker 119. 122.
Polarisationsebene der Optik 934.
Polarisationswinkel 919.
Polarisationszellen 876.
Polarisierte, geradlinig, elliptisch, zirkular polarisierte Wellen 911. 932.
Pollock, J. A., 525. 970.
Poynting 394.
Prasch, A., 983 f. 985.
Preece, W., 810.
Produkt von zwei oszillatorischen Größen 103 ff.
Pupin, M. J., 715 ff. 961. 974. 982.

Q.

Quasistationärer Strom 138. 398.
— Wechselstromkreis 134 ff. 436 ff.
Quecksilberbogenlampe 605. 787. 842. 858.
Quecksilberkohärer 796 f. 867. 881.
Quecksilberstrahlunterbrecher 839.
Quincke'scher Interferenzversuch 699.

R.

Randwirkung 205.
Rayleigh, Lord —, 963 f. 985.
Reflexion von Wellen 727. 733. 738. 741. 912 ff. 921. 927. 939.
— scheinbare, von magnetischen Induktionslinien 197. 478.
Reflexionswinkel 915.
Reich, M., 857. 984.
Relais 869 f.
Rellstab, L., 982.
Rempp, G., 378. 380 f. 964. 975 f. 1005 f.
Rendahl, R., 986 f.
Repulsionsmotor 268.
Resonanz 328. 554. 574.
Resonanzinduktor 844.
Resonanzkurven 564 ff. 591 ff. 601. 609 ff. 636 f. 658 ff. 1008.
Resonanzversuche 602 ff.
Resonator 577. 775.
Rieß, Rieß'sches Luftthermometer 60.
Righi, A., 532. 785. 971. 983 f. 988.
Righi-Resonator 788 f.
Righi-Sender 499. 531.
Ringanker 118. 122.
Ringspule 42. 47. 53.
Robinson, Ph. E., 863. 987.
Roeßler, G., 956. 959.
Rotierende Radien, Darstellung durch — 75.
Rotor 292.
Rubens, H., 940. 942. 949. 988. 1003.
Rutherford, E., 388 f. 964.

S.

Sarasin und *de la Rive* 988.
Schärfe der Resonanz 572.
Schaltung, einfache — 332.
Scheibenanker, -maschine 120. 122.
Schirmwirkung 21. 195. 409. 474. 928.
Schlabach, G., 984.
Schlagweite 449. 1010 f.
Schleifringe 76.
Schlömilch, W., *Schlömilch*'scher Indikator 809. 866. 984.
Schmidt, K. E. F., 952.
Schuckert 122. 673. 834.
Schutzvorrichtungen in den Empfangsapparaten 875 ff.
Schwebungen 590. 665.
Schwingung, elektromagnetische 77.
Schwingungsdauer 79.
Schwingungskurve 77. 84 f. 176. 320. 334. 575.
Seddig, M., 946.
Seefehluer, E. E., 951.
Seibt, G., 654. 976. 979. 982. 986.
Sekundärspule 220.
Sekundärsystem mit nicht quasistationärer Strömung 638. 648.
Selbstinduktionskoeffizient, elektrischer 46 ff. 139. 150. 323. 364. 614.

Selbstinduktionskoeffizient, elektrischer bei Schwingungen 419 ff. 993. 996 ff.
— magnetischer 184. 189. 208. 688. 691. 993.
Serie, in Serie schalten 153.
Serienschaltung von Kondensatorkreisen 332. 455. 834.
Siemens & Halske 120. 122. 132 f. 247. 288. 305. 454. 459. 606. 717. 963.
Sigsfeld, von —, 905.
Simon, H. Th., 857. 987.
Sinuskurve 75.
Skineffekt 205.
Slaby, A., 631. 805. 822. 889. 898. 976. 979. 984 f. 987.
Smith, Willoughby 955.
Sommerfeld, A., 964. 971. 980. 982.
Spannung, elektrische oder magnetische 2.
Spannungseffekt 433. 592. 595.
Spartransformator 256.
Sprühen 630. 674.
Spule 37. 42 f. 45. 48. 418.
— mit Eisenkernen 167 ff. 210 ff. 483 ff. 616.
— als Oszillator 500. 516. 526 ff. 541. 628. 652.
Stationäre Strömung 26.
Statisches Feld 10 ff. 191 ff.
Stator, Ständer 289.
Stefan 964.
Stehende Wellen s. Wellen.
Steinmetz, Ch., 950. 953. 955 f. 960.
Sternschaltung 116. 291.
Slone 986.
Strahlende Oszillatoren 770 ff.
Strahlung 382 ff. 393. 756.
Strahlungsdämpfung, -dekrement 384.
Strecker, K., 810.
Streuung des Transformators 236 ff.
Strömung, Strom, Stromlinien 23 ff.
Stromeffekt 438. 448. 592. 830. 1008 f.
Stromverzweigung 28. 145. 331.
Symmetriedraht 815.
Synchronmotor 260.
Swinburne-Transformator 229 f. 232. 243. 247.

T.

Tallqvist, H., 386. 964.
Taster 845 ff.
Telegraphengleichung 981.
Telephonische Indikatoren 796 ff. 864. 880.
Tesla, N., 127. 451. 979 f.
Tesla-Transformator 671.
Thermische Indikatoren 775 ff.
Thermoelement 777.
Thompson, S. P., 33. 125. 159. 245 ff. 301. 952. 955.
Thomson, El., 265. 267 f. 306. 956.
Thomson, J. J., 476. 954 f. 968. 970. 980.
Thomson, Sir W., s. *Lord Kelvin*.
Thomson'sche Formel 357. 362.
Tissot, C., 775. 862. 984. 987.
Tommasina 797.
Totalreflexion 918.
Touren, -zahl 113.
Transformationsverhältnis 221.
Transformator, technischer 220 ff. 840 ff. 844.
Transformator im Sender der drahtlosen Telegraphie 822.
Transformatorkern 220. 242. 845.
Trommelanker 118. 120. 124.
Toulon 980.
Trowbridge, J., und *W. Duane* 354. 734. 961.
Tuma 984.
Turpain, A., 881. 983. 987.

U.

Uller, K., 985.
Umsetzungsverhältnis 221.
Ungedämpfte Schwingungen 857. 899 ff.
Unsymmetrische Sender 508. 525.
Unterbrecher 609. 837 ff.
Unterteilte Funkenstrecken 854.
Unterteiltes Eisen 170.

V.

Varley, W. M., 484. 966.
Vektor, Vektordiagramm 90.
Ventilröhren 356.
Verfrüht in der Phase 80.
Verseilte Kabel 413.
Verspätet in der Phase 81.
Vielfachantennen s. Mehrfachantennen.
Volt 3. 69.
Voltmeter 60.
Voreilung in der Phase 80.

W.

Wärmeeffekt 58. 160.
Walker, G. F., 959.
Waller, B., 966.
Waller, L. H., s. *Ewing*.
Watt 58. 69.
Wattkomponente 161.
Wattlose Stromkomponente, wattloser Strom 161. 318.
Wattmeter 165. 263. 286.
Wattmetermethode 166.
Wattstunde 58.
Wattstundenzähler 285.
Weber, R. H., 988.

Wechselfeld 76.
Wechselseitiger Induktionskoeffizient 45.
Wechselspannung 77.
Wechselstrom 76.
— -maschinen 110 ff.
— -motor 260. 269. 695.
Wechselzahl 78. 82. 339 ff. 444. 609. 631. 734. 1002 f.
Wecker 874.
Wehnelt, A., 838. 946. 950.
Wellen, ebene 750.
— fortschreitende 680 ff.
— — längs Drähten 696 ff.
— — magnetische in Eisenzylindern 676 ff.
— stehende 724. 923. 929. 941.
— — längs Drähten oder Spulen 724. 728. 734.
Wellenempfänger 774 ff.
Wellenfläche 750.
Wellenindikator 774 ff.
Wellenlänge 399. 681. 1002 f.
Wellenmesser 610. 637.
Wertheim-Salomonson, J., 858. 987.
Westinghouse-Transformator 229 f. 232. 243. 246.
Widerstand, elektrischer 28.
— — effektiver bei Schwingungen 409 ff. 417 f. 993 ff. 996.
Widerstand, magnetischer 30. 184. 189.
— — effektiver bei Schwingungen 208 ff. 993.
Wiedemann, G., 961. 997.
Wien, M., 130. 252. 952. 956. 964. 974. 979 f. 986 f. 996.
Wien, W., 955.
Wiener, O., 941. 988.
Wilke, A., 883.
Wilson, E., s. *Hopkinson.*
Wirbelströme 169. 215.
Wirkungsgrad 242.
Wommelsdorf, H., 986.

Z.

Zammarchi, A., 818. 835. 878. 983 f.
Zeeman, P., *Zeeman*-Effekt 744. 944. 983.
Zehnder, L., *Zehnder*'sche Röhre 784. 984.
Zeitkonstante 144. 315.
Zenneck, J., 858. 950. 954 f. 964. 968. 979 f. 985 f.
Zirkular polarisierte Wellen 912.
Zuleitungsdrähte 532. 609.
— -funkenstrecke 532.
Zyklisches Feld 3. 9. 33. 39. 50 f. 53.
Zylindrisches Feld 3. 9. 33. 39. 50 f. 53.

Elektrotechnischer Verlag von Ferdinand Enke in Stuttgart.

Ahrens, Prof. Dr. F. B., Handbuch der Elektrochemie. Zweite, völlig neu bearbeitete Auflage. Mit 293 in den Text gedruckten Abbildungen. gr. 8°. 1903. geh. M. 15.—; in Leinwand gebunden M. 16.20.

Arnold, Prof. E., Konstruktionstafeln für den Dynamobau. I. Teil. Vierte vollständig umgearbeitete Auflage. **Gleichstrom-Maschinen.** 60 Tafeln. gr. 4°. in Mappe. 1902. — II. Teil. Zweite vollständig umgearbeitete Auflage. **Wechselstrom-Maschinen.** Umformer, Motoren und Transformatoren. 60 Tafeln. gr. 4°. in Mappe. 1902. Preis eines Teiles M. 20.40.

Balling, Prof. Dr. C. A. M., Grundriss der Elektrometallurgie. Mit 40 Holzschnitten. gr. 8°. 1888. geh. M. 4.—

Corsepius, Doz. Dr. M., Die elektrischen Bahnen. Mit 89 in den Text gedruckten Figuren und 7 Tafeln. gr. 8°. 1900. geh. M. 7.—

Drude, Prof. Dr. P., Physik des Aethers auf elektromagnetischer Grundlage. Mit 66 Abbildungen. gr. 8°. 1894. geh. M. 14.—

Gerland, Prof. Dr. E., Lehrbuch der Elektrotechnik. Mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendungen im Bergbau. Mit 442 Textabbildungen. gr. 8°. 1903. geh. M. 14.—; in Leinwand geb. M. 15.20.

Grunmach, Prof. Dr. L., Lehrbuch der magnetischen und elektrischen Maßeinheiten, Messmethoden und Messapparate. Mit 342 Figuren im Text. gr. 8°. 1895. geh. M. 16.—

Handbuch der elektrotechnischen Praxis.

Herausgegeben von Arthur Wilke, Oberingenieur. Erster Band: **Die Massenfabrikation der elektrischen Präzisionsapparate.** Bearbeitet von Carl Schücke, Werkstattdirektor. Mit 325 Abbildungen. gr. 8°. 1903. geh. M. 9.—; in Leinw. geb. M. 10.— Zweiter Band: **Einrichtung und Betrieb Elektrotechnischer Fabriken.** Bearbeitet von Prof. Dr. F. Niethammer. Mit 378 Abbildungen. gr. 8°. 1904. geh. M. 14.—; in Leinwand geb. M. 15.20.

☞ **Das Handbuch erscheint in etwa 8—10 Bänden à 15—20 Druckbogen. Jeder Band enthält ein abgeschlossenes Gebiet und ist einzeln käuflich.**

Kayser, Prof. Dr. H., Lehrbuch der Physik für Studierende. Dritte verbesserte Auflage. Mit 336 Abbildungen. gr. 8°. 1900. geh. M. 11.—; in Leinwand geb. M. 12.20.

Digitized by Google

Kohlfürst, L., Die selbsttätige Zugdeckung auf Strassen-, Leicht- und Vollbahnen. Mit 220 in den Text gedruckten Abbildungen. gr. 8°. 1903. geh. M. 10.—

Maier, Dr. J. und Preece, W. H., Das Telephon und dessen praktische Verwendung. Mit 304 Holzschnitten. 8°. 1889. geh. M. 9.—

Niethammer, Prof. Dr. F., Elektrotechnisches Praktikum. Für Ingenieure und Studierende. Mit 523 Abbildungen. gr. 8°. 1902. geh. M. 9.—; in Leinwand geh. M. 10.—

Niethammer, Prof. Dr. F., Berechnung u. Entwurf elektrischer Maschinen, Apparate u. Anlagen

für Studierende und Ingenieure. Fünf Bände. Erster Band: **Berechnung und Konstruktion der Gleichstrommaschinen und Gleichstrommotoren.** Mit 763 Textabbildungen. gr. 8°. 1904. geh. M. 16.—; in Leinwand geb. M. 17.60. (Dritter Band: **Schalttafeln, Apparate und Leitungen** erscheint demnächst.)

Roloff, Dr. M. und Berkitz, P., Leitfaden für das elektrotechnische und elektrochemische Seminar. Für Studierende der Elektrotechnik, Physik, Mathematik, physikalischen und Elektrochemie, Maschinenbaukunde, sowie für den in der Praxis stehenden Ingenieur und Chemiker. Mit 75 Figuren. 8°. 1904. geh. M. 6.—; in Leinwand geb. M. 7.—

Schoop, Dr. P., Handbuch der elektrischen Accumulatoren. Auf Grundlage der Erfahrung und mit besonderer Berücksichtigung der technischen Herstellung. Mit 193 Abbildungen. 8°. 1898. geh. M. 12.—

Traube, Prof. Dr. J., Grundriss der physikalischen Chemie. Mit 24 Abbildungen. gr. 8°. 1904. geh. M. 9.—; in Leinwand geb. M. 10.—

Vogel, Prof. Dr. F. und Rössing, Prof. Dr. A., Handbuch der Elektrochemie und Elektrometallurgie. Mit 66 Abbildungen. gr. 8°. 1891. geh. M. 8.—

Wallentin, Prof. Dr. J. G., Lehrbuch der Elektrizität und des Magnetismus. Mit besonderer Berücksichtigung der neueren Anschauungen über elektrische Energieverhältnisse und unter Darstellung der den Anwendungen in der Elektrotechnik zu Grunde liegenden Prinzipien. Mit 230 in den Text aufgenommenen Holzschnitten. gr. 8°. 1897. geh. M. 8.—

Elektrotechnischer Verlag von Ferdinand Enke in Stuttgart.

Wallentin, Prof. Dr. J. G., Einleitung in das Studium der modernen Elektrizitätslehre.

Mit 253 Holzschnitten. gr. 8°. 1892. geh. M. 12.—

v. Winkler, Ingenieur W., Der elektrische Starkstrom im Berg- und Hüttenwesen. Mit 424 Abbildungen nnd 2 Tafeln. gr. 8°. 1905. geh. M. 14.—; in Leinwand gebunden M. 15.40.

Wolfrum, Dr. A., Die Methodik der industriellen Arbeit als Teilgebiet der Industriekunde beziehungsweise der technischen Chemie. gr. 8°. 1904. geh. M. 8.—

Sammlung elektrotechnischer Vorträge.

Herausgegeben von **Prof. Dr. E. Voit.**

Erster Band. (12 Hefte à M. 1.—)

1: **Der elektrische Lichtbogen.** Von Prof. Dr. Ernst Voit. Mit 44 Abbildungen. — 2: **Grandlagea für die Berechnung und den Bau von elektrischen Bahnen** und deren praktische Benutzung. Von Dr. Max Corsepius. Mit 2 Abbildungen. — 3: **Die Ziele der neueren elektrotechnischen Arbeiten der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.** Von Prof. Dr. K. Feussner. Mit 9 Abbildungen. — 4: **Ueber die Planté-Accumulatoren.** Von Dr. P. Schoop. Mit 28 Abbildungen. — 5/6: **Die Hauptbegriffe der Gleich- nnd Wechselstromtechnik** unter Benutzung mechanischer Hilfsvorstellungen. Von Prof. Dr. C. Heinke. Mit 22 Abbildungen. — 7/8: **Die Benützung einer nnd derselben elektrischen Leitung für verschiedene Betriebe** unter besonderer Berücksichtigung der bei den Eisenbahnen vorkommenden einschlägigen Schwachstrom-Anordnungen. Von Oberingenieur L. Kohlfürst. Mit 24 Abbildungen. — 9: **Die elektrischen Transformationsmethoden.** Von Prof. C. P. Feldmann. Mit 31 Abbildungen. — **Ueber Motorelektrizitätszähler.** Von Ingenieur G. Hummel. Mit 13 Abbildungen. — 10/11: **Scheinwerfer und Fernbeleuchtung.** Von F. Nerz. Mit 36 Abbildungen. — 12: **Die bisherigen Versuche mit elektrischen Zugstelegraphen.** Von Oberingenieur L. Kohlfürst. Mit 12 Abbildungen.

Zweiter Band. (12 Hefte im Abonnement M. 12.—, einzeln M. 1.20.)

1: **Der rotierende Umformer.** Von Charles Proteus Steinmetz. Mit 11 Abbildungen. — 2: **Eine Methode zu experimentellen Untersuchungen an Induktionsmotoren.** Von Alexander Heyland. Zweite Auflage. Mit 28 Abbildungen. — 3: **Die Wechsel- nnd Drehstromgeneratoren.** Von Prof. Dr. F. Niethammer. Mit 29 Abbildungen. — 4/5: **Die drahtlose Telegraphie.** Von Ingenieur Adolf Prasch. Mit 61 Abbildungen. — 6: **Elektrische Bleicherei.** Von Dr. P. Schoop. Mit 21 Abbildungen. — 7/8: **Ueber mehrphasige Stromsysteme bei ungleichmässiger Belastung.** Von Wlad. Karapetoff. Mit 65 Figuren. — 9/10: **Das elektrische Blocksignal System Křižik.** Von Ingenieur Adolf Prasch. Mit 56 Abbildungen. — 11/12: **Magnetismus.** Von Prof. Dr. F. Niethammer. Mit 57 Abbildungen.

Dritter Band. (12 Hefte im Abonnement M. 12.—, einzeln M. 1.20.)

1/3: **Beitrag zur Voransberechnung und Untersuchung von Ein- and Mehrphasenstromgeneratoren** von E. Arnold und J. L. la Cour. Mit 87 Abbildungen. — 4: **Die industrielle Elektrolyse des Wassers and die Verwendungsgebiete von Wasserstoff und Sauerstoff.** Von Ingenieur M. U. Schoop. Mit 22 Abbildungen. — 5/6: **Die elektrische Beleuchtung der Eisenbahnzüge.** Von

Elektrotechnischer Verlag von Ferdinand Enke in Stuttgart.

Sammlung elektrotechnischer Vorträge.

Dritter Band (Fortsetzung).

Ingenieur Adolf Prasch. Mit 50 Abbildungen. — 7: **Experimentelle Untersuchungen auf dem Wechselstromgebiete.** Von Oberingenieur Thomas Marcher. Mit 49 Abbildungen. — 8/9: **Beitrag zur Theorie und Untersuchung von mehrphasigen Asynchronmotoren.** Von O. S. Bragstad. Mit 35 Abbildungen. — 10/11: **Ein Beitrag zur Vorausberechnung der Kommutationsverhältnisse bei Gleichstrommaschinen und des Spannungsabfalls bei Wechselstromgeneratoren.** Von Dr.-Ing. H. Gallusser. Mit 32 Abbildungen. — 12: **Der Uebergangswiderstand bei Kohlenbürsten.** Von Dr.-Ing. Max Kahn. Mit 5 Abbildungen und 24 in den Text gedruckten Tafeln.

Vierter Band. (12 Hefte im Abonnement M. 12.—, einzeln M. 1.20.)

1: **Der Wechselstrom-Serien-Motor.** Von Julius Heubach, Chef-Ing. Mit 35 Abbildungen. — 2: **Die neueren Forschungen über Ionen und Elektronen.** Von Prof. Dr. Gustav Mie. Mit 4 Abbildungen. — 3: **Das Leitvermögen von gepressten Pulvern.** (Kohlenstoff und Metallverbindungen.) Von Prof. Dr. Franz Streintz. Mit 8 Abbildungen. — 4/6: **Das Kreisdiagramm des Drehstrommotors und seine Anwendung auf die Kaskadenschaltung.** Von Dr. Max Breslauer. Mit 24 Figuren und 2 Tabellen. — 7: **Ueber einige Anwendungen des Elektrometers bei Wechselstrommessungen.** Von Dipl.-Ing. Karl Hohage. Mit 11 Abbildungen. — 8: **Ueber Kommutierungsvorgänge und zusätzliche Bürstenverluste.** Von Dr.-Ing. Adolf Railing. Mit 43 Abbildungen. — 9/10: **Kritische Betrachtungen über die von den fahrenden Eisenbahnzügen unmittelbar thätig zu machenden Stromschalter.** Von Oberingenieur L. Koblfürst. Mit 48 Abbildungen. — 11/12: **Ueber deformierte Wechselströme mit besonderer Berücksichtigung eisengeschlossener Apparate.** Von Dipl.-Ing. Heinrich Hinden. Mit 16 Abbildungen und 3 Tafeln im Text. — **Ueber wahre und scheinbare Abweichungen vom Ohmschen Gesetz.** Von Dr. Erich Marx. Mit 3 Abbildungen.

Fünfter Band. (12 Hefte im Abonnement M. 12.—, einzeln M. 1.20.)

1/4: **Die Fortschritte auf dem Gebiete der drahtlosen Telegraphie.** Von Ingenieur Adolf Prasch. Mit 148 Abbildungen. — 5: **Das Nutenfeld in Zahnarmaturen und die Wirbelstromverluste in massiven Armaturkupferleitern.** Von S. Ottenstein. Mit 42 Abbildungen. — 6: **Ein Beitrag zur Kenntnis der Diffusionsvorgänge an Akkumulatorelektroden.** Von Ingenieur M. U. Schoop. Mit 13 Abbildungen. — 7/8: **Der Einfluss der Kurvenform auf die Wirkungsweise des Synchronmotors.** Von Dr.-Ing. Leopold Bloch. Mit 34 Abbildungen. — 9/10: **Die experimentelle Untersuchung der Kommutationsvorgänge in Gleichstrommaschinen.** Von Assistent Karl Czeija. Mit 31 Abbildungen. — 11/12: **Experimentelle Untersuchungen am polycyklischen Stromverteilungssystem Arnold-Bragstad-la Cour.** Von Dipl.-Ing. F. Marguerre. Mit 37 Abbildungen. **Zur Theorie des Elektrophors.** Von Paul Berkitz.

Sechster Band. (12 Hefte im Abonnement M. 12.—, einzeln M. 1.20.)

1: **Theorie der kompensierten Asynchronmaschine.** Von Chef-Ing. Julius Heubach. Mit 28 Abbildungen. — 2: **G. Schreibers neueste elektrische Zugsicherungseinrichtung.** Von L. Kohlfürst. Mit 12 Abbildungen. — 3/4: **Der Kaskadenumformer. Seine Theorie, Berechnung, Konstruktion und Arbeitsweise.** Von E. Arnold und J. L. la Cour. Mit 38 Abbildungen. — 5/8: **Die Fortschritte auf dem Gebiete der drahtlosen Telegraphie. II.** Von Ingenieur Adolf Prasch. Mit 92 Abbildungen. — 9: **Analytische und graphische Methoden zur Berechnung des Stromverbrauchs elektrischer Bahnen.** Von Dipl.-Ing. K. A. Schreiber. Mit 15 Abbildungen und 3 Tafeln. — 10: **Ueber magnetische Wirkungen der Kurzschlussströme in Gleichstromankern.** Von Dr.-Ing. Robert Pohl. Mit 38 Abbildungen.

SPECIAL
COLLECTIONS

23 Be '87

B.E.STECHERT
& Co.